

УДК 539.3

DOI: 10.32326/1814-9146-2026-88-2-89-108

## **ПРИСПОСОБЛЯЕМОСТЬ СОСУДА ПОД ДАВЛЕНИЕМ В УСЛОВИЯХ ДЛИТЕЛЬНОГО ТЕРМОСИЛОВОГО НАГРУЖЕНИЯ**

© 2026 г.

**Федоренко Р.В., Лукин А.В.**

*Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,  
Санкт-Петербург, Российская Федерация*

fedorenko\_rv@spbstu.ru

*Поступила в редакцию 30.01.2026*

Статья посвящена исследованию влияния деформаций ползучести на процесс приспособляемости сосуда под давлением при длительном циклическом нагружении. Основу методологии составляет численный анализ на базе метода конечных элементов с применением верифицированной процедуры построения диаграммы приспособляемости в пространстве нормированных механических и тепловых напряжений. В отличие от классической постановки задачи, предполагающей упруго-идеально-пластическое поведение материала, в статье учитывается кинетика ползучести согласно закону Нортон – Бейли. Параметры определяющего соотношения идентифицируются на основе экспериментальных или нормативных изохронных кривых деформирования с использованием унифицированной идентификационной процедуры. Для оценки предельной накопленной неупругой деформации и ее влияния на положение границы области рэтчетинга применяется аналитический метод упругого ядра. В рамках этого подхода восстановление деформации ползучести выполняется по изохронным кривым материала на основе максимальных напряжений в поперечном сечении. Установлено, что метод упругого ядра обеспечивает удовлетворительное качественное совпадение границ зон диаграммы приспособляемости с результатами прямого численного моделирования, однако количественное определение накопленных неупругих деформаций характеризуется существенными расхождениями. Дополнительно рассмотрено влияние упрочнения материала при циклическом нагружении, моделируемого с помощью механизма изотропно-кинематического упрочнения в рамках классической модели Ишлинского – Новожилова – Шабоша. Показано, что учет смешанного упрочнения в расчетной схеме позволяет расширить область допустимых нагрузок и тем самым повысить ресурс эксплуатационной надежности рассматриваемой конструкции.

*Ключевые слова:* приспособляемость, рэтчетинг, приработка, циклическое нагружение, сосуд под давлением, термоциклические нагрузки, пластические деформации, деформации ползучести, неупругость.

## Введение

Одним из направлений науки и техники с целью достижения технологического лидерства Российской Федерации является развитие высокоэффективной энергетики, которая включает в себя технологии замкнутого топливного цикла и термоядерные технологии [1]. В рамках перспективных проектов проводится разработка реакторов на быстрых нейтронах с жидкометаллическим теплоносителем (строящийся БРЕСТ-ОД-300 и проектируемый БР-1200), а также отечественный термоядерный реактор ТРТ [2–4].

Одной из особенностей эксплуатации указанных типов реакторов является их температурный режим работы: наиболее нагретые зоны обладают температурой свыше 500 °С. При этом, помимо значительных амплитудных значений температур, тепловые нагрузки являются существенно неравномерными и циклическими в соответствии с режимами работы реакторных установок.

Современные нормы проектирования АЭС регламентируют необходимость проведения расчета на одностороннее накопление вязкопластических деформаций под действием циклически меняющихся термосиловых нагрузок в системе [5, 6]. Такой расчет базируется на теории приспособляемости, разработанной в 60- и 70-х годах XX века отечественными [7–9] и зарубежными [10–13] учеными. В основе нормативных подходов лежит аналитическое решение задачи об определении условий приспособляемости сосуда под постоянным давлением и циклически изменяющимся градиентом температуры по толщине стенки [10], что соответствует циклам работы реакторной установки в режимах нормальной эксплуатации и останова. На базе полученных соотношений, описывающих указанные режимы, в осях механических и тепловых напряжений строится диаграмма приспособляемости (в англоязычной литературе «диаграмма Бри») [10].

В процессе развития теории проводились различные исследования с дополнением и уточнением классической задачи. Так, в статьях [12, 13] исследуется влияние изменения характера нагрузки на границы зон приспособляемости (рассматривается синхронное действие механических и тепловых нагрузок и действие нагрузок со сдвигом по времени с предельным случаем приложения нагрузок в противофазе), в [14–16] изучается влияние упрочнения на приспособляемость конструкции, в статье [11] показан подход к учету деформаций ползучести и их влияния на границы приспособляемости, в [17, 18] вводятся дополнительные составляющие напряженного состояния для описания геометрического несовершенства конструкций. Кроме того, теория получила свое применение и к другим конструкциям, работающим под действием циклических термосиловых нагрузок: в [7–9] исследуются вопросы приспособляемости элементов газотурбинных двигателей, в [19] рассматриваются элементы трубопроводов, в [20, 21] изучаются перфорированные пластины, которые используются в различных отраслях промышленности. В статье [22] демонстрируются альтернативные подходы к анализу долговечности элементов конструкций при термоциклическом нагружении. Таким образом, задачи развития и инженерного применения теории приспособляемости не теряют своей актуальности на протяжении более 50 лет. С помощью численных методов решения задач механики деформируемого твердого тела появляется возможность исследования приспособляемости различных элементов конструкций в постановках, не допускающих аналитического исследования, например, с учетом сложной реологии материала, произвольного вида циклограммы нагружения, с учетом дополнительных нагрузок в системе и др.

В настоящей статье рассматриваются вопросы учета деформаций ползучести в задачах анализа приспособляемости с помощью метода конечных элементов. В отличие от [11], где накопленные деформации ползучести определялись на основе упругопластического расчета с последующим вычислением максимальной накопленной деформации по упрощенной методике, решение проводится в квазистатической постановке с явным учетом деформаций ползучести, изменяющихся во времени согласно изохронным кривым материала. Кроме того, впервые приведены результаты решения задачи с учетом совместной работы механизмов ползучести и пластического упрочнения с целью описания процессов, протекающих в реальных материалах.

### 1. Описание классической постановки задачи

Классическая задача приспособляемости впервые представлена в статье [10]. Рассматривается сосуд под постоянным внутренним давлением, по толщине стенки которого приложен циклически изменяющийся градиент температуры (рис. 1), описываемый соотношением

$$T = -\frac{\Delta T x}{d}, \quad x \in [-d/2, d/2], \quad (1)$$

где  $\Delta T$  – амплитудное значение размаха температуры между горячей и холодной стенками сосуда,  $x$  – координата по толщине стенки сосуда,  $d$  – толщина стенки.

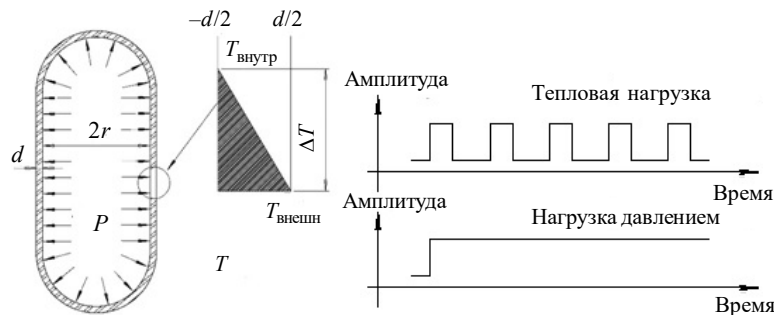


Рис. 1. Постановка задачи оценки приспособляемости

При пренебрежении влиянием краевых эффектов в зоне стыковки радиальной обечайки и крышки произвольного вида на напряженное состояние регулярного участка стенки сосуда справедливо утверждение о том, что механическая нагрузка (постоянное давление) вызывает линейаризованные напряжения растяжения всего сечения стенки (мембранные напряжения  $\sigma_p$ ), а тепловая нагрузка вызывает линейаризованные изгибные напряжения  $\sigma_b$ :

$$\sigma_p = \frac{PR}{d}, \quad \sigma_b = \frac{2x\sigma_t}{d} = \frac{x}{d} \cdot \frac{E\alpha\Delta T}{1-\nu}, \quad (2)$$

где  $P$  – внутреннее давление,  $R$  – радиус регулярной части сосуда по срединной линии оболочки,  $\sigma_t$  – температурные напряжения,  $E$  – модуль Юнга материала,  $\alpha$  – коэффициент линейного температурного расширения,  $\nu$  – коэффициент Пуассона.

