

УДК 539.3

DOI: 10.32326/1814-9146-2025-87-3-381-388

О ТРЕЩИНЕ ГРИФФИТСА В АНИЗОТРОПНОЙ СРЕДЕ*

© 2025 г. **Бабешко В.А.^{1,2}, Игумнов Л.А.³, Евдокимова О.В.¹,
Бабешко О.М.², Телятников И.С.¹, Евдокимов В.С.²**

¹Южный научный центр РАН, Ростов-на-Дону, Российская Федерация

²Кубанский государственный университет, Краснодар, Российская Федерация

³Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, Нижний Новгород, Российская Федерация

babeshko41@mail.ru

Поступила в редакцию 26.07.2025

Описанные в начале XX века трещины Гриффитса формируются как результат гладкого непрерывного деформирования сжимаемых с боков до превращения в полость отверстий в виде эллипса или окружности, находящихся в пластине. Получившиеся полости имеют гладкую границу, а угол в вершинах трещины равен развернутому. Исследования трещины Гриффитса нашли многочисленные применения в инженерной практике, материаловедении, геотехнологиях. Позднее появился интерес к трещинам нового типа, получающимся как результат сжатия с боков не эллипса, как у трещин Гриффитса, а прямоугольника. Их граница является кусочно-гладкой с двумя прямыми углами. Результаты исследования трещин нового типа стали успешно применяться в сейсмологии, для описания сближения гранитных литосферных плит, скользящих по базальтовому слою вдоль границы Конрада. С помощью таких трещин удобно моделировать подземные полости разных размеров и различного назначения, которые достаточно точно отображают реальные шахты и штольни, успешно описывают углы и стены. Однако необходимо учитывать, что подземные сооружения являются результатом достаточно продолжительной работы по преобразованию предварительных простых полостей к сооружениям подобного типа. На этапе первоначальной выемки горных пород эти сооружения скорее схожи с объектами, описываемыми трещинами Гриффитса, имеющими границы без выраженных плоских стен и прямых углов, а также со сближенными берегами. Это наблюдается на начальном этапе строительства сооружения. Наряду с ранее рассмотренным моделированием подземных сооружений с применением трещин нового типа в настоящей статье рассматривается подземное сооружение, моделируемое трещиной Гриффитса, как первый этап его создания. С учетом особенностей глубинных пород впервые строится теория, позволяющая изучить этот объект в анизотропной среде, свойственной материалам коры Земли.

Ключевые слова: трещина Гриффитса, анизотропная среда, интегральное уравнение, подземная штольня.

* Выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда и Кубанского научного фонда, региональный проект Краснодарского края 24-11-20006.

Введение

В публикациях [1–10] исследуются анизотропные материалы и методы решения граничных задач для природных и инженерных объектов из таких материалов. Потребности в расчетах соответствующих сложных ответственных инженерных объектов вызваны применением новых композиционных материалов с заданными эксплуатационными свойствами. Некоторые из таких материалов, смешанные и контактные задачи с их использованием изучены достаточно глубоко [11–18]. Отметим еще кристаллы и полупроводниковые материалы для электроники. В проводимых исследованиях инженерных и природных объектов с указанными материалами опираются, как правило, на приближенные аналитические и численные решения. Такие задачи не содержат концентраций контактных напряжений, а решений для создаваемых подземных сооружений практически нет. В статье [11] А. Гриффитс изложил разработанную им теорию трещин, имеющих вид, представленный на рис. 1, а в [18] приводятся уравнения трещин нового типа (рис. 2).

