

УДК 539.3:548.4

DOI: 10.32326/1814-9146-2024-86-4-421-431

**ПРОЦЕССЫ НЕСТАБИЛЬНОСТИ  
В ПЛАСТИЧЕСКИ ДЕФОРМИРУЕМЫХ СПЛАВАХ\***

© 2024 г.

**Сарафанов Г.Ф.**

*Институт проблем машиностроения РАН – филиал Федерального  
исследовательского центра «Институт прикладной физики  
им. А.В. Гапонова-Грехова РАН», Нижний Новгород, Российская Федерация*

gf.sarafanov@yandex.ru

*Поступила в редакцию 07.07.2024*

На основе предложенной модели исследована пространственно-волновая динамика эффекта Портевена – Ле Шателье в кристаллических сплавах. Модель представляет собой систему интегро-дифференциальных уравнений для внешнего напряжения, скорости дислокаций, скорости пластической деформации, а также уравнения Гилмана – Джонстона, задающего режим деформации. Плотность дислокаций учитывается как монотонно возрастающий параметр, приводящий к упрочнению. В результате численного исследования модели установлено, что имеется ряд безразмерных параметров, которые существенно влияют на эффект скачкообразной деформации. Прежде всего, это параметры  $\mu$ ,  $u_0$  и  $A$ . Параметр  $\mu$ , характеризующий эффективную массу дислокации, крайне мал, вследствие чего колебания нагрузки в системе имеют сугубо релаксационный характер; параметр  $u_0$ , пропорциональный заданной скорости пластической деформации, определяет границы области неустойчивости; корреляционный параметр  $A$  наряду со значением величины  $u_0$  (в области неустойчивости) влияет на разнообразие пространственно-волновых решений. При малых значениях параметра  $A$  меньше некоторого критического значения  $A_c$  в системе реализуется регулярный однородный режим, локализация деформации отсутствует. С увеличением  $A > A_c$  процесс пластической деформации становится нерегулярным. Рассмотрены два случая при  $u_0 = 1$  и  $u_0 = 2$ . В обоих случаях деформирующее напряжение имеет выраженный характер скачкообразной деформации, а скорость пластической деформации – форму импульсов, которые образуют правильные полосы Портевена – Ле Шателье во времени и пространстве. Эти полосы симметрично берут свое начало на противоположных захватах и распространяются с определенной скоростью до противоположного конца (во втором случае с большей скоростью), после чего процесс повторяется. Показано, что суммарная скорость деформации  $u(t)$ , интегрированная по всей длине кристалла и связанная со скоростью растяжения образца, сильно коррелирует со скачками нагрузки – каждому остроконечному всплеску  $u(t)$  соответствует падение внешнего напряжения на кривой деформации.

\* Выполнено в рамках госзадания ИПФ РАН на проведение фундаментальных научных исследований на 2024–2026 гг. (FFUF-2024-0031, № НИОКТР 1023032800130-3-2.3.2).

*Ключевые слова:* эффект Портевена – Ле Шателье, сплавы, неустойчивость и локализация пластической деформации, скачкообразная деформация.

## Введение

Пластическая неустойчивость в деформируемых металлах и сплавах до сих пор является предметом многочисленных исследований. Среди этих неустойчивостей наибольший интерес представляет эффект Портевена – Ле Шателье (ПЛШ) [1–4]. Для этого эффекта характерно сложное поведение во времени (скачкообразное течение) (рис. 1) и в пространстве (локализация деформации), наблюдаемое при растяжении, сжатии, кручении [4]. Эффект ПЛШ обусловлен взаимодействием подвижных дислокаций с атомами примеси. Условием возникновения эффекта является существование диапазона скоростей деформации, при котором деформирующее напряжение проявляет отрицательную чувствительность к скорости деформации. Это отражается в  $N$ -образной зависимости напряжения от скорости деформации [5, 6]. На рис. 1 представлен фрагмент зависимости напряжения от времени для скорости приложенной деформации  $\dot{\epsilon} = 1,3 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1}$  и абсолютной температуры  $T = 350 \text{ К}$ , демонстрирующий эффект ПЛШ. Испытания проводились при жестком растяжении на образцах поликристаллов в форме пластин с содержанием Al-4,5 ат.% Mg длиной, шириной и толщиной 25, 5,5 и 1,5 мм соответственно [7].