Суммарное напряжение в каждой точке по сечению стенки сосуда является суммой мембранной и изгибной составляющих:

$$\sigma = \sigma_{p+b} = \sigma_p + \sigma_b = \frac{PR}{d} + \frac{2x\sigma_t}{d}. \quad (3)$$

Дальнейшее решение классической задачи [10] проводится в предположении упруго-идеально-пластического поведения материала, что означает неизменность величины напряжений при выходе на поверхность текучести в пространстве напряжений, которая в отсутствие упрочнения остается неизменной (критерий Мизеса [23, 24]). В одномерном случае это условие записывается в виде

$$\left\{ \begin{array}{l} |\sigma| < \sigma_y - \text{упругое поведение материала,} \\ |\sigma| = \sigma_y - \text{пластическое поведение материала,} \end{array} \right. \quad (4)$$

где  $\sigma_y$  – предел текучести материала (скалярное значение для изотропных материалов, какими является большинство конструкционных сталей).

Очевидно, что анализ поведения конструкции по напряжениям для пластических зон будет неинформативен в силу идентичности значений напряжений. Для оценки приспособляемости необходимо исследовать поведение деформаций во времени. Регулярный участок стенки сосуда, достаточно удаленный от торцов сосуда, закрытого крышками, может быть рассмотрен в одномерной постановке с учетом малости осевой и радиальной составляющих напряженного состояния по сравнению с окружной составляющей [10]. Общая связь напряжений и деформаций в одномерном случае может быть записана в виде:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \alpha T + \varepsilon_{ie}, \quad (5)$$

где  $\sigma/E = \varepsilon_{el}$  – упругая составляющая деформаций,  $\alpha T = \varepsilon_{th}$  – тепловая составляющая деформаций,  $\varepsilon_{ie}$  – неупругая составляющая деформаций, включающая в себя произвольные эффекты нелинейного поведения материала (пластичность, ползучесть и прочие).

В статье [10] рассматривается случай, когда  $\varepsilon_{ie}$  является чисто пластической деформацией и прочие эффекты неупругости не учитываются. Опуская выкладки, получим, что результатом решения являются аналитические соотношения для описания границ раздела зон диаграммы приспособляемости, изображенной в осях, нормированных на предел текучести  $\sigma_y$ , механических и тепловых напряжений (рис. 2), что делает эту диаграмму универсальной для всех материалов с учетом принятых допущений. В [14] показано, что диаграмма остается справедливой при рассмотрении полной модели цилиндра, не имеющей допущений о малости радиальных и осевых компонент тензора напряжений.

Каждая из зон, имеющая соответствующее буквенное обозначение, отвечает тому или иному характеру отклика элемента конструкции [14, 16]:

- зона  $E$  соответствует полностью упругому состоянию конструкции;
- в зонах  $S_1, S_2$  в различных источниках отечественной литературы используется различная терминология: приспособляемость, упругая приспособляемость, приработка (в зарубежных источниках встречаются термины *elastic* или *strict shakedown*). Характеристика такого поведения материала заключается в возникновении пластической деформации на первом цикле теплового нагружения и неизменность значения на всем протяжении жизни конструкции. Пластическая деформация по толщине возникает только на одной стороне оболочки (при  $S_1$  – на внутренней, при  $S_2$  – на внешней);

– в зоне  $P$  – знакопеременная пластичность, знакопеременное неупругое деформирование (в зарубежных источниках встречаются термины *plastic cycling* или *global shakedown*), для которых характерно циклическое изменение пластической деформации в процессе расчета вокруг некоторого среднего значения, которое остается неизменным. Приращение пластической деформации от цикла к циклу отсутствует;

– в зонах  $R_1, R_2$  – рэтчетинг, непрекращающееся знакопеременное течение, прогрессирующая деформация (*ratcheting*) – неограниченный рост пластических деформаций под действием циклических нагрузок (от цикла к циклу существует ненулевое приращение пластической деформации), при этом подрост деформации происходит только во время полупериода нагружения для режима  $R_1$  и в течение обоих полупериодов нагрузки-разгрузки для режима  $R_2$ .

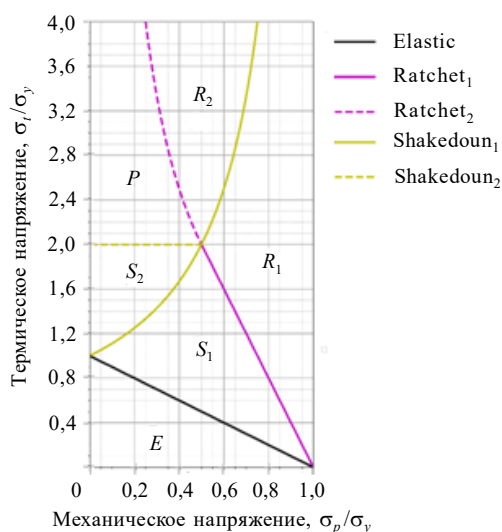


Рис. 2. Диаграмма приспособляемости

## 2. Деформации ползучести в задаче приспособляемости

Основные элементы наиболее ответственных конструкций атомных и термоядерных реакторов работают при значительных температурах, которые вызывают эффекты ползучести и релаксации в материалах. Основным недостатком классической модели является отсутствие учета этих эффектов. Первое полноценное описание подхода к учету ползучести в задаче приспособляемости сосуда было предложено в [11], где представлен метод оценки максимально возможной накопленной деформации ползучести.

В статье [10] показаны зависимости напряжений от координаты по толщине стенки, при этом вид зависимости для каждой характерной зоны идентичен, отличаются только количественные значения введенных условных параметров. Графическое изображение зависимостей для некоторых точек из зон диаграммы приспособляемости представлено на рис. 3.

Для каждой зоны существует некоторая часть толщины стенки, напряжения которой при любом сочетании параметров нагружения ниже предела текучести. Это утверждение справедливо для всех типов устойчивой приспособляемости. Такую часть

толщины принято называть «упругим ядром» (elastic core), и утверждается, что этот эффект справедлив как в случае наличия ползучести в системе, так и при ее отсутствии [11]. В рамках предложенного метода напряжение, возникающее в упругом ядре, остается ниже предела текучести в течение всего цикла нагружения и принимается соответствующим предельной величине деформаций ползучести для соответствующей длительности нагружения, полученной по изохронной кривой материала.

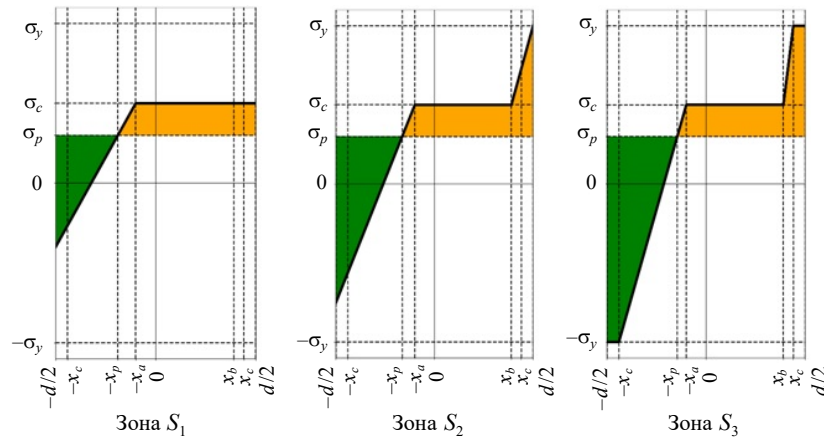


Рис. 3. Характерное распределение напряжений по толщине стенки

Величина таких напряжений в [11] обозначается как  $\sigma_c$  и в предельном случае, как видно из рис. 3, может быть равна пределу текучести  $\sigma_y$ . В этом случае напряжения упругого ядра равны пределу текучести, что является граничным случаем перехода в зону рэтчетинга.

Для анализа случаев, когда  $\sigma_c$  имеет величину меньше  $\sigma_y$ , необходимо рассмотреть произвольное распределение напряжений по толщине стенки для режимов  $S_{1,2}$  и  $P$ , представленное на рис. 3.

Известно, что величина мембранных напряжений  $\sigma_p$  по определению является средним напряжением по толщине стенки. Тогда площади, обозначенные на рисунке зеленым и оранжевым цветами, равны между собой для каждого из режимов. Нахождение площадей проводится с использованием соотношений из [10] для характерных точек сечения

$$a = \frac{d}{2} \left( 1 - 2 \sqrt{\frac{\sigma_y - \sigma_p}{\sigma_t}} \right) \text{ — для режима } S_1, \quad (6)$$

$$\begin{cases} a = \frac{d}{2} \left( \frac{\sigma_p - \sigma_y}{\sigma_y} - \frac{\sigma_y}{\sigma_t} \right), \\ b = \frac{d}{2} \left( \frac{\sigma_p + \sigma_y}{\sigma_y} + \frac{\sigma_y}{\sigma_t} \right) \end{cases} \text{ — для режимов } S_2 \text{ и } P, \quad (7)$$

$$c = d \frac{\sigma_y}{\sigma_t}.$$

Из равенства двух зон между собой можно получить значение величины  $\sigma_c$  для каждой зоны [11]:

$$\sigma_c = (\sigma_t + \sigma_y) - 2\sqrt{\sigma_t(\sigma_y - \sigma_p)} - \text{для режима } S_1, \quad (8)$$

$$\sigma_c \cdot \sigma_y = \sigma_p \cdot \sigma_t - \text{для режимов } S_2 \text{ и } P. \quad (9)$$

Используя безразмерные величины напряжений (нормированные на предел текучести  $\sigma_y$ ), получим:

$$\sigma'_c = \sigma'_t + 1 - 2\sqrt{\sigma'_t(1 - \sigma'_p)} - \text{для режима } S_1, \quad (10)$$

$$\sigma'_c = \sigma'_p \cdot \sigma'_t - \text{для режимов } S_2 \text{ и } P. \quad (11)$$

Для различных величин  $\sigma'_c$  границы рэтчетинга будут различные, что отражено на рис. 4.