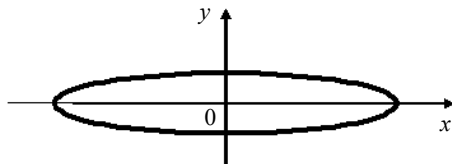


Рис. 1. Трещина Гриффитса. Этап начала строительства подземного сооружения

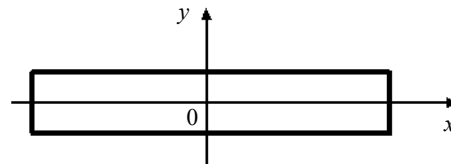


Рис. 2. Трещина нового типа. Возведенное подземное сооружение

Сопоставление и дистанцирование каждого типа трещин детально изложено в [19]. В статье [20] с применением трещин нового типа предложен подход, позволяющий исследовать напряженно-деформированное состояние произвольной совокупности параллельных штолен. Исследования механического состояния подземных сооружений типа параллельных штолен горнодобывающих шахт удастся выполнить с использованием факторизационного метода [21]. Однако остается неизученным этап сооружения параллельных штолен, включающий в себя образование полостей как результат первоначальных выработок добываемого сырья. Начальные полости достаточно близко геометрически подобны трещинам Гриффитса [11], однако вопрос поведения таких полостей в анизотропной среде не изучался.

Статья посвящена методу анализа и решениям задач для трещин Гриффитса в анизотропных постановках. Результаты работы направлены на выявление зон концентрации напряжений и изучение поведения границы подземной полости.

Интегральное уравнение

Для анизотропной слоистой среды рассмотрим интегральное уравнение [21]

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-a}^a h(x_1 - \xi_1, x_2 - \xi_2) q(\xi_1, \xi_2) d\xi_1 d\xi_2 = f(x_1, x_2), \quad -a \leq x_1 \leq a, \quad |x_2| \leq \infty, \quad (1)$$

$$h(x_1, x_2) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} H(u_1, u_2) \exp(-i(u_1 x_1 + u_2 x_2)) du_1 du_2, \quad q(a, \xi_2) = q(-a, \xi_2) = 0.$$

Здесь $q(x_1, x_2)$ – нормальные перемещения берегов трещины; $f(x_1, x_2)$ – напряжения,

действующие на берега, предполагаемые симметричными; $h(x_1, x_2)$ – ядро интегрального уравнения; функция $H(u_1, u_2)$ – преобразование Фурье ядра интегрального уравнения.

Пусть $H(u_1, u_2)$ – аналитическая функция от комплексных переменных. Применим к (1) преобразования Фурье по координате x_2 . Тогда (1) сведем к уравнению с вещественным параметром u_2 :

$$\int_{-a}^a h(x_1 - \xi_1) q(\xi_1) d\xi_1 = f(x_1), \quad q(\xi_1) = q(\xi_1, u_2), \quad h(x_1) = h(x_1, u_2),$$

$$h(x_1) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(u_1) \exp(-iu_1 x_1) du_1, \quad H(u_1) = H(u_1, u_2), \quad f(x_1) = f(x_1, u_2). \quad (2)$$

Для краткости параметр u_2 временно опустим. Пусть $H(u_1)$ – непрерывная аналитическая функция и, кроме того, ее поведение на бесконечности задает уравнение

$$H(u_1) = c|u_1| [1 + o(u_1^{-1})], \quad \text{Im } u_1 = 0. \quad (3)$$

Соотношениям (3) удовлетворяют ядра интегральных уравнений для статического случая трещин Гриффитса в многослойной анизотропной среде с берегами, параллельными границам слоев.

Применим из [21] метод решения интегрального уравнения Винера – Хопфа на конечном отрезке. Построим обобщенное решение.

Построение решения

Запишем

$$(-\partial^2 + \tau^2) \int_{-a}^a k(x_1 - \xi_1) q(\xi_1) d\xi_1 = f(x_1),$$

$$k(x_1) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} (\alpha_1^2 + \tau^2)^{-1} H(\alpha_1) \exp(-i\alpha_1 x_1) d\alpha_1, \quad K(\alpha_1) = (\alpha_1^2 + \tau^2)^{-1} H(\alpha_1).$$

Решение дифференциального уравнения получим в форме

$$\int_{-a}^a k(x_1 - \xi_1) q(\xi_1) d\xi_1 = f_1(x_1) + c_1 \exp(\tau x_1) + c_2 \exp(-\tau x_1),$$

$$f_1(x_1) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\alpha_1) (\alpha_1^2 + \tau^2)^{-1} \exp(-i\alpha_1 x_1) d\alpha_1, \quad |x_1| \leq a. \quad (4)$$

Очевидно, для асимптотической формулы функции $K(u_1)$ имеет место

$$K(u_1) = +c|u_1|^{-1} [1 + o(u_1^{-1})], \quad \text{Im } u_1 = 0.$$

Постоянные c_m , $m = 1, 2$, в (4) нуждаются в определении.