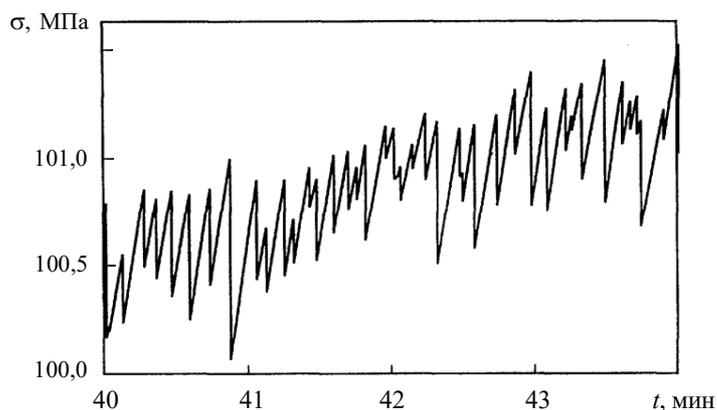


Рис. 1. Типичный фрагмент зависимости напряжения от времени, демонстрирующий эффект ПЛШ

Различные модели эффекта ПЛШ основаны на взаимодействии подвижных дислокаций с атомами растворенного вещества. Классический подход восходит к исследованиям Коттрелла [2], Фриделя [3], Хирга и Лоте [5], где движение дислокаций рассматривалось как вязкое скольжение дислокаций, окруженное облаками примесных атомов.

Во втором подходе, получившем название динамического деформационного старения (ДДС) [7], движению дислокаций препятствуют локализованные неподвижные дислокационные кластеры. Это обеспечивает дополнительное сопротивление скольжению, что приводит к нелинейной  $N$ -образной зависимости силы торможения от скорости пластической деформации. Заметим, что этот подход имеет во многом феноменологический характер, но тем не менее он интенсивно развивается [8–10],

что связано, по-видимому, с широкими возможностями его обобщения [11]. В рамках этого подхода Пеннинг [12] предложил использовать для анализа явлений неустойчивости деформации подход теории автоколебаний. Позднее модель Пеннинга была развита в статьях [13–16], которые, как и статья [12], носили локальный характер, что не позволяло учесть пространственно-волновые особенности пластической деформации.

В [17] предложена автоволновая модель эффекта ПЛШ на основе классических представлений [2, 3, 5]. Получены решения для деформирующего напряжения в форме регулярных релаксационных колебаний для однородного случая, что не позволяло определить пространственно-волновые решения явления ПЛШ.

В настоящей статье нелинейная автоволновая модель [17] исследуется более детально с целью описания характерных особенностей эффекта ПЛШ: стохастичность скачкообразной деформации и локализация пластического течения в полосах скольжения.

## 1. Определяющие уравнения

Рассмотрим процесс пластической деформации, протекающий в поликристаллических сплавах при растяжении кристаллического образца длиной  $L$  с некоторой заданной скоростью деформации  $\dot{\varepsilon}_0 = L^{-1}dL/dt$  вдоль оси растяжения (например, оси  $Ox$ ). Такой режим деформирования характеризует динамику изменения нагрузки  $\sigma(t)$  при  $\dot{\varepsilon}_0 = \text{const}$ .

Поскольку процесс пластической деформации развивается под некоторым углом (обычно  $50^\circ$ ) к оси растяжения [3], то внешнее напряжение  $\sigma$  и скорость пластической деформации  $\dot{\varepsilon}$  (а также скорость дислокаций  $v$ ) вдоль оси растяжения обычно нормируют на фактор ориентировки  $\phi \approx 1/3$  [18]. В этом случае  $\dot{\varepsilon}(x, t)$  и  $v(x, t)$  можно рассматривать как функции координаты  $x$ , и динамика процесса пластической деформации задается системой уравнений [17]:

$$m^* \frac{\partial v}{\partial t} = b(\sigma + \sigma_{\text{int}} - \sigma_f) - F(v), \quad (1)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = b\rho v, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \sigma(t)}{\partial t} = G^* \left[ \dot{\varepsilon}_0 - \frac{b\rho}{L} \int_0^L v(x, t) dx \right]. \quad (3)$$

При этом интегральные (по всей длине образца  $L$ ) деформация  $\varepsilon(t)$  и скорость пластической деформации  $\dot{\varepsilon}(t)$  определяются уравнениями

$$\varepsilon(t) = \frac{1}{L} \int_0^L \varepsilon(x, t) dx, \quad \dot{\varepsilon}(t) = \frac{1}{L} \int_0^L \dot{\varepsilon}(x, t) dx \quad (4)$$

и находятся в результате решения системы (1)–(3). Здесь (1) есть уравнение движения для скорости дислокаций  $v(t, x)$  вытекающее из закона сохранения импульса;  $m^*$  – эффективная масса дислокации на единицу ее длины, имеющая полевую природу [19];  $\sigma_e(t) = \sigma(t) - \sigma_f$  – деформирующее напряжение, определяемое как разность внешнего напряжения  $\sigma(t)$ , приложенного к торцам образца, и внутреннего напряжения сухого трения  $\sigma_f$ , а именно: напряжения Холла–Петча  $\sim K_y/\sqrt{D}$  и напряжения междислокационного взаимодействия  $\sim Gb\sqrt{\rho}$  (где  $D$  – размер зерна,  $b$  – модуль

