

УДК 539.3

DOI: 10.32326/1814-9146-2026-88-3-108-124

ОЦЕНКА ДИНАМИЧЕСКОЙ ПРОЧНОСТИ МРАМОРА ПРИ СЛОЖНОМ НАПРЯЖЕННОМ СОСТОЯНИИ СЖАТИЯ СО СДВИГОМ*

© 2026 г.

**Баландин В.В., Баландин Вл.Вл.,
Ломунов А.К., Юлин Е.А.**

*Национальный исследовательский Нижегородский государственный
университет им. Н.И. Лобачевского, Нижний Новгород, Российская Федерация*

lomonov@mech.unn.ru

Поступила в редакцию 01.06.2026

Проведен цикл динамических экспериментов по комбинированному нагружению образцов мрамора импульсами сжатия со сдвигом. Для создания в испытуемом образце сложного напряженно-деформированного состояния сжатия со сдвигом торцы мерных стержней, примыкающих к испытуемому образцу, наклонены относительно оси нагружения на некоторый угол. Между этими наклонными плоскостями располагается образец цилиндрической формы, который подвергается воздействию комбинации волн сжатия и сдвига. Вариация угла наклона поверхностей позволяет изменять соотношение между напряжениями сжатия и сдвига в образце. Для того чтобы избежать поперечного смещения примыкающих к образцу скошенных концов мерных стержней в процессе нагружения образца, вся зона нагружения располагается в центрирующей стальной муфте, с легким трением надевающейся на концы мерных стержней. Боковая поверхность мерных стержней, примыкающая к их торцам, смазывается для уменьшения трения.

Для проведения цикла динамических испытаний образцов мрамора при комбинированном нагружении сжатием со сдвигом были изготовлены два комплекта мерных стержней из сплава Д16Т диаметром 20 мм. Примыкающие к образцу концы мерных стержней имели скошенные торцы под углами 15 и 30° для создания в образце различных соотношений между нормальной и сдвиговой компонентами напряжений. В результате цикла испытаний образцов мрамора месторождения «Уфалей» при комбинированном нагружении сжатием со сдвигом с разными скоростями деформации при двух углах наклона торцов мерных стержней определены максимальные величины нормального и сдвигового напряжения, которые являются величинами прочности мрамора при комбинированном нагружении сжатием со сдвигом. Анализ средних величин полученных при различных скоростях деформации компонент нормальных и сдвиговых напряжений показал, что при увеличении угла наклона торцов мерных стержней нормальная компонента напряжения уменьшается, а сдвиговая компонента увеличивается.

Для изучения процесса деформирования и разрушения образцов мрамора проводилась высокоскоростная регистрация с использованием камеры

* Выполнено при финансовой поддержке РФ (грант № 25-19-00380).

Phantom VEO 710L при скорости съемки 200 000 кадр/с. Анализ полученных кинограмм деформирования образцов свидетельствует о том, что на начальном этапе нагружения происходит незначительное сдавливание образцов по нормали к поверхности и соответствующее расширение в поперечном направлении. Затем начинается заметное перекашивание образца, приводящее к уменьшению исходного угла между нормалью образца и осью нагружения до нуля и далее его увеличению в отрицательной области. Судя по симметричному поперечному расширению образцов при обоих углах скола, скольжения образцов по наклонным торцам мерных стержней не происходит.

Ключевые слова: горные породы, комбинированное нагружение, динамическая прочность, модифицированный метод Кольского.

Введение

При проведении горных работ, включая бурение, разработку карьеров, проходку и взрывные работы, горные породы подвержены повреждению динамическими нагрузками. При этом горные породы, как правило, подвергаются сложным воздействиям, в том числе и комбинированному нагружению сжатием и сдвигом. Например, когда волны напряжения от взрыва наклонно воздействуют на скальный массив, он испытывает комбинированную динамическую нагрузку сжатия и сдвига. Таким образом, характеристика динамического процесса разрушения горных пород при комбинированной нагрузке сжатия и сдвига при высоких скоростях нагружения имеет решающее значение для предотвращения аварий и смягчения их последствий.

В исследованиях прочностных свойств скального массива при статических и динамических сложных напряженных состояниях возникают большие проблемы в областях горного дела, водного хозяйства и гидроэнергетики, геотехнической инженерии и прогнозирования последствий землетрясений [1, 2].

Для расчета рациональных технологических процессов добычи полезных ископаемых, проходки туннелей, анализа поведения расположенных на скальных основаниях объектов промышленного и гражданского назначения при интенсивных динамических воздействиях (землетрясения, взрывы) необходимы модели деформирования и разрушения скальных пород в условиях различных типов напряженно-деформированного состояния (НДС). Для оснащения таких моделей необходимыми параметрами, адекватно отражающими реальные свойства горных пород, требуется обширная база данных по динамическим свойствам различных скальных пород при различных типах НДС, включающих одноосные сжатие и растяжение, чистый сдвиг и комбинацию сжатия со сдвигом.

Изучению механических реакций горных пород при динамическом одноосном сжатии с высокими скоростями нагружения посвящено много публикаций [3–6]. В частности, Международное общество механики горных пород предложило метод испытаний для определения динамической прочности горных пород на сжатие с использованием испытательной системы с разрезным стержнем Гопкинсона (РСГ) [7]. Также были разработаны различные методы для изучения разрушения горных пород при чистом сдвиге в условиях динамического нагружения, включая испытания на кручение с РСГ (Torsion Split Hopkinson Bar) [8], прямые испытания на сдвиговой коробке [9] и испытания на ударный сдвиг [10]. Однако комбинированное нагружение породы сжатием и сдвигом при высоких скоростях нагружения сложно реализовать в лабораторных экспериментах.

К настоящему времени известны несколько вариантов исследования поведения материалов при комбинированном динамическом воздействии сжатия со сдвигом. В статье [11] была предложена методика исследования в условиях сжатия со сдвигом поведения металлического цилиндрического образца с двумя канавками, наклоненными к оси нагружения под углом 45° , а в статье [12] аналогичная методика применялась для комбинированного нагружения полимерных образцов-параллелепипедов также с двумя наклонными канавками. В статье [13] рассмотрен осесимметричный дисковый образец с двумя зонами сдвига и представлена методология извлечения свойств текучести и разрушения пластичных материалов в условиях квазистатического нагружения при различных уровнях трехосности напряжений. Проведено тщательное численное исследование экспериментальной установки, которое показало, что напряжения достаточно равномерно распределены в рабочем сечении образца на всех этапах испытания. К сожалению, эти методики ориентированы на исследование пластичных материалов и для изучения поведения малодеформируемых хрупких сред типа горных пород неприменимы.