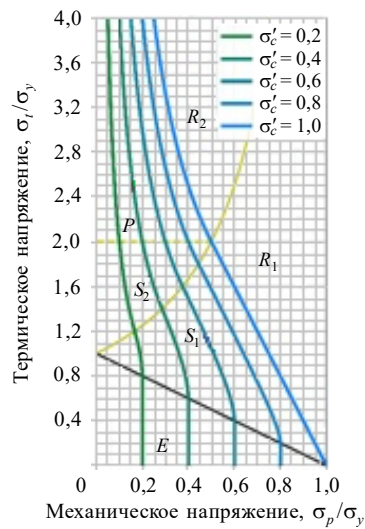


Рис. 4. Диаграмма приспособляемости с учетом ползучести по методу *elastic core*

### 3. Параметры модели Нортон – Бейли

Решение задачи приспособляемости с учетом ползучести материала возможно только с использованием численных процедур, например, с помощью метода конечных элементов, реализованного на базе программного средства (ПС) Abaqus [25]. Выбор программного средства обусловлен тем, что на предыдущих этапах исследования уже разработан и верифицирован численный алгоритм решения подобного класса задач [14, 16].

В ПС Abaqus реализовано несколько моделей ползучести

| Соотношение   | Параметры   |
|---|---|
| $\dot{\varepsilon}_{cr} = \varepsilon_0 (\tilde{q} / \sigma_0)^n (\varepsilon_0 t)^m$ | $\dot{\varepsilon}_{cr}$ – скорость деформации ползучести<br>$\tilde{q}$ – эквивалентные напряжения по Мизесу<br>$t$ – время<br>$\varepsilon_0, \sigma_0, n, m$ – параметры материала |

|   |  |
|---|--|
| $\dot{\bar{\varepsilon}}_{cr} = \varepsilon_0 [(\tilde{q}/\sigma_0)^n [(m+1)\bar{\varepsilon}_{cr}]^m]^{1/(m+1)}$   | $\bar{\varepsilon}_{cr} = \sqrt{(2/3)\bar{\varepsilon}_{cr} : \bar{\varepsilon}_{cr}}$ – эквивалентные деформации ползучести<br>$\tilde{q}$ – девиатор эквивалентных напряжений    |
| $\dot{\bar{\varepsilon}}_{cr} = A \sin h^n (B\tilde{q}) \exp [-\Delta H / (R(\theta - \theta_z))]$  | $\theta$ – температура<br>$\theta_z$ – температура абсолютного нуля<br>$\Delta H$ – энергия активации<br>$R$ – универсальная газовая постоянная<br>$A, B, n$ – параметры материала |
| $\dot{\bar{\varepsilon}}_{cr} = A \sin h^{1/m} (\xi\tilde{q}/s) \exp [-\Delta H / (R(\theta - \theta_z))]$  | $s$ – деформации сопротивляемости, имеющие собственное эволюционное соотношение [25]<br>$\xi$ – параметр материала   |
| $\dot{\bar{\varepsilon}}_{s,cr} = C_{ss} \sin h^{1/m} (\alpha\tilde{q}) \exp [-\Delta H / (R(\theta - \theta_z))]$<br>$\dot{\bar{\varepsilon}}_{cr} = \dot{\bar{\varepsilon}}_{s,cr} [1 + \varepsilon_T B \exp (-B\dot{\bar{\varepsilon}}_{s,cr} t)]$ | $C_{ss}$ – множитель статической ползучести<br>$\alpha$ – параметр прекращения статической ползучести<br>$\varepsilon, B, t$ – параметры материала                                 |

Наиболее универсальной и простой с точки зрения идентификации параметров является модель Нортон – Бэйли в форме упрочнения по времени:

$$\dot{\bar{\varepsilon}}_{cr} = \varepsilon_0 \left( \frac{\tilde{q}}{\sigma_0} \right)^n (\varepsilon_0 t)^m, \quad (12)$$

где  $\varepsilon_0, \sigma_0, n, m$  – идентифицируемые параметры модели,  $\dot{\bar{\varepsilon}}_{cr}$  – скорость деформации ползучести,  $t$  – расчетное время.

Стоит отметить, что отечественный ГОСТ [5] рекомендует усеченную форму этой модели (без составляющей времени  $t^m$ ) для учета ползучести при необходимости проведения нелинейных расчетов прочности.

Универсального справочника с параметрами такой модели для произвольного материала при произвольных длительностях и температурах не существует. В [26] определен набор параметров модели ползучести для стали марки 12Х18Н10Т на базе нормативных изохронных кривых из [5] при определенной температуре на основе поиска глобального минимума функции отклонения нормативных и расчетных кривых. Верификация этих параметров проводится в ПС Abaqus на базе задачи об одноосном растяжении (рис. 5), результатом являются расчетные изохронные кривые деформирования материала, которые сравниваются с нормативными.

По графику видно, что при больших скоростях деформирования наблюдается расхождение расчетных и нормативных кривых при деформациях более 1%, но при медленном деформировании кривые практически совпадают. Для дальнейших расчетов принимаются параметры модели Нортон – Бэйли для рассматриваемой стали (таблица 1).

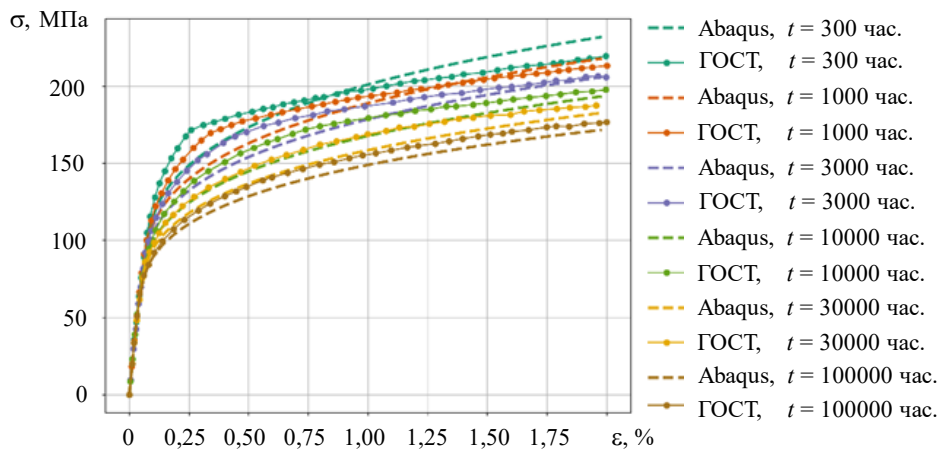


Рис. 5. Изохронные кривые для стали 12X18H10T

Таблица 1

Параметры модели Нортона – Бейли для стали 12X18H12T/12X18H10T

| $\varepsilon_0 \cdot 10^7$ | $\sigma_0$ , МПа | $m$     | $n$    |
|----------------------------|------------------|---------|--------|
| 2,7013                     | 604,78           | -0,7995 | 3,8593 |

#### 4. Решение задачи приспособляемости с учетом ползучести

Для изучения влияния эффектов ползучести на приспособляемость сосуда под давлением рассматривается постановка задачи [10], дополненная учетом ползучести по модели Нортона – Бейли в форме упрочнения по времени с идентифицированными параметрами. Решение проводится с использованием верифицированного алгоритма построения диаграммы приспособляемости [14, 16] для нескольких характерных скоростей нагружения в квазистатической постановке. Время расчета соответствует изохронным кривым деформирования. Дополнительно анализируется процесс эволюции диаграммы приспособляемости при различном числе циклов нагружения. Поля температур принимаются стационарными, переходный процесс между циклами разогрева и остывания не рассматривается, поэтому в задаче данные поля задаются напрямую в форме линейного градиента через соотношение Дюгамеля – Неймана без прямого численного расчета.

