

УДК 669.539.381.296

DOI: 10.32326/1814-9146-2025-87-4-458-468

## ПЛОТНОСТЬ ПОДВИЖНЫХ ДИСЛОКАЦИЙ И СТАДИЙНОСТЬ ПЛАСТИЧЕСКОГО ТЕЧЕНИЯ\*

© 2025 г.

Зуев Л.Б., Баранникова С.А.

Институт физики прочности и материаловедения СО РАН,  
Томск, Российская Федерация

lbz@ispms.ru

Поступила в редакцию 11.04.2025

Рассмотрены природа и форма связи плотности подвижных дислокаций с пластической деформацией в ходе пластического течения на разных стадиях закона деформационного упрочнения металлов. Установлена принципиальная возможность построения такой функции связи и найдена ее форма на основе автоволновых представлений о зависимостях длины автоволны локализованной пластичности и скорости ее распространения от деформации, соответствующих закономерностям развития многостадийного пластического течения в твердых телах разной природы. В основе автоволнового механизма пластической деформации лежит идея о важной роли пространственной локализации пластического течения и о генерации в его ходе самовозбуждающихся автоволновых процессов деформации, указывающих на самоорганизацию дефектной структуры пластически деформируемой активной среды с дислокациями и дислокационными ансамблями. Предложен и обсужден принцип взаимной дополнительности дислокационного и автоволнового подходов к проблеме пластичности твердых тел и рассмотрено согласование соответствующих моделей на основе анализа макроскопических автоволновых картин локализации пластического течения. Показано, что как автоволновая картина в виде подвижных и стационарных очагов локализованной деформации на площадке текучести и на стадиях деформационного упрочнения, так и дислокационные ансамбли, возникающие на этих же стадиях процесса течения, закономерно и строго согласованно меняются в ходе пластического течения. Проведено качественное и количественное сравнение автоволновых макромасштабных характерных данных о локализации пластического течения, наблюдаемых *in situ* с помощью метода спекл-фотографии, с микроскопическими размерами дислокационных ансамблей, возникающих в среде при тех же условиях деформирования и выявляемых акустическим методом по малым изменениям скорости распространения волн Рэлея. Главная трудность поиска решения поставленных задач состоит в огромной разнице пространственных характеристик связанных взаимно структур микроскопического и макроскопического плана, которая может доходить в ряде случаев до 6–7 порядков.

*Ключевые слова:* деформация, упрочнение, пластичность, дислокации, автоволны, активная среда.

---

\* Выполнено в рамках государственного задания ИФПМ СО РАН; тема № FWRW-2021-0011.

## Введение

Изучение природы стадийности пластического течения является одной из наиболее сложных проблем дислокационной теории пластичности [1]. Первые попытки ее решения связаны с исследованиями А. Зегера и его учеников [2], применивших теорию дислокаций для объяснения природы механизмов, контролирующих стадии деформационного упрочнения гранецентрированных кубических (ГЦК) монокристаллов. Стадии деформационного упрочнения выделяются по зависимостям коэффициента деформационного упрочнения от деформации  $d\sigma/d\varepsilon = \theta(\varepsilon)$  на кривых пластического течения  $\sigma(\varepsilon)$ , где  $\sigma$  – деформирующее напряжение и  $\varepsilon$  – деформация. К сожалению, несмотря на сохраняющийся интерес к проблеме стадийности пластического течения [1, 3–5], полное ее постижение, как и универсальное расширение решения Зегера на объемно-центрированные кубические (ОЦК) и гексагональные плотноупакованные (ГПУ) монокристаллы и поликристаллы, до сих пор отсутствуют. Причину этого несложно понять, если обратиться к уравнению кинетики дислокационной деформации Тейлора – Орована [1]

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = b\rho_{md}V_{disl}, \quad (1)$$

которое связывает макроскопическую скорость пластической деформации  $d\varepsilon/dt = \dot{\varepsilon}$  с микроскопическими характеристиками дислокационной структуры: вектором Бюргерса дислокаций  $b$ , зависимостью скорости движения дислокаций от приложенного напряжения  $V_{disl}(\sigma)$  и зависимостью плотности подвижных дислокаций от деформации  $\rho_{md}(\varepsilon)$ .

Сложность природы и вида последней функции подчеркивал еще Дж. Гилман [6], первым рассмотревший проблему и предсказавший немонотонную форму зависимости

$$\rho_{md}(\varepsilon) = \left( \rho_0 + \frac{2m}{b} \varepsilon \right) \exp \left( -\frac{\theta}{\sigma} \varepsilon \right) \sim \varepsilon \cdot \exp(-\varepsilon). \quad (2)$$

В соотношении (2)  $\rho_0$  – начальная плотность дислокаций, а  $m$  – коэффициент размножения дислокаций. Неопределенность физической интерпретации последней величины осложняет использование соотношения (2). В настоящей статье предпринимается попытка выяснить характер зависимости  $\rho_{md}(\varepsilon)$  на базе развивающихся автоволновых представлений о природе пластичности [7, 8].