За прошедшие 10–15 лет обычный сжимающий вариант РСГ был модифицирован путем размещения образца обычной формы (цилиндрической или кубической) между параллельными скошенными концами нагружающего и опорного стержней для изучения сдвигово-сжатого поведения металлических ячеистых материалов [14], алюминиевых сотовых конструкций [15] и металлического припоя [16]. Примыкающие к мерным стержням скошенные наконечники были наклонены под разными углами нагружения (от 0 до 60° с шагом 15°), изготовлены из того же материала и имели тот же внутренний диаметр, что и мерные стержни Гопкинсона. В использованных методиках сопротивление образца на сдвиг по наклонным плоскостям нагружения неизбежно инициирует поперечные волны от границ раздела образец/стержень и приводит к изгибной деформации концов стержня. Нежелательная изгибная деформация изменяет осевое направление обоих стержней на концах, прилегающих к образцу, что приводит к ошибкам при разложении усилий и перемещений на продольную и сдвиговые составляющие. Более того, чрезмерная изгибная деформация также приводит к повреждению нагружающего устройства. Поэтому на скошенные концы стержней с установленным между ними образцом устанавливается стальная цилиндрическая направляющая обойма с внутренним слоем из тефлона для осевой фиксации концов стержней [14, 15].

Для исследования поведения взрывчатых веществ с полимерным связующим при динамической нагрузке сжатия-сдвига используется установка из трех мерных стержней: нагружающего диаметром 37 мм с клиновидным концом (с углом клина 90°) и двух опорных диаметром 20 мм, повернутых каждый на 45° относительно оси нагружения [17]. В каждом эксперименте два одинаковых образца вклеиваются каждый между одной из сторон клина на нагружающем стержне и торцом одного из опорных стержней. Благодаря этому граница каждого образца с нагружающим стержнем приобретает осевую и поперечную скорости. Таким образом, образцы подвергаются комбинированному сжимающему и сдвиговому нагружению при высоких скоростях деформации.

Кроме того, известны схемы динамического сжатия образцов с торцами, скошенными на некоторый угол относительно оси нагружения, которые позволяют реализовать в образце комбинированное напряженное состояние при обычном динамическом сжатии в системе РСГ. Идея наклонного образца впервые была предложена

Л. Мейером и др. [18] для исследования адиабатических полос сдвига металлических материалов в копровых испытаниях падающим грузом и позднее развита в [19] при исследовании прочности на разрушение и развитие повреждений боросиликатного стекла при комбинированной нагрузке сжатия-сдвига. Эксперименты проводились с использованием модифицированной версии РСГ на кубовидных образцах с осью материала, наклоненной к направлению нагрузки под разными углами (0, 3, 5 и 7°) для создания в образце наряду с сжимающими еще и сдвиговых напряжений различной интенсивности. В [20] исследовалось поведение цилиндрических образцов известняка с наклонной конфигурацией при углах наклона торцов от 0 до 7°, которая обеспечивает напряженное состояние сжатия и сдвига при продольном сжатии. В продолжение этих исследований в [21] на модифицированной установке, реализующей статическое осевое сжатие образца и его последующее динамическое нагружение, исследовалось поведение наклонных образцов известняка при комбинированном напряженном состоянии сжатия со сдвигом.

В статье [22] было проведено исследование гранита путем добавления в испытательную систему РСГ пары наконечников типа «клин–ласточкин хвост» на торцах мерных стержней с разработанными наклонными поверхностями, между которыми располагались два одинаковых образца. Соотношение компонент сжатия и сдвига в образцах от приложенных нагрузок можно было регулировать, изменяя угол наклона наконечников (от 0 до 60°). Эта методика позволяет получить сопряженные поверхности текучести при сжатии и сдвиге или поверхности разрушения хрупких материалов, подобных горным породам, при различных скоростях нагружения. Главное ограничение метода заключается в том, что когда угол наклона торцов стержней достаточно велик, то есть близок к 60°, происходит поверхностное скольжение образцов по наклонным поверхностям наконечников. Сложность применения такой методики состоит в большой трудоемкости изготовления пары образцов для испытаний строго одинаковых размеров.

В настоящей статье для исследования деформационных и прочностных свойств скальных пород при комбинированном напряженном состоянии сжатия-сдвига за основу была принята методика, предложенная в [14]. Это методика была модифицирована путем использования жесткой стальной обоймы на рабочей зоне образца и примыкающих к нему торцах мерных стержней, наклоненных на некоторый угол.

Экспериментальная методика

Реализована экспериментальная методика исследования процессов деформирования и разрушения образцов скальных пород в условиях комбинированного нагружения волнами сжатия и сдвига. Установка включает в себя нагружающее устройство (газовую пушку) калибра 20 мм, позволяющее разгонять ударники различной длины до скоростей 2–20 м/с [23], а также систему РСГ диаметром 20 мм и общей длиной 3 м. В результате соударения ударника с торцом нагружающего мерного стержня возбуждается упругая одномерная волна сжатия $\varepsilon_s(t)$ (падающий импульс), которая по достижении образца частично отражается обратно волной растяжения $\varepsilon_r(t)$ (отраженный импульс), а частично проходит через образец в опорный мерный стержень волной сжатия $\varepsilon_t(t)$ (прошедший импульс). Для регистрации этих импульсов используются малогабаритные тензорезисторы, наклеенные на боковую поверхность нагружающего и опорного стержней. Обработка полученных импульсов производится по формулам метода Кольского [24]. В результате получается диаграмма

одноосного сжатия $\sigma(t)$ испытуемого образца и зависимость изменения скорости его деформации $\dot{\varepsilon}(t)$.

Для создания в испытуемом образце сложного НДС сжатия со сдвигом торцы мерных стержней, примыкающих к испытуемому образцу, наклонены относительно оси нагружения на некоторый угол и располагаются параллельно друг другу. Между этими наклонными плоскостями располагается образец цилиндрической формы, который подвергается воздействию комбинации волн сжатия и сдвига. Вариация угла наклона поверхностей позволяет изменять соотношение между напряжениями сжатия и сдвига в образце.

На рис. 1 приведена схема размещения образца между наклонными торцами мерных стержней. Динамическому нагружению подвергается образец 3 скальных пород цилиндрической формы, который располагается между двух зеркально расположенных наклонных поверхностей нагружающего 1 и опорного 2 мерных стержней. В процессе нагружения происходит продольное перемещение торца нагружающего стержня на некоторую величину d , которое за счет трения на плоскостях контакта образца с наклонными поверхностями вызывает перекашивание образца на угол γ . Таким образом, в образце, помимо нормального сжатия, происходит сдвиг. Для того чтобы избежать поперечного смещения примыкающих к образцу скошенных концов мерных стержней в процессе нагружения образца, вся зона нагружения располагается в центрирующей стальной муфте 4, с легким трением надевающейся на концы мерных стержней. Толщина стенки муфты равна 10 мм. Боковая поверхность мерных стержней, примыкающая к их торцам, смазывалась для уменьшения трения между внутренней поверхностью стальной муфты и смещающимися в процессе нагружения концами мерных стержней.

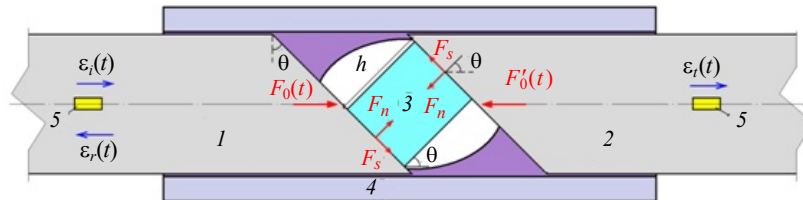


Рис. 1. Конфигурация зоны нагружения образца

Для возможности проводить высокоскоростную кинорегистрацию процесса деформирования образца при его нагружении муфта 4 имеет с одной стороны овальное отверстие.