На основе подхода из [21] приходим к решению двух функциональных уравнений вида

$$X(\zeta, \pm) = \mp \mathbf{M}(\zeta, a) X(u_1, \pm) + \mathbf{a}(\zeta, \pm),$$

$$\mathbf{M}(\zeta, a) X(u_1, \pm) = \frac{1}{2\pi i} \oint_{\sigma} \frac{K_{-}(u_1) \exp(-2aiu_1)}{K_{+}(u_1)(u_1 + \zeta)} X_m(u_1, \pm) du_1,$$

$$\alpha(\zeta, \pm) = \pm \frac{1}{2\pi i} \int_{\sigma} \left[\frac{F_+(u_1)}{K_-(u_1)(u_1 - \zeta)} \mp \frac{F_-(u_1)}{K_+(u_1)(u_1 + \zeta)} \right] du_1,$$

$$F_+(u_1) = \int_{-a}^a f(x) \exp(iu_1(x+a)) dx, \quad F_-(u_1) = \int_{-a}^a f(x) \exp(iu_1(x-a)) dx,$$

$$X(\zeta, \pm) = [\Phi_+(-\zeta) \pm \Phi_-(\zeta)] K_-^{-1}(\zeta),$$

$$\Phi_-(u_1) = \int_{-\infty}^{-a} \varphi_-(x) \exp(iu_1(x+a)) dx, \quad \Phi_+(u_1) = \int_a^{\infty} \varphi_+(x) \exp(iu_1(x-a)) dx, \quad (5)$$

$K_{\pm}(u_1)$ – результат факторизации функции $K(u_1)$ относительно вещественной оси [21]. Здесь $\varphi_-(x_1)$, $\varphi_+(x_1)$ – функции, описывающие продолжение интегрального уравнения (4) в области $x_1 \leq -a$ и $x_1 \geq a$ соответственно. Непрерывный контур σ такой, что $0 > -c > \max \operatorname{Im} u_1$, $u_1 \in \sigma$, $c > 0$. Контур расположен в нижней комплексной полуплоскости и асимптотически уходит на бесконечность так, что содержит часть отрицательной мнимой полуоси, пересекая ее в одной точке. Контур огибает сверху в нижней комплексной полуплоскости комплексные особенности всех аналитических функций $K(u_1)$. Считаем, что контур расположен строго ниже вещественной оси.

На основе формул из [21] можем записать

$$q(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \frac{F(u_1)}{K(u_1)} - \frac{X_0^-(u_1) \exp(-iau_1)}{K_+(u_1)} - \frac{X_2^+(u_1) \exp(iau_1)}{K_-(u_1)} \right\} \exp(-ixu_1) du_1, \quad (6)$$

$$2X_2^+(-u_1) = X(u_1, -) + X(u_1, +), \quad 2X_0^-(u_1) = X(u_1, -) + X(u_1, +).$$

В [21] доказано, что операторы $\mathbf{M}(\zeta, a)$ в правой части (5) при рассмотрении их на контуре σ являются вполне непрерывными в пространстве $C(\lambda)$, $0 \leq \lambda < 1$, вводимом нормой $\|f\| = \max |u_1^\lambda f(u_1)|$, $u_1 \in \sigma$.

Осуществим факторизацию в виде произведения каждой функции $K(u)$. Учтем представление $K_{\pm}(u_1)$ в виде

$$K_{\pm}(u_1) = \exp \left(\pm \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\ln K(\xi)}{\xi - u_1} d\xi \right), \quad u_1 \in \Pi_{\pm}. \quad (7)$$

Здесь Π_+ , Π_- – верхняя и нижняя комплексные полуплоскости. Из асимптотической формулы функции $K(u_1)$ для факторизованных функций следует свойство

$$K_-(u_1) \rightarrow o(u^{-1/2}), \quad K_+(u_1) \rightarrow o(u^{-1/2}). \quad (8)$$

Лемма [21]. Оператор $\mathbf{M}(\zeta, a)$ является аналитической функцией параметра a , регулярной в области $\operatorname{Re} a > 0$. Существует такое $a_0 \geq 0$, что имеет место неравенство $\|\mathbf{M}(\zeta, a)\|_{C(\lambda)} < 1$, $\operatorname{Re} a > a_0$.