На рис. 6 и 7 показаны диаграммы приспособляемости для различных длительностей нагружения и различного числа циклов с нанесенной на них границей возникновения рэтчетинга по упругому ядру. Согласно [11], определение значения напряжений в упругом ядре  $\sigma_c$  проводится по следующему алгоритму:

*Шаг 1.* Для максимально допустимых значений накопленной неупругой деформации в 1% за все время эксплуатации по изохронным кривым материала для соответствующей длительности нагружения определяется напряжение  $\sigma_c$ .

*Шаг 2.* Вычисляется значение параметра  $Z = \sigma_c / \sigma_y$ , где  $\sigma_y$  – нормативный предел текучести материала.

*Шаг 3.* Параметр  $Z$  определяет текущее положение границы образования рэтчетинга в системе.

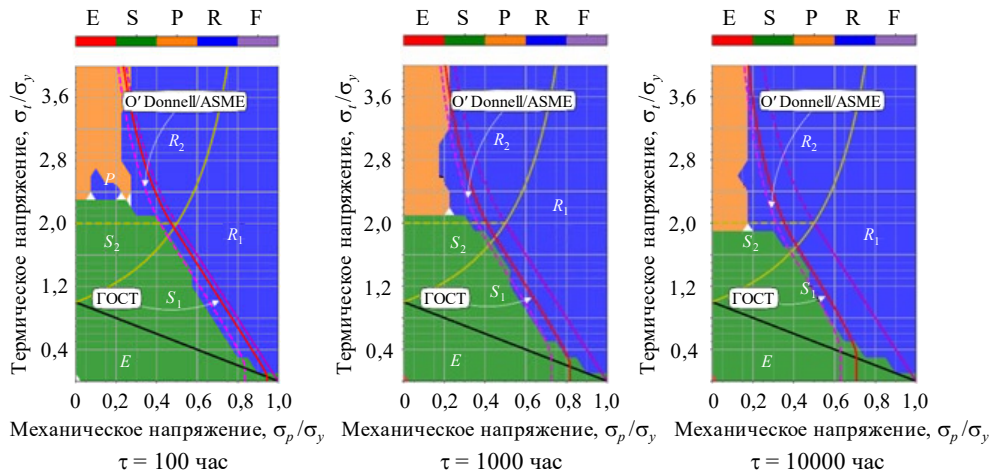


Рис. 6. Диаграмма приспособляемости упруго-идеально-пластического сосуда с учетом ползучести для различных длительностей нагружения. Число циклов нагружения  $N = 2$

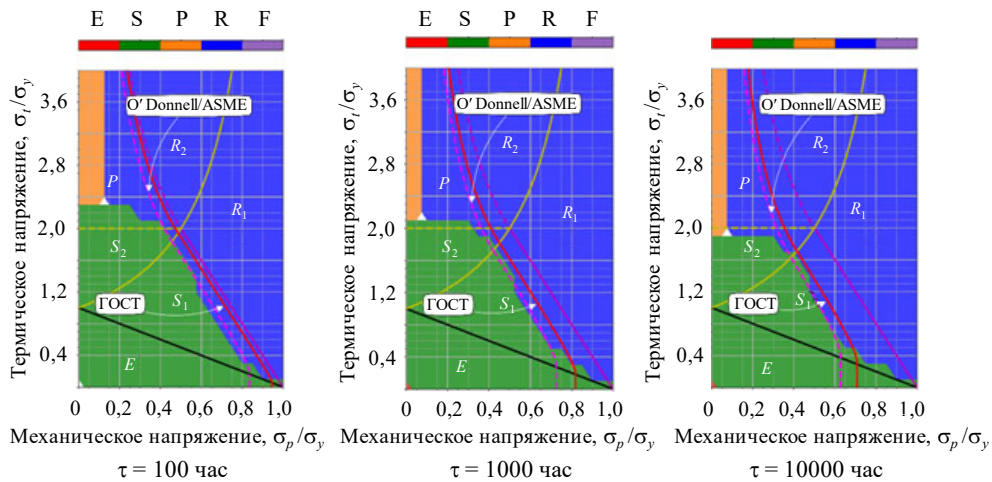


Рис. 7. Диаграмма приспособляемости упруго-идеально-пластического сосуда с учетом ползучести для различных длительностей нагружения. Число циклов нагружения  $N = 20$

Нормативная оценка наличия рэтчетинга в системе по источникам [5, 6] является обратной процедурой, где в качестве входных параметров используются значения первичных и вторичных напряжений, определяющих координаты точки на диаграмме приспособляемости, и при вычислении  $\sigma_c$  учитывается, что нормативные изохронные кривые приняты в среднем значении 85% от максимальных экспериментальных значений. По этим напряжениям определяется параметр  $Z = 1,25\sigma_c/\sigma_y$ , значение которого в сочетании с изохронными кривыми ползучести позволяет вычислить максимальную накопленную неупругую деформацию, которая составляет 2% (в отличие от [11] и зарубежных норм [6], по которым это значение равно 1%). Дополнительно на диаграммы нанесены линии параметра  $Z$  для оценки границы рэтчетинга по нормам [5] и по значениям из [11] с целью оценки степени консерватизма отечественных и зарубежных норм в сравнении с прямыми методами моделирования.

В силу того, что в прямом численном методе расчета инициация ползучести

происходит сразу, неупругие деформации в системе присутствуют даже для бывшей зоны упругого поведения с первого шага нагружения. При этом, очевидно, рост деформаций происходит повсеместно, что, вообще говоря, означает наличие рэтчетинга в каждой точке системы, что не соответствует реальному поведению материала и конструкции. Для исключения этого эффекта из результатов вводится величина малости  $\varepsilon_{tol} = 10^{-6}$ . При росте деформации между циклами нагружения на величину, меньшую этого значения, считается, что роста неупругих деформаций нет. Такое значение соответствует принятой величине в ПС Abaqus в настройках шага *creep strain error tolerance (errtol)* [25]: точность интегрирования должна быть выбрана так, чтобы корректно вычислялись приращения напряжений  $\Delta\sigma$ . В случае одноосного напряженного состояния

$$\Delta\sigma = E\Delta\varepsilon^{el} = E(\Delta\varepsilon - \Delta\varepsilon^{cr}), \quad (13)$$

где  $\Delta\varepsilon$ ,  $\Delta\varepsilon^{el}$ ,  $\Delta\varepsilon^{cr}$  – приращения полных, упругих и вязких деформаций,  $E$  – модуль Юнга материала.

Для достаточной точности вычислений  $\Delta\sigma$  необходимо, чтобы «ошибка» приращения  $\Delta\varepsilon_{err}^{cr}$  была меньше, чем приращение упругих деформаций  $\Delta\varepsilon^{el}$ :

$$\Delta\varepsilon_{err}^{cr} \ll \Delta\varepsilon^{el}, \quad \Delta\varepsilon_{err}^{cr} = (\dot{\varepsilon}_{cr}|_{t+\Delta t} - \dot{\varepsilon}_{cr}|_t)\Delta t. \quad (14)$$

Тогда выбор *creep strain error tolerance* проводится из условия

$$errtol \ll \frac{\Delta\sigma}{E}. \quad (15)$$

Согласно руководству пользователя [25], базовое значение этого параметра составляет  $10^{-6}$ .

Решение по методу упругого ядра в статье [11] опирается на идеально-пластическую модель материала, для которой в отношении задачи приспособляемости справедливо утверждение об отсутствии зависимости значений деформаций от числа циклов для стабильных режимов. Это утверждение остается справедливым при использовании подхода по оценке границы рэтчетинга по упругому ядру, однако на графиках видно, что использование прямого метода расчета с учетом изохронных кривых ползучести в модели материала имеет значительную чувствительность к числу расчетных циклов. Так, для малого числа циклов  $N = 2$  наблюдается практически идеальная сходимость границ приспособляемости, полученных с использованием прямого численного метода и подходов по упругому ядру. При малых длительностях наблюдается небольшая «паразитная» зона рэтчетинга в зоне знакопеременной ползучести, связанная с погрешностью процедуры идентификации параметров модели ползучести на небольших временах и с использованием  $\varepsilon_{tol}$ , увеличив значение которого можно избавиться от такого эффекта.

При большом числе циклов  $N = 20$  наблюдается переход большей зоны знакопеременной пластичности в состояние рэтчетинга, что не описывается методом упругого ядра. При этом в зоне приработки наблюдается хорошее совпадение границы рэтчетинга для двух методов.

Кроме качественного анализа положения границы рэтчетинга, важно определить величину общей накопленной неупругой деформации, которая не должна превышать значение 2% по [5] и 1% по [6]. Для этого на рис. 8 и 9 приведены диаграммы распределения общей накопленной неупругой деформации для определенного количества

циклов. Для удобства анализа результатов на диаграммах приводится диапазон значений от 1 до 2%.

