

УДК 539.3

DOI: 10.32326/1814-9146-2025-87-2-158-167

**МОДЕЛИРОВАНИЕ МЕТОДОМ ДИСКРЕТНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ
ПРОЦЕССА ВЫСОКОСКОРОСТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ
ГРАНУЛИРОВАННОЙ СРЕДЫ
И СТЕРЖНЯ С ПОЛУСФЕРИЧЕСКИМ ОГОЛОВКОМ***

© 2025 г. **Бессмертный К.Д., Кочетков А.В., Модин И.А.**

Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, Нижний Новгород, Российская Федерация

kochetkov@mech.unn.ru

Поступила в редакцию 25.09.2024

Численно моделируется задача высокоскоростного ударного взаимодействия недеформируемого полусферического тела с гранулированной средой, представляющей собой плотную упаковку из стальных шариков. Гранулированная среда рассматривается как совокупность отдельных частиц, движение и деформация которых описывается с использованием бессеточного численного метода дискретных элементов. Этот метод использует представление моделируемого материала в виде совокупности отдельных частиц, являющихся твердыми телами и имеющих заданный набор упругих констант. Такой подход позволяет более эффективно моделировать процессы, сопровождаемые большими деформациями и нарушениями сплошности среды, нежели при использовании сеточных методов. Описываются основные принципы численного метода дискретных элементов, получившего широкое применение в последние годы благодаря развитию компьютерных технологий. Приводится пример расчета контактной силы взаимодействия двух упругих шаров в приближении малых деформаций путем ее разложения на нормальную и тангенциальную составляющие. В простейшем приближении эта сила определяется законом Гука, в котором деформация шаров рассматривается как их пространственное пересечение. Дается общее описание численной модели и методики расчета. Приводятся результаты моделирования процесса нормального высокоскоростного ударного взаимодействия жесткого стержня с полусферическим оголовком с деформируемой гранулированной средой, состоящей из стальных сферических шариков, с учетом сил трения. Дается оценка сил контактного воздействия со стороны дискретной среды на твердотельную полусферу. Результаты численных исследований сравниваются с экспериментальными данными, полученными при проведении обращенного эксперимента, при котором упаковка из стальных шариков металась на неподвижный стержень.

Ключевые слова: метод дискретных элементов, большие перемещения, удар, проникание, гранулированный слой, трение.

* Выполнено при поддержке РФФ, проект №22-79-10076.

Введение. Постановка задачи

Метод дискретных элементов (Discrete Element Method, далее DEM) был впервые представлен в 1979 году для решения задач механики горных пород [1]. Его преимущество заключается в описании поведения гранулированных материалов различной плотности на уровне отдельных частиц, что позволяет воспроизводить локальные нарушения сплошности среды и физически нелинейные эффекты. Благодаря развитию компьютерных технологий DEM от года к году становился более доступен для конечного пользователя. Текущие возможности DEM позволяют моделировать среды, состоящие из сотен миллионов частиц, с использованием кластерных систем.

По своей природе DEM относится к бессеточным лагранжевым методам [2–5] и сводится к явному интегрированию уравнений движения каждой отдельной частицы, являющейся твердым телом:

$$m_i \ddot{\mathbf{x}}_i = \mathbf{F}_{i,n} + \mathbf{F}_{i,t} + \mathbf{F}_{i,f} + \mathbf{F}_{i,b}, \quad (1)$$

$$I_i \dot{\boldsymbol{\omega}}_i = \mathbf{r}_{i,c} \times \mathbf{F}_{i,t} + \mathbf{T}_{i,r}, \quad (2)$$