На рис. 1 угол θ поворота нагружаемых плоскостей образца относительно оси нагружения соответствует углу между осью нагружения и нормалью к образцу, $F_0(t)$ – сила, приложенная к сборке с образцом, а $F_n(t)$ и $F_s(t)$ – соответственно нормальная и тангенциальная силы, приложенные к образцу горной породы высотой h . Процесс развития усилия $F_0(t)$ можно определить по зарегистрированным тензодатчиками 5 на мерных стержнях сигналам в нагружающем и опорном мерных стержнях:

$$F_0(t) = \frac{A_b E_b}{2} [\varepsilon_i(t) + \varepsilon_r(t) + \varepsilon_t(t)], \quad (1)$$

где t – время процесса, A_b и E_b – площади поперечного сечения и модули упругости нагружающего 1 и опорного 2 стержней; $\varepsilon_i(t)$, $\varepsilon_r(t)$ и $\varepsilon_t(t)$ – зарегистрированные сигналы деформации в падающей, отраженной и прошедшей волнах соответственно.

Для выполнения основной предпосылки метода Кольского об обеспечении равномерного напряженного состояния образца при испытаниях, выраженное в равенстве сил на торцах образца, используется формирователь нагружающего импульса на ударяемом торце нагружающего стержня в виде тонкой прокладки из пластичного материала. Такой формирователь обеспечивает плавное нарастание фронта падающего импульса, в течение которого происходит многократное прохождение импульса по телу образца туда и обратно и выравнивание напряженного состояния образца.

В процессе динамических испытаний при достижении равновесия усилий $F_0(t)$ и $F'_0(t)$ на торцах сборки с образцом нормальная сила $F_n(t)$ и тангенциальная сила $F_s(t)$, приложенные к образцу, будут удовлетворять условию:

$$F_n(t) \cos \theta + F_s(t) \sin \theta = F_0(t). \quad (2)$$

Уравнение (2) получено при равновесии сил вдоль направления удара и содержит два неизвестных, поэтому для нахождения $F_n(t)$ и $F_s(t)$ требуется дополнительное условие к уравнению (2).

В процессе нагружения образца импульсом сжатия происходит смещение наклонной поверхности нагружающего стержня вдоль направления нагрузки на величину $d(t)$, которая может быть определено по зарегистрированным сигналам в нагружающем и опорном стержнях:

$$d(t) = C_b \int_0^t [\varepsilon_i(t) - \varepsilon_r(t) - \varepsilon_t(t)] dt, \quad (3)$$

где C_b – скорость продольной упругой волны в нагружающем 1 и опорном 2 мерных стержнях.

Когда между образцом скальной породы и наклонными поверхностями торцов мерных стержней не происходит поверхностного скольжения, перемещение наклонного торца нагружающего стержня на величину $d(t)$ вызывает нормальное сжатие образца и его перекашивание на угол α (рис. 2).

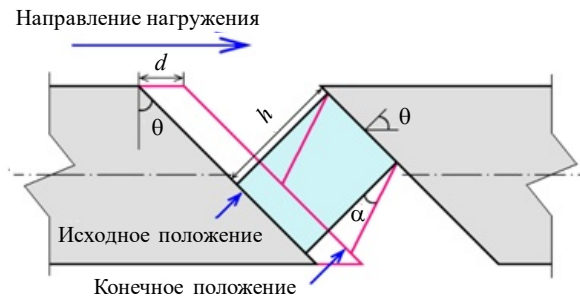


Рис. 2. Схема деформирования образца

В случае испытания малодеформируемых образцов скальных пород смещение $d(t)$ мало, поэтому нормальная деформация $\varepsilon_s(t)$ и малая деформация сдвига $\gamma_s(t)$ образца горной породы высотой h могут быть выражены как:

$$\varepsilon_s(t) = \frac{d(t) \cos \theta}{h}, \quad \gamma_s(t) \approx \operatorname{tg} \alpha(t) \approx \frac{d(t) \sin \theta}{h}, \quad (4)$$

или с учетом (3):

$$\begin{aligned}\varepsilon_s(t) &= \frac{C_b}{h} \cos \theta \int_0^t [\varepsilon_i(t) - \varepsilon_r(t) - \varepsilon_t(t)] dt, \\ \gamma_s(t) &\approx \operatorname{tg} \alpha(t) \approx \frac{C_b}{h} \sin \theta \int_0^t [\varepsilon_i(t) - \varepsilon_r(t) - \varepsilon_t(t)] dt.\end{aligned}\quad (5)$$

В этой схеме нагружения образец скальной породы подвергается комбинированному воздействию сжатия и сдвига, причем, поскольку скальная порода является хрупкой малодеформируемой средой, образец при нагружении демонстрирует практически линейно упругое поведение почти до разрушения. Поэтому к анализу процесса комбинированного деформирования образца могут применяться уравнения теории упругости с использованием упругих констант путем привлечения модуля продольной упругости E и модуля сдвига G , связь между которыми записывается через коэффициент Пуассона ν :

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}. \quad (6)$$

Когда образец находится в упругом состоянии, нормальная $F_n(t)$ и касательная $F_s(t)$ силы в образце с учетом (4) и (6) должны удовлетворять следующим соотношениям:

$$\begin{aligned}F_n(t) &= \sigma_s(t) A_s = A_s E_s \varepsilon_s(t) = A_s E_s \frac{d(t)}{h} \cos \theta, \\ F_s(t) &= \tau_s(t) A_s = A_s G_s \gamma_s(t) = A_s E_s \frac{d(t)}{h} \cdot \frac{\sin \theta}{2(1 + \nu)},\end{aligned}\quad (7)$$

где $\sigma_s(t)$ и $\tau_s(t)$ – нормальная и сдвиговая компоненты напряжения в образце с площадью поперечного сечения A_s ; E_s – модуль продольной упругости образца.

Подставляя зависимости (7) в уравнение (2), получим:

$$A_s E_s \frac{d(t) \cos \theta}{h} \cos \theta + A_s \frac{E_s}{2(1 + \nu)} \cdot \frac{d(t) \sin \theta}{h} \sin \theta = F_0(t). \quad (8)$$

После преобразований получим:

$$A_s E_s \frac{d(t)}{h} \left[\frac{\cos^2 \theta \cdot 2(1 + \nu) + \sin^2 \theta}{2(1 + \nu)} \sin \theta \right] = F_0(t) \quad (9)$$

и

$$A_s E_s \frac{d(t)}{h} = \frac{2(1 + \nu)}{(1 + 2\nu) \cos^2 \theta + 1} F_0(t). \quad (10)$$

Подстановка зависимости (10) в формулы (7) позволяет определить нормальные и сдвиговые усилия в образце:

$$\begin{aligned}F_n(t) &= A_s E_s \frac{d(t)}{h} \cos \theta \cdot F_0(t) = \frac{2(1 + \nu) \cos \theta}{(1 + 2\nu) \cos^2 \theta + 1} F_0(t), \\ F_s(t) &= A_s E_s \frac{d(t)}{h} \cdot \frac{\sin \theta}{2(1 + \nu)} \cdot F_0(t) = \frac{\sin \theta}{(1 + 2\nu) \cos^2 \theta + 1} F_0(t).\end{aligned}\quad (11)$$

С помощью этих зависимостей и учетом (1) можно найти параметрические зависимости развития нормальной и сдвиговой компонент напряжения в образце:

$$\sigma_s(t) = \frac{2(1+\nu)\cos\theta}{(1+2\nu)\cos^2\theta+1} \cdot \frac{A_b E_b}{A_s} [\varepsilon_i(t) + \varepsilon_r(t) + \varepsilon_t(t)],$$

$$\tau_s(t) = \frac{\sin\theta}{(1+2\nu)\cos^2\theta+1} \cdot \frac{A_b E_b}{A_s} [\varepsilon_i(t) + \varepsilon_r(t) + \varepsilon_t(t)].$$
(12)

Полученные зависимости $\sigma_s(\varepsilon_s)$ и $\tau_s(\varepsilon_s)$ вместе с результатами одноосных испытаний при сжатии и растяжении позволяют получить дополнительные точки на поверхности разрушения в пространстве напряжений.