Результаты исследования

Свойства решения (6) позволяют выявлять концентрацию контактных напряжений в анизотропном случае. Принимая во внимание поведение функций

$$X_0^-(u_1) = o(u_1^{-1}), \quad X_2^+(-u_1) = o(u_1^{-1})$$

и свойства функций $K_-(u_1)$, $K_+(u_1)$ из (8), после несложной оценки интеграла (6) получим

$$\begin{aligned} q(x) &= [m_1(x_1) + c_1 m_2(x_1) + c_{12} m_3(x_1)] [(a-x)^{-1/2} + (a+x)^{-1/2}] + \\ &\quad + o[(a-x)^{-1/2}] + o[(a+x)^{-1/2}], \\ m_1(-a) + c_1 m_2(-a) + c_2 m_3(-a) &= 0, \\ m_1(a) + c_1 m_2(a) + c_2 m_3(a) &= 0. \end{aligned}$$

Из последнего уравнения находятся постоянные c_m , $m = 1, 2$. Они вносятся в представление $q(x)$ и дают его ограниченное решение, описывающее поведение берегов трещины. Для оценки возникающих в вершинах трещины напряжений достаточно внести найденное решение в интегральное уравнение (1) и исследовать интеграл в областях $x_1 \leq -a$ и $x_1 \geq a$.

Заключение

Имеется возможность прогнозировать состояние подземного сооружения, представимого полостью – трещиной Гриффитса. В процессе последующего строительства трещина Гриффитса преобразуется в трещину нового типа, детально исследованную в [19].

Отдельные фрагменты работы выполнены в рамках реализации Госзадания на 2025 г. Минобрнауки, проект (FZEN-2023-0006), ЮНЦ РАН, тема 01201354241-0.

Список литературы

1. Баженов В.Г., Игумнов Л.А. *Методы граничных интегральных уравнений и граничных элементов*. М.: Физматлит, 2008. 352 с.
2. Калинин В.В., Белянкова Т.И. *Динамические контактные задачи для предварительно напряженных тел*. М.: Физматлит, 2002. 240 с.
3. Колесников В.И., Беляк О.А. *Математические модели и экспериментальные исследования – основа конструирования гетерогенных антифрикционных материалов*. М.: Физматлит, 2021. 216 с.
4. Lotfy K., Elshazly I., Halouani B. et al. A comprehensive model for thermo-hydro-mechanical behavior in nonlocal poroelastic semiconductors under laser excitation. *Archive of Applied Mechanics*. 2025. Vol. 95. Article No 37. <https://doi.org/10.1007/s00419-024-02744-w>.
5. Kudimova A.B., Nadolin D.K., Nasedkin A.V., Nasedkina A.A., Oganesyan P.A., Soloviev A.N. Finite element homogenization of piezocomposites with isolated inclusions using improved 3-0 algorithm for generating representative volumes in Acelan-Compos package. *Materials Physics and Mechanics*. 2020. Vol. 44. No 3. P. 392–403.
6. Mao H.-J., Liu D.-F., Zhang N., Huang T., Kühnert I., Yang J.-H., Wang Y. Constructing a microcapacitor network of carbon nanotubes in polymer blends via crystallization-induced phase separation toward high dielectric constant and low loss. *ACS Applied Materials & Interfaces*. 2020. Vol. 12. Iss. 23. P. 26444–26454. <https://doi.org/10.1021/ACSAMI.0C04575>.
7. Cosenza Ph., Giot R., Giraud A., Hedan S. A fractional differential scheme for the effective transport properties of multiscale reactive porous media: Applications to clayey geomaterials. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*. 2021. Vol. 45. Iss. 14. P. 2130–2154. DOI: 10.1002/nag.3259.
8. Li T., Shu J., Li Y., Bingni Wu., Li Y. et al. Propagation characteristics of dynamic wave in fluid-containing granular materials at unified high and low frequency. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. 2024. Vol. 182. Article No108696. <https://doi.org/10.1016/j.soildyn.2024.108696>.