где $\mathbf{r}_{i,c}$ – вектор, соединяющий центр масс частицы и точку контакта; $\mathbf{F}_{i,n}$ – нормальная составляющая контактной силы между частицами; $\mathbf{F}_{i,t}$ – тангенциальная составляющая контактной силы между частицами; $\mathbf{F}_{i,f}$ – сила, действующая со стороны окружающей среды (ее рассмотрение опущено в настоящей статье). Другие центральные силы (гравитации, Кулона и др.) обобщены в слагаемом $\mathbf{F}_{i,b}$; $\mathbf{T}_{i,r}$ – дополнительный момент сил, который может быть использован для учета неидеальности формы частицы при взаимодействии с другими окружающими телами. В простейшей постановке каждая частица представляется сферой или комбинацией из сфер с радиусом-вектором центра \mathbf{x}_i и угловой скоростью $\boldsymbol{\omega}_i$. Линейные и угловые ускорения такой частицы рассчитываются из уравнений (1) и (2). В DEM частицы рассматриваются как упругие слабдеформируемые тела, при этом величина деформации математически описывается как пространственное пересечение частиц, в простейшем случае – идеальной сферической формы. Линейная модель пружинно-демпферного взаимодействия (рис. 1) позволяет выразить нормальную составляющую контактной силы через характерный размер области пересечения δ и величину относительной скорости $\Delta \mathbf{u}$ двух частиц, находящихся в контакте:

$$\mathbf{F}_n = -k_n \delta \mathbf{n} + c_n \Delta \mathbf{u}_n, \quad (3)$$

где $\mathbf{n} = (\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j) / \|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|$ – вектор единичной нормали, направленный вдоль линии, соединяющий центры масс частиц.

Модуль касательной составляющей силы отталкивания может быть выражен как

$$|\mathbf{F}_t| = \min \left\{ \left[k_t \int_{t_c,0}^t \Delta \mathbf{u}_t dt + c_t \Delta \mathbf{u}_t \right], \mu |\mathbf{F}_n| \right\}. \quad (4)$$

В (3), (4) $\Delta \mathbf{u}_n$, $\Delta \mathbf{u}_t$ – нормальная и касательная компоненты относительной скорости двух частиц, находящихся в контакте; k_n , k_t и c_n , c_t – нормальные и касательные коэффициенты жесткости и демпфирования. Формулы (3), (4) также справедливы для случая контакта частицы со стенкой, при этом вводится ограничение сверху для учета кулоновской силы трения с коэффициентом μ .

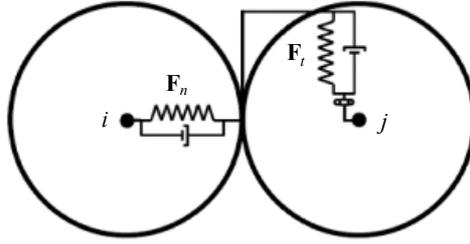


Рис. 1. Контакт двух частиц

Интегральный член в (4) представляет собой закон Гука для упругой касательной деформации поверхностей двух частиц в контакте, который произошел в момент времени $t = t_{c,0}$. Вторая часть (демпфер) учитывает диссипацию упругой энергии.

Путем варьирования коэффициентов k_n , k_t и c_n , c_t как функций пространственного пересечения частиц могут быть получены различные модели контактной силы взаимодействия, линейные и нелинейные [6–8].

Для контактной модели Герца, которая использовалась в численном эксперименте, коэффициенты k_n , k_t и c_n , c_t в случае взаимодействия двух произвольных сферических частиц рассчитываются по формулам:

$$k_n = \frac{4}{3} Y^* \sqrt{R^* \delta_n}, \quad c_n = -2 \sqrt{\frac{5}{6}} \beta \sqrt{S_n m^*} \geq 0,$$

$$k_t = 8G^* \sqrt{R^* \delta_n}, \quad c_t = -2 \sqrt{\frac{5}{6}} \beta \sqrt{S_t m^*} \geq 0, \quad \delta_n = |\delta \mathbf{n}|.$$

В случае контакта двух сферических частиц с массами m_1 и m_2 , размерами R_1 и R_2 , модулями Юнга Y_1 и Y_2 , коэффициентами Пуассона ν_1 и ν_2

$$S_n = 2Y^* \sqrt{R^* \delta_n}, \quad S_t = 8G^* \sqrt{R^* \delta_n},$$

$$\beta = \frac{\ln e}{\sqrt{\ln^2 e + \pi^2}}, \quad \frac{1}{Y^*} = \frac{1 - \nu_1^2}{Y_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{Y_2},$$

$$\frac{1}{G^*} = \frac{2(2 - \nu_1)(1 + \nu_1)}{Y_1} + \frac{2(2 - \nu_2)(1 + \nu_2)}{Y_2}, \quad \frac{1}{R^*} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}, \quad \frac{1}{m^*} = \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2},$$

где e – коэффициент упругого восстановления, который равен отношению скоростей частицы после и до столкновения. Как правило, это пользовательская константа, значения которой задаются в диапазоне от 0 до 1.