Результаты испытаний

Для динамических испытаний были изготовлены образцы из метаморфических горных пород – мрамора месторождения «Уфалей». Из имеющегося массива сначала с помощью алмазного диска вырезались прямоугольные плиты толщиной 10 мм. Для резки использовался камнерезный станок, обеспечивающий стабильные размеры и геометрию вырезаемых полуфабрикатов и чистовых образцов. Далее из этих плит алмазной коронкой вырезались цилиндрические образцы диаметром ~ 12 мм.

Для проведения динамических испытаний были изготовлены два комплекта мерных стержней из сплава Д16Т диаметром 20 мм. Примыкающие к образцу концы мерных стержней имели скошенные торцы под углами 15 и 30° для создания в образцах различных соотношений между нормальной и сдвиговой компонентами напряжений.

При подготовке испытаний на конец одного из мерных стержней надевалась центрирующая муфта с окном для кино съемки. Испытуемый образец скальной породы зажимался между наклонными торцами установленных в юстировочных опорах мерных стержней. На рабочую зону аккуратно надвигалась центрирующая муфта. После выполнения необходимых подготовительных операций проводилась электрическая калибровка измерительных каналов [25].

Проведен цикл динамических экспериментов по комбинированному нагружению образцов мрамора импульсами сжатия со сдвигом. Нагружение системы РСГ проводилось цилиндрическим ударником диаметром 20 мм и длиной 200 мм из сплава Д16Т. Вариация скорости ударника позволяла возбуждать в нагружающем мерном стержне импульсы упругой деформации различной амплитуды, что приводило к деформированию испытуемого образца с различными скоростями деформации. При каждом угле наклона торцов мерных стержней испытано по 10 образцов с некоторой вариацией скорости деформации.

В процессе эксперимента проведена регистрация импульсов упругой деформации в мерных стержнях, а также высокоскоростная кинорегистрация процесса деформирования и разрушения испытуемого образца скоростной камерой.

Типичные результаты одного из экспериментов комбинированного нагружения образца мрамора при угле наклона торцов мерных стержней 30° показаны на рисунках. На рис. 3 представлены зарегистрированные исходные импульсы (падающий $\sigma_i(t)$, отраженный $\sigma_r(t)$ и прошедший $\sigma_t(t)$) в мерных стержнях после их синхронизации. Критерием правильной синхронизации является наилучшее совпадение падающего импульса с суммой прошедшего и отраженного импульсов $\varepsilon_r(t) + \varepsilon_t(t)$. В результате обработки полученных импульсов по формулам метода Кольского [24]

получена диаграмма одноосного сжатия $\sigma(\varepsilon)$ испытуемого образца и зависимость изменения скорости его деформации $\dot{\varepsilon}(t)$.

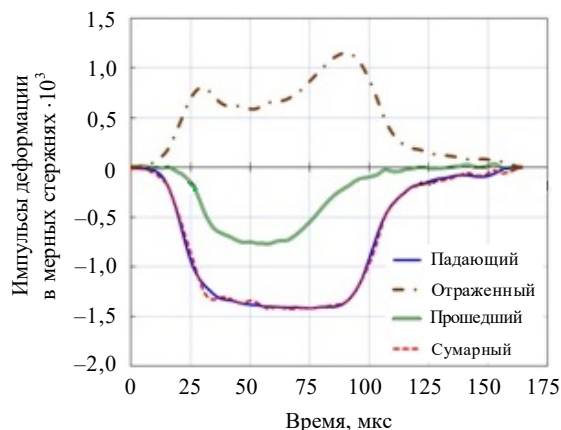


Рис. 3. Синхронизированные импульсы в мерных стержнях

На рис. 4 показаны полученные параметрические зависимости $\sigma(t)$ (сплошная линия) и $\dot{\varepsilon}(t)$ (штриховая линия) испытуемого образца. Процесс деформирования мраморного образца имеет ряд этапов, характерных для хрупкой среды: участок активного нагружения образца практически линейный, после достижения напряжения ~ 10 МПа темп роста напряжений уменьшается в связи с начавшимся процессом зарождения и развития трещин, а после достижения напряжениями максимального значения (точка *A*) начинается процесс лавинообразного разрушения образца, сопровождающегося спадом напряжения и одновременного роста скорости деформации (точка *B*).

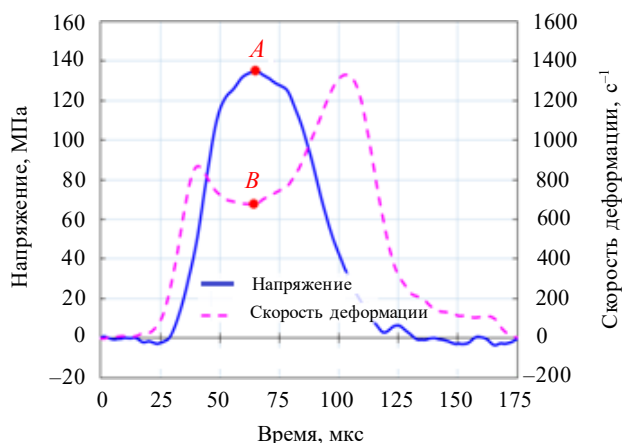


Рис. 4. Диаграммы осевого напряжения и скорости деформации

Следует отметить, что зависимости получены по импульсам в мерных стержнях и характерны для случая одноосного сжатия образца. Однако в этом случае образец за счет особой конфигурации торцов мерных стержней подвергается комбинированному нагружению сжатия со сдвигом. Поэтому, чтобы получить величины нормального и сдвигового напряжения, которым подвергается образец, зависимость осевого напряжения $\sigma(t)$ должна быть пересчитана в соответствии с формула-

ми (12). Результаты полученных параметрических процессов $\sigma_s(t)$ и $\tau_s(t)$ показаны на рис. 5. Максимальные величины нормального и сдвигового напряжения являются искомыми величинами прочности мрамора при комбинированном нагружении сжатием со сдвигом.