## Автоволновой подход и уравнение для плотности подвижных дислокаций

Для анализа поставленной задачи существенны некоторые детали автоволнового подхода. Эксперименты, проведенные на материалах различной природы, показали, что пластическое течение всегда протекает макроскопически локализованно. Визуализированная пространственно-временная картина локализации, которую принято называть паттерном локализованной пластичности [7, 8] (рис. 1 $a$ ), интерпретируется как автоволна локализованной пластичности, причем каждой стадии деформационного упрочнения отвечает определенная автоволновая мода (правило соответствия [7]). Форма зависимости  $\rho_{md}(\varepsilon)$  (рис. 1 $b$ ) важна для автоволновой физики пластичности, так как автоволновые процессы порождаются активной средой, содержащей распределенные в объеме источники потенциальной энергии – концентраторы напряже-

ний [7, 8]. Цифрами на рисунке обозначены: 1 – кривая на стадии I ( $\sigma \sim \varepsilon^0$ ), 2 – кривая на стадии II ( $\sigma \sim \varepsilon$ ), 3 – кривая на стадии III ( $\sigma \sim \varepsilon^{1/2}$ ) деформационного упрочнения [7].

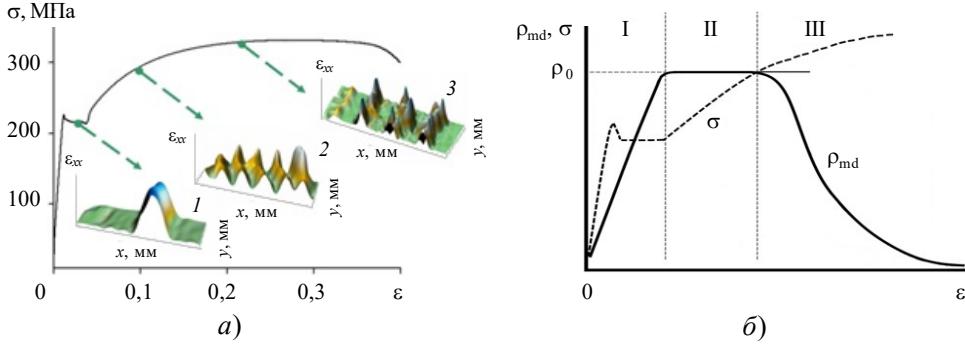


Рис. 1. Кривая пластического течения и паттерн локализованной пластичности для сплава Fe-0,1 мас.%С (а); зависимость плотности подвижных дислокаций от деформации (схема) и зависимость  $\sigma(\varepsilon)$  (б)

Понятие активной среды и ее наиболее важные характеристики связаны с дислокационной структурой деформируемого материала, то есть с формой зависимости  $\rho_{\text{md}}(\varepsilon)$ . Понимание природы взаимосвязи этой зависимости и закономерностей автоволнового механизма пластичности [7, 8] является необходимым условием развития автоволновых представлений о природе пластичности, так что целесообразно рассмотреть проблему, акцентируя внимание на стадийности процесса пластического течения.

Преследуя эту цель, воспользуемся основными положениями автоволновой теории пластичности [7, 8], согласно которым скорость пластической деформации описывается реакционно-диффузионным дифференциальным уравнением

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = f(\varepsilon) + D_\varepsilon \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial x^2}. \quad (3)$$

В теории автоволн [9] нелинейную функцию  $f(\varepsilon)$  в уравнении (3) принято называть точечной кинетикой. Она обычно имеет  $N$ -образную форму и в случае пластического течения описывает локальную скорость деформации в ходе элементарного релаксационного акта [10]. Как показано в [7], при малых деформациях функция  $f(\varepsilon)$  совпадает с правой частью уравнения Тейлора – Орована (1), то есть  $f(\varepsilon) = b\rho_{\text{md}}V_{\text{disl}}$ . Генерация автоволн локализации пластического течения при больших деформациях и, соответственно, при больших плотностях дислокаций контролируется диффузионно-подобным членом  $D_\varepsilon \varepsilon''$  уравнения (3) [7].

Используя анализ размерностей, транспортный коэффициент  $D_\varepsilon$  можно представить [7] либо произведением длины автоволны локализованной пластичности  $\lambda(\varepsilon)$  на скорость ее распространения  $V_{\text{aw}}(\varepsilon)$ , то есть в виде  $D_\varepsilon \approx \lambda(\varepsilon)V_{\text{aw}}(\varepsilon)$ , либо временной производной  $D_\varepsilon = d\rho_{\text{md}}^{-1}/dt$ . В результате имеем дифференциальное уравнение

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{1}{\rho_{\text{md}}} \right) = \lambda(\varepsilon)V_{\text{aw}}(\varepsilon), \quad (4)$$

которое после замены переменной  $dt = d\varepsilon/\dot{\varepsilon}$  при условии  $\dot{\varepsilon} = \text{const}$  дает

$$\dot{\varepsilon} \frac{d}{d\varepsilon} \left( \frac{1}{\rho_{\text{md}}} \right) = \lambda(\varepsilon)V_{\text{aw}}(\varepsilon) \quad (5)$$

или

$$d\left(\frac{1}{\rho_{md}}\right) = \dot{\varepsilon}^{-1} \lambda(\varepsilon) V_{aw}(\varepsilon) d\varepsilon. \quad (6)$$

Окончательно для плотности подвижных дислокаций  $\rho_{md}(\varepsilon)$  получаем

$$\frac{1}{\rho_{md}} = \frac{1}{\dot{\varepsilon}} \int \lambda(\varepsilon) V_{aw}(\varepsilon) d\varepsilon = \frac{\Phi(\varepsilon)}{\dot{\varepsilon}}, \quad (7)$$