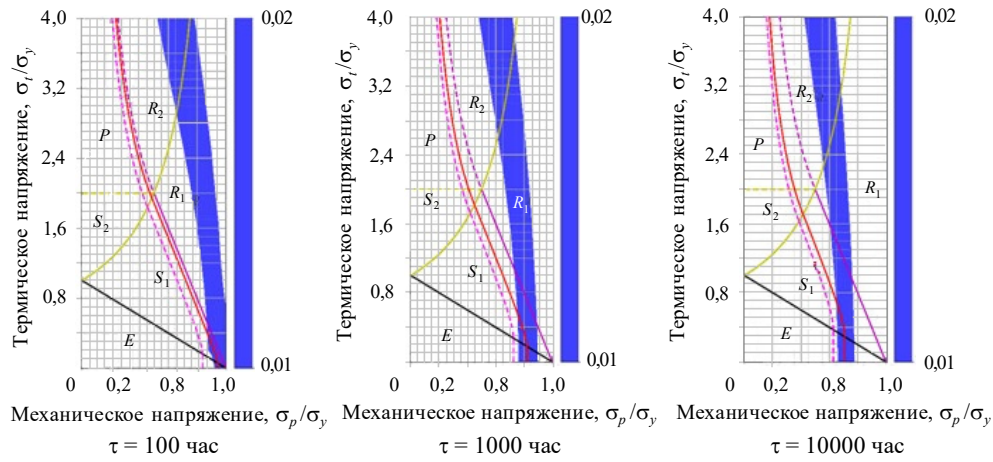


Рис. 8. Суммарные накопленные неупругие деформации упруго-идеально-пластического сосуда с учетом ползучести для различных длительностей нагружения. Число циклов нагружения  $N = 2$

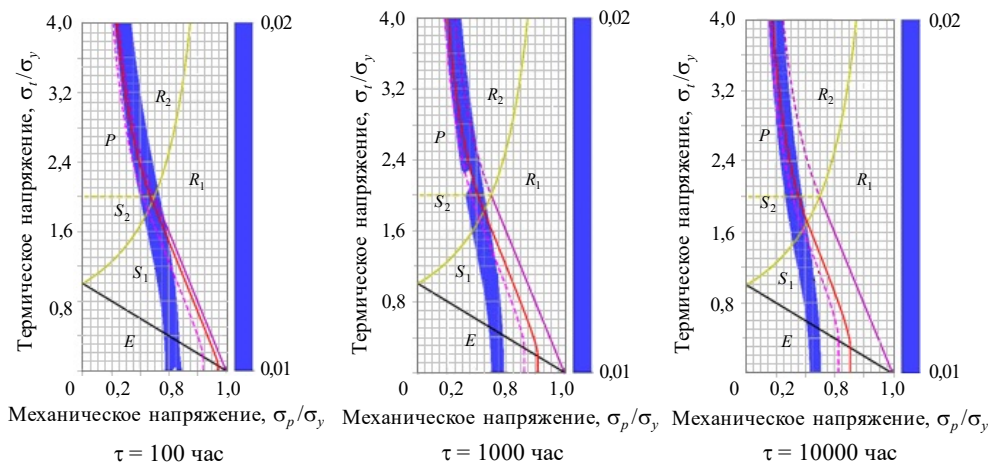


Рис. 9. Суммарные накопленные неупругие деформации упруго-идеально-пластического сосуда с учетом ползучести для различных длительностей нагружения. Число циклов нагружения  $N = 20$

По рисункам видно, что для малого числа расчетных циклов оценка накопленной неупругой деформации по методу упругого ядра дает хорошее совпадение с прямым численным расчетом в зоне малых тепловых напряжений. По мере роста температурной нагрузки повышается консерватизм оценки по этому методу, что приводит к значительному завышению критериев прочности. В свою очередь, при большом числе расчетных циклов наблюдается хорошая сходимость оценок между собой в зоне больших тепловых напряжений (при  $\sigma_t/\sigma_y > 2,0$ ), однако в зоне малых тепловых напряжений наблюдается значительно больше накопленной деформации в результате использования прямого численного расчета. При этом видно, что хорошее совпадение

результатов наблюдается для накопленной деформации в 1%. Для 2% накопленной деформации везде наблюдается значительное расхождение результатов.

Согласно отечественным и зарубежным нормам [5, 6] проектирования атомных станций, допускается снижать консерватизм расчетов одностороннего накопления вязкоупругопластических деформаций в конструкциях путем прямого моделирования циклограмм нагружения с учетом сложной реологии материала, включающей в себя эффекты кинематического упрочнения и ползучести. В [16] для сосуда под давлением показано влияние механизма упрочнения на диаграмму приспособляемости, в частности, показано, что использование исключительно изотропного механизма упрочнения не допустимо для подобного рода оценок, кинематический механизм является наиболее консервативным, а смешанный механизм позволяет снизить консерватизм по сравнению с кинематическим механизмом (при этом он соответствует реальному поведению материала).

Поверхность текучести Мизеса записывается в виде

$$\sqrt{\frac{3}{2}(\boldsymbol{\sigma}' - \mathbf{X}) : (\boldsymbol{\sigma}' - \mathbf{X})} - R - \sigma_{y,0} = 0, \quad (16)$$

где  $\boldsymbol{\sigma}'$  – девиатор тензора напряжений,  $\sigma_{y,0}$  – начальный предел текучести материала,  $\mathbf{X}$  и  $R$  – переменные, описывающие эффекты кинематического и изотропного упрочнения соответственно.

При исключении переменной  $R$  из соотношения для описания поверхности текучести возникает соотношение для кинематического механизма упрочнения, который может быть представлен в форме модели Ишлинского – Новожилова – Шабша [27–32]

$$\dot{\mathbf{X}} = \sum_{i=1}^M \dot{\mathbf{X}}_i, \quad \dot{\mathbf{X}}_i = \frac{2}{3} C_i \dot{\epsilon}_{pl} - \gamma_i \mathbf{X}_i \dot{p}, \quad (17)$$

где  $C_i$  – модуль упрочнения;  $\gamma_i$  – параметр восстановления, определяющий скорость, с которой модуль упрочнения начинает уменьшаться по мере увеличения накопленной пластической деформации;  $\dot{p} = \sqrt{(2/3)\dot{\epsilon}_{pl} : \dot{\epsilon}_{pl}}$  – скорость накопления эквивалентной пластической деформации.

Параметры модели упрочнения идентифицированы в [16] для класса сталей AISI316, которые по своим свойствам близки к классу AISI321, рассматриваемому в настоящей статье, поэтому они могут быть применены для указанного класса сталей.

На рис. 10 и 11 показаны диаграммы приспособляемости для кинематического упрочнения с учетом ползучести в системе для различного числа расчетных циклов нагружения.

По диаграммам видно, что благодаря упрочнению граница зоны рэтчетинга не распространяется в зону приработки (*shakedown*), а движется только в зоне знакопеременной пластичности (*plastic cyclic*), при этом границы для задач с учетом и без учета упрочнения идентичны для этой зоны. Также наблюдается движение границы зон рэтчетинга и приработки в сторону большего значения механических напряжений, что схоже с результатом, полученным в [16], однако в этом случае возникает «борьба» эффекта упрочнения, которое стремится сдвинуть границу рэтчетинга вправо, и эффектов ползучести, которые стремятся сдвинуть границу рэтчетинга влево.