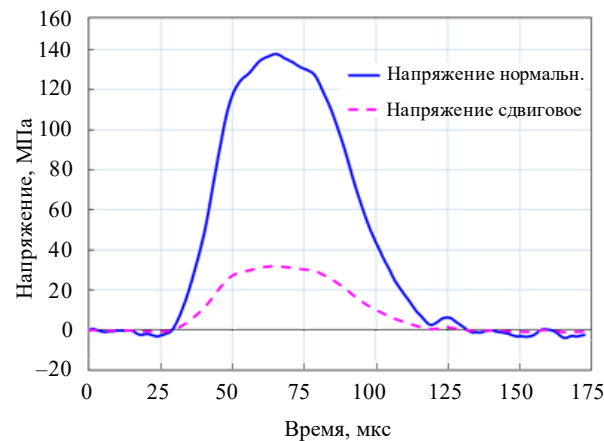


Рис. 5. Диаграммы развития во времени нормальной и сдвиговой компонент напряжения в образце

Кроме нормальной и сдвиговой компонент напряжения в образце по формулам (5) могут быть определены нормальная $\epsilon_s(t)$ и сдвиговая $\gamma_s(t)$ компоненты деформации (рис. 6). На рис. 7 построены диаграммы нормальной $\sigma_s(\epsilon_s)$ и сдвиговой $\tau_s(\epsilon_s)$ компонент напряжения в образце.

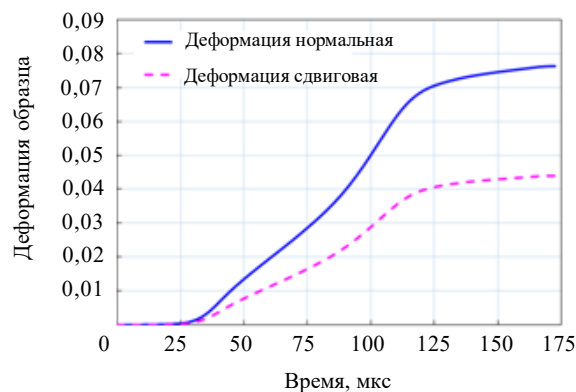


Рис. 6. Процессы развития нормальной и сдвиговой компонент деформации образца

Аналогичный набор диаграмм был получен в остальных экспериментах при углах θ наклона торцов мерных стержней 15 и 30°. В результате были определены величины предельных напряжений (нормальной и сдвиговой компонент), которые представлены на рис. 8. Штриховыми линиями показаны аппроксимационные зависимости экспоненциального вида с соответствующими уравнениями и величины достоверности аппроксимации R^2 . Видно, что полученные прочностные характеристики мрамора с ростом скорости деформации уменьшаются.

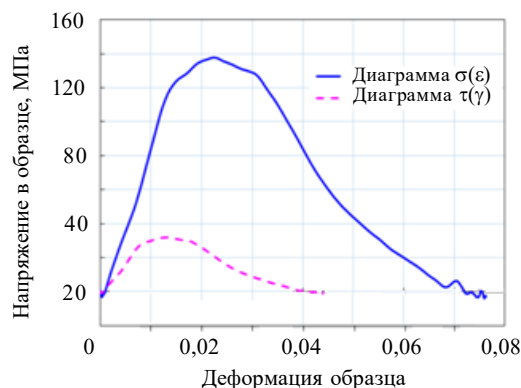


Рис. 7. Диаграммы нормальной и сдвиговой компонент напряжения в образце

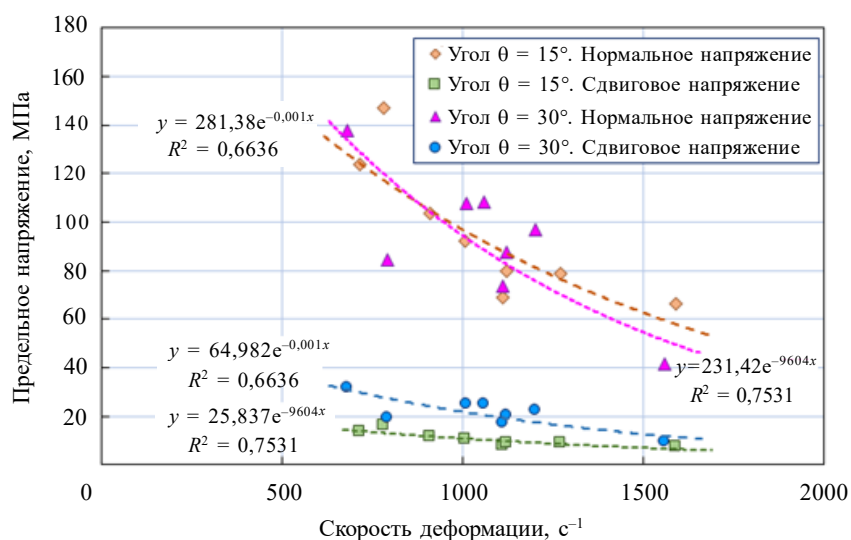


Рис. 8. Влияние скорости деформации и угла наклона торцов мерных стержней

Средние величины представленных на рис. 8 компонент нормальных и сдвиговых напряжений, полученных по результатам испытаний при двух углах наклона торцов мерных стержней, приведены в таблице 1.

Таблица 1

Средние величины нормальных и сдвиговых напряжений

Напряжение, МПа	Угол наклона торцов мерных стержней $\theta = 15^\circ$	Угол наклона торцов мерных стержней $\theta = 30^\circ$
Нормальное	95,01	92,20
Сдвиговое	10,61	21,29

Видно, что при увеличении угла наклона торцов мерных стержней нормальная компонента напряжения уменьшается, а сдвиговая компонента увеличивается.