то есть

$$\rho_{md}(\varepsilon) = \frac{\dot{\varepsilon}}{\int \lambda(\varepsilon) V_{aw}(\varepsilon) d\varepsilon} = \frac{\dot{\varepsilon}}{\Phi(\varepsilon)}. \quad (8)$$

Из уравнения (8) следует, что искомую функцию  $\rho_{md}(\varepsilon)$  при постоянной скорости деформации определяет функционал  $\Phi(\varepsilon) = \int \lambda(\varepsilon) V_{aw}(\varepsilon) d\varepsilon$ , поведение которого, в свою очередь, контролируется зависимостями автоволновых характеристик деформируемого материала от деформации  $\lambda(\varepsilon)$  и  $V_{aw}(\varepsilon)$ , изученными ранее [7, 8]. Полученные результаты можно использовать, имея ввиду, что, согласно принципу соответствия, каждой стадии деформационного упрочнения отвечает авт волновая мода со строго определенными формами зависимостей  $\lambda(\varepsilon)$  и  $V_{aw}(\varepsilon)$ . Это позволяет искать решения уравнения (8) для функции  $\rho_{md}(\varepsilon)$ , отвечающие последовательно развивающимся стадии деформации Людерса и стадиям II, III деформационного упрочнения.

### Решения для разных стадий пластического течения

*Деформация Людерса* ( $\sigma \sim \varepsilon^0$ ). Стадии I пластического течения отвечает площадка текучести, на которой в деформируемой среде совершаются упругопластический переход, то есть появляются подвижные дислокации. Переход может рассматриваться как авт волна переключения [9], на фронте которой плотность подвижных дислокаций скачком возрастает из-за освобождения от локальных стопоров [10, 11], так что в упругой области перед фронтом  $\rho_{md} = 0$ , а в пластически деформированной части позади фронта  $\rho_{md} \neq 0$ . Фронт перехода (фронт Людерса) движется в направлении оси растяжения со скоростью  $V_{aw} = V_L \approx \text{const}$ . В качестве величины  $\lambda(\varepsilon)$  в функционале  $\Phi(\varepsilon) = \int \lambda(\varepsilon) V_{aw}(\varepsilon) d\varepsilon$  можно рассматривать расстояние между движущимися навстречу друг другу фронтами Людерса двух разных полос, полагая, что  $\lambda \sim \varepsilon^{-2}$ . Выбор квадратичной функции оправдан требованием, чтобы при любом приращении деформации изменение длины авт волны имело один знак, так как, зародившись, фронты Людерса могут двигаться только в одну сторону. Тогда  $\int \lambda(\varepsilon) d\varepsilon \sim \lambda^{-1}$  и функционал определяется выражением

$$\Phi(\varepsilon) = \int \lambda(\varepsilon) V_{aw}(\varepsilon) d\varepsilon = V_L \int \lambda(\varepsilon) d\varepsilon \sim \varepsilon^{-1}.$$

Следовательно, плотность подвижных дислокаций на стадии деформации Людерса

$$\rho_{md}^{(L)}(\varepsilon) \sim \varepsilon. \quad (9)$$

Физический смысл соотношения (9) состоит в том, что при упругопластическом переходе число подвижных дислокаций непрерывно растет вместе с перемещением фронта Людерса, то есть пропорционально  $\varepsilon$ , в то время как общий объем образца при пластической деформации на площадке текучести почти не изменяется.

*Стадия II* ( $\sigma \sim \varepsilon$ ). На этой стадии процесса пластического течения длина и скорость распространения автоволны не зависят от деформации, то есть  $\lambda(\varepsilon) = \text{const}$  и  $V_{\text{aw}}(\varepsilon) = \text{const}$  [7]. В деформируемой таким образом среде возникает фазовая автоволна, для которой  $x/\lambda - t/T = \text{const}$ . В таком случае

$$\Phi(\varepsilon) = \int [\lambda(\varepsilon)V_{\text{aw}}(\varepsilon)]d\varepsilon \approx \lambda_0 V_{\text{aw}0} \approx \text{const}, \quad (10)$$

так что форма зависимости плотности подвижных дислокаций от деформации на стадии линейного деформационного упрочнения остается постоянной. Она может быть описана функцией [12]

$$\rho_{\text{md}}^{(\text{lwh})}(\varepsilon) \approx \frac{\rho_0}{1 + \exp(-2k\varepsilon)}, \quad (11)$$

где  $k$  – постоянный коэффициент.