9. Беляк О.А., Суворова Т.В. Колебания штампа на поверхности гетерогенного слоя при учете трения в области контакта. *Прикладная математика и механика*. 2021. Т. 85. №3. С. 321–331. DOI: 10.31857/S0032823521030048.
10. Du K., Cheng L., Barthelemy J., Sevostianov I., Giraud A., Adessina A. Numerical computation of compliance contribution tensor of a concave pore embedded in a transversely isotropic matrix. *International Journal of Engineering Science*. 2020. Vol. 152. Article No 103306. DOI: 10.1016/j.ijengsci.2020.103306.
11. Griffith A. The phenomena of rupture and flow in solids. *Philosophical Transactions of the Royal Society London*. 1920. P. 163–197.
12. Rice J.R. Elastic fracture mechanics concepts for interface cracks. *Journal of Applied Mechanics*. 1988. Vol. 110. P. 98–103. DOI: 10.1016/j.ijengsci.2020.103306.
13. Yang Z., Guo D., Bian J., Yang Y. Scattering of SH waves by elliptical cavity and type-III crack in deep anisotropic geology. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. 2024. Vol. 182. Article No 108695. DOI: 10.1016/j.soildyn.2024.108695.
14. Морозов Н.Ф. *Математические вопросы теории трещин*. М.: Наука, 1984. 256 с.
15. Черепанов Г.П. *Механика хрупкого разрушения*. М.: Наука, 1974. 640 с.
16. Zhang X., Qi H. Analysis on scattering characteristics of SH guided wave due to V-notch in a piezoelectric/piezomagnetic bi-material strip. *Acta Mechanica*. 2024. Vol. 235. P. 3331–3362.
17. Raddadi M.H., Alotaibi M.A., El-Bary A.A., Lotfy Kh. A novel generalized photothermoelasticity model for hydro-poroelastic semiconductor medium. *AIP Advances*. 2024. Vol. 14. Iss. 12. Article No 125104. <https://doi.org/10.1063/5.0243521>.
18. Бабешко В.А., Евдокимова О.В., Бабешко О.М. Об интегральных уравнениях трещин нового типа. *Вестник Санкт-Петербургского университета. Математика, механика, астрономия*. 2022. Т. 9. №3. P. 267–274. <https://doi.org/10.21638/spbu01.2022.302>.
19. Бабешко В.А., Евдокимова О.В., Бабешко О.М. Математическая и механическая взаимосвязь трещин Гриффитса и нового типа в некоторых нанотехнологиях. *Проблемы прочности и пластичности*. 2023. Т. 85. №3. С. 404–413. DOI: 10.32326/1814-9146-2023-85-3-404-413.
20. Бабешко В.А., Евдокимова О.В., Бабешко О.М. и др. К теории блочных структур в проблеме прочности штолен и конструкций с множественными соединениями. *ДАН*. 2019. Т. 484. №1. С. 29–34. DOI: 10.31857/S0869-5652484129-34.
21. Ворович И.И., Бабешко В.А. *Динамические смешанные задачи теории упругости для неклассических областей*. М.: Наука, 1979. 320 с.