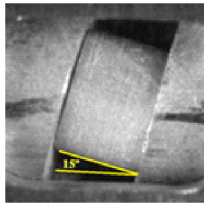
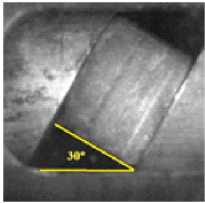
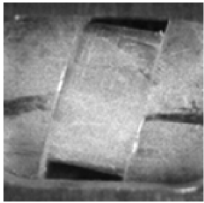
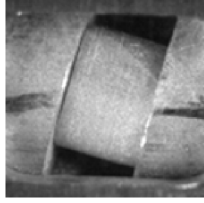
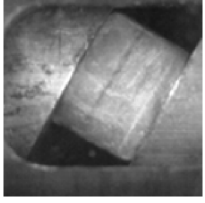
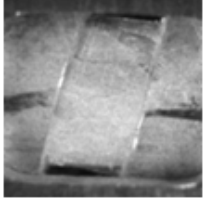
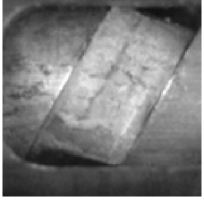
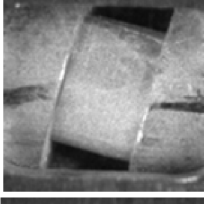
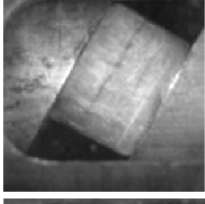
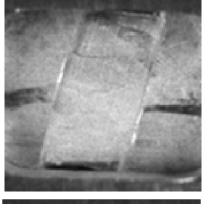
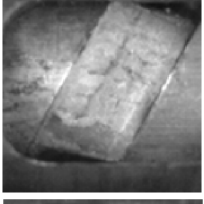
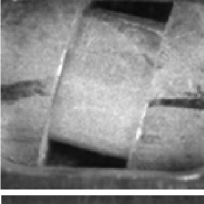
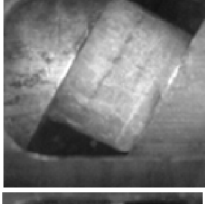
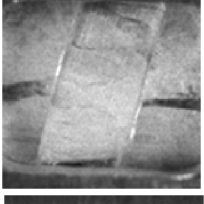
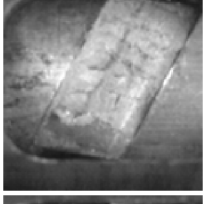
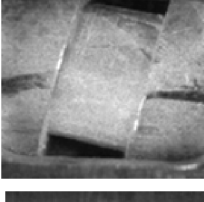
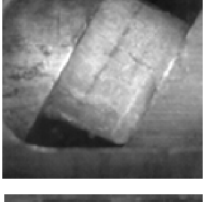
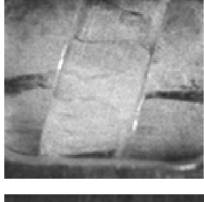
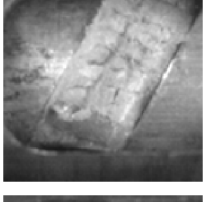
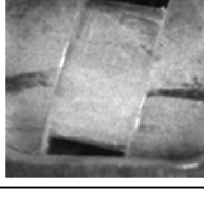
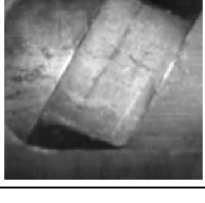
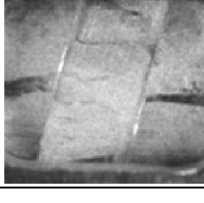
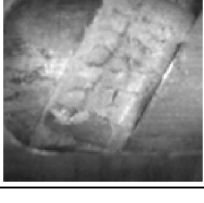
Для изучения процесса деформирования и разрушения образцов мрамора проводилась высокоскоростная регистрации с использованием камеры Phantom VEO 710L при скорости съемки 200 000 кадр/с, время экспозиции каждого кадра составляло 3 мкс, интервал между кадрами – 5 мкс. Высокоскоростная регистрация позволяет оценить процессы развития нормальной и сдвиговой компонент деформации.

ции, а также наличие скольжения торцов образца по наклонным поверхностям концов мерных стержней.

В таблице 2 представлены сокращенные кинограммы процесса деформирования и разрушения образцов мрамора при комбинированном нагружении сжатием со сдвигом при углах наклона торцов мерных стержней 15 и 30°. Показаны выборочные кадры, интервал между которыми составляет 15 мкс. В кадре нагружающий стержень расположен справа.

Таблица 2

Кинограммы процесса деформирования и разрушения образцов мрамора

	15°	30°		15°	30°
0 мкс			90 мкс		
15 мкс			105 мкс		
30 мкс			120 мкс		
45 мкс			135 мкс		
60 мкс			150 мкс		
75 мкс			165 мкс		

Анализ полученных кинограмм деформирования образцов при угле $\theta = 15^\circ$ свидетельствует о том, что в течение первых 50 мкс происходит незначительное сдавливание образцов по нормали к поверхности и соответствующее расширение в поперечном направлении. Существенного перекашивания образца не происходит. Далее начинается процесс заметной сдвиговой деформации, приводящий к уменьшению исходного угла между нормалью образца и осью нагружения до нуля (105 мкс) и затем к его увеличению в отрицательной области. После ~100 мкс становятся заметными трещины вдоль оси нагружения.

Несколько иначе ведет себя образец мрамора при угле $\theta = 30^\circ$: уменьшение угла между нормалью образца и осью нагружения до нуля происходит во время около 150 мкс, а сам образец испытывает поперечное расширение с появлением трещин вдоль нормали образца, начиная с 45 мкс.

Судя по симметричному поперечному расширению образцов при обоих углах θ , скольжения образцов по наклонным торцам мерных стержней не происходит.

Заключение

По результатам цикла исследований можно сделать вывод, что при увеличении угла наклона торцов мерных стержней нормальная компонента напряжения уменьшается, а сдвиговая компонента увеличивается.

Полученные зависимости $\sigma_s(\epsilon_s)$ и $\tau_s(\gamma_s)$ вместе с результатами одноосных испытаний при сжатии и растяжении позволяют определить дополнительные точки на поверхности разрушения в пространстве напряжений, которые помогут идентифицировать требуемые модели разрушения скальных пород.

Список литературы

1. Zhang Q.B., Zhao J. A review of dynamic experimental techniques and mechanical behavior of rock material. *Rock Mechanics and Rock Engineering*. 2014. Vol. 47. Iss. 4. P. 1411–1478. <https://doi.org/10.1007/s00603-013-0463-y>.
2. Huang J.Y., Xu S.L., Hu S.S. Numerical investigations of the dynamic shear behavior of rough rock joints. *Rock Mechanics and Rock Engineering*. 2014. Vol. 47. Iss. 5. P. 1727–1743. <https://doi.org/10.1007/s00603-013-0502-8>.
3. Xia K., Nassari M.H.B., Mohanty B., Lu F., Chen R., Luo S.N. Effects of microstructures on dynamic compression of Barre granite. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*. 2008. Vol. 45. Iss. 6. P. 879–887. DOI: 10.1016/j.ijrmms.2007.09.013.
4. Doan M.-L., Gary G. Rock pulverization at high strain rate near the San Andreas fault. *Nature Geoscience*. 2009. Vol. 2. Iss. 10. P. 709–712. <https://doi.org/10.1038/ngeo640>.
5. Dai F., Huang S., Xia K., Tan Z. Some fundamental issues in dynamic compression and tension tests of rocks using split Hopkinson pressure bar. *Rock Mechanics and Rock Engineering*. 2010. Vol. 43. Iss. 6. P. 657–666. DOI: 10.1007/s00603-010-0091-8.
6. Брагов А.М., Константинов А.Ю., Ламзин Д.А., Ломунов А.К., Филиппов А.Р. Динамическое деформирование и разрушение хрупких структурно-неоднородных сред. *Проблемы прочности и пластичности*. 2012. Т. 74. № 1. С. 59–67. DOI: 10.32326/1814-9146-2012-74-1-59-67.
7. Zhou Y.X., Xia K., Li X.B., Li H.B., Ma G.W., Zhao J., Zhou Z.L., Dai F. Suggested methods for determining the dynamic strength parameters and mode-I fracture toughness of rock materials. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*. 2012. Vol. 49. P. 105–112. DOI: 10.1016/j.ijrmms.2011.10.004.
8. Baker W.W., Yew C.H. Strain rate effects in the propagation of torsional plastic waves. *Journal of Applied Mechanics*. 1966. Vol. 33. Iss. 6. P. 917–923. <https://doi.org/10.1115/1.3625202>.
9. Fukui K., Okubo S., Ogawa A. Some aspects of loading-rate dependency of Sanjome