*Стадия III* ( $\sigma \sim \varepsilon^{1/2}$ ). На этой стадии по-прежнему  $\lambda(\varepsilon) = \text{const}$ , но  $V_{\text{aw}}(\varepsilon) = 0$  [7]. При этом фазовая автоволна сменяется стационарной диссипативной структурой [9]. Условие  $V_{\text{aw}}(\varepsilon) = 0$  заставляет вводить эффективную скорость  $V_{\text{aw}}^{(\text{eff})} \approx \omega_D \chi^2 / \lambda$ , где  $\chi$  – межплоскостное расстояние, а  $\omega_D$  – частота Дебая [7]. Скорость  $V_{\text{aw}}^{(\text{eff})}$  учитывает рост пластической деформации, не связанный с движением фронтов пластичности. На стадии III  $\sigma \sim \varepsilon^{1/2}$  [2, 11], а  $\theta = d\sigma/d\varepsilon \sim -\varepsilon^{-3/2}$ . В таком случае  $V_{\text{aw}}^{(\text{eff})} \sim \theta^{-1} \sim -\varepsilon^{3/2}$ , и функционал принимает вид

$$\Phi(\varepsilon) = \int \lambda(\varepsilon)V_{\text{aw}}(\varepsilon)d\varepsilon \sim \varepsilon^{1/2}. \quad (12)$$

Условие  $\dot{\varepsilon} = \text{const}$ , соответствующее уравнению Тейлора – Орована (1), может реализоваться, если плотность подвижных дислокаций спадает с деформацией по закону

$$\rho_{\text{md}}^{(\text{pwh})}(\varepsilon) \sim \rho_0 \varepsilon^{-1/2}. \quad (13)$$

Этот спад соответствует заполнению кристалла дислокациями при поперечном скольжении, характерном для стадии III деформационного упрочнения [1, 2]. Он является более медленным по сравнению с формулой (2), но качественно согласуется с ней.

Наличие коэффициента  $\rho_0$  в уравнениях (11) и (13) позволяет «сшить» решения для стадий деформационного упрочнения II и III, записав

$$\frac{\rho_0}{1 + \exp(-2k\varepsilon)} = \rho_0 \varepsilon^{-1/2} \quad (14)$$

или  $\varepsilon^{*1/2} = 1 + \exp(-2k\varepsilon^*)$  для граничной между стадиями II и III деформационного упрочнения деформации  $\varepsilon^*$ . Тогда  $-2k\varepsilon^* = \ln(\varepsilon^{*1/2} - 1)$  и

$$k \approx \frac{\ln(\varepsilon^{*1/2} - 1)}{2\varepsilon^*} \approx \frac{1 + \varepsilon^{*1/2} + \dots - 1}{2\varepsilon^*} \approx \frac{1}{2\varepsilon^{*1/2}}, \quad (15)$$

то есть при типичном значении граничной деформации  $\varepsilon^* \sim 10^{-1}$  коэффициент  $k \approx 1,6$ . Если вспомнить, что на стадии III деформационного упрочнения  $\sigma \sim \varepsilon^{1/2}$  [1], то оказывается, что  $k \sim \sigma^{-1}$ .

Таким образом, графическое обобщение полученных решений, представленное на рис. 1б, показывает, что форма зависимости  $\rho_{\text{md}}(\varepsilon)$  согласуется со стадийностью пластического течения, удовлетворяя при этом правилу соответствия, а ее экстремальный характер подчеркивает преемственность с формулой Гилмана (2).

## Оценка плотности дислокаций акустическим методом

Для экспериментальной проверки развитых положений были использованы измерения скорости распространения ультразвука в деформированных металлах. Как следует из [13, 14], эта величина зависит от плотности дислокаций. С другой стороны, известно [15], что скорость ультразвука «чувствует» именно подвижные дислокации. Проверка осуществлена в экспериментах, в ходе которых одновременно с регистрацией кривых нагружения регистрировалась скорость распространения ультразвуковых рэлеевских волн с частотой 3 МГц на поликристаллическом чистом алюминии (содержание Al – не менее 99,5 мас. %). Плотность дислокаций в недеформированном образце  $\rho_0 \approx 4,6 \cdot 10^{13} \text{ м}^{-2}$  оценивалась с помощью анализа профилей брэгговских максимумов [16] на дифрактометре Shimadzu XRD-6000. Плоские образцы с размерами рабочей части  $50 \times 5 \times 2$  мм, вырезанные вдоль направления прокатки листов, растягивались на испытательной машине Instron-1185 со скоростью  $3,3 \cdot 10^{-4} \text{ с}^{-1}$  при 300 К. Стадии деформационного упрочнения III и предразрушения IV выявлялись на кривых течения  $\sigma(\varepsilon)$  как прямолинейные участки зависимостей, построенных в координатах напряжение течения  $\sigma$  – деформация  $\varepsilon^{1/2}$ . Скорость распространения рэлеевских волн определялась как отношение длины пути волны в образце ко времени задержки прихода сигнала на приемный преобразователь относительно излучающего сигнала. Оно измерялось по осциллограмме, записанной с помощью цифрового осциллографа с частотой дискретизации 2 ГГц. Синхронная запись диаграмм растяжения  $\sigma(\varepsilon)$  и измерений скорости рэлеевских акустических волн  $V$  позволяла получить зависимости скорости от величины деформации  $\varepsilon$  [15].

Относительное изменение скорости распространения рэлеевских волн  $\Delta V/V_0$ , где  $V_0$  – скорость в недеформированном состоянии, а  $\Delta V = V_0 - V$  – разность скоростей в исходном и деформируемом состоянии, связано с изменением плотности дислокаций при пластической деформации  $\Delta\rho = \rho_{\text{tot}} - \rho_0$ . Изменение плотности дислокаций  $\Delta\rho$  было найдено из условия равенства приложенных напряжений и внутренних напряжений, создаваемых дислокациями  $\sigma_i \approx Gb\rho_{\text{tot}}^{1/2}$ .