вектора Бюргера,  $G$  – модуль сдвига,  $\rho$  – плотность дислокаций,  $K_y$  – некоторая постоянная величина [2, 3];  $F(v)$  – нелинейная сила торможения на единицу длины дислокации [5]. Напряжение  $\sigma_{\text{int}} = \gamma \partial_{xx}^2 \varepsilon$  учитывает упругую корреляцию соседних деформируемых областей [8, 20, 21], где  $\varepsilon(t, x)$  – локальная деформация. Например, для поликристаллов это соотношение обусловлено несовместностью пластических деформаций соседних зерен [22], и в этом случае  $\gamma \approx GD^2$  [23].

Уравнение (2) есть уравнение Орована [18], а уравнение (3) представляет собой уравнение Гилмана – Джонстона [24], учитывающее динамику изменения нагрузки  $\sigma$  при условии, что скорость нагружения кристаллического образца постоянна. Здесь  $\dot{\varepsilon}_0$  – заданная скорость пластической деформации,  $G^*$  – эффективный коэффициент жесткости системы «машина–образец».

Анализ системы (1)–(3) показывает, что неустойчивость пластической деформации возможна, если функция  $F(v)$  имеет участок с отрицательным трением (рис. 2), ограниченный некоторой областью

$$v_t < v < v_c, \quad (5)$$

где  $v_t = D_c kT / (bW_c)$ ,  $v_c = D_c W_c / (bkT)$ ,  $D_c$  – коэффициент диффузии атомов примеси,  $W_c$  – максимальная энергия связи дислокации с примесными атомами,  $T$  – температура,  $k$  – коэффициент Больцмана [5]. Именно в этой области устанавливается автоволновой режим пластического течения, проявляющийся как эффект ПЛШ. На рис. 2 обозначено:  $F(v)/b$  – нормированная сила сопротивления дислокации,  $u = v/v_a$  – ее безразмерная скорость,  $v_a = D_c/b$ ,  $u_t = v_t/v_a$ ,  $u_c = v_c/v_a$ ,  $\sigma_{\text{min}} \approx \pi c_0 W_c$ ,  $\sigma_{\text{max}} \approx 3c_0 (W_c)^2 / (kT)$ ,  $c_0$  – концентрация атомов растворенного вещества [17].

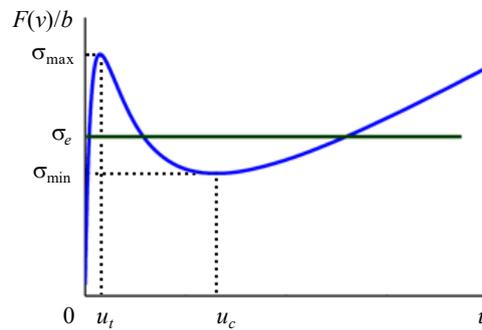


Рис. 2. Зависимость силы сопротивления дислокации от ее безразмерной скорости

Из (5) следует, что  $u_t = kT/W_c$  и  $u_c = W_c/(kT)$ . Параметр  $a = W_c/(kT)$  характеризует максимальное значение области неустойчивости, а сама область неустойчивости для скорости  $u$  определяется интервалом  $[a^{-1}, a]$ . Типичное значение для  $W_c \approx 0,1$  эВ [5], в то время как для комнатной температуры  $kT \approx 0,025$  эВ, то есть параметр  $a = 4$  и, соответственно,  $u_t = 0,25$  и  $u_c = 4$  для  $T = 300$  К.

По мере повышения температуры  $T$  область неустойчивости исчезает ( $a = 1$ ), что соответствует температуре  $T_c = W_c/k \approx 10^3$  К, то есть  $T_c$  является верхней границей для эффекта ПЛШ.

## 2. Волновая динамика эффекта Портевена – Ле Шателье

В статье [17] было получено автоколебательное решение лишь в виде релаксационных колебаний нагрузки  $\sigma(t)$  и скорости дислокаций  $v(t)$ , поэтому исследуем ис-

ходную систему численно на предмет нахождения пространственно-волновых решений.

В системе (1)–(3) дополнительно предположим, что поле напряжений  $\sigma_{\text{int}}$  релаксирует вследствие аккомодационных процессов [25], тогда система (1)–(3) преобразуется к виду:

$$m^* \frac{\partial v}{\partial t} = b(\sigma_e + \sigma_{\text{int}}) - F(v), \quad (6)$$

$$\frac{\partial \sigma_{\text{int}}}{\partial t} = -\frac{\sigma_{\text{int}}}{t_r} + \gamma \frac{\partial^2 \dot{\varepsilon}}{\partial x^2}, \quad (7)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = b\rho v, \quad (8)$$

$$\frac{\partial \sigma_e}{\partial t} = G^* \left[ \dot{\varepsilon}_0 - \frac{b\rho}{L} \int_0^L v(x,t) dx \right], \quad (9)$$

где  $t_r$  – время релаксации.