Численное решение уравнений (1) и (2) получается их последовательным интегрированием с помощью методов трапеций или прямоугольников, в последнем случае в качестве опорной точки может быть выбрана точка посередине отрезка интегрирования.

Для практического внедрения DEM важным является алгоритм поиска контактов для системы из многих частиц [9]. В 1967 году Л. Верлетом была представлена модель создания списков ближайших соседей. Идея состоит в том, что список потенциальных контактов формируется периодически. Далее на каждом временном шаге этот список проверяется и выполняются вычисления контактных сил. Такой подход позволяет заранее исключать пары частиц, которые находятся далеко друг от друга.

В случае сфер две частицы добавляются в список контактов, если радиусы-векторы их центров \mathbf{x}_i , \mathbf{x}_j удовлетворяют условию:

$$\|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\| < r_i + r_j + s,$$

где s – так называемый параметр Верлета или скин-параметр. Он определяет, как долго текущий список контактов может оставаться релевантным. Полагая постоянным временной шаг Δt и обозначая максимальную скорость частиц как v_{\max} , можно утверждать, что текущий список контактов можно не обновлять некоторое количество шагов:

$$N_{\text{verlet}} = \frac{s}{2v_{\max} \Delta t}.$$

Моделирование ударного взаимодействия гранулированной среды и опорного стержня с полусферическим оголовком

На рис. 2 изображена начальная недеформированная упаковка частиц гранулированной среды и показан опорный стержень с полусферическим оголовком.

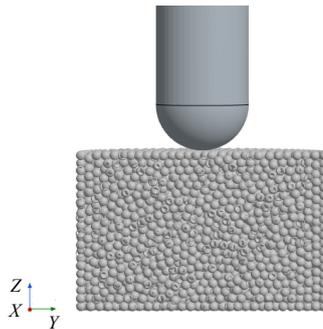


Рис. 2. Схема гранулированной среды

Обращенный эксперимент, в котором упаковка из стальных шариков металась на неподвижный стержень [10], проводился для оценки силы сопротивления внедрению опорного стержня с полусферическим оголовком путем определения интегральных нагрузок на начальном участке проникания. В эксперименте использовался насыпной гранулированный слой из стальных шариков диаметром 2 мм, засыпаемых в контейнер из полипропилена, имеющий размеры: длина 70 мм, внешний диаметр 56,8 мм, внутренний диаметр 54,5 мм, толщина дна 2 мм. Глубина заполнения контейнера с насыпным слоем составляет 35 мм, что соответствует массе $m = 400$ г. Радиус и длина головной полусферической части опорного стержня составляет 10 мм. Диаметр мерного стержня 20 мм. Характеристики упаковки из стальных шариков, используемые в расчетах методом DEM: модуль Юнга для шариков $E = 200$ ГПа, коэффициент Пуассона для стали $\nu = 0,3$, объемная доля сферических шариков в упаковке $\phi = 0,64$, масса упаковки $m = 400$ г.

В численном эксперименте, выполненном с помощью открытого пакета LIGGGHTS [11–14], мерный стержень и оголовок моделировались как жесткие неподвижные и недеформируемые стенки. Расчеты проводились с поверхностной сеткой, размер ячеек которой 0,2 мм для полусферической головной части опорного стержня, коэффициент трения k принимался равным 0,3. Коэффициенты k_n , k_t и c_n ,

c , вычислялись на каждом временном шаге автоматически с использованием контактной модели Герца [15–17] на основе заданных значений модуля Юнга E и коэффициента Пуассона ν . Численное моделирование отдельных сферических частиц из различных материалов при различных укладках приведено в [18–20], моделирование гранулированного слоя как среды – в [21–23]. Полипропиленовый контейнер в расчетах не моделировался, начальная скорость гранулированной среды в контейнере $V = 160$ м/с, мерный стержень и полусферическая головная часть находились в состоянии покоя. Формирование упаковки частиц для численного эксперимента было выполнено путем свободной засыпки в цилиндрический контейнер до момента достижения суммарной массы частиц, зафиксированной в эксперименте.