References

1. Bazhenov V.G., Igumnov L.A. *Metody granichnykh integralnykh uravneniy i granichnykh elementov* [Methods of Boundary Integral Equations and Boundary Elements]. Moscow. Fizmatlit Publ. 2008. 352 p. (In Russian).
2. Kalinchuk V.V., Belyankova T.I. *Dinamicheskie kontaktnye zadachi dlya predvaritelno napryazhennykh tel* [Dynamic Contact Problems for Prestressed Bodies]. Moscow. Fizmatlit Publ. 2002. 240 p. (In Russian).
3. Kolesnikov V.I., Belyak O.A. *Matematicheskie modeli i eksperimentalnye issledovaniya – osnova konstruirovaniya geterogennykh antifriktsionnykh materialov* [Mathematical Models and Experimental Studies – the Basis for the Design of Heterogeneous Antifriction Materials]. Moscow. Fizmatlit Publ. 2021. 216 p. (In Russian).
4. Lotfy K., Elshazly I., Halouani B. et al.: A comprehensive model for thermo-hydro-mechanical behavior in nonlocal poroelastic semiconductors under laser excitation. *Arch. Appl. Mech.* 2025. Vol. 95. Article No 37. <https://doi.org/10.1007/s00419-024-02744-w>.
5. Kudimova A.B., Nadolin D.K., Nasedkin A.V., Nasedkina A.A., Oganessian P.A., Soloviev A.N. Finite element homogenization of piezocomposites with isolated inclusions using improved 3-0 algorithm for generating representative volumes in Acelan-Compos package. *Materials Physics and Mechanics*. 2020. Vol. 44. No 3. P. 392–403.
6. Mao H.-J., Liu D.-F., Zhang N., Huang T., Kühnert I., Yang J.-H., Wang Y. Constructing a microcapacitor network of carbon nanotubes in polymer blends via crystallization-induced

phase separation toward high dielectric constant and low loss. *ACS Appl. Mater. Interfaces*. 2020. Vol. 12. Iss. 23. P. 26444–26454. <https://doi.org/10.1021/ACSAMI.0C04575>.

7. Cosenza Ph., Giot R., Giraud A., Hedan S. A fractional differential scheme for the effective transport properties of multiscale reactive porous media: Applications to clayey geomaterials. *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.* 2021. Vol. 45. Iss. 14. P. 2130–2154. DOI: 10.1002/nag.3259.

8. Li T., Shu J., Li Y., Bingni Wu., Li Y. et al. Propagation characteristics of dynamic wave in fluid-containing granular materials at unified high and low frequency. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. 2024. Vol. 182. Article No108696. <https://doi.org/10.1016/j.soildyn.2024.108696>.

9. Belyak O.A., Suvorova T.V. Kolebaniya shtampa na poverkhnosti geterogennogo sloya pri uchete treniya v oblasti kontakta [Vibrations of a punch on the surface of a heterogeneous layer with account of friction in the contact area]. *Prikladnaya matematika i mekhanika* [Journal of Applied Mathematics and Mechanics]. 2021. Vol. 85. No 3. P. 321–331 (In Russian).

10. Du K., Cheng L., Barthelemy J., Sevostianov I., Giraud A., Adessina A. Numerical computation of compliance contribution tensor of a concave pore embedded in a transversely isotropic matrix. *Int. J. Eng. Sci.* 2020. Vol. 152. Article No 103306. DOI: 10.1016/j.ijengsci.2020.103306.

11. Griffith A. The phenomena of rupture and flow in solids. *Philosophical Transactions of the Royal Society London*. 1920. P. 163–197.

12. Rice J.R. Elastic fracture mechanics concepts for interface cracks. *J. Appl. Mech.* 1988. Vol. 110. P. 98–103. DOI: 10.1016/j.ijengsci.2020.103306.

13. Yang Z., Guo D., Bian J., Yang Y. Scattering of SH waves by elliptical cavity and type-III crack in deep anisotropic geology. *Soil Dyn. Earthq. Eng.* 2024. Vol. 182. Article No 108695. DOI: 10.1016/j.soildyn.2024.108695.

14. Morozov N.F. *Matematicheskie voprosy teorii treshchin* [Mathematical Questions of the Theory of Cracks]. Moscow. Nauka Publ. 1984. 256 p. (In Russian).

15. Cherepanov G.P. *Mekhanika khrupkogo razrusheniya* [Brittle Fracture Mechanics]. Moscow. Nauka Publ. 1974. 640 p. (In Russian).

16. Zhang X., Qi H. Analysis on scattering characteristics of SH guided wave due to V-notch in a piezoelectric/piezomagnetic bi-material strip. *Acta Mech.* 2024. Vol. 235. P. 3331–3362.