Приведем систему (6)–(9) к безразмерному виду, в результате получим:

$$\mu \frac{\partial u(x', t')}{\partial t'} = \tau(t') + \tau^{\text{int}}(x', t') - f[u(x', t')], \quad (10)$$

$$\frac{\partial \tau^{\text{int}}(x', t')}{\partial t'} = -\frac{\tau^{\text{int}}(x', t')}{t'_r} + A \frac{\partial^2 u(x', t')}{\partial x'^2}, \quad (11)$$

$$\frac{\partial \varepsilon(x', t')}{\partial t'} = u(x', t'), \quad (12)$$

$$\frac{\partial \tau(t')}{\partial t'} = u_0 - \int_0^1 u(x', t') dx' = u_0 - u(t'), \quad (13)$$

где введены безразмерные переменные

$$u(x', t') = \frac{v(x', t')}{v_a}, \quad \tau(t') = \frac{\sigma_e(t')}{G^*}, \quad f(u) = \frac{F(u)}{bG^*}, \quad x' = \frac{x}{L}, \quad t' = t \dot{\varepsilon}_a \quad (14)$$

и безразмерные параметры

$$\dot{\varepsilon}_a = b\rho v_a, \quad \mu = \frac{m^* v_a^2}{\rho^{-1} G^*}, \quad A = \frac{\gamma}{G^* L^2}, \quad u_0 = \frac{\dot{\varepsilon}_0}{\dot{\varepsilon}_a}, \quad t'_r = t_r \dot{\varepsilon}_a. \quad (15)$$

Скорость  $u(x', t') = v(x', t')/v_a = \dot{\varepsilon}(x', t')/\dot{\varepsilon}_a$  можно рассматривать как скорость пластической деформации, нормированную на величину  $\dot{\varepsilon}_a = \rho D_c$ . (Безразмерная интегральная скорость пластической деформации определяется, соответственно, как  $u(t') = \dot{\varepsilon}(t')/\dot{\varepsilon}_a$ )

Анализ решений системы уравнений (10)–(13) показывает, что после приведения исходной системы к безразмерному виду в системе остаются параметры  $\mu$ ,  $t'_r$ ,  $u_0$  и  $A$ , которые по-разному влияют на вид решений. Инерционный параметр  $\mu \approx 10^{-8}$  мал, поэтому в широком интервале своих значений не изменяет релаксационный характер колебаний нагрузки и скорости пластической деформации. Параметр  $t'_r$  при интенсивной степени аккомодационных процессов ( $t'_r < 0,2$ ) позволяет не учитывать  $\tau_{\text{int}}$ , вследствие чего решения системы сводятся к однородному случаю. По-

этому интересен только обратный случай ( $t'_r \gg 0,2$ ), при котором  $t'_r$  практически не влияет на поведение системы.

Параметр  $u_0$  характеризует заданную скорость пластической деформации в интервале неустойчивости  $[u_r, u_c]$ , а  $A = Gd^2/(G^*L^2)$  – величина, зависящая от жесткости системы «образец–машина», а также радиуса корреляции соседних деформируемых областей кристалла  $d$  (или для поликристалла – от размера зерна  $D = d$ ). При значении параметра  $A$  меньше критического  $A_c = 10^{-6}$  в системе в интервале неустойчивости реализуется однородный регулярный автоколебательный режим. Полосы ПЛШ не возникают (локализация деформации отсутствует).

С увеличением  $A > A_c$ , например при  $A = 8 \cdot 10^{-6}$ , режим изменения нагрузки  $\tau(t')$  и скорости пластической деформации  $u(t', x'_0)$  в некотором сечении  $x'_0$  при значении параметров  $u_0 = 1$ ,  $t_r = 1$ ,  $\mu = 10^{-8}$  имеет нерегулярный характер (рис. 3а, б, в).