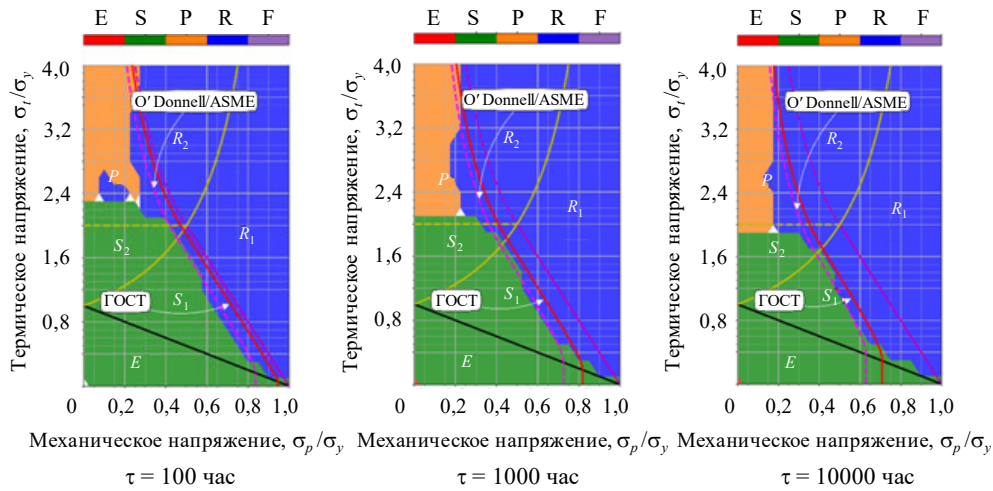


Рис. 10. Диаграмма приспособляемости сосуда с учетом ползучести и смешанного упрочнения для различных длительностей нагружения. Число циклов нагружения  $N = 2$

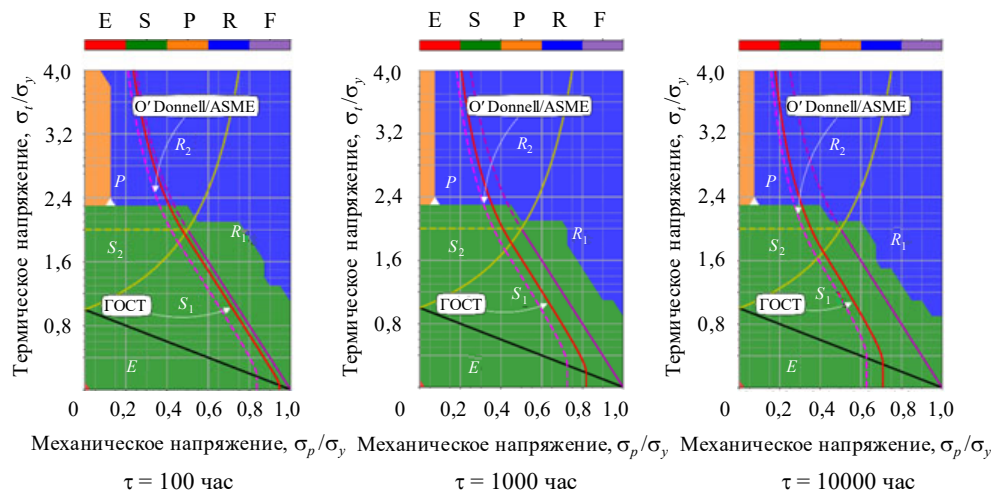


Рис. 11. Диаграмма приспособляемости упруго-идеально-пластического сосуда с учетом ползучести для различных длительностей нагружения. Число циклов нагружения  $N = 20$

Важным вопросом остается оценка максимальных накопленных неупругих деформаций. На рис. 12 и 13 показаны диаграммы распределения общей накопленной неупругой деформации для определенного количества циклов с отображением зоны 1–2%.

При детальном сравнении результатов с диаграммами без учета упрочнения видно, что наблюдается некоторое расширение области неупругой деформации в 1–2% при  $\sigma_t/\sigma_y > 3,2$ , что позволяет расширить область применения конструкций, воспринимающих значительные знакопеременные тепловые нагрузки. В остальном наблюдается схожесть распределения накопленных неупругих деформаций с учетом и без учета упрочнения. Этот факт означает, что качественная трансформация зон на диаграмме рис. 11 происходит при больших значениях неупругих деформаций, которая не допускается по действующим нормам проектирования конструкций. Тем не менее,

для более прочных марок сталей и других материалов определенный характер движения границы рэтчетинга может оказать значительное влияние на распределение деформаций в диапазоне 1–2% и повысить эксплуатационные характеристики конструкции.

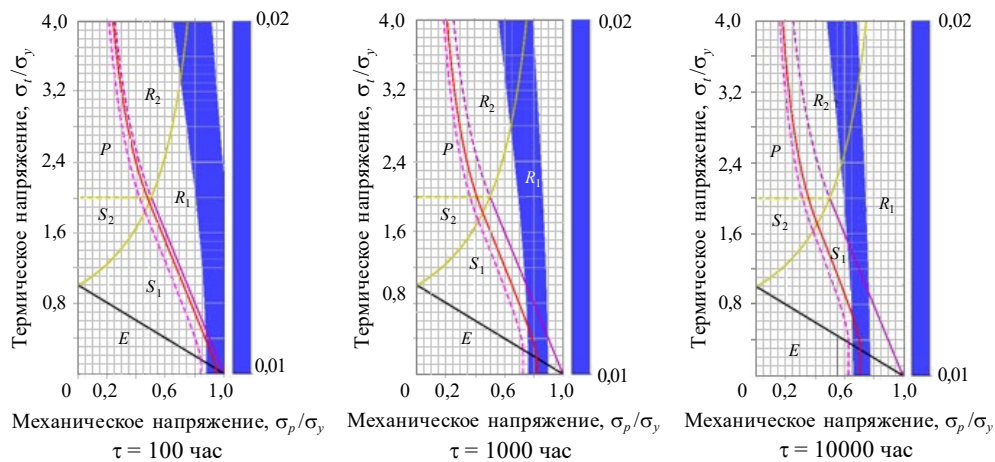


Рис. 12. Суммарные накопленные неупругие деформации сосуда с учетом ползучести и смешанного упрочнения для различных длительностей нагружения. Число циклов нагружения  $N = 2$

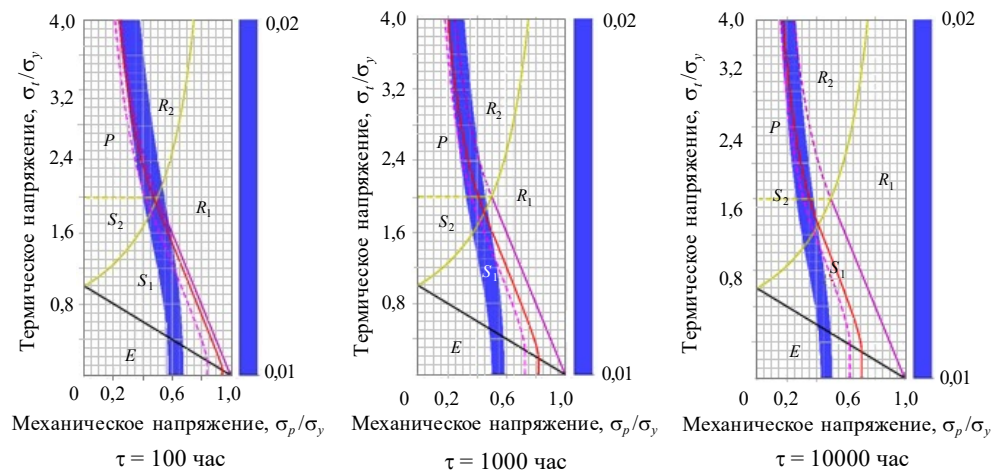


Рис. 13. Суммарные накопленные неупругие деформации сосуда с учетом ползучести и смешанного упрочнения для различных длительностей нагружения. Число циклов нагружения  $N = 20$

### Заключение

Представлены результаты исследования влияния эффектов ползучести на приспособляемость сосуда под давлением. Впервые проведено сравнение консервативного метода определения границы рэтчетинга по упругому ядру с прямым расчетом циклограммы нагружения с учетом модели ползучести Нортона – Бейли. Показано, что расчет по упругому ядру является оценкой сверху при малых тепловых нагрузках и не учитывает влияние количества циклов на результирующий отклик в

системе, выражающееся в ином распределении накопленных деформаций в зависимости от комбинации нагрузок.

Впервые показано, что учет в математической модели механизмов упрочнения значительно видоизменяет диаграмму приспособляемости, увеличивая зону приработки, пригодной для использования в инженерной практике. При этом показано, что изменения происходят на значениях накопленных неупругих деформаций, существенно больших, чем допускают современные нормы проектирования.