На рис. 3 приведены замеренные силы нагрузки со стороны DEM-частиц от времени, действующие на всю головную полусферическую часть опорного стержня в вертикальном направлении оси Z (кривая 1), усредненная сила нагрузки со стороны DEM-частиц с шагом усреднения каждые 100 временных шагов (кривая 2), экспериментальная кривая, взятая из [10] (кривая 3).

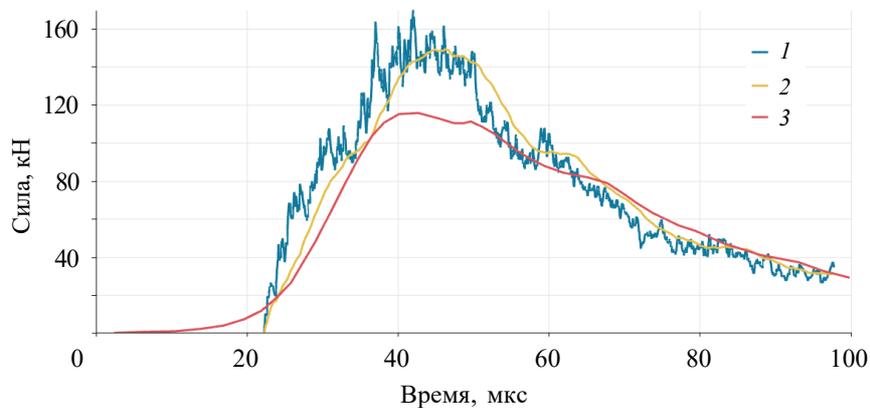


Рис. 3. Расчетные силы нагрузки со стороны гранулированной среды в сравнении с экспериментом

На рис. 4 изображены состояния среды и распределения скоростей в упаковке DEM-частиц в моменты времени 35, 45 и 100 мкс соответственно.

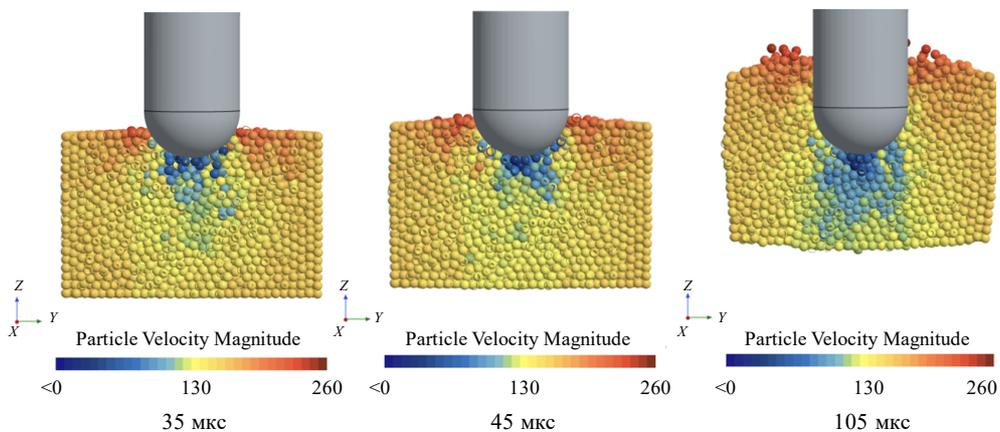


Рис. 4. Состояние упаковки частиц и их скорости (м/с) в различные моменты времени

Момент времени 35 мкс соответствует заглублению полусферической головной части на 1/3 диаметра в гранулированный слой, момент времени 45 мкс соответствует максимальной силе, фиксируемой в головной части, момент времени 105 мкс соответствует моменту окончания измерений в эксперименте.

На рис. 5 показано трехмерное изображение внедряемого тела и состояние частиц в момент времени 200 мкс на момент окончания расчета.