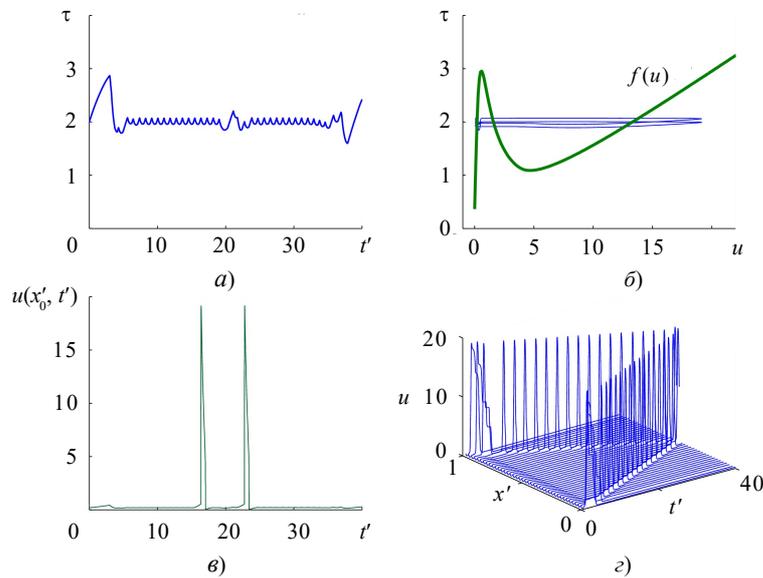


Рис. 3. Скачкообразная деформация и пространственно-волновая картина формирования полос ПЛШ в зависимости от времени

Такой динамике в пространстве переменных  $\tau(t')$ ,  $u(t', x'_0)$  и  $u(t')$  соответствуют замкнутые траектории в виде странного аттрактора (рис. 4), где  $u(t')$  – интегральная скорость пластической деформации.

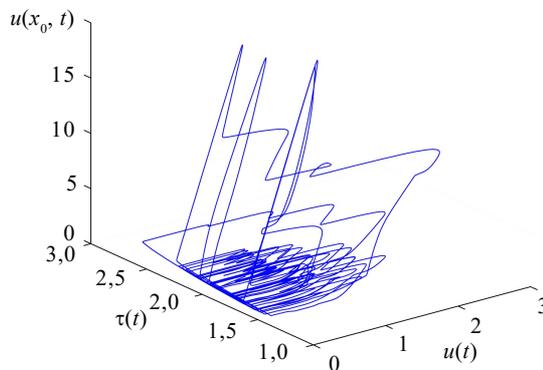


Рис. 4. Странный аттрактор для переменных  $u(x_0, t)$ ,  $\tau(t)$ ,  $u(t)$

Указанным траекториям соответствует колебательный процесс для  $\tau(t')$ , который представляет собой квазипериодическую последовательность (см. рис. 3а), а для  $u(x'_0, t')$  – импульсы скорости пластической деформации (см. рис. 3б), образующие две полосы ПЛШ во времени и пространстве (см. рис. 3г). Эти полосы симметрично берут свое начало на противоположных захватах и распространяются с определенной скоростью (равной  $c = x'/t'$ ) навстречу друг другу и пересекаются в середине кристалла.

На рис. 5 показано, как изменяется пространственно-волновая картина при увеличении заданной скорости пластической деформации  $u_0$  ( $u_0 = 2$  и  $A = 8 \cdot 10^{-6}$  при значении параметров  $t_r = 1$ ,  $\mu = 10^{-8}$ ). Изменения нагрузки  $\tau(t')$  и скорости деформации  $u(t', x'_0)$  в области кривой  $F^*(u)$  по-прежнему представляют собой хаотические замкнутые траектории (см. рис. 5б), которым соответствуют скачкообразная нерегулярная зависимость  $\tau(t')$  (см. рис. 5а) и импульсы  $u(t', x'_0)$ . На рис. 5в показана интегральная скорость деформации  $u(t')$ , всплески которой соответствуют падению деформирующего напряжения  $\tau(t')$ , то есть переменные  $u(t')$  и  $\tau(t')$  сильно коррелированы, несмотря на стохастичность процесса деформации.

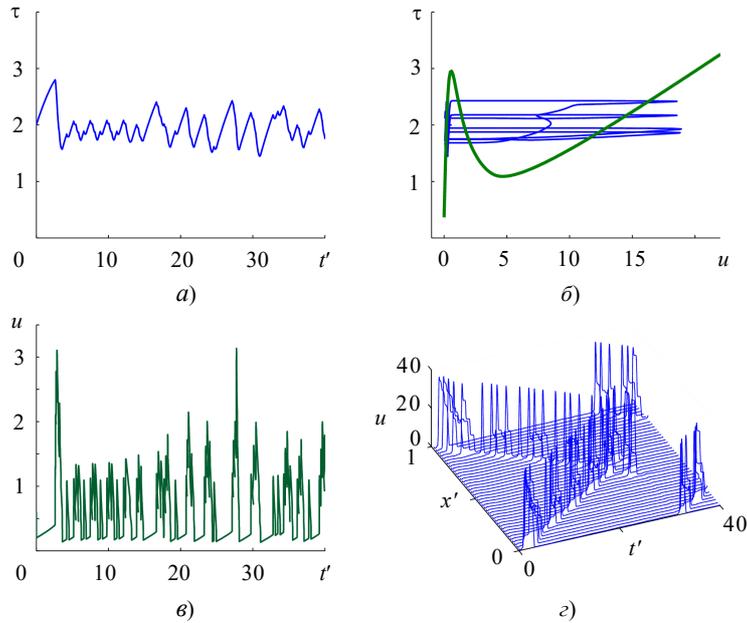


Рис. 5. Скачкообразная деформация и пространственно-волновая картина формирования полос ПЛШ в зависимости от времени