#### Список литературы

1. Указ Президента Российской Федерации №529 от 18.06.2024 «Об утверждении приоритетных направлений научно-технологического развития и перечня важнейших наукоемких технологий».
2. Адамов Е.О., Каплиенко А.В., Орлов В.В. и др. Быстрый реактор со свинцовым теплоносителем БРЕСТ: от концепции к реализации технологии. *Атомная энергия*. 2020. Т. 129. №4. С. 185–194.
3. Шаманин И.В., Гаврилов П.М. Высокотемпературные ядерные энергетические технологии. *Известия Томского политехнического университета*. 2010. Т. 316. №4. С. 5–9.
4. Красильников А.В., Коновалов С.В., Бондарчук Э.Н. и др. Токамак с реакторными технологиями (РТТ): концепция, миссии, основные особенности и ожидаемые характеристики. *Физика плазмы*. 2021. Т. 47. №11. С. 970–985. DOI: 10.31857/S0367292121110196.
5. ГОСТ Р 59115.10-2021. Обоснование прочности оборудования и трубопроводов атомных энергетических установок. Уточненный поверочный расчет на стадии проектирования. *Национальный стандарт РФ*. 2021. 56 с.
6. *ASME BPVC.III.5-2015 (Section III, Rules for Construction of Nuclear Facility Components), Division 5 – High Temperature Reactors*. 2015. 500 p.
7. Гохфельд Д.А. *Несущая способность конструкций в условиях теплосмен*. М.: Машиностроение, 1970. 260 с.
8. Гохфельд Д.А., Чернявский О.Ф. *Несущая способность конструкций при повторных нагружениях*. М.: Машиностроение, 1979. 263 с.
9. Чернявский О.Ф., Чернявский А.О. Предельные состояния и коэффициенты запаса при повторных нагружениях. *Вестник ПНИПУ. Механика*. 2020. №3. С. 125–135. DOI: 10.15593/perm.mech/2020.3.12.
10. Bree J. Elastic-plastic behaviour of thin tubes subject to internal pressure and intermittent high-heat fluxes with application to fast nuclear reactor fuel elements. *Journal of Strain Analysis*. 1967. Vol. 2. No 3. P. 226–238. DOI: 10.1243/03093247V023226.
11. O'Donnell W.J., Porowski J. Upper bounds for accumulated strains due to creep ratcheting. *Journal Pressure Vessel Technology*. 1974. Vol. 96. Iss. 3. P. 150–154.
12. Bradford R.A.W. The Bree problem with primary load cycling in-phase with the secondary load. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*. 2012. Vol. 99-100. P. 44–50. DOI: 10.1016/j.ijpvp.2012.07.014.
13. Bradford R.A.W. The Bree problem with primary load cycling out-of-phase with the secondary load. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*. 2017. Vol. 154. P. 83–94. DOI: 10.1016/j.ijpvp.2017.06.004.
14. Морозов Н.Ф., Федоренко Р.В., Лукин А.В. Численный метод анализа приспособляемости упругопластических тел при переменных нагрузках. *Композиты и наноструктуры*. 2024. Т. 16. №1. С. 62–78.
15. Pei X., Dong P., Mei J. The effects of kinematic hardening on thermal ratcheting and Bree diagram boundaries. *Thin-Walled Structures*. 2021. Vol. 159. Article No 107235. DOI: 10.1016/j.tws.2020.107235.
16. Федоренко Р.В., Лукин А.В., Муртазин И.Р. О влиянии механизма упрочнения на приспособляемость сосуда под давлением в условиях термоциклического нагружения. *Вестник ПНИПУ. Механика*. 2025. №1. С. 117–128. DOI: 10.15593/perm.mech/2025.1.09.
17. Bradford R.A.W., Ure J., Chen J.F. The Bree problem with different yield stresses on-

load and off-load and application to creep ratcheting. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*. 2013. Vol. 113. P. 32–39. DOI: 10.1016/j.ijpvp.2013.11.004.

18. Bao H., Shen J., Liu Y., Chen H. Shakedown analysis and assessment method of four-stress parameters Bree-type problems. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2022. Vol. 229. Article No 107518. DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2022.107518.

19. Shi H., Chen G., Wang Y., Chen X. Ratcheting behavior of pressurized elbow pipe with local wall thinning. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*. 2013. Vol. 102–103. P. 14–23. DOI: 10.12989/scs.2016.20.4.931.

20. Туркова В.А. Инкрементальный анализ двухосного нагружения пластины с круговым отверстием: приспособляемость, знакопеременная пластичность и рэтчетинг. *Вестник СамГУ*. 2015. №3 (125). С. 106–124.

21. Туркова В.А., Степанова Л.В. Различные режимы циклического нагружения неупругой пластины: конечно-элементный анализ двухосного нагружения упругопластической пластины с эллиптическим вырезом. *Вестник ПНИПУ. Механика*. 2016. №3. С. 207–221. DOI: 10.15593/perm.mech/2016.3.14.

22. Волков И.А., Игумнов Л.А., Костюков В.Е., Прилуцкий М.Х. Численный анализ долговечности элементов конструкций при термоциклическом нагружении. *Проблемы прочности и пластичности*. 2023. Т. 85. №4. С. 551–564. DOI: 10.32326/1814-9146-2023-85-4-551-564.

23. Работнов Ю.Н. *Механика деформируемого твердого тела*. М.: Наука, 1988. 711 с.

24. Седов Л.И. *Механика сплошной среды*. М.: Наука, 1994. Т. 1. 528 с., Т. 2. 560 с.

25. *Abaqus 2017 Theory Guide*. Dassault Systems, 2017. 312 p.

26. Fedorenko R.V., Lukin A.V. Parameter identification of the Norton – Bailey creep model using isochronous curves. *Material Physics and Mechanics*. 2026. Vol. 54. Iss. 1. P. 118–129.

27. Ишлинский А.Ю. Общая теория пластичности с линейным упрочнением. *Украинский математический журнал*. 1954. Т. 6. №3. С. 314–324.

28. Кадашев Ю.И., Новожилов В.В. Теория пластичности, учитывающая эффект Баушингера. *Доклады АН СССР*. 1956. Т. 117. № 4. С. 586–588.

29. Chaboche J.L. Time-independent constitutive theories for cyclic plasticity. *International Journal of Plasticity*. 1986. Vol. 2. P. 149–188. DOI: 10.1016/0749-6419(86)90010-0.

30. Chaboche J.L. A review of some plasticity and viscoplasticity constitutive theories. *International Journal of Plasticity*. 2008. №24. P. 1642–1693. DOI: 10.1016/j.ijplas.2008.03.009.

31. Lemaître J. *Mechanics of Solid Materials*. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1990. 556 p. DOI: 10.1017/SBO9781139167970.

32. Федоренко Р.В., Лукин А.В. Приспособляемость сосуда под давлением в условиях термоциклического нагружения. *Компьютерные методы в механике сплошной среды: Труды семинара. 2024–2025 гг.* СПб.: Политех-пресс, 2025. 220 с.

## References

1. Ukaz Prezidenta Rossiyskoy Federatsii №529 ot 18.06.2024 “Ob utverzhdenii prioritnykh napravleniy nauchno-tekhnologicheskogo razvitiya I perechnya vazhneyshikh nauchnykh tekhnologiy” [Decree of the President of the Russian Federation No. 529 dated 06/18/2024 “On approval of priority areas of scientific and technological development and the list of the most important high-tech technologies”] (In Russian).

2. Adamov E.O., Kaplienko A.V., Orlov V.V. et al. Bystryy reaktor so svintsovyim teplositelem BREST: ot kontseptsii k realizatsii tekhnologii [BREST fast reactor with lead coolant: from concept to technology implementation]. *Atomnaya energiya [Atomic Energy]*. 2020. Vol. 129. No 4. P. 185–194 (In Russian).

3. Shamanin I.V., Gavrillov P.M. Vysokotemperaturnye yadernye energeticheskie tekhnologii [High-temperature nuclear energy technologies]. *Izvestiya Tomskogo politekhnicheskogo universiteta [Bulletin of the Tomsk Polytechnic University]*. 2010. Т. 316. №4. P. 5–9 (In Russian).

4. Krasilnikov A.V., Konovalov S.V., Bondarchuk E.N. et al. Tokamak with reactor technologies (TRT): Concept, missions, key distinctive features and expected characteristics. *Plasma Physics Reports*. 2021. Vol. 47. No 11. P. 1092–1106. DOI: 10.1134/S1063780X21110192.