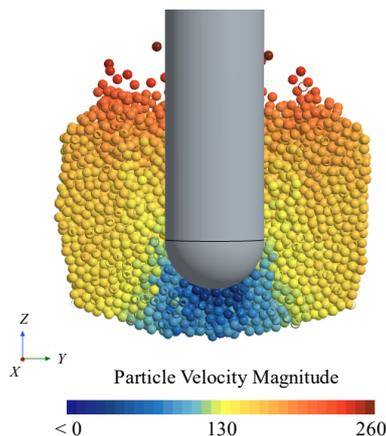


Рис. 5. Состояние упаковки частиц и их скорости (м/с), соответствующие их положению в момент времени 200 мкс

Видно, что результаты численного моделирования согласуются с опытными данными обращенного эксперимента. На рис. 3 кривые 1, 2 показывают нагрузку, поведение которой повторяет наблюдаемую в эксперименте силу, рассчитанную по сигналу с тензорезисторов на мерном стержне. При этом амплитуда сигнала в эксперименте меньше, чем наблюдаемая при численном моделировании, что объясняется некоторым уменьшением амплитуды волны при движении волнового фронта по мерному стержню. Моделирование гранулированной среды методом дискретных элементов также позволило повторить наблюдаемый в эксперименте спад сигнала, связанный с разлетом шариков и деградацией упаковки после $t = 45$ мкс.

Заключение

Представлено применение метода дискретных элементов для моделирования поведения упругих дисперсных сред и их динамического взаимодействия с жесткими телами. Указанная трехмерная численная методика на основе метода дискретных элементов позволяет эффективно моделировать процессы высокоскоростного взаимодействия жестких тел с гранулированными средами. В отличие от известных методик, применяемых для решения такого класса задач, используемый подход позволяет описывать движение отдельных частиц в плотной упаковке и рассчитывать суммарную нагрузку на твердотельные объекты, находящиеся с ними в контакте.

Список литературы

1. Cundall P.A., Strack O.D. A discrete numerical model for granular assemblies. *Geotechnique*. 1979. Vol. 29. Iss. 1. P. 47–65. <https://doi.org/10.1680/geot.1979.29.1.47>.