Несколько иная картина пространственно-волновой динамики наблюдается на рис. 5г по сравнению с предыдущим случаем (см. рис. 3г). Полосы ПЛШ также симметрично берут свое начало на противоположных захватах, но распространяются с большей скоростью. При встрече в середине образца полосы прекращают свое движение (аннигилируют), но на захватах возникают новые аналогичные полосы, которые поддерживают в среднем скорость пластической деформации постоянной. Это характеризует эффект ПЛШ при хаотической динамике нагрузки и скорости деформации как самоорганизованный процесс.

## Заклучение

В настоящей статье результаты исследования получены с учетом того, сила торможения дислокаций определяется атмосферой Коттрелла [2, 5] и имеет по мере увеличения скорости дислокаций ниспадающий участок [5, 17], то есть деформирующее напряжение проявляет отрицательную чувствительность к скорости деформации, что обеспечивает нестабильность. В некоторых публикациях утверждается [8–10], что такой подход в ряде моментов не удовлетворяет экспериментальным данным, поэтому трактовка силы торможения дислокаций и соответствующая ей  $N$ -образная зависимость нагрузки от скорости пластической деформации должна исходить из иных физических принципов. В итоге был разработан подход, получивший название теории динамического деформационного старения (ДДС), однако это всего лишь теория силы торможения  $F(\dot{\epsilon})$ , и ее можно с успехом использовать в предлагаемой в настоящей статье модели.

### Список литературы

1. Portevin A., Le Chatelier F. Sur un phénomène observé lors de l'essai de traction d'alliages en cours de transformation. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences Paris*. 1923. No 176. P. 507–510.
2. Коттрелл А.Х. *Дислокации и пластическое течение в кристаллах*. М.: Metallurgizdat, 1958. 267 с.
3. Фридель Ж. *Дислокации*. М.: Мир, 1967. 643 с.
4. Rowlands B.S., Rae C., Galindo-Nava E. The Portevin – Le Chatelier effect in nickel-base superalloys: Origins, consequences and comparison to strain ageing in other alloy systems. *Progress in Materials Science*. 2023. Vol. 132. P. 2–66. <https://doi.org/10.1016/j.pmatsci.2022.101038>.
5. Хирт Дж., Лоте И. *Теория дислокаций*. М.: Атомиздат, 1972. 599 с.
6. Kubin L.P., Estrin Y. The Portevin – Le Chatelier effect in deformation with constant stress rate. *Acta Metallurgica*. 1985. Vol. 33. Iss. 3. P. 397–407. [https://doi.org/10.1016/0001-6160\(85\)90082-3](https://doi.org/10.1016/0001-6160(85)90082-3).
7. Lebyodkin M.A., Brechet Y., Estrin Y., Kubin L.P. Statistics of the catastrophic slip events in the Portevin – Le Chatelier effect. *Physical Review Letters*. 1995. Vol. 74. Iss. 23. P. 4758–4761. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.74.4758>.
8. Lebyodkin M.A., Zhemchuzhnikova D.A., Lebedkina T.A., Aifantis E.C. Kinematics of formation and cessation of type B deformation bands during the Portevin – Le Chatelier effect in an AlMg alloy. *Results in Physics*. 2019. Vol. 12. P. 867–869. <https://doi.org/10.1016/j.rinp.2018.12.067>.
9. Tamimi S., Andrade-Campos A., Pinho-da-Cruz J. Modelling the Portevin – Le Chatelier effects in aluminium alloys: A review. *Journal of the Mechanical Behavior of Materials*. 2015. Vol. 24. Iss. 3-4. P. 67–78. <https://doi.org/10.1515/jmbm-2015-0008>.
10. MacCormick P.G. The Portevin – Le Chatelier effect in an Al-Mg-Si alloy. *Acta Metallurgica*. 1971. Vol. 19. Iss. 5. P. 463–471. [https://doi.org/10.1016/0001-6160\(71\)90170-2](https://doi.org/10.1016/0001-6160(71)90170-2).
11. Lebyodkin M.A., Dunin-Barkovskii L.R., Bobrov V.S., Gröger V. Statistical aspects of low temperature discontinuous deformation. *Scripta Metallurgica et Materialia*. 1995. Vol. 33. Iss. 5. P. 773–780. [https://doi.org/10.1016/0956-716X\(95\)00285-4](https://doi.org/10.1016/0956-716X(95)00285-4).
12. Penning P. Mathematics of Portevin – Le Chatelier effect. *Acta Metallurgica*. 1972. Vol. 20. Iss. 10. P. 1169–1175. DOI: 10.1016/0001-6160(72)90165-4.
13. Chen H., Chen Z., Wang C. et al. The effect of TiB<sub>2</sub> ceramic particles on Portevin – Le Chatelier behavior of TiB<sub>2</sub>/AlMg metal. *Journal of Materials Research and Technology*. 2021. Vol. 14. P. 2302–2311. <https://doi.org/10.1016/j.jmrt.2021.07.135>.
14. Cui C., Zhang R., Zhou Y., Sun X. et al. Portevin – Le Chatelier effect in wrought Ni-based superalloys: Experiments and mechanisms. *Journal of Materials Science and Technology*. 2020. Vol. 51. P. 16–31. <https://doi.org/10.1016/j.jmst.2020.03.023>.
15. Geng Y.X., Zhang D., Zhang J.S. et al. Zn/Cu regulated critical strain and serrated flow