5. GOST R 59115.10-2021. Obosnovanie prochnosti oborudovaniya i truboprovodov atomnykh energeticheskikh ustanovok. Utochnenny poverochnyy raschet na stadii proektirovaniya [Substantiation of the strength of equipment and pipelines of nuclear power plants. An updated verification calculation at the design stage]. *Natsionalny standart RF [The National Standard of the Russian Federation]*. 2021. 56 p. (In Russian).
6. ASME BPVC.III.5-2015 (Section III, Rules for Construction of Nuclear Facility Components), Division 5 – High Temperature Reactors. 2015. 500 p.
7. Gokhfeld D.A. *Nesushchaya sposobnost konstruksiy v usloviyakh teplosmen [The Bearing Capacity of Structures in Heat Exchange Conditions]*. Moscow. Mashinostroenie Publ. 1970. 260 p. (In Russian).
8. Gokhfeld D.A., Chernyavskiy O.F. *Nesushchaya sposobnost konstruksiy pri povtornykh nagruzheniyyakh [The Bearing Capacity of Structures in Heat Exchange Conditions]*. Moscow. Mashinostroenie Publ. 1979. 263 p. (In Russian).
9. Chernyavsky O.F., Chernyavsky A.O. Predelnye sostoyaniya i koeffitsienty zapasa pri povtornykh nagruzheniyyakh [Limit states and safety factors under repeated loading]. *Vestnik Permskogo natsionalnogo issledovatel'skogo politekhnicheskogo universiteta. Mekhanika [PNRPU Mechanics Bulletin]*. 2020. No 3. P. 125–135 (In Russian).
10. Bree J. Elastic-plastic behaviour of thin tubes subject to internal pressure and intermittent high-heat fluxes with application to fast nuclear reactor fuel elements. *Journal of Strain Analysis*. 1967. Vol. 2. No 3. P. 226–238. DOI: 10.1243/03093247V023226.
11. O'Donnell W.J., Porowski J. Upper bounds for accumulated strains due to creep ratcheting. *J. Press. Vessel Technol.* 1974. Vol. 96. Iss. 3. P. 150–154.
12. Bradford R.A.W. The Bree problem with primary load cycling in-phase with the secondary load. *Int. J. Pressure Vessels Piping*. 2012. Vol. 99-100. P. 44–50. DOI: 10.1016/j.ijpvp.2012.07.014.
13. Bradford R.A.W. The Bree problem with primary load cycling out-of-phase with the secondary load. *Int. J. Pressure Vessels Piping*. 2017. Vol. 154. P. 83–94. DOI: 10.1016/j.ijpvp.2017.06.004.
14. Morozov N.F., Fedorenko R.V., Lukin A.V. Chislennyy metod analiza prisposoblyaemosti uprugoplasticheskikh tel pri peremennykh nagruzkakh [Computational method for ratcheting analysis of the elastoplastic bodies under cyclic loads]. *Kompozity i nanostruktury [Composites and Nanostructures]*. 2024. Vol. 16. №1. P. 62–78 (In Russian).
15. Pei X., Dong P., Mei J. The effects of kinematic hardening on thermal ratcheting and Bree diagram boundaries. *Thin-Walled Struct.* 2021. Vol. 159. Article No 107235. DOI: 10.1016/j.tws.2020.107235.
16. Fedorenko R.V., Lukin A.V., Murtazin I.R. O vliyaniy mekhanizma uprochneniya na prisposoblyaemost sosuda pod davleniem v usloviyakh termotsiklicheskogo nagruzeniya [The hardening type influence of pressure vessel ratcheting in case of thermal cyclic loads]. *Vestnik Permskogo natsionalnogo issledovatel'skogo politekhnicheskogo universiteta. Mekhanika [PNRPU Mechanics Bulletin]*. 2025. No 1. P. 117–128 (In Russian).
17. Bradford R.A.W., Ure J., Chen J.F. The Bree problem with different yield stresses on-load and off-load and application to creep ratcheting. *Int. J. Press. Vessels Pip.* 2013. Vol. 113. P. 32–39. DOI: 10.1016/j.ijpvp.2013.11.004.
18. Bao H., Shen J., Liu Y., Chen H. Shakedown analysis and assessment method of four-stress parameters Bree-type problems. *Int. J. Mech. Sci.* 2022. Vol. 229. Article No 107518. DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2022.107518.
19. Shi H., Chen G., Wang Y., Chen X. Ratcheting behavior of pressurized elbow pipe with local wall thinning. *Int. J. Press. Vessels Pip.* 2013. Vol. 102-103. P. 14–23. DOI: 10.12989/scs.2016.20.4.931.
20. Turkova V.A. Inkremental'nyy analiz dvukhosnogo nagruzeniya plastiny s krugovym otverstiem: prisposoblyaemost, znakoperemennaya plastichnost i ratcheting [Incremental analysis of twoaxial loading of the plate with central circular hole: shakedown (accomodation), alternating plasticity, ratcheting]. *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo universiteta [Vestnik SSU]*. 2015. No 3(125). P. 106–124 (In Russian).
21. Turkova V.A., Stepanova L.V. Razlichnye rezhimy tsiklicheskogo nagruzeniya neupru-

goy plastiny: konechno-elementnyy analiz dvukhosnogo nagruzheniya uprugoplasticheskoy plastiny s ellipticheskim vrezom [Finite element analysis of biaxial cyclic tensile loading of elasto-plastic plate with central elliptical hole]. *Vestnik Permskogo natsionalnogo issledovatel'skogo politekhnicheskogo universiteta. Mekhanika* [PNRPU Mechanics Bulletin]. 2016. No 3. P. 207–221 (In Russian).

22. Volkov I.A., Igumnov L.A., Kostyukov V.E., Prilutsky M.Kh. Chislennyy analiz dolgovechnosti elementov konstruksiy pri termotsiklicheskom nagruzhenii [Numerical analysis of the durability of structural elements under thermal cyclic loading]. *Problemy prochnosti i plastichnosti* [Problems of Strength and Plasticity]. 2023. Vol. 85. No 4. P. 551–564 (In Russian).

23. Rabotnov Yu.N. *Mekhanika deformiruemogo tverdogo tela* [Mechanics of Solids]. Moscow. Nauka Publ. 1988. 711 p. (In Russian).

24. Sedov L.I. *Mekhanika sploshnoy sredy* [Continuum Mechanics]. Moscow. Nauka Publ. 1994. Vol. 1. 528 p., Vol. 2. 560 p. (In Russian).

25. *Abaqus 2017 Theory Guide*. Dassault Systems. 2017. 312 p.

26. Fedorenko R.V., Lukin A.V. Parameter identification of the Norton – Bailey creep model using isochronous curves. *Mater. Phys. Mech.* 2026. Vol. 54. Iss. 1. P. 118–129.

27. Ishlinskii A.Yu. Obshchaya teoriya plastichnosti s lineynym uprochneniem [Plasticity theory with linear hardening]. *Ukrainskiy matematicheskiy zhurnal* [Ukrainian Mathematical Journal]. 1954. Vol. 6. No 3. P. 314–324 (In Russian).

28. Kadashevich Yu.I., Novozhilov V.V. Teoriya plastichnosti, uchityvayushchaya effekt Baushingera [The theory of plasticity with the Bauschinger effect taken into account]. *Doklady AN SSSR*. 1956. Vol. 117. No 4. P. 586–588 (In Russian).

29. Chaboche J.L. Time-independent constitutive theories for cyclic plasticity. *Int. J. Plast.* 1986. Vol. 2. P. 149–188. DOI: 10.1016/0749-6419(86)90010-0.

30. Chaboche J.L. A review of some plasticity and viscoplasticity constitutive theories. *Int. J. Plast.* 2008. №24. P. 1642–1693. DOI: 10.1016/j.ijplas.2008.03.009.

31. Lemaitre J. *Mechanics of Solid Materials*. Cambridge, UK. Cambridge University Press. 1990. 556 p. DOI: 10.1017/CBO9781139167970.

32. Fedorenko R.V., Lukin A.V. Prispособlyayemost sosuda pod davleniem v usloviyakh termotsiklicheskogo nagruzheniya [Adaptability of a vessel under pressure and thermocyclic loads]. *Kompyuternye metody v mekhanike sploshnoy sredy: Trudy seminarov. 2024-2025 gg.* Saint Petersburg. Politekh-p. 2025. 220 p. (In Russian).

## RATCHETING OF A PRESSURE VESSEL UNDER LONG-TERM THERMOMECHANICAL LOADING

**Fedorenko R.V., Lukin A.V.**

*Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University,  
Saint Petersburg, Russian Federation*

fedorenko\_rv@spbstu.ru

*Received by the Editor 2026/01/30*

This paper investigates the influence of creep deformations on the shakedown behavior of a pressure vessel under long-term cyclic loading. The methodology is based on numerical analysis using the finite element method, with a verified procedure for constructing the shakedown diagram in the space of normalized mechanical and thermal stresses. In contrast to the classical shakedown problem, which assumes elastic-perfectly plastic material behavior, the present study accounts for creep kinetics according to the Norton–Bailey law. The parameters of the constitutive relation are identified from experimental or standard isochronous creep curves using a unified identification procedure. To estimate the maximum accumulated inelastic strain and its effect on the position of the ratcheting boundary, the elastic core method is applied.

Within this approach, the creep strain is reconstructed from the isochronous curves based on the maximum stresses in the cross-section. It is found that the elastic core method provides satisfactory qualitative agreement of the shakedown diagram zones with direct numerical simulation, but quantitative determination of accumulated inelastic strains exhibits significant discrepancies. Additionally, the effect of material hardening under cyclic loading is considered, modeled by means of isotropic-kinematic hardening within the framework of the classical Ishlinsky–Novozhilov–Chaboche model. It is shown that incorporating mixed hardening into the computational scheme allows expanding the domain of admissible loads, thereby enhancing the operational reliability of the considered structure.

*Keywords:* adaptability, ratcheting, shakedown, cyclic loading, pressure vessel, thermocyclic loads, plastic strain, creep strain, inelasticity.