2. Clift R., Grace J. R., Weber M.E. *Bubbles, Drops and Particles*. New York: Academic Press, 1978. 363 p.
3. Sommerfeld M. Theoretical and experimental modelling of particulate flows. *Technical Report Lecture Series von Karman Institute for Fluid Dynamics*. 2000. Vol. 6. P. 20–23.
4. Johnson K.L. *Contact Mechanics*. Cambridge: Cambridge University Press, 1987. 452 p.
5. Walton O.R. Numerical simulation of inelastic, frictional particle-particle interactions. In: *Particulate Two-Phase Flow*. Ed M.C. Roco. Boston–London–Oxford: Butterworth-Heinemann, 1993. P. 884–911.
6. Di Renzo A., Di Maio F.P. Comparison of contact-force models for the simulation of collisions in DEM-based granular flow codes. *Chemical Engineering Science*. 2004. Vol. 59. Iss. 3. P. 525–541. <https://doi.org/10.1016/j.ces.2003.09.037>.
7. Pöschel T., Schwager T. Computational granular dynamics: Models and algorithms. *Granular Matter*. 2006. Vol. 8. P. 55. <https://doi.org/10.1007/s10035-006-0226-5>.
8. Walton O.R., Braun R.L. Viscosity, granular-temperature, and stress calculations for shearing assemblies of inelastic, frictional disks. *Journal of Rheology*. 1986. Vol. 30. Iss. 5. P. 949–980. <https://doi.org/10.1122/1.549893>.
9. Perkins E., Williams J. CGrid: Neighbor searching for many-body simulation. *SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing*. 1985. Vol. 6. Iss. 1. P. 427–438. <https://doi.org/10.1137/0906008>.
10. Модин И.А., Баландин В.В. Экспериментальные исследования взаимодействия ударников с гранулированными слоями из металлических шариков. *Проблемы прочности и пластичности*. 2023. Т. 85. №4. С. 539–550. <https://doi.org/10.32326/1814-9146-2023-85-4-539-550>.
11. Kloss C., Goniva C., Hager A., Amberger S., Pirker S. Models, algorithms and validation for opensource DEM and CFD-DEM. *Progress in Computational Fluid Dynamics*. 2012. Vol. 12. Iss. 2-3. P. 140–152. <https://doi.org/10.1504/PCFD.2012.047457>.
12. Schwager T., Pöschel T. Coefficient of restitution and linear-dashpot model revisited. *Granular Matter*. 2007. Vol. 9. P. 465–469. <https://doi.org/10.1007/s10035-007-0065-z>.
13. Zhu H.P., Zhou Z.Y., Yang R.Y., Yu A.B. Discrete particle simulation of particulate systems: theoretical developments. *Chemical Engineering Science*. 2007. Vol. 62. Iss. 13. P. 3378–3396. <https://doi.org/10.1016/j.ces.2006.12.089>.
14. Zhu H.P., Zhou Z.Y., Yang R.Y., Yu A.B. Discrete particle simulation of particulate systems: a review of major applications and findings. *Chemical Engineering Science*. 2008. Vol. 63. Iss. 23. P. 5728–5770. <https://doi.org/10.1016/j.ces.2008.08.006>.
15. Tsuji T., Yabumoto K., Tanaka T. Spontaneous structures in three-dimensional bubbling gas-fluidized bed by parallel DEM-CFD coupling simulation. *Powder Technology*. 2008. Vol. 184. Iss. 2. P. 132–140. <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2007.11.042>.
16. Yu A.B., Wright B., Zhou Z.Y., Zhu H.P., Zulli P. Discrete particle simulation of gas-solids flow in a blast furnace. *Computers & Chemical Engineering*. 2008. Vol. 32. Iss. 8. P. 1760–1772. <https://doi.org/10.1016/j.compchemeng.2007.08.018>.
17. Ai J., Chen J.-F., Rotter J. M., Ooi J.Y. Assessment of rolling resistance models in discrete element simulations. *Powder Technology*. 2011. Vol. 206. Iss. 3. P. 269–282. <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2010.09.030>.
18. Kochetkov A.V., Modin I.A. Numerical simulation of the interaction of a shock wave with a permeable granulated layer. *Advanced Structured Materials*. 2023. Vol. 176. P. 129–143. https://doi.org/10.1007/978-3-031-17073-7_9.
19. Kochetkov A.V., Leontev N.V., Modin I.A. Numerical simulation of quasistatic and dynamic compression of a granular layer. *AIP Conference Proceedings*. 2019. Vol. 2116. Iss. 1. Article Number 270003. <https://doi.org/10.1063/1.5114277>.
20. Модин И.А., Кочетков А.В., Глазова Е.Г. Численное исследование взаимодействия ударной волны с проницаемым деформируемым гранулированным слоем. *Вестник Самарского государственного технического университета. Серия «Физико-математические науки»*. 2022. Т. 26. №1. С. 79–92. <https://doi.org/10.14498/vsgtu1879>.
21. Брагов А.М., Константинов А.Ю., Кочетков А.В., Модин И.А., Савихин А.О. Экспериментальное исследование деформационных свойств насыпного слоя из свинцовых ша-

риков при динамическом и квазистатическом нагружении. *Вестник ПНИПУ. Механика*. 2017. №4. С. 16–27. <https://doi.org/10.15593/perm.mech/2017.4.02>.

22. Модин И.А., Кочетков А.В., Повереннов Е.Ю. Численно-экспериментальное исследование нелинейного сжатия пакетов металлических плетеных сеток. *Проблемы прочности и пластичности*. 2022. Т. 84. №2. С. 236–246. <https://doi.org/10.32326/1814-9146-2022-84-2-236-246>.

23. Abuziarov M.H., Glazova E.G., Kochetkov A.V., Lisitsyn A.A., Modin I.A. Simulation of the interaction of waves with granulated layers in shock tubes. *Springer Proceedings in Physics*. 2024. P. 122–127. https://doi.org/10.1007/978-981-97-1872-6_18.

References

1. Cundall P.A., Strack O.D. A discrete numerical model for granular assemblies. *Geotechnique*. 1979. Vol. 29. Iss. 1. P. 47–65. <https://doi.org/10.1680/geot.1979.29.1.47>.