- andesite strengths. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*. 2004. Vol. 41. Iss. 7. P. 1215–1219. DOI: 10.1016/j.ijmms.2004.06.001.
10. Huang S., Feng X.T., Xia K. A dynamic punch method to quantify the dynamic shear strength of brittle solids. *Review of Scientific Instruments*. 2011. Vol. 82. Iss. 5. Article No 053901. DOI: 10.1063/1.3585983.
 11. Rittel D., Lee S., Ravichandran G. A shear-compression specimen for large strain testing. *Experimental Mechanics*. 2002. Vol. 42. P. 58–64. DOI: 10.1007/BF02411052.
 12. Zhao J., Knauss W.G., Ravichandran G. A new shear-compression-specimen for determining quasistatic and dynamic polymer properties. *Experimental Mechanics*. 2009. Vol. 49. Iss. 3. P. 427–436. DOI: 10.1007/s11340-008-9171-z.
 13. Dorogoy A., Karp B., Rittel D. A shear compression disk specimen with controlled stress triaxiality under quasi-static loading. *Experimental Mechanics*. 2011. Vol. 51. Iss. 9. P. 1545–1557. DOI: 10.1007/s11340-011-9482-3.
 14. Fang D., Li Y., Zhao H. On the behavior characterization of metallic cellular materials under impact loading. *Acta Mechanica Sinica*. 2010. Vol. 26. P. 837–846. <https://doi.org/10.1007/s10409-010-0392-x>.
 15. Tounsi R., Zouari B., Chaari F., Haugou G., Markiewicz E., Dammak F. Experimental study of aluminium honeycomb behaviour under dynamic multiaxial loading. *EPJ Web of Conferences*. 2012. Vol. 26. Article No 01050. DOI: 10.1051/epjconf/20122601050.
 16. Niu X., Chen C., Shen L., Chen L., Zhou J. Experimental and numerical study on dynamic mechanical behaviors of low-silver lead-free solder under combined compression-shear loadings. *Journal of Materials Science: Materials in Electronics*. 2019. Vol. 30. P. 18678–18685. <https://doi.org/10.1007/s10854-019-02220-0>.
 17. Zhao P.D., Lu F.Y., Chen R., Lin Y.L., Li J. L., Lu L., Sun G.L. A technique for combined dynamic compression-shear testing of PBXs. *Experimental Mechanics*. 2012. P. 52. Iss. 3. P. 205–213. DOI: 10.1063/1.3557826.
 18. Meyer L.W., Staskewitsch E., Burblied A. Adiabatic shear failure under biaxial dynamic compression/shear loading. *Mechanics of Materials*. 1994. Vol. 17. Iss. 2-3. P. 203–214. DOI: 10.1016/0167-6636(94)90060-4.
 19. Nie X., Chen W.W., Sun X., Templeton D.W. Dynamic failure of borosilicate glass under compression/shear loading experiments. *American Ceramic Society*. 2007. Vol. 90. Iss. 8. P. 2556–2562. DOI: 10.1111/j.1551-2916.2007.01819.x.
 20. Xu Y., Dai F. Dynamic response and failure mechanism of brittle rocks under combined compression-shear loading experiments. *Rock Mechanics and Rock Engineering*. 2018. Vol. 51. P. 747–764. <https://doi.org/10.1007/s00603-017-1364-2>.
 21. Xu Y., Dai F., Du H. Experimental and numerical studies on compression-shear behaviors of brittle rocks subjected to combined static-dynamic loading. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2020. Vol. 175. Article No 105520. <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2020.105520>.
 22. Xu S., Huang J., Wang P., Zhang C., Zhou L., Hu S. Investigation of rock material under combined compression and shear dynamic loading: an experimental technique. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2015. Vol. 86. P. 206–222. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2015.07.014>.
 23. Деменко П.В. Установка для динамических испытаний структурно-неоднородных материалов на основе разрезного стержня Гопкинсона диаметром 60 мм. *Проблемы прочности и пластичности: Межвуз. сборник*. Вып. 63. Нижний Новгород, 2001. С. 186–190.
 24. Брагов А.М., Ломунов А.К. Использование метода Кольского для исследования процессов высокоскоростного деформирования материалов различной физической природы. Н.Новгород: Изд-во ННГУ, 2017. 148 с.
 25. Ломунов А.К. Методика исследования процессов вязкопластического деформирования и свойств материала на базе разрезного стержня Гопкинсона: *Дисс ... канд. техн. наук*. Горький, 1987. 231 с.

References

1. Zhang Q.B., Zhao J. A review of dynamic experimental techniques and mechanical behavior of rock material. *Rock Mech. Rock Eng.* 2014. Vol. 47. Iss. 4. P. 1411–1478. <https://doi.org/10.1007/s00603-013-0463-y>.
2. Huang J.Y., Xu S.L., Hu S.S. Numerical investigations of the dynamic shear behavior of rough rock joints. *Rock Mech. Rock Eng.* 2014. Vol. 47. Iss. 5. P. 1727–1743. <https://doi.org/10.1007/s00603-013-0502-8>.
3. Xia K., Nassari M.H.B., Mohanty B., Lu F., Chen R., Luo S.N. Effects of microstructures on dynamic compression of Barre granite. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.* 2008. Vol. 45. Iss. 6. P. 879–887. DOI: 10.1016/j.ijrmms.2007.09.013.
4. Doan M.-L., Gary G. Rock pulverization at high strain rate near the San Andreas fault. *Nat. Geosci.* 2009. Vol. 2. Iss. 10. P. 709–712. <https://doi.org/10.1038/ngeo640>.
5. Dai F., Huang S., Xia K., Tan Z. Some fundamental issues in dynamic compression and tension tests of rocks using split Hopkinson pressure bar. *Rock Mech. Rock Eng.* 2010. Vol. 43. Iss. 6. P. 657–666. DOI: 10.1007/s00603-010-0091-8.
6. Bragov A.M., Konstantinov A.YU., Lamzin D.A., Lomunov A.K., Filippov A.R. Dinamicheskoe deformirovanie i razrushenie khrupkikh strukturno-neodnorodnykh sred [Dynamic deformation and fracture of heterogeneous brittle media]. *Problemy prochnosti i plastichnosti [Problems Strength and Plasticity]*. 2012. Vol. 74. No 1. P. 59–67 (In Russian).
7. Zhou Y.X., Xia K., Li X.B., Li H.B., Ma G.W., Zhao J., Zhou Z.L., Dai F. Suggested methods for determining the dynamic strength parameters and mode-I fracture toughness of rock materials. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.* 2012. Vol. 49. P. 105–112. DOI: 10.1016/j.ijrmms.2011.10.004.
8. Baker W.W., Yew C.H. Strain rate effects in the propagation of torsional plastic waves. *J. Appl. Mech.* 1966. Vol. 33. Iss. 6. P. 917–923. <https://doi.org/10.1115/1.3625202>.
9. Fukui K., Okubo S., Ogawa A. Some aspects of loading-rate dependency of Sanjome andesite strengths. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.* 2004. Vol. 41. Iss. 7. P. 1215–1219. DOI: 10.1016/j.ijrmms.2004.06.001.
10. Huang S., Feng X.T., Xia K. A dynamic punch method to quantify the dynamic shear strength of brittle solids. *Review of Scientific Instruments*. 2011. Vol. 82. Iss. 5. Article No 053901. DOI: 10.1063/1.3585983.
11. Rittel D., Lee S., Ravichandran G. A shear-compression specimen for large strain testing. *Exp. Mech.* 2002. Vol. 42. P. 58–64. DOI: 10.1007/BF02411052.
12. Zhao J., Knauss W.G., Ravichandran G. A new shear-compression-specimen for determining quasistatic and dynamic polymer properties. *Exp. Mech.* 2009. Vol. 49. Iss. 3. P. 427–436. DOI: 10.1007/s11340-008-9171-z.
13. Dorogoy A., Karp B., Rittel D. A shear compression disk specimen with controlled stress triaxiality under quasi-static loading. *Exp. Mech.* 2011. Vol. 51. Iss. 9. P. 1545–1557. DOI: 10.1007/s11340-011-9482-3.
14. Fang D., Li Y., Zhao H. On the behavior characterization of metallic cellular materials under impact loading. *Acta Mech. Sin.* 2010. Vol. 26. P. 837–846. <https://doi.org/10.1007/s10409-010-0392-x>.
15. Tounsi R., Zouari B., Chaari F., Haugou G., Markiewicz E., Dammak F. Experimental study of aluminium honeycomb behaviour under dynamic multiaxial loading. *EPJ Web of Conferences*. 2012. Vol. 26. Article No 01050. DOI: 10.1051/epjconf/20122601050.
16. Niu X., Chen C., Shen L., Chen L., Zhou J. Experimental and numerical study on dynamic mechanical behaviors of low-silver lead-free solder under combined compression-shear loadings. *J. Mater. Sci.: Mater. Electron.* 2019. Vol. 30. P. 18678–18685. <https://doi.org/10.1007/s10854-019-02220-0>.
17. Zhao P.D., Lu F.Y., Chen R., Lin Y.L., Li J. L., Lu L., Sun G.L. A technique for combined dynamic compression-shear testing of PBXs. *Exp. Mech.* 2012. P. 52. Iss. 3. P. 205–213. DOI: 10.1063/1.3557826.
18. Meyer L.W., Staskewitsch E., Burblied A. Adiabatic shear failure under biaxial dynamic compression/shear loading. *Mech. Mater.* 1994. Vol. 17. Iss. 2-3. P. 203–214. DOI: 10.1016/0167-6636(94)90060-4.