behavior in Al-Mg alloys. *Materials Science and Engineering: A*. 2020. Vol. 795. Article No 139991. <https://doi.org/10.1016/j.msea.2020.139991>.

16. Wang X.G., Wang L., Huang M.X. et al. Kinematic and thermal characteristics of Luders and Portevin – Le Chatelier bands in a medium Mn transformation-induced plasticity steel. *Acta Materialia*. 2017. Vol. 124. P. 17–29. <https://doi.org/10.1016/j.actamat.2016.10.069>.

17. Sarafanov G.F., Shondin Yu.G. Instability of plastic deformation in crystalline alloys: the Portevin – Le Chatelier effect. *Materials Physics and Mechanics*. 2022. Vol. 50. Iss. 1. P. 158–165. DOI: 10.18149/MPM.5012022\_12.

18. Судзуки Т., Есинага Ч., Такеуги С. *Динамика дислокаций и пластичность*. М.: Мир, 1989. 296 с.

19. Косевич А.М. *Дислокации в теории упругости*. Киев: Наукова думка, 1978. 220 с.

20. Kubin L.P., Estrin Y. Strain nonuniformities and plastic instabilities. *Revue de Physique Appliquée*. 1988. Vol. 23. Iss. 4. P. 573–583. <https://doi.org/10.1051/rphysap:01988002304057300>.

21. Estrin Y., Kubin L.P. Micro- and macroscopic aspects of unstable plastic flow. *Phase Transform.* 1986. P. 185–202.

22. Eshelby J.D. Elastic inclusion and inhomogeneities. In: *Progress in Solid Mechanics*. Vol. 2. Amsterdam: North-Holland, 1961. P. 89–140.

23. Hahner P. Modelling of propagative plastic instabilities. *Scripta Metallurgica et Materialia*. 1993. Vol. 29. Iss. 9. P. 1171–1176. [https://doi.org/10.1016/0956-716X\(93\)90104-Z](https://doi.org/10.1016/0956-716X(93)90104-Z).

24. Johnston W.G., Gilman J. Dislocation velocities, dislocation densities and plastic flow in lithium fluoride crystals. *Journal of Applied Physics*. 1959. Vol. 30. Iss. 2. P. 129–144. <https://doi.org/10.1063/1.1735121>.

25. Perevezentsev V.N., Sarafanov G.F. The screening of mesodeflects stress fields by dislocation ensemble and misorientation structure formation during plastic deformation. *Reviews on Advanced Materials Science*. 2012. Vol. 30. P. 73–89.

#### References

1. Portevin A., Le Chatelier F. Sur un phénomène observé lors de l'essai de traction d'alliages en cours de transformation. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences Paris*. 1923. No 176. P. 507–510.

2. Cottrell A.H. *Dislocation and Plastic Flow in Crystals*. Oxford. Clarendon Press. 1953. 267 p.

3. Friedel J. *Dislocations*. Oxford. Pergamon. 1964. 491 p.

4. Rowlands B.S., Rae C., Galindo-Nava E. The Portevin – Le Chatelier effect in nickel-base superalloys: Origins, consequences and comparison to strain ageing in other alloy systems. *Progress in Materials Science*. 2023. Vol. 132. P. 2–66. <https://doi.org/10.1016/j.pmatsci.2022.101038>.

5. Hirth J.P., Lothe J. *Theory of Dislocations*. New York. John Wiley. 1968. 780 p.

6. Kubin L.P., Estrin Y. The Portevin – Le Chatelier effect in deformation with constant stress rate. *Acta Metall.* 1985. Vol. 33. Iss. 3. P. 397–407. [https://doi.org/10.1016/0001-6160\(85\)90082-3](https://doi.org/10.1016/0001-6160(85)90082-3).