2. Clift R., Grace J. R., Weber M.E. *Bubbles, Drops and Particles*. New York. Academic Press. 1978. 363 p.

3. Sommerfeld M. Theoretical and experimental modelling of particulate flows. *Technical Report Lecture Series von Karman Institute for Fluid Dynamics*. 2000. Vol. 6. P. 20–23.

4. Johnson K.L. *Contact Mechanics*. Cambridge. Cambridge University Press. 1987. 452 p.

5. Walton O.R. Numerical simulation of inelastic, frictional particle-particle interactions. In: *Particulate Two-Phase Flow*. Ed. M.C. Roco. Boston. London. Oxford. Butterworth-Heinemann. 1993. P. 884–911.

6. Di Renzo A., Di Maio F.P. Comparison of contact-force models for the simulation of collisions in DEM-based granular flow codes. *Chem. Eng. Sci.* 2004. Vol. 59. Iss. 3. P. 525–541. <https://doi.org/10.1016/j.ces.2003.09.037>.

7. Pöschel T., Schwager T. Computational granular dynamics: Models and algorithms. *Granular Matter*. 2006. Vol. 8. P. 55. <https://doi.org/10.1007/s10035-006-0226-5>.

8. Walton O.R., Braun R.L. Viscosity, granular-temperature, and stress calculations for shearing assemblies of inelastic, frictional disks. *Journal of Rheology*. 1986. Vol. 30. Iss. 5. P. 949–980. <https://doi.org/10.1122/1.549893>.

9. Perkins E., Williams J. CGrid: Neighbor searching for many-body simulation. *SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing*. 1985. Vol. 6. Iss. 1. P. 427–438. <https://doi.org/10.1137/0906008>.

10. Модин И.А., Балидин В.В. Экспериментальные исследования взаимодействия ударников с гранулированными слоями из металлических шариков [Experimental studies of the interaction of strikers with granular layers of metal balls]. *Проблемы прочности и пластичности [Problems of Strength and Plasticity]*. 2023. Vol. 85. No 4. P. 539–550 (In Russian).

11. Kloss C., Goniva C., Hager A., Amberger S., Pirker S. Models, algorithms and validation for opensource DEM and CFD-DEM. *Progress in Computational Fluid Dynamics*. 2012. Vol. 12. Iss. 2-3. P. 140–152. <https://doi.org/10.1504/PCFD.2012.047457>.

12. Schwager T., Pöschel T. Coefficient of restitution and linear-dashpot model revisited. *Granular Matter*. 2007. Vol. 9. P. 465–469. <https://doi.org/10.1007/s10035-007-0065-z>.

13. Zhu H.P., Zhou Z.Y., Yang R.Y., Yu A.B. Discrete particle simulation of particulate systems: theoretical developments. *Chem. Eng. Sci.* 2007. Vol. 62. Iss. 13. P. 3378–3396. <https://doi.org/10.1016/j.ces.2006.12.089>.

14. Zhu H.P., Zhou Z.Y., Yang R.Y., Yu A.B. Discrete particle simulation of particulate systems: a review of major applications and findings. *Chem. Eng. Sci.* 2008. Vol. 63. Iss. 23. P. 5728–5770. <https://doi.org/10.1016/j.ces.2008.08.006>.

15. Tsuji T., Yabumoto K., Tanaka T. Spontaneous structures in three-dimensional bubbling gas-fluidized bed by parallel DEM-CFD coupling simulation. *Powder Technol.* 2008. Vol. 184. Iss. 2. P. 132–140. <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2007.11.042>.

16. Yu A.B., Wright B., Zhou Z.Y., Zhu H.P., Zulli P. Discrete particle simulation of gas-solids flow in a blast furnace. *Comput. Chem. Eng.* 2008. Vol. 32. Iss. 8. P. 1760–1772. <https://doi.org/10.1016/j.compchemeng.2007.08.018>.

17. Ai J., Chen J.-F., Rotter J. M., Ooi J.Y. Assessment of rolling resistance models in

discrete element simulations. *Powder Technol.* 2011. Vol. 206. Iss. 3. P. 269–282. <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2010.09.030>.