В соответствии со статьей [13]

$$\Delta\rho \approx \beta \frac{\Delta V}{V_0}, \quad (16)$$

где коэффициент  $\beta = 5\pi^4/8L^2 \approx 60/L^2$  зависит от длины дислокационного сегмента  $L$ . Ее можно оценить по напряжению, вызывающему работу источника Франка – Рида, как  $\sigma_r \approx 3Gb/2\pi/(1-v)L$ , где  $v = 0,34$  – коэффициент Пуассона,  $G = 26$  ГПа – модуль сдвига [17]. Тогда  $L = 315b$  ( $b = 0,286$  нм – длина вектора Бюргерса дислокаций в Al). При значениях  $L < 315b$  напряжения  $\sigma_r > \sigma_B$  ( $\sigma_B = 62$  МПа – предел прочности Al при 300 К).

Оцененный таким образом коэффициент  $\beta \approx 7,5 \cdot 10^{15} \text{ м}^{-2}$ , а рассчитанные изменения полной плотности дислокаций  $\rho_{\text{tot}}$  с ростом общей деформации Al показаны на рис. 2a. При деформации в алюминии формируются дислокационные ячейки, разделенные дислокационными стенками. Полная плотность дислокаций  $\rho_{\text{tot}}$  есть сумма плотностей подвижных и неподвижных дислокаций, сосредоточенных внутри и в границах ячеек. Плотность дислокаций в границах дислокационных ячеек  $\rho_c$  (см. рис. 2a) увеличивается с ростом деформации в соответствии с законом [18–20]

$$\rho_c(\varepsilon) \approx \left( \frac{k_1}{bk_2} \right)^2 \left[ 1 - \exp \left( -\frac{M}{2} k_2 \varepsilon \right) \right]^2, \quad (17)$$

где  $k_1$  и  $k_2$  – коэффициенты, характеризующие размножение и аннигиляцию дислокаций, численные значения которых для Al взяты из [21];  $M$  – ориентационный фактор Тейлора [1].

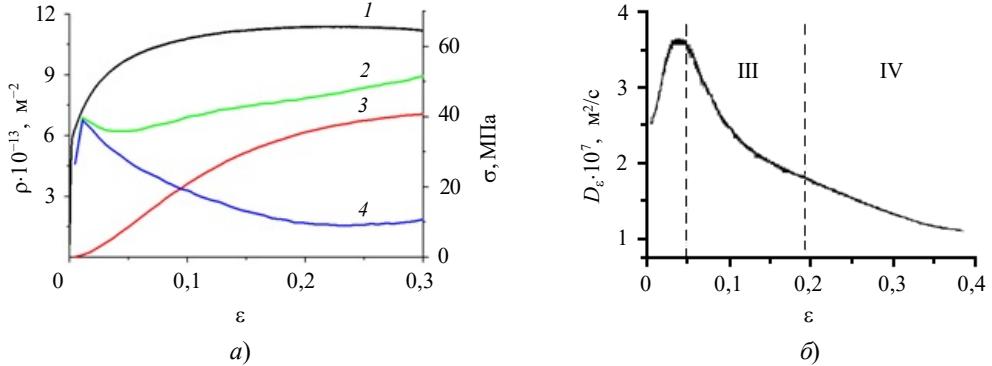


Рис. 2. Диаграмма растяжения и изменение плотностей дислокаций с ростом деформации (а); зависимость коэффициента  $D_\varepsilon$  в уравнении (3) от деформации для стадий III и IV (б)

Поведение плотности подвижных дислокаций  $\rho_{md} = \rho_{tot} - \rho_c$  в зависимости от деформации показано на рис. 2а, где 1 – диаграмма растяжения, 2 – изменение плотности  $\rho_{tot}$ , 3 – плотности  $\rho_c$ , 4 – плотности  $\rho_{md}$ . Полученные значения согласуются с литературными данными [18–20, 22–26]. Вводя длину свободного пробега дислокаций  $\Lambda(\varepsilon) \approx \rho_{md}^{-1/2}$  и скорость движения дислокаций  $V_{disl}(\varepsilon) = \Lambda/\tau$ , можно проследить за экстремальным поведением их произведения  $D_\varepsilon \approx \Lambda(\varepsilon)V_{disl}(\varepsilon)$ , приведенным на рис. 2б и указывающим на существенные вариации коэффициента  $D_\varepsilon$ , с которыми связаны изменения автоволновых мод при развитии деформационного упрочнения.

### Заключение

Показано, что использование автоволновых представлений о характере развития пластического течения в твердых телах оказывается продуктивным при решении задачи о форме функции плотности подвижных дислокаций от деформации. Связь установленной зависимости со стадийностью кривой деформации и автоволновыми модами пластического течения позволяет считать ее физически более обоснованной.

Проведенное исследование показывает, что установленные зависимости могут быть пригодны для расчетов деформационной кинетики при построении физики пластичности при оценке такой характеристики материала, как плотность подвижных дислокаций непосредственно в процессе нагружения. Очевидно, что в соответствии с уравнением (16) для этого достаточно точно определить малое изменение скорости распространения ультразвука, вызванное пластической деформацией.