19. Nie X., Chen W.W., Sun X., Templeton D.W. Dynamic failure of borosilicate glass under compression/shear loading experiments. *American Ceramic Society*. 2007. Vol. 90. Iss. 8. P. 2556–2562. DOI: 10.1111/j.1551-2916.2007.01819.x.
20. Xu Y., Dai F. Dynamic response and failure mechanism of brittle rocks under combined compression-shear loading experiments. *Rock Mech. Rock Eng.* 2018. Vol. 51. P. 747–764. <https://doi.org/10.1007/s00603-017-1364-2>.
21. Xu Y., Dai F., Du H. Experimental and numerical studies on compression-shear behaviors of brittle rocks subjected to combined static-dynamic loading. *Int. J. Mech. Sci.* 2020. Vol. 175. Article No 105520. <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2020.105520>.
22. Xu S., Huang J., Wang P., Zhang C., Zhou L., Hu S. Investigation of rock material under combined compression and shear dynamic loading: an experimental technique. *International J. Mech. Sci.* 2015. Vol. 86. P. 206–222. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2015.07.014>.
23. Demenko P.V. Ustanovka dlya dinamicheskikh ispytaniy strukturno-neodnorodnykh materialov na osnove razreznogo sterzhnya Gopkinsona diametrom 60 mm [A setup for dynamic testing of structurally heterogeneous materials based on a split Hopkinson bar with a diameter of 60 mm]. *Problemy prochnosti i plastichnosti: Mezhvuz. sbornik [Problems of Strength and Plasticity: Inter-university collection]*. Vyp. 63. Nizhniy Novgorod. 2001. P. 186–190 (In Russian).
24. Bragov A.M., Lomunov A.K. *Ispolzovanie metoda Kolskogo dlya issledovaniya protsessov vysokoskorostnogo deformirovaniya materialov razlichnoy fizicheskoy prirody [Using the Kolsky Method to Study High-Speed Deformation Processes in Materials of Different Physical Nature]*. Nizhny Novgorod. NNGU Publ. 2017. 148 p. (In Russian).
25. Lomunov A.K. Metodika issledovaniya protsessov vyazkoplasticheskogo deformirovaniya i svoystv materiala na baze razreznogo sterzhnya Gopkinsona [Methodology for studying the processes of viscoplastic deformation and properties of a material based on a split Hopkinson bar]. *Diss... kand. tekhn. nauk [Cand. Sci. (Engineering). Dissertation]*. Gorkiy. 1987. 231 p. (In Russian).

EVALUATION OF THE DYNAMIC STRENGTH OF MARBLE UNDER COMPLEX STRESS STATE OF COMPRESSION WITH SHEAR*

Balandin V.V., Balandin V.I., Lomunov A.K., Yulin E.A.

*National Research Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod,
Nizhny Novgorod, Russian Federation*

lomunov@mech.unn.ru

Received by the Editor 2026/06/01

A series of dynamic experiments was conducted on marble specimens subjected to combined compression and shear pulse loading. To create a complex stress-strain state of compression and shear in the test specimen, the ends of the measuring bars adjacent to the specimen were inclined at a certain angle relative to the loading axis. A cylindrical specimen is positioned between these inclined planes and subjected to a combination of compression and shear waves. Varying the inclination angle of the surfaces allows for a change in the ratio of compressive and shear stresses in the specimen. To prevent lateral displacement of the beveled ends of the measuring bars adjacent to the specimen during loading, the entire loading zone is located in a centering steel sleeve, which fits gently onto the ends of the measuring bars. The side surfaces of the measuring bars adjacent to their ends were lubricated to reduce friction. To conduct a series of dynamic tests on marble specimens subjected to combined compression and shear loading, two sets of 20 mm diameter measuring bars made of D16T alloy were

* Supported by the Russian Science Foundation (grant No 25-19-00380).

manufactured. The ends of the measuring bars adjacent to the specimen were beveled at angles of 15° and 30° to create different ratios between the normal and shear stress components in the specimen. As a result of a series of tests on marble specimens from the Ufaley deposit subjected to combined compression and shear loading at different strain rates and two measuring bar end angles, the maximum values of normal and shear stress were determined. These values represent the strength of the marble under combined compression and shear loading. Analysis of the average values of the normal and shear stress components obtained at different strain rates showed that with an increase in the measuring bar end angle, the normal stress component decreases, while the shear component increases.

To study the deformation and fracture of marble specimens, high-speed recording was conducted using a Phantom VEO 710L camera at a frame rate of 200,000 fps. Analysis of the resulting film images of specimen deformation indicates that, at the initial stage of loading, slight compression of the specimens occurs along the normal to the surface, followed by corresponding expansion in the transverse direction. This is followed by significant specimen distortion, leading to a decrease in the initial angle between the specimen normal and the loading axis to zero and then an increase in the negative region. Judging by the symmetrical transverse expansion of the specimens at both bevel angles, no slippage of the specimens along the inclined ends of the measuring bars occurs.

Keywords: rocks, combined loading, dynamic strength, modified Kolsky method.