

УДК 62-192:539.42

DOI: 10.32326/1814-9146-2025-87-3-315-327

**ОЦЕНКА ВЕРОЯТНОСТИ БЕЗОТКАЗНОЙ РАБОТЫ
ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ В УСЛОВИЯХ РОСТА
УСТАЛОСТНЫХ ТРЕЩИН ПРИ СЛУЧАЙНОМ ХАРАКТЕРЕ
ИХ НАЧАЛЬНЫХ РАЗМЕРОВ**

© 2025 г. **Миронов А.А., Кикеев В.А., Титко Д.Ю.**

*Нижегородский государственный технический университет
им. Р.Е. Алексеева, Нижний Новгород, Российская Федерация*

miran56@mail.ru

Поступила в редакцию 17.04.2025

Особенностью расчетов надежности конструкций является ограниченная возможность определения достоверности результатов. В связи с этим возрастают требования к выбору моделей развития повреждений и критериев предельного состояния конструкций. Рассмотрены модели роста сквозных и поверхностных усталостных трещин в виде уравнения Пэриса и зависимости, описывающей три участка кинетической диаграммы разрушения. Проведено сравнение приближенных методов линеаризации функции прочности в окрестности точки математического ожидания и наиболее вероятной точки с методом прямого интегрирования плотностей распределения случайных параметров по области их допустимых значений. Показано, что использование моделей роста трещин, описывающих только средний участок кинетической диаграммы усталостного разрушения, может приводить к существенным ошибкам при оценке вероятности безотказной работы. Для поверхностных трещин принят двухкритериальный подход к описанию диаграммы разрушения согласно BS 7910. Этот подход в отличие от критерия Ирвина позволяет исключить завышенные оценки критических размеров поверхностных дефектов при их переходе к сквозным трещинам в случае невыполнения условий хрупкого разрушения. Для фиксированного числа циклов нагружения показана возможность построения границы области допустимых значений начальных размеров поверхностных дефектов на основе априорного определения траектории фронта трещины. Дифференциальная связь между глубиной и протяженностью трещины определяется отношением скоростей ее роста по соответствующим направлениям. Выполнен учет наблюдаемой положительной корреляции параметров начальных размеров поверхностных дефектов. Показано, что положительная корреляция приводит к снижению оценки вероятности безотказной работы конструкции по критерию образования течи.

Ключевые слова: рост усталостных трещин, надежность, траектория фронта трещины, корреляция размеров дефекта.

Введение

Оценка прочности и ресурса конструкций, работающих в условиях усталостного нагружения и содержащих дефекты несплошности металла в виде трещин, является актуальной задачей для многих отраслей техники, включая авиационную [1], морскую [2, 3] и энергетическую [4]. Наличие трещин в конструкциях обусловлено не только эксплуатационными факторами, такими как усталость, коррозия, но и является результатом технологической наследственности [4–7].

Концепция детерминированного подхода к расчету ресурса конструкции на стадии роста усталостной трещины (РУТ) учитывает стохастичность результата введением коэффициента запаса. Ограниченность этой концепции обусловлена тем, что параметры, определяющие ресурс конструкции, имеют различную степень случайности и оказывают разный уровень влияния на процесс РУТ. В связи с этим в настоящее время для конструкций с усталостными трещинами активно развиваются вероятностные подходы оценки показателей их надежности и подходы, использующие для прогнозирования разрушения нейросетевые модели [8–10].

Среди вероятностных подходов можно выделить направление, основанное на использовании теорий винеровского процесса [11] и цепей Маркова [12]. В рамках этих теорий, как и в моделях нейронных сетей, не используются теоретические модели, описывающие физические процессы разрушения, что предопределяет ограниченность таких подходов.

Наибольшее развитие получили подходы, использующие модели РУТ, что обусловлено накопленным объемом знаний в области механики разрушения. Модель усталостного разрушения конструкции при наличии трещин включает в себя три составляющих: определение начального размера дефекта, описание кинетики трещины и определение критического состояния конструкции. Каждая составляющая определяется величинами, имеющими вероятностную природу. К ним относятся геометрические параметры конструкции и трещины, параметры нагружения и свойства материала.

Основной моделью РУТ, используемой в большинстве работ [13–21], является модель Пэриса и ее модификации в виде уравнений Формена, Уолкера, Уилера, позволяющие учесть влияние таких факторов, как асимметрия цикла нагружения [21–23], перегрузки [24, 25]. В рамках этих моделей в качестве случайных величин (СВ) рассматривались коэффициенты уравнений, определяющие свойства материалов [13, 20, 23, 25], начальный размер сквозных [13, 26, 27] и поверхностных трещин [14, 15, 17, 24, 25], нагрузка [13, 28], геометрические параметры конструкции [29]. При рассмотрении поверхностных трещин использованы такие ограничения, как учет только одного размера трещины по глубине [15, 16, 19, 24, 25], фиксирование ее формы [28], применение пошаговой процедуры изменения размеров трещины [14, 17, 18, 20]. Общим недостатком применения модели Пэриса является соответствие полученных результатов только среднему участку кинетической диаграммы усталостного разрушения (КДУР). Для корректного прогнозирования ресурса конструкций требуется использование моделей РУТ, учитывающих особенности развития трещин в пороговой области КДУР, характерной для малых начальных размеров дефектов [27, 30, 31].

В качестве критерия предельного состояния конструкции с усталостной трещиной в приведенных выше публикациях, за исключением [28, 30], применяется критерий Ирвина, который налагает ограничение на использование полученных результатов в

виде условия хрупкого разрушения. В случае ограниченного линейного размера конструкции в направлении развития трещины, что характерно для поверхностных дефектов, требуется использование двухкритериального подхода к описанию разрушения [32].