Результаты экспериментального исследования плотности дислокаций в деформированном алюминии указывают на качественное согласие полученных экспериментальных и теоретических данных. Это позволяет переносить характерные дислокационные модели на металлы, на кривых течения которых имеются стадии деформационного упрочнения I ( $\sigma \sim \varepsilon^0$ ) и II ( $\sigma \sim \varepsilon$ ).

### *Список литературы*

1. Argon A.S. *Strengthening Mechanisms in Crystal Plasticity*. Oxford: University Press, 2008. 404 p. <https://doi.org/10.1093/acprof:oso/9780198516002.001.0001>.
2. Seeger A. Structure and diffusion of kinks in monoatomic crystals. In: *Dislocations*. Eds. P. Veyssikre, L. Kubin, J. Castaing. Paris: C.N.R.S., 1984. P. 141–178.
3. Seeger A. Why anomalous slip in body-centred cubic metals? *Materials Science and Engineering: A*. 2001. Vol. 319–321. P. 254–260. [https://doi.org/10.1016/S0921-5093\(01\)00958-3](https://doi.org/10.1016/S0921-5093(01)00958-3).
4. Zhang L., Sekido N., Ohmura T. Real time correlation between flow stress and dislocation density in steel during deformation. *Materials Science and Engineering: A*. 2014. Vol. 611. Iss. 1. P. 188–193. <https://doi.org/10.1016/j.msea.2014.05.073>.
5. Langer J.S., Bouchbinder E., Lookman T. Thermodynamic theory of dislocation-mediated plasticity. *Acta Materialia*. 2010. Vol. 58. Iss. 10. P. 3718–3732. <https://doi.org/10.1016/j.actamat.2010.03.009>.
6. Gilman J.J. Microdynamics of plastic flow at constant stress. *Journal of Applied Physics*. 1965. Vol. 36. Iss. 9. P. 2772–2777. <https://doi.org/10.1063/1.1714577>.
7. Zuev L.B., Barannikova S.A., Danilov V.I., Gorbatenko V.V. Plasticity: from crystal lattice to macroscopic phenomena. *Progress in Physics of Metals*. 2021. Vol. 22. Iss. 1. P. 3–57. <https://doi.org/10.15407/ufm.22.01.003>.
8. Zuev L.B., KhonYu.A. Autowave physics of inhomogeneous plastic flow. *Physical Mesomechanics*. 2025. Vol. 28. Iss. 1. P. 1–26. <https://doi.org/10.1134/S1029959924601325>.
9. Haken H. *Information and Self-Organization. A Macroscopic Approach to Complex Systems*. Berlin: Springer, 2006. 316 p. <https://doi.org/10.1007/3-540-33023-2>.
10. Петров Ю.В., Бородин И.Н. Релаксационный механизм пластического деформирования и его обоснование на примере явления зуба текучести в нитевидных кристаллах. *Физика твердого тела*. 2015. Т. 57. №2. С. 336–341.
11. Pelleg J. *Mechanical Properties of Materials*. Dordrecht: Springer, 2013. 634 p. <https://doi.org/10.1007/978-94-007-4342-7>.
12. Spigel M.R., Lipschutz S., Liu J. *Mathematical Handbook of Formulas and Tables*. New York: McGraw Hill, 2009. 289 p.
13. Maurel A., Pagneux V., Barra F., Lund F. Wave propagation through a random array of pinned dislocations: velocity change and attenuation in a generalized Granato and Lücke theory. *Physical Review B*. 2005. Vol. 72. Article No 174111. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.72.174111>.
14. Ерофеев В.И., Мальханов А.О. Дисперсия и самомодуляция волн, распространяющихся в твердом теле с дислокациями. *Физическая мезомеханика*. 2017. Т. 20. №4. С. 69–76.
15. Zuev L.B., Semukhin B.S. Some acoustic properties of a deforming medium. *Philosophical Magazine A*. 2002. Vol. 82. Iss. 6. P. 1183–1193. <https://doi.org/10.1080/01418610208240024>.
16. Williamson G.K., Smallman R.E. III. Dislocation densities in some annealed and cold-worked metals from measurements on the X-ray Debye-Scherrer spectrum. *Philosophical Magazine*. 1956. Vol. 1. Iss. 1. P. 34–46. <https://doi.org/10.1080/14786435608238074>.
17. Davoudi K. Temperature dependence of the yield strength of aluminum thin films: multiscale modeling approach. *Scripta Materialia*. 2017. Vol. 131. P. 63–66. <https://doi.org/10.1016/j.scriptamat.2016.12.039>.
18. Kocks U.F., Mecking H. Physics and phenomenology of strain hardening: the FCC case. *Progress in Materials Science*. 2003. Vol. 48. P. 171–273. [https://doi.org/10.1016/S0079-6425\(02\)00003-8](https://doi.org/10.1016/S0079-6425(02)00003-8).
19. Yasnikov I.S., Vinogradov A., Estrin Y. Revisiting the Considere criterion from the viewpoint of dislocation theory fundamentals. *Scripta Materialia*. 2014. Vol. 76. P. 37–40. <https://doi.org/10.1016/j.scriptamat.2013.12.009>.
20. Sadeghi A., Kozeschnik E. Modeling the evolution of the dislocation density and yield stress of Al over a wide range of temperatures and strain rates. *Metallurgical and Materials Transactions A*. 2024. Vol. 55. P. 1643–1653. <https://doi.org/10.1007/s11661-024-07358-z>.
21. Yang J., He Y., Ma Y., Dong P., Zhao Z., Ma J., Li W., Chen L. Theoretical model of the temperature-dependent ultimate tensile strength from the viewpoint of dislocation kinetics