7. Lebyodkin M.A., Brechet Y., Estrin Y., Kubin L.P. Statistics of the catastrophic slip events in the Portevin – Le Chatelier effect. *Phys. Rev. Lett.* 1995. Vol. 74. Iss. 23. P. 4758–4761. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.74.4758>.

8. Lebyodkin M.A., Zhemchuzhnikova D.A., Lebedkina T.A., Aifantis E.C. Kinematics of formation and cessation of type B deformation bands during the Portevin – Le Chatelier effect in an AlMg alloy. *Results Phys.* 2019. Vol. 12. P. 867–869. <https://doi.org/10.1016/j.rinp.2018.12.067>.

9. Tamimi S., Andrade-Campos A., Pinho-da-Cruz J. Modelling the Portevin – Le Chatelier effects in aluminium alloys: A review. *J. Mech. Behav. Mater.* 2015. Vol. 24. Iss. 3-4. P. 67–78. <https://doi.org/10.1515/jmbm-2015-0008>.

10. MacCormick P.G. The Portevin – Le Chatelier effect in an Al-Mg-Si alloy. *Acta Metall.* 1971. Vol. 19. Iss. 5. P. 463–471. [https://doi.org/10.1016/0001-6160\(71\)90170-2](https://doi.org/10.1016/0001-6160(71)90170-2).

11. Lebyodkin M.A., Dunin-Barkovskii L.R., Bobrov V.S., Gröger V. Statistical aspects of low temperature discontinuous deformation. *Scripta Metallurgica et Materialia*. 1995. Vol. 33. Iss. 5. P. 773–780. [https://doi.org/10.1016/0956-716X\(95\)00285-4](https://doi.org/10.1016/0956-716X(95)00285-4).

12. Penning P. Mathematics of Portevin – Le Chatelier effect. *Acta Metall.* 1972. Vol. 20. Iss. 10. P. 1169–1175. DOI: 10.1016/0001-6160(72)90165-4.

13. Chen H., Chen Z., Wang C. et al. The effect of TiB<sub>2</sub> ceramic particles on Portevin – Le Chatelier behavior of TiB<sub>2</sub>/AlMg metal. *J. Mater. Res. Technol.* 2021. Vol. 14. P. 2302–2311. <https://doi.org/10.1016/j.jmrt.2021.07.135>.
14. Cui C., Zhang R., Zhou Y., Sun X. et al. Portevin – Le Chatelier effect in wrought Ni-based superalloys: Experiments and mechanisms. *J. Mater. Sci. Technol.* 2020. Vol. 51. P. 16–31. <https://doi.org/10.1016/j.jmst.2020.03.023>.
15. Geng Y.X., Zhang D., Zhang J.S. et al. Zn/Cu regulated critical strain and serrated flow behavior in Al-Mg alloys. *Mater. Sci. Eng. A.* 2020. Vol. 795. Article No 139991. <https://doi.org/10.1016/j.msea.2020.139991>.
16. Wang X.G., Wang L., Huang M.X. et al. Kinematic and thermal characteristics of Luders and Portevin – Le Chatelier bands in a medium Mn transformation-induced plasticity steel. *Acta Mater.* 2017. Vol. 124. P. 17–29. <https://doi.org/10.1016/j.actamat.2016.10.069>.
17. Sarafanov G.F., Shondin Yu.G. Instability of plastic deformation in crystalline alloys: the Portevin – Le Chatelier effect. *Mater. Phys. Mech.* 2022. Vol. 50. Iss. 1. P. 158–165. DOI: 10.18149/MPM.5012022\_12.
18. Suzuki T., Takeuchi S., Yoshinaga H. *Dislocation Dynamics and Plasticity*. New York. Springer. 1991. 228 p.
19. Kosevich A.M. *Dislokatsii v teorii uprugosti [Dislocations in the Theory of Elasticity]*. Kiev. Naukova dumka Publ. 1978. 220 p. (In Russian).
20. Kubin L.P., Estrin Y. Strain nonuniformities and plastic instabilities. *Revue de Physique Appliquée*. 1988. Vol. 23. Iss. 4. P. 573–583. <https://doi.org/10.1051/rphysap:01988002304057300>.
21. Estrin Y., Kubin L.P. Micro- and macroscopic aspects of unstable plastic flow. *Phase Transform.* 1986. P. 185–202.
22. Eshelby J.D. Elastic inclusion and inhomogeneities. In: *Progress in Solid Mechanics*. Vol. 2. Amsterdam. North-Holland. 1961. P. 89–140.
23. Hahner P. Modelling of propagative plastic instabilities. *Scripta Metallurgica et Materialia*. 1993. Vol. 29. Iss. 9. P. 1171–1176