18. Kochetkov A.V., Modin I.A. Numerical simulation of the interaction of a shock wave with a permeable granulated layer. *Adv. Struct. Mater.* 2023. Vol. 176. P. 129–143. https://doi.org/10.1007/978-3-031-17073-7_9.

19. Kochetkov A.V., Leontev N.V., Modin I.A. Numerical simulation of quasistatic and dynamic compression of a granular layer. *AIP Conference Proceedings*. 2019. Vol. 2116. Iss. 1. Article Number 270003. <https://doi.org/10.1063/1.5114277>.

20. Modin I.A., Kochetkov A.V., Glazova E.G. Chislennoe issledovanie vzaimodeystviya udarnoy volny s pronitsaemym deformiruемым granulirovannym sloem [Numerical simulation of the interaction of a shock wave with a permeable deformable granulated layer]. *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Seriya "Fiziko-matematicheskie nauki"* [Journal of Samara State Technical University, Ser. Physical and Mathematical Sciences]. 2022. Vol. 26. No 1. P. 79–92 (In Russian).

21. Bragov A.M., Konstantinov A.U., Kochetkov A.V., Modin I.A., Savikhin A.O. Eksperimentalnoe issledovanie deformatsionnykh svoystv nasypnogo sloya iz svintsovykh sharikov pri dinamicheskom i kvazistaticheskom nagruzhении [Experimental study of deformation properties of a bulk layer from plumbum balls under dynamic and quasistatic loading]. *Vestnik Permskogo natsionalnogo issledovatel'skogo politekhnicheskogo universiteta. Mekhanika [PNRPU Mechanics Bulletin]*. 2017. No 4. P. 16–27 (In Russian).

22. Modin I.A., Kochetkov A.V., Poverennov E.Y. Chislenno-eksperimentalnoe issledovanie nelineynogo szhatiya paketov metallicheskih pletenykh setok [Numerical and experimental study nonlinear compression packages of metal meshes]. *Problemy prochnosti i plastichnosti [Problems of Strength and Plasticity]*. 2022. Vol. 84. Iss. 2. P. 236–246. (In Russian).

23. Abuziarov M.H., Glazova E.G., Kochetkov A.V., Lisitsyn A.A., Modin I.A. Simulation of the interaction of waves with granulated layers in shock tubes. *Springer Proceedings in Physics*. 2024. P. 122–127. https://doi.org/10.1007/978-981-97-1872-6_18.

**MODELING OF THE PROCESS OF HIGH-SPEED INTERACTION
OF A GRANULAR MEDIUM AND A ROD WITH A HEMISPHERICAL HEAD
BY THE METHOD OF DISCRETE ELEMENTS***

Bessmertnyi K.D., Kochetkov A.V., Modin I.A.

*National Research Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod,
Nizhny Novgorod, Russian Federation*

kochetkov@mech.unn.ru

Received by the Editor 2024/09/25

This paper provides the results of numerical simulation of high-speed impact interaction of a non-deformable hemispherical body with a granular medium, which is a dense packing of steel spheres. The granular medium is considered as a set of individual particles, the motion and deformation of which is described by the discrete element method. This method uses the representation of the modeled material as a set of individual particles, with given set of elastic constants. This approach allows more efficient simulation of processes accompanied by large deformations and violations of the continuity of the medium than when using grid methods. Main principles of the numerical discrete element method, which have been widely used in recent years due to the development of computer technology are described with references to

*The research was supported by the Russian Science Foundation (grant No 22-79-10076).

primary sources. An example of calculating the contact force between two interacting elastic spherical particles in the approximation of small deformations is given by decomposing it into normal and tangential components. In the simplest approximation, this force is the representing Hooke's law where the deformation of particles is considered as their spatial intersection. A general description of the numerical model and calculation methods is given. The results of modeling the process of normal high-speed impact interaction of a rigid rod with a hemispherical head with a deformable granular medium consisting of steel spherical spheres are presented taking into account the friction forces. An estimate is given of the contact forces from the discrete medium on the solid hemisphere. The results of numerical studies are compared with experimental data.

Keywords: discrete element method, large displacements, impact, penetration, granular layer, friction.