- approach for FCC metals. *European Journal of Mechanics: A/Solids*. 2024. Vol. 103. Article No 105160. <https://doi.org/10.1016/j.euromechsol.2023.105160>.
22. Messerschmidt U. *Dislocation Dynamics during Plastic Deformation*. Berlin: Springer, 2010. 503 p. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-03177-9>.
  23. Guyot P., Raynaud G.M. Dislocation structure distributions and properties of heavily cold rolled. Aluminium and aluminium-magnesium alloys. *Acta Metallurgica et Materialia*. 1991. Vol. 39. Iss. 3. P. 317–322.
  24. May J., Dinkel M., Amberger D., Höppel H., Göken M. Mechanical properties, dislocation density and grain structure of ultrafine-grained aluminum and aluminum-magnesium alloys. *Metallurgical and Materials Transactions A*. 2007. Vol. 38. P. 1941–1945. <https://doi.org/10.1007/s11661-007-9110-0>.
  25. Park D.-Y., Niewczas M. Plastic deformation of Al and AA5754 between 4.2K and 295K. *Materials Science and Engineering: A*. 2008. Vol. 491. Iss. 1-2. P. 88–102. <https://doi.org/10.1016/j.msea.2008.01.065>.
  26. Sidor J.J., Chakravarty P., Bátorfi J.G., Nagy P., Xie Q., Gubicza J. Assessment of dislocation density by various techniques in cold rolled 1050 aluminum alloy. *Metals*. 2021. Vol. 11. Iss. 10. Article No 1571. <https://doi.org/10.3390/met11101571>.

### References

1. Argon A.S. *Strengthening Mechanisms in Crystal Plasticity*. Oxford: University Press, 2008. 404 p. <https://doi.org/10.1093/acprof:oso/9780198516002.001.0001>.
2. Seeger A. Structure and diffusion of kinks in monoatomic crystals. In: *Dislocations*. Eds. P. Veyssikre, L. Kubin, J. Castaing. Paris: C.N.R.S. 1984. P. 141–178.
3. Seeger A. Why anomalous slip in body-centred cubic metals? *Mater. Sci. Eng., A*. 2001. Vol. 319–321. P. 254–260. [https://doi.org/10.1016/S0921-5093\(01\)00958-3](https://doi.org/10.1016/S0921-5093(01)00958-3).
4. Zhang L., Sekido N. and Ohmura T. Real time correlation between flow stress and dislocation density in steel during deformation. *Mater. Sci. Eng., A*. 2014. Vol. 611. Iss. 1. P. 188–193. <https://doi.org/10.1016/j.msea.2014.05.073>.
5. Langer J.S., Bouchbinder E., Lookman T. Thermodynamic theory of dislocation-mediated plasticity. *Acta Mater.* 2010. Vol. 58. Iss. 10. P. 3718–3732. <https://doi.org/10.1016/j.actamat.2010.03.009>.
6. Gilman J.J. Microdynamics of plastic flow at constant stress. *J. Appl. Phys.* 1965. Vol. 36. Iss. 9. P. 2772–2777. <https://doi.org/10.1063/1.1714577>.
7. Zuev L.B., Barannikova S.A., Danilov V.I., Gorbatenko V.V. Plasticity: from crystal lattice to macroscopic phenomena. *Prog. Phys. Met.* 2021. Vol. 22. Iss. 1. P. 3–57. <https://doi.org/10.15407/ufm.22.01.003>.
8. Zuev L.B., KhonYu.A. Autowave physics of inhomogeneous plastic flow. *Physical Mesomechanics*. 2025. Vol. 28. Iss. 1. P. 1–26. <https://doi.org/10.1134/S1029959924601325>.
9. Haken H. *Information and Self-organization. A Macroscopic Approach to Complex Systems*. Berlin: Springer, 2006. 316 p. <https://doi.org/10.1007/3-540-33023-2>.
10. Petrov Yu.V., Borodin I.N. Relaxation mechanism of plastic deformation and its justification using the example of the sharp yield point phenomenon in whiskers. *Physics of the Solid State*. 2015. Vol. 57. No 2. P. 353–359.
11. Pelleg J. *Mechanical Properties of Materials*. Dordrecht: Springer, 2013. 634 p. <https://doi.org/10.1007/978-94-007-4342-7>.
12. Spigel M.R., Lipschutz S., Liu J. *Mathematical Handbook of Formulas and Tables*. New York: McGraw Hill, 2009. 289 p.
13. Maurel A., Pagneux V., Barra F., Lund F. Wave propagation through a random array of pinned dislocations: velocity change and attenuation in a generalized Granato and Lücke theory. *Physical Review B*. 2005. Vol. 72. Article No 174111. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.72.174111>.
14. Erofeev V.I., Malkhanov A.O. Dispersion and self-modulation of waves propagating in a solid with dislocations. *Phys. Mesomech.* 2019. Vol. 22. P. 173–180. <https://doi.org/10.1134/S1029959919030019>.

15. Zuev L.B., Semukhin B.S. Some acoustic properties of a deforming medium. *Philos. Mag. A*. 2002. Vol. 82. Iss. 6. P. 1183–1193. <https://doi.org/10.1080/01418610208240024>.
16. Williamson G.K., Smallman R.E. III. Dislocation densities in some annealed and cold-worked metals from measurements on the X-ray Debye-Scherrer spectrum. *Philos. Mag.* 1956. Vol. 1. Iss. 1. P. 34–46. <https://doi.org/10.1080/14786435608238074>.
17. Davoudi K. Temperature dependence of the yield strength of aluminum thin films: multiscale modeling approach. *Scripta Mater.* 2017. Vol. 131. P. 63–66. <https://doi.org/10.1016/j.scriptamat.2016.12.039>.
18. Kocks U.F., Mecking H. Physics and phenomenology of strain hardening: the FCC case. *Prog. Mater Sci.* 2003. Vol. 48. P. 171–273. [https://doi.org/10.1016/S0079-6425\(02\)00003-8](https://doi.org/10.1016/S0079-6425(02)00003-8).
19. Yasnikov I.S., Vinogradov A., Estrin Y. Revisiting the Considere criterion from the viewpoint of dislocation theory fundamentals. *Scripta Mater.* 2014. Vol. 76. P. 37–40. <https://doi.org/10.1016/j.scriptamat.2013.12.009>.
20. Sadeghi A., Kozeschnik E. Modeling the evolution of the dislocation density and yield stress of Al over a wide range of temperatures and strain rates. *Metall. Mater. Trans. A*. 2024. Vol. 55. P. 1643–1653. <https://doi.org/10.1007/s11661-024-07358-z>.
21. Yang J., He Y., Ma Y., Dong P., Zhao Z., Ma J., Li W., Chen L. Theoretical model of the temperature-dependent ultimate tensile strength from the viewpoint of dislocation kinetics approach for FCC metals. *Eur. J. Mech. A/Solids*. 2024. Vol. 103. Article No 105160. <https://doi.org/10.1016/j.euromechsol.2023.105160>.
22. Messerschmidt U. *Dislocation Dynamics during Plastic Deformation*. Berlin. Springer. 2010. 503 p. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-03177-9>.
23. Guyot P., Raynaud G.M. Dislocation structure distributions and properties of heavily cold rolled. Aluminium and aluminium-magnesium alloys. *Acta Metallurgica et Materialia*. 1991. Vol. 39. Iss. 3. P. 317–322.
24. May J., Dinkel M., Amberger D., Höppel H., Göken M. Mechanical properties, dislocation density and grain structure of ultrafine-grained aluminum and aluminum-magnesium alloys. *Metallurgical and Materials Transactions A*. 2007. Vol. 38. P. 1941–1945. <https://doi.org/10.1007/s11661-007-9110-0>.
25. Park D.-Y., Niewczas M. Plastic deformation of Al and AA5754 between 4.2K and 295K. *Mater. Sci. Eng., A*. 2008. Vol. 491. Iss. 1-2. P. 88–102. <https://doi.org/10.1016/j.msea.2008.01.065>.
26. Sidor J.J., Chakravarty P., Bátorfi J.G., Nagy P., Xie Q., Gubicza J. Assessment of dislocation density by various techniques in cold rolled 1050 aluminum alloy. *Metals*. 2021. Vol. 11. Iss. 10. Article No 1571. <https://doi.org/10.3390/met11101571>.

## DENSITY OF MOBILE DISLOCATIONS AND STAGES OF PLASTIC FLOW\*

Zuev L.B., Barannikova S.A.

*Institute of Strength Physics and Materials Science SB RAS, Tomsk, Russian Federation*

lbz@ispms.ru

*Received by the Editor 2025/04/11*

The nature and form of the relationship between the density of mobile dislocations and plastic deformation during the development of plastic flow at different stages of the stress-strain curve of metals are considered. The possibility of constructing such a relationship function based on autowave concepts of the dependences of the autowave length of localized plasticity and the velocity of its propagation on deformation, corresponding to the laws of multi-stage plastic flow in solids, is demonstrated. The autowave mechanism is based on the concepts of the leading role of localization of plastic deformation and generation of self-excited autowave

---

\* The study was carried out within the framework of the state assignment of the Institute of Strength Physics and Materials Science SB RAS; topic No FWRW-2021-0011.

processes during plastic flow, associated with the self-organization of a plastically deformed active medium. The principles of mutual complementarity of the dislocation and autowave approaches to the problem of plasticity of solids and their coordination based on the study of macroscopic autowave patterns of localization of plastic flow are formulated. Both the autowave pattern in the form of mobile and stationary foci of localized deformation on the yield plateau, stages of strain hardening, and dislocation ensembles evolve regularly during plastic flow. A comparison of autowave macroscale quantitative data on the localization of plastic flow, recorded using *in situ* speckle photography, with microscopic characteristics of dislocations arising in the material under the same deformation conditions, recorded by the acoustic method, is carried out. The difficulty of solving the problem is that the compared micro- and macrostructures have fundamentally different spatial scales, differing by 6-7 orders of magnitude.

*Keywords:* deformation, strengthening, plasticity, dislocations, autowaves, active medium.