17. Raddadi M.H., Alotaibi M.A., El-Bary A.A., Lotfy Kh. A novel generalized photo-thermo-elasticity model for hydro-poroelastic semiconductor medium. *AIP Advances*. 2024. Vol. 14. Iss. 12. Article No 125104. <https://doi.org/10.1063/5.0243521>.

18. Babeshko V.A., Evdokimova O.V., Babeshko O.M. Ob integralnykh uravneniyakh treshchin novogo tipa [On integral equations of cracks of a new type]. *Vestnik Sankt-Petersburgskogo universiteta. Matematika, mekhanika, astronomiya* [Vestnik of Saint Petersburg University. Mathematics. Mechanics. Astronomy]. 2022. Vol. 9. No 3. P. 267–274 (In Russian).

19. Babeshko V.A., Evdokimova O.V., Babeshko O.M. Matematicheskaya i mekhanicheskaya vzaimosvyaz treshchin Griffithsa i novogo tipa v nekotorykh nanotekhnologiyakh [Mathematical and mechanical relationship of cracks Griffith and a new type in some nanotechnology]. *Problemy prochnosti i plastichnosti* [Problems of Strength and Plasticity]. 2023. Vol. 85. No 3. P. 404–413 (In Russian).

20. Babeshko V.A., Evdokimova O.V., Telyatnikov I.S., Fedorenko A.G., Babeshko O.M., Pavlova A.V. The theory of block structures in problems on the strength of galleries and constructions with multiple connections. *Doklady Physics*. 2019. Vol. 64. No 1. P. 4–8. DOI: 10.1134/S1028335819010014.

21. Vorovich I.I., Babeshko V.A. *Dinamicheskie smeshannye zadachi teorii uprugosti dlya neklassicheskikh oblastey* [Dynamic Mixed Problems of Elasticity Theory for Nonclassical Domains]. Moscow. Nauka Publ. 1979. 320 p. (In Russian).

ABOUT THE GRIFFITH'S CRACK IN AN ANISOTROPIC ENVIRONMENT*

**Babeshko V.A.^{1,2}, Igumnov L.A.³, Evdokimova O.V.¹, Babeshko O.M.²,
Telyatnikov I.S.¹, Evdokimov V.S.²**

¹*Southern Scientific Centre of the Russian Academy of Sciences,
Rostov-on-Don, Russian Federation*

²*Kuban State University, Krasnodar, Russian Federation*

³*National Research Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod,
Nizhny Novgorod, Russian Federation*

babeshko41@mail.ru

Received by the Editor 2025/07/26

Griffiths cracks, described in the early 20th century, are formed as a result of smooth continuous deformation of elliptical or circular holes in a plate that are compressed from the sides and eventually turn into cavities. These cavities have smooth boundaries, and the angle at the crack's vertices is equal to the angle. Griffiths cracks have since found numerous applications in engineering, materials science, and geotechnology. In addition to these, a new type of crack appeared, resulting from the compression of a rectangle rather than an ellipse, as in Griffiths. Their boundary is piecewise smooth, with two right angles. New type cracks proved to be successful when applied in seismology, to describe the convergence of granite lithospheric plates sliding on the basalt layer along the Conrad boundary. With their help, it is convenient to model underground cavities of different sizes and different purposes, modeling real mines and galleries quite accurately, successfully describing corners and walls. However, it should be noted that such structures are the result of a long process of converting simple cavities into similar types of rooms. During the initial excavation of the rock, these structures are more similar to objects described by Griffiths fractures, which have boundaries without distinct flat walls or right angles, and with close-set edges. This is due to the initial stages of construction. Along with the previously considered underground structures using a new type of crack, this article discusses an underground structure modeled by a Griffiths crack as the first stage of its creation. Taking into account the characteristics of deep rocks, a theory is developed for the first time that allows us to study this object in an anisotropic medium, which is typical for the materials of the Earth's crust.

Keywords: Griffiths crack, anisotropic medium, integral equation, underground tunnel.

* This research was supported by financial support of the Russian Science Foundation and the Kuban Science Foundation, a regional project of the Krasnodar Territory 24-11-2006.