Вероятностная постановка задачи об усталостном разрушении конструкций сводится к нахождению вероятности безотказной работы (ВБР), зависящей от числа циклов нагружения. Прямым методом решения такой задачи является использование алгоритма статистических испытаний Монте-Карло [14, 17, 23–25]. Основным недостатком этого метода является его высокая трудоемкость, особенно для высоконадежных систем, в связи с чем его используют для сравнения с альтернативными подходами [10, 28, 29]. Альтернативные подходы основаны на введении аппроксимаций в условие, определяющее предельное состояние конструкции и представляющее собой функцию случайных параметров. Наибольшее распространение получил метод линеаризации функции прочности в наиболее вероятной точке, имеющий аббревиатуру FORM (First Order Reliability Method), эффективность которого показана в [13, 22, 28, 29]. Для лучшего приближения функции предельного состояния используется метод SORM (Second Order Reliability Method), учитывающий квадратичные члены разложения функции в ряд Тейлора [28].

Существенное упрощение рассматриваемой задачи возможно введением в выражение для скорости РУТ аппроксимации, позволяющей получить аналитическое выражение интеграла, связывающего число циклов до разрушения с параметрами модели [16, 19, 26]. Использование такого подхода ограничено простейшими случаями геометрии конструкции.

Применение простейших моделей РУТ, не учитывающих ряд факторов, влияющих на развитие разрушения, приводит к ошибкам оценки ресурса конструкций. В связи с этим в настоящее время активно разрабатывается байесовский подход к прогнозированию разрушения с использованием результатов наблюдений за ростом трещин [18–20, 24]. Развитие такого подхода в сочетании с нейросетевыми моделями позволяет создавать цифровые двойники ответственных объектов [10, 21].

В настоящей статье рассмотрен ряд актуальных вопросов. Выполнен анализ влияния на оценку надежности конструкций в условиях РУТ различных расчетных методов и моделей. Представлено решение задачи для поверхностных трещин со случайными начальными размерами, имеющими корреляционную связь. Результаты получены с использованием модели РУТ, описывающей три участка КДУР, и двухкритериального подхода к оценке предельного состояния.

1. Анализ моделей надежности в условиях РУТ

Критерий предельного состояния конструкции в условиях РУТ может быть представлен в различной форме:

$$n = N_c, \quad L(n) = L_c, \quad K(n) = K_c, \quad (1)$$

где n , $L(n)$, $K(n)$ – текущие значения числа циклов нагружения, размера трещины и коэффициента интенсивности напряжений (КИН) в вершине трещины; N_c , L_c , K_c – критические значения указанных величин.

Третье соотношение из (1) имеет ограничение по применению и распространяется только на случаи хрупкого разрушения. Первые две формулировки эквивалентны, но использование в качестве критериального параметра размера трещины вызывает

трудности для несквозных дефектов, характеризующихся протяженностью и глубиной. Далее используется первое из соотношений (1), в котором число циклов до разрушения определяется выражением

$$N_c = \int_{l_0}^{l_c} v^{-1} dl, \quad (2)$$

где v – скорость РУТ, выражение для которой в рамках модели Пэриса имеет вид:

$$v = C_0 (\Delta K)^{m_0}. \quad (3)$$

Для описания полной КДУР принято соотношение, предложенное в [33]:

$$v = C \left[\frac{K_{\max}^2 (\Delta K^2 - \Delta K_{\text{th}}^2)}{K_{\text{fc}}^4 - K_{\max}^4} \right]^m, \quad (4)$$

где K_{th} – пороговый КИН; K_{fc} – циклическая вязкость разрушения; C, m – параметры циклической трещиностойкости материала.

С учетом принятого критерия разрушения условие прочности в вероятностной постановке запишется в виде:

$$Z(n, \mathbf{X}) = N_c - n \geq 0, \quad (5)$$

где $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_k)$ – вектор СВ, входящих в модель РУТ.

Вероятность выполнения условия (5), определяющая ВБР, может быть получена из двух эквивалентных выражений:

$$R = P(Z \geq 0) = \int_0^\infty f_z(z) dz, \quad R = \int \dots \int_{[D(\mathbf{X})]} f_{\mathbf{X}}(\mathbf{X}) d\mathbf{X}, \quad (6)$$

где $f_z(z), f_{\mathbf{X}}(\mathbf{X})$ – плотности распределения СВ Z и $\mathbf{X}$; $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{X}) = f(x_1)f(x_2)\dots f(x_k)$ для независимых X_i ; $[D(\mathbf{X})]$ – область допустимых значений $\mathbf{X}$, удовлетворяющих (5).

Из зависимостей (6) следует, что при отсутствии аналитического выражения интеграла (2) требуется использовать численные методы аппроксимации функций $f_z(z)$ и границы $[D(\mathbf{X})]$. Для случая сквозной изолированной трещины в бесконечной плоскости в условиях однородного растяжения напряжением p использование формулы (3) в зависимости (2) позволяет получить аналитическое выражение для функции прочности:

$$Z = [C_0 (\Delta p \sqrt{\pi})^{m_0} (1 - m_0/2)]^{-1} (l_c^{1-m_0/2} - l_0^{1-m_0/2}) - n, \quad m_0 \neq 2. \quad (7)$$

Аппроксимация плотности распределения $f_z(z)$ основана на разложении функции прочности (5) в ряд Тейлора в окрестности или точки математического ожидания, или наиболее вероятной точки по методу FORM. Полученные в ходе линеаризации функции Z значения математического ожидания и дисперсии принимаются в качестве параметров ее нормального распределения. Использование разложения в точке математического ожидания позволяет определить ВБР в виде функции $R(n)$. Метод FORM включает в себя дополнительную процедуру поиска наиболее вероятной точки и дает решение для дискретных значений n . Аппроксимация границы допустимой области $[D(\mathbf{X})]$, соответствующей условию $Z = 0$, может быть выполнена как для дискретных значений n , так и в виде функции от n .

Сравнительный анализ методов оценки $R(n)$ выполнен для сквозной изолированной трещины при случайном характере начальной $X_1 = L_0$ и критической $X_2 = L_c$

длин трещины, распределенных по нормальному закону с параметрами $\mu_{l_0} = 0,012$ м, $\sigma_{l_0} = 0,004$ м, $\mu_{l_c} = 0,175$ м, $\sigma_{l_c} = 0,05$ м. В расчетах принято $p = 100$ МПа, $C_0 = 3 \cdot 10^{-11}$, $m_0 = 2,9$. Сравнение результатов, представленных на рис. 1, проведено по отношению к решению, полученному по второму из соотношений (6) с использованием аналитического выражения (7) при $Z = 0$:

$$R(n) = \int_0^{\infty} f_{l_c}(l_c) \int_0^{l_0(n, l_c)} f_{l_0}(l_0) dl_0 dl_c. \quad (8)$$

На рисунке обозначено: 1 – расчет по зависимости (8); 2 – по методу линейаризации в точке математического ожидания; 3 – по методу FORM.

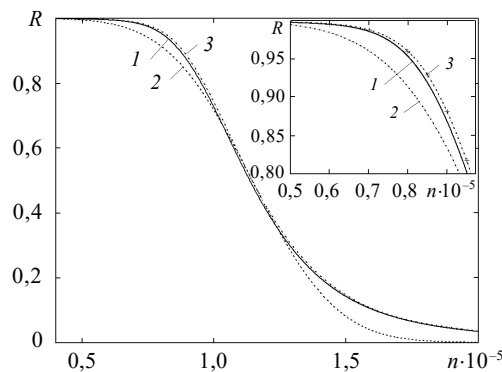


Рис. 1. Зависимость ВБР от числа циклов нагружения

Из полученных результатов следует, что из методов аппроксимации функции $f_z(z)$ лучшее приближение дает использование ее линейаризации в наиболее вероятной точке по сравнению с точкой математического ожидания. Применение одномерной и двумерной сплайн-аппроксимаций границ допустимых областей соответственно вида $[D(X)]$ и $[D(X, n)]$ дают результаты, совпадающие с расчетами по зависимости (8). Анализ влияния на оценку $R(n)$ учета трех участков КДУР выполнен с использованием зависимостей для скорости РУТ (3) и (4) в случае сквозной изолированной трещины. Принят случайный характер начальной длины трещины $X_1 = L_0$, распределенной по нормальному закону с варьируемыми значениями математического ожидания. На рис. 2 приведены зависимости R от числа циклов.

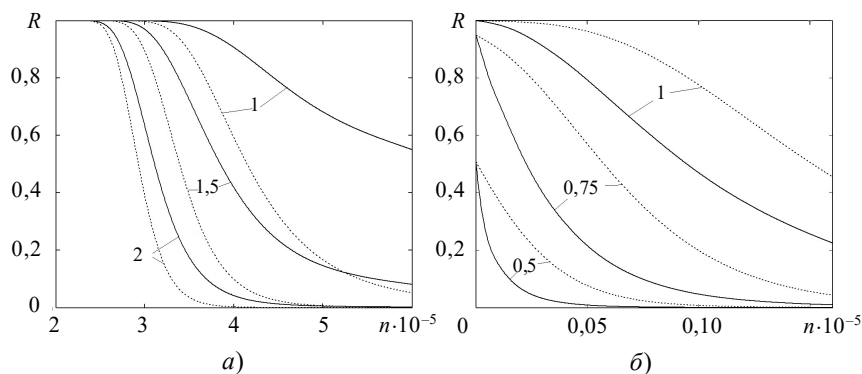


Рис. 2. Влияние на ВБР выбора модели РУТ:
пунктирные линии – модель (3), сплошные линии – модель (4)

Числа на рисунках соответствуют значениям: $\mu_{l_0}/\mu_{l_{th}} = 1; 1,5; 2$ при $\mu_{l_{th}} = (K_{th}/p)^2/\pi$ (рис. 2а) и $\mu_{l_0}/\mu_{l_{fc}} = 1; 0,75; 0,5$ при $\mu_{l_{fc}} = (K_{fc}/p)^2/\pi$ (рис. 2б). Результаты расчетов показывают возможное существенное влияние на оценку ВБР выбора модели РУТ.

2. Оценка надежности в условиях усталостного роста поверхностной трещины

Результаты анализа данных неразрушающего контроля различных видов конструкций показывают, что для описания размеров дефектов могут быть приняты распределения Вейбулла, логнормальное, обобщенное экстремальных значений [5, 7, 29]. В настоящем исследовании использованы данные по поверхностным дефектам в продольных сварных швах сосудов, глубина h и протяженность $2c$ которых имеют логнормальное распределение [30]. С учетом выявленной корреляционной зависимости между указанными величинами их совместное распределение принимает вид:

$$f(x_1, x_2) = \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2x_1x_2\sqrt{1-\rho}} \times \exp\left(-\frac{1}{2(1-\rho^2)}\left(\frac{(\ln x_1 - \mu_1)^2}{\sigma_1^2} - 2\rho\frac{\ln x_1 - \mu_1}{\sigma_1} \cdot \frac{\ln x_2 - \mu_2}{\sigma_2} + \frac{(\ln x_2 - \mu_2)^2}{\sigma_2^2}\right)\right),$$

где $x_1 = h$, $x_2 = c$, $\mu_1 = -0,4712$, $\mu_2 = 2,8745$, $\sigma_1 = 0,4635$, $\sigma_2 = 0,5334$, $\rho = 0,294$.

Модель РУТ включает в себя выражение для скорости (4) и двухкритериальный подход к определению критической глубины дефекта [32], в рамках которого принимается описание диаграммы разрушения в виде:

$$K_r = (1 - 0,14S_r^2)[0,3 + 0,7 \exp(-0,65S_r^6)], \quad S_r \leq S_{r\max}, \quad (9)$$

где $K_r = K/K_{fc}$, $S_r = \sigma_{ref}/\sigma_{0,2}$, $S_{r\max} = (\sigma_b + \sigma_{0,2})/(2\sigma_{0,2})$, σ_{ref} – среднее расчетное напряжение в сечении, ослабленном фронтом трещины.

Следует отметить, что использование аппроксимации диаграммы разрушения в виде (9) приводит к консервативным оценкам критических состояний в случае поверхностных дефектов [34].

Число циклов РУТ до критического размера, связанного с образованием течи, определяется выражением, аналогичным (2), в котором интегрирование выполняется по глубине трещины h , что требует априорной зависимости между параметрами геометрии трещины в виде $c = c(h)$. Аналогичное требование налагается и на использование аппроксимации (9) при определении критических размеров дефекта. Решение этой проблемы в отличие от пошагового алгоритма приращения размеров дефекта основано на дифференциальной зависимости между c и h , получаемой из отношения скоростей по протяженности и глубине трещины $dc/dh = v_c/v_h$, где v_c и v_h определяются по (4) через соответствующие значения КИН. Решение получаемого таким образом дифференциального уравнения при начальных значениях h_0 и c_0 дает траекторию развития фронта трещины $c = c(h)$. Использование зависимости (4) учитывает отмеченную в [20] возможную задержку развития трещины по протяженности до момента выполнения в указанном направлении условия $K > K_{th}$. Такой подход позволяет определить начальные размеры дефектов, достигающих критического состояния в соответствии с (9) при заданном N_c . Сплайн-аппроксимация полученных значений h_0 и c_0 определяет границу допустимых начальных размеров дефектов для фикс-

сированного числа циклов нагружения n . Результаты вычислений для случая $N_c = 2 \cdot 10^4$ циклов представлены на рис. 3 при следующих принятых параметрах модели: $C = 1,27 \cdot 10^{-5}$, $m = 0,7$, $K_{th} = 6,2 \text{ МПа} \cdot \text{м}^{1/2}$, $K_{fc} = 90 \text{ МПа} \cdot \text{м}^{1/2}$, $\sigma_{0,2} = 345 \text{ МПа}$, $\sigma_b = 490 \text{ МПа}$, $p = 245 \text{ МПа}$. В расчетах использованы зависимости для КИН, рекомендованные в [35]. На рисунке обозначено: 1 – граница допустимых начальных размеров, 2 – граница критических размеров, 3 – траектории развития фронта трещин.

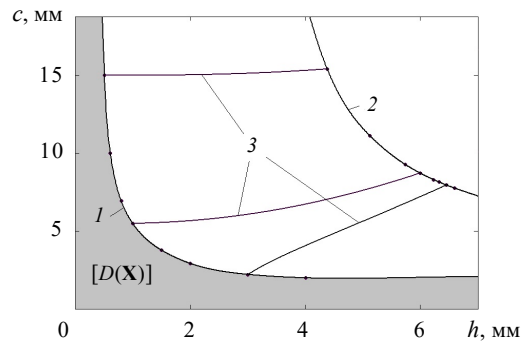


Рис. 3. Область допустимых начальных размеров дефектов при фиксированном числе циклов до разрушения

Оценка ВБР при различных значениях n выполнена по второй зависимости (6) для случаев наличия и отсутствия корреляции между параметрами h_0 и c_0 (рис. 4). Из полученных результатов следует, что учет положительной корреляционной зависимости между параметрами, определяющими начальную геометрию несквозного дефекта, приводит к завышенным оценкам ВБР.

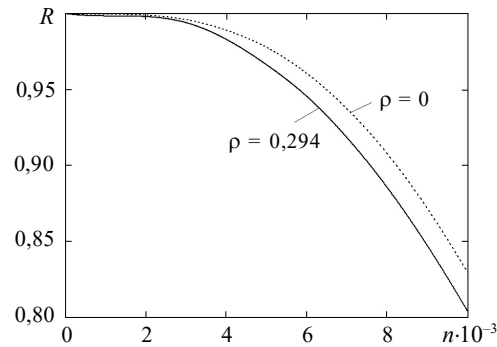


Рис. 4. Влияние на ВБР корреляции между размерами дефектов

Полученные результаты оценки ВБР соответствуют одному дефекту в конструкции. При множественной дефектности, наблюдаемой в сварных швах, вероятность существования k дефектов на участке сварного шва протяженностью s может быть описана, согласно [5], законом Пуассона: $\Pi_k(s) = (\lambda s)^k \exp(-\lambda s) / k!$. При равных условиях нагружения в пределах участка выражение для ВБР примет вид:

$$R(n, s) = \sum_{k=0}^{\infty} \Pi_k(s) R^k(n) = \exp[-\lambda s(1 - R(n))].$$

Заключение

Особенностью выполнения расчетов надежности конструкций является ограниченная возможность экспериментального подтверждения достоверности результатов. В связи с этим возрастают требования к обоснованию выбора расчетных моделей перехода конструкции в предельное состояние. При наличии дефектов определяющими являются модели РУТ и критерии разрушения. Из полученных результатов следует, что использование моделей РУТ, описывающих только средний участок КДУР, может приводить к существенным ошибкам при оценке ВБР. Результаты вычислений показывают, что для поверхностных трещин критическое состояние, связанное с образованием сквозного дефекта, наступает существенно раньше выполнения критерия Ирвина. Показано, что оценка ВБР без учета существующей корреляции случайных параметров модели может приводить к опасным ошибкам.

В качестве случайных величин рассмотрены начальные размеры трещин, что является одним из основных факторов неопределенности априорной оценки ресурса конструкций. Оценка $R(n)$ получена интегрированием плотностей распределения СВ начальных размеров дефектов по области их допустимых размеров. Построить границу области допустимых значений позволяет априорное определение траектории фронта трещины. Увеличение числа учитываемых СВ затрудняет построение этой области и в общем случае требует привлечения приближенных методов расчета. В то же время следует заметить, что выражение (8) отражает подход использования условных функций надежности [36], что является альтернативой приближенным методам.

Список литературы

1. Мак-Ивили А.Дж. *Анализ аварийных разрушений*. М.: Техносфера, 2010. 413 с.
2. Dehghani A., Aslani F. A review on defects in steel offshore structures and developed strengthening techniques. *Structures*. 2019. Vol. 20. P. 635–657. <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2019.06.002>.
3. Leheta H.W., Elhewy A.M.H., Younes H.A. Analysis of fatigue crack growth in ship structural details. *Polish Maritime Research*. 2016. Vol. 23. Iss. 2. P. 71–82. <https://doi.org/10.1515/pomr-2016-0023>.
4. Гетман А.Ф. *Ресурс эксплуатации сосудов и трубопроводов АЭС*. М.: Энергоатомиздат, 2000. 427 с.
5. Лукьянов В.Ф. Технологическая наследственность как фактор надежности сварных соединений. *Вестник ДГТУ*. 2005. Т. 5. №3(25). С. 388–399.
6. Кузьмин Д.А., Кузьмичевский А.Ю., Верташенок М.В. Остаточная дефектность и вероятность существования дефектов с размером, превышающим допускаемое значение. *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2020. Т. 16. №5. С. 414–423. <https://doi.org/10.22363/1815-5235-2020-16-5-414-423>.
7. Amirafshari P., Barltrop N., Wright M., Kolios A. Weld defect frequency, size statistics and probabilistic models for ship structures. *International Journal of Fatigue*. 2021. Vol. 145. Article No 106069. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2020.106069>.
8. Fathi A., Aghakouchak A.A. Prediction of fatigue crack growth rate in welded tubular joints using neural network. *International Journal of Fatigue*. 2007. Vol. 29. Iss. 2. P. 261–275. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2006.03.002>.
9. Feng S.Z., Han X., Li Z., Incecik A. Ensemble learning for remaining fatigue life prediction of structures with stochastic parameters: A data-driven approach. *Applied Mathematical Modelling*. 2022. Vol. 101. P. 420–431. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2021.08.033>.
10. Gao P., Xie L. Time-varying reliability analysis of multi-cracked beams considering maintenance dependence. *Applied Sciences*. 2023. Vol. 13. Iss. 24. Article No 13139. <https://doi.org/10.3390/app132413139>.

11. Zhang Z., Si X., Hu C., Lei Y. Degradation data analysis and remaining useful life estimation: A review on Wiener-process-based methods. *European Journal of Operational Research*. 2018. Vol. 271. Iss. 3. P. 775–796. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2018.02.033>.
12. Богданов Дж., Козин Ф. *Вероятностные модели накопления повреждений*. М.: Мир, 1989. 341 с.
13. Huang X., Aliabadi M.H., Khodaei Z.S. Fatigue crack growth reliability analysis by stochastic boundary element method. *Computer Modeling in Engineering & Sciences*. 2014. Vol. 102. Iss. 4. P. 291–330. <https://doi.org/10.3970/cmescs.2014.102.291>.
14. Zhao W., Leira B.J., Feng G., Gao C., Cui T. A reliability approach to fatigue crack propagation analysis of ship structures in polar regions. *Marine Structures*. 2021. Vol. 80. Article No 103075. <https://doi.org/10.1016/j.marstruc.2021.103075>.
15. Матвиенко Ю.Г., Кузьмин Д.А., Резников Д.О., Потапов В.В. Оценка вероятности усталостного разрушения конструктивных элементов с учетом статистического разброса механических характеристик прочности материала и остаточной дефектности. *Проблемы машиностроения и надежности машин*. 2021. №4. С. 26–36. DOI: 10.31857/s0235711921040076.
16. Nejad R.M., Liu Z., Ma W., Berto F. Reliability analysis of fatigue crack growth for rail steel under variable amplitude service loading conditions and wear. *International Journal of Fatigue*. 2021. Vol. 152. Article No 106450. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2021.106450>.
17. Kotes P., Vičan J. Influence of fatigue crack formation and propagation on reliability of steel members. *Applied Sciences*. 2021. Vol. 11. Iss. 23. Article No 11562. <https://doi.org/10.3390/app112311562>.
18. Wang T., Bahrami Z., Renaud G., Yang C., Liao M., Liu Z. A probabilistic model for fatigue crack growth prediction based on closed-form solution. *Structures*. 2022. Vol. 44. P. 1583–1596. <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2022.08.066>.
19. Li G., Liu J., Zhou H., Zuo L., Ding S. Efficient numerical integration algorithm of probabilistic risk assessment for aero-engine rotors considering in-service inspection uncertainties. *Aerospace*. 2022. Vol. 9. Iss. 9. P. 525–1 – 525-18. <https://doi.org/10.3390/aerospace9090525>.
20. Choi Y., Lee S.-J. Probabilistic fatigue crack growth prediction for pipelines with initial flaws. *Buildings*. 2024. Vol. 14. Iss. 5. P. 1775-1 – 1775-23. <https://doi.org/10.3390/buildings14061775>.
21. Chen S., Ma Y., Wang Z., Liu M., Wu Z. Fatigue crack and residual life prediction based on an adaptive Dynamic Bayesian Network. *Applied Sciences*. 2024. Vol. 14. Iss. 9. P. 3808-1 – 3808-21. <https://doi.org/10.3390/app14093808>.
22. Riahi H., Bressollette Ph., Chateauneuf A. Random fatigue crack growth in mixed mode by stochastic collocation method. *Engineering Fracture Mechanics*. 2010. Vol. 77. Iss. 16. P. 3292–3309. <https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2010.07.015>.
23. Chahine S., Riahi H., Bigaud D. Probabilistic analysis of fatigue crack growth using efficient surrogate model. *4th International Conference on Reliability Engineering (ICRE 2019): Materials Science and Engineering*. Rome, Italy. 20–22 Nov. 2019. Vol. 836. Iss. 1. Article No 01202. DOI: 10.1088/1757-899X/836/1/012002.
24. Reznikov D.O. Probabilistic assessment of fatigue crack propagation with accounting for effects of crack retardation due to overloads. *Procedia Structural Integrity*. 2022. Vol. 39. P. 236–246. <https://doi.org/10.1016/j.prostr.2022.03.093>.
25. Махутов Н.А., Матвиенко Ю.Г., Резников Д.О. Вероятностный подход к описанию кинетики трещин и усталостного разрушения конструктивных элементов с учетом эффекта торможения трещин после перегрузок. *Заводская лаборатория. Диагностика материалов*. 2022. Т. 88. №5. С. 42–50. <https://doi.org/10.26896/1028-6861-2022-88-5-42-50>.
26. Волков В.М. Исследование остаточного ресурса и надежности тонкостенных конструкций в рамках принципа безопасного повреждения. *Проблемы прочности и пластичности*. 2014. Вып. 76. Ч. 1. С. 70–75. <https://doi.org/10.32326/1814-9146-2014-76-1-70-75>.
27. Lee D., Lim D., Kim H., Baek S. Bayesian method for estimating initial crack size distribution for probabilistic risk analysis of repairable structural details. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*. 2022. Vol. 45. Iss. 8. P. 2356–2370. <https://doi.org/10.1111/ffe.13751>.

28. Lee C. H., Kim Y. Probabilistic flaw assessment of a surface crack in a mooring chain using the first- and second-order reliability method. *Marine Structures*. 2019. Vol. 63. P. 1–15. <https://doi.org/10.1016/j.marstruc.2018.09.003>.
29. Zhuang M., Morse L., Sharif Khodaei Z., Aliabadi M.H. Reliability analysis of fatigue crack growth in shallow shell structures using the Dual Boundary Element Method. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*. 2024. Vol. 131. Article No 104403. <https://doi.org/10.1016/j.tafmec.2024.104403>.
30. Миронов А.А., Горбачев А.С. Использование результатов неразрушающего контроля для оценки надежности сосудов давления в условиях циклического нагружения. *Контроль. Диагностика*. 2012. №1. С. 49–52.
31. Mallor C., Calvo S., Núñez J.L., Rodriguez-Barrachina R., Landaberea A. A probabilistic fatigue crack growth life approach to the definition of inspection intervals for railway axles. *Frattura ed Integrità Strutturale*. 2022. Vol. 16. No 59. P. 359–373. DOI: 10.3221/IGF-ESIS.59.24.
32. BS 7910. *Guide to Methods for Assessing the Acceptability of Flaws in Metallic Structures: British Standard*. British Standards Institution, 2019.
33. Миронов А.А., Кикеев В.А. Расчетная оценка влияния асимметрии цикла нагружения на рост усталостных трещин в припороговой области. *Морские интеллектуальные технологии*. 2024. №3. Ч. 1. С. 72–80. <https://doi.org/10.37220/MIT.2024.65.3.025>.
34. Миронов А.А., Кикеев В.А. Вариант построения двухкритериальной диаграммы разрушения цилиндрических оболочек с трещинами. *Морские интеллектуальные технологии*. 2023. №2. Ч. 3. С. 112–115. <https://doi.org/10.37220/MIT.2023.61.3.051>.
35. *Оборудование энергетическое. Расчеты и испытания на прочность. Расчет коэффициентов интенсивности напряжений: Метод рекомендаций: МР 108.7-86*. М.: НПО «ЦНИИТмаш», 1986. 29 с.
36. Болотин В.В. *Прогнозирование ресурса машин и конструкций*. М.: Машиностроение, 1984. 312 с.

References

1. McIlvili A.J. *Metal Failures: Mechanisms, Analysis, Prevention*. New York, USA. John Wiley & Sons. 2001. 349 p.
2. Dehghani A., Aslani F. A review on defects in steel offshore structures and developed strengthening techniques. *Structures*. 2019. Vol. 20. P. 635–657. <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2019.06.002>.
3. Leheta H.W., Elhewy A.M.H., Younes H.A. Analysis of fatigue crack growth in ship structural details. *Polish Maritime Research*. 2016. Vol. 23. Iss. 2. P. 71–82. <https://doi.org/10.1515/pomr-2016-0023>.
4. Getman A.F. *Resurs ekspluatatsii sosudov i truboprovodov AES [NPP Vessel and Piping Operation Resource]*. Moscow. Energoatomizdat Publ. 2000. 427 p. (In Russian).
5. Lukyanov V.F. Tekhnologicheskaya nasledstvennost kak faktor nadezhnosti svarnykh soedineniy [Technological inheritance as a factor of reliability of welded joints]. *Vestnik Dalnevostochnogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta [DGTU Bulletin]*. 2005. Vol. 5. Iss. 3(25). P. 388–399 p. (In Russian).
6. Kuzmin D.A., Kuzmichevsky A.Yu., Vertashenok M.V. Ostatochnaya defektnost i veroyatnost sushchestvovaniya defektov s razmerom, prevyshayushchim dopuskaemoe znachenie [Investigation of the probability of existence of defects with a size exceeding the allowed value]. *Stroitel'naya mekhanika inzhenernykh konstruksiy i sooruzheniy [Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings]*. 2020. Vol. 16. No 5. P. 414–423 (In Russian).
7. Amirafshari P., Barltrop N., Wright M., Kolios A. Weld defect frequency, size statistics and probabilistic models for ship structures. *Int. J. Fatigue*. 2021. Vol. 145. Article No 106069. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2020.106069>.
8. Fathi A., Aghakouchak A.A. Prediction of fatigue crack growth rate in welded tubular joints using neural network. *Int. J. Fatigue*. 2007. Vol. 29. Iss. 2. P. 261–275. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2006.03.002>.
9. Feng S.Z., Han X., Li Z., Incecik A. Ensemble learning for remaining fatigue life prediction

of structures with stochastic parameters: A data-driven approach. *Applied Mathematical Modelling*. 2022. Vol. 101. P. 420–431. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2021.08.033>.

10. Gao P., Xie L. Time-varying reliability analysis of multi-cracked beams considering maintenance dependence. *Appl. Sci.* 2023. Vol. 13. Iss. 24. Article No 13139. <https://doi.org/10.3390/app132413139>.

11. Zhang Z., Si X., Hu C., Lei Y. Degradation data analysis and remaining useful life estimation: A review on Wiener-process-based methods. *Eur. J. Oper. Res.* 2018. Vol. 271. Iss. 3. P. 775–796. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2018.02.033>.

12. Bogdanoff L.L., Kozin F. *Probabilistic Models of Cumulative Damage*. New York. Wiley. 1985. 341 p.

13. Huang X., Aliabadi M.H., Khodaei Z.S. Fatigue crack growth reliability analysis by stochastic boundary element method. *Computer Modeling in Engineering & Sciences*. 2014. Vol. 102. Iss. 4. P. 291–330. <https://doi.org/10.3970/cmesc.2014.102.291>.

14. Zhao W., Leira B.J., Feng G., Gao C., Cui T. A reliability approach to fatigue crack propagation analysis of ship structures in polar regions. *Marine Structures*. 2021. Vol. 80. Article No 103075. <https://doi.org/10.1016/j.marstruc.2021.103075>.

15. Matvienko Yu.G., Kuzmin D.A., Reznikov D.O., Potapov V.V. Otsenka veroyatnosti ustalostnogo razrusheniya konstruktivnykh elementov s uchetom statisticheskogo razbrosa mekhanicheskikh kharakteristik prochnosti materiala i ostatnochnoy defektnosti [Estimation of the probability of fatigue failure of structural elements, taking into account the statistical variation of the mechanical characteristics of the material strength and residual defects]. *Problemy mashinostroeniya i nadezhnosti mashin* [Problems of Mechanical Engineering and Machine Reliability]. 2021. Iss. 4. P. 26–36 (In Russian).

16. Nejad R.M., Liu Z., Ma W., Berto F. Reliability analysis of fatigue crack growth for rail steel under variable amplitude service loading conditions and wear. *Int. J. Fatigue*. 2021. Vol. 152. Article No 106450. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2021.106450>.

17. Koteš P., Vican J. Influence of fatigue crack formation and propagation on reliability of steel members. *Appl. Sci.* 2021. Vol. 11. Iss. 23. Article No 11562. <https://doi.org/10.3390/app112311562>.

18. Wang T., Bahrami Z., Renaud G., Yang C., Liao M., Liu Z. A probabilistic model for fatigue crack growth prediction based on closed-form solution. *Structures*. 2022. Vol. 44. P. 1583–1596. <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2022.08.066>.

19. Li G., Liu J., Zhou H., Zuo L., Ding S. Efficient numerical integration algorithm of probabilistic risk assessment for aero-engine rotors considering in-service inspection uncertainties. *Aerospace*. 2022. Vol. 9. Iss. 9. P. 525-1 – 525-18. <https://doi.org/10.3390/aerospace9090525>.

20. Choi Y., Lee S.-J. Probabilistic fatigue crack growth prediction for pipelines with initial flaws. *Buildings*. 2024. Vol. 14. Iss. 5. P. 1775-1 – 1775-23. <https://doi.org/10.3390/buildings14061775>.

21. Chen S., Ma Y., Wang Z., Liu M., Wu Z. Fatigue crack and residual life prediction based on an adaptive Dynamic Bayesian Network. *Appl. Sci.* 2024. Vol. 14. Iss. 9. P. 3808-1 – 3808-21. <https://doi.org/10.3390/app14093808>.

22. Riahi H., Bressollette Ph., Chateauneuf A. Random fatigue crack growth in mixed mode by stochastic collocation method. *Eng. Fract. Mech.* 2010. Vol. 77. Iss. 16. P. 3292–3309. <https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2010.07.015>.

23. Chahine S., Riahi H., Bigaud D. Probabilistic analysis of fatigue crack growth using efficient surrogate model. *4th International Conference on Reliability Engineering (ICRE 2019): Materials Science and Engineering*. Rome, Italy. 20–22 Nov. 2019. Vol. 836. Iss. 1. Article No 01202. DOI: 10.1088/1757-899X/836/1/012002.

24. Reznikov D.O. Probabilistic assessment of fatigue crack propagation with accounting for effects of crack retardation due to overloads. *Procedia Structural Integrity*. 2022. Vol. 39. P. 236–246. <https://doi.org/10.1016/j.prostr.2022.03.093>.

25. Makhutov N.A., Matvienko Yu.G., Reznikov D.O. Veroyatnostnyy podkhod k opisaniyu kinetiki treshchin i ustalostnogo razrusheniya konstruktivnykh elementov s uchetom effekta tormozheniya treshchin posle peregruzok [A probabilistic approach to describing the kinetics of cracks and fatigue failure of structural elements, taking into account the effect of crack

braking after overloads]. *Zavodskaya laboratoriya. Diagnostika materialov*. 2022. Vol. 88. No 5. P. 42–50.

26. Volkov V.M. Issledovanie ostatochnogo resursa i nadezhnosti tonkostennykh konstruktsey v ramkakh printsipa bezopasnogo povrezhdeniya [The study of the residual life and reliability of thin-walled structures in terms of the principle of safe damage]. *Problemy prochnosti i plastichnosti [Problems of Strength and Plasticity]*. 2014. Iss. 76. Pt. 1. P. 70–75 (In Russian).

27. Lee D., Lim D., Kim H., Baek S. Bayesian method for estimating initial crack size distribution for probabilistic risk analysis of repairable structural details. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*. 2022. Vol. 45. Iss. 8. P. 2356–2370. <https://doi.org/10.1111/ffe.13751>.

28. Lee C. H., Kim Y. Probabilistic flaw assessment of a surface crack in a mooring chain using the first- and second-order reliability method. *Marine Structures*. 2019. Vol. 63. P. 1–15. <https://doi.org/10.1016/j.marstruc.2018.09.003>.

29. Zhuang M., Morse L., Sharif Khodaei Z., Aliabadi M.H. Reliability analysis of fatigue crack growth in shallow shell structures using the Dual Boundary Element Method. *Theor. Appl. Fract. Mech.* 2024. Vol. 131. Article No 104403. <https://doi.org/10.1016/j.tafmec.2024.104403>.

30. Mironov A.A., Gorbachev A.S. Ispolzovanie rezultatov nerazrushayushchego kontrolya dlya otsenki nadezhnosti sosudov davleniya v usloviyakh tsiklicheskogo nagruzheniya [Using the results of non-destructive testing to assess the reliability of pressure vessels under cyclic loading conditions]. *Kontrol. Diagnostika*. 2012. No 1. P. 51–54 (In Russian).

31. Mallor C., Calvo S., Núñez J.L., Rodríguez-Barrachina R., Landaberea A. A probabilistic fatigue crack growth life approach to the definition of inspection intervals for railway axles. *Frattura ed Integrità Strutturale*. 2022. Vol. 16. No 59. P. 359–373. DOI: 10.3221/IGF-ESIS.59.24.

32. BS 7910. *Guide to Methods for Assessing the Acceptability of Flaws in Metallic Structures: British Standard*. British Standards Institution. 2019.

33. Mironov A.A., Kikeev V.A. Raschetnaya otsenka vliyaniya asimmetrii tsikla nagruzheniya na rost ustalostnykh treshchin v priporogovoy oblasti [Calculation of impact of asymmetry of the loading cycle on fatigue crack growth in the near-threshold regime]. *Morskie intellektualnye tekhnologii [Marine Intellectual Technologies]*. 2024. No 3. Pt. 1. P. 72–80 (In Russian).

34. Mironov A.A., Kikeev V.A. Variant postroeniya dvukhkriterialnoy diagrammy razrusheniya tsilindricheskikh obolochek s treshchinami [Variant of constructing a two-criterion diagram of the failure of cylindrical shells with cracks]. *Morskie intellektualnye tekhnologii [Marine Intellectual Technologies]*. 2023. No 2. Pt. 3. P. 112–115 (In Russian).

35. *Oborudovanie energeticheskoe. Raschety i ispytaniya na prochnost. Raschet koef-fitsientov intensivnosti napryazheniy: Metod rekomendatsiy: MR 108.7-86 [Energy Equipment. Calculations and Strength Tests. Calculation of Stress Intensity Coefficients: MR 108.7-86]*. Moscow. NPO “TsNIITmash”. 1986. 29 p. (In Russian).

36. Bolotin V.V. *Prognozirovaniye resursa mashin i konstruktsey [Forecasting the Resource of Machines and Structures]*. Moscow. Mashinostroenie Publ. 1984. 312 p. (In Russian).

ESTIMATION OF THE OF RELIABILITY FUNCTION STRUCTURAL ELEMENTS UNDER CONDITIONS OF FATIGUE CRACK GROWTH WITH A RANDOM NATURE OF THEIR INITIAL DIMENSIONS

Mironov A.A., Kikeev V.A., Titko D.Yu.

Nizhny Novgorod State Technical University n.a. R.E. Alekseev,
Nizhny Novgorod, Russian Federation

miran56@mail.ru

Received by the Editor 2025/04/17

A feature of structural reliability calculations is the limited ability to determine the validity of the results. In this regard, the requirements for the selection of damage development models

and criteria for the limiting condition of structures are increasing. Models of the growth of through and surface fatigue cracks are considered in the form of the Paris equation and the dependence describing three sections of the kinetic fracture diagram. The approximate methods of linearization of the strength function in the vicinity of the mathematical expectation point and the most probable point are compared with the method of direct integration of the densities of the distribution of random parameters over the range of their acceptable values. It is shown that the use of crack growth models describing only the middle section of the kinetic diagram of fatigue failure can lead to significant errors in estimating the probability of trouble-free operation. For surface cracks, a two-criteria approach has been adopted to describe the fracture diagram according to BS 7910. This approach, unlike the Irwin criterion, makes it possible to exclude overestimated estimates of the critical dimensions of surface defects during their transition to through cracks in the event of failure to meet the conditions of brittle fracture. For a fixed number of loading cycles, the possibility of constructing the boundary of the range of permissible values of the initial dimensions of surface defects based on a priori determination of the trajectory of the crack front is shown. The differential relationship between the depth and extent of a crack is determined by the ratio of its growth rates in the corresponding directions. The observed positive correlation of the parameters of the initial sizes of surface defects is taken into account. It is shown that a positive correlation leads to a decrease in the estimate of the probability of failure-free operation of the structure according to the leak formation criterion.

Keywords: fatigue crack growth, dependability, crack front trajectory, defect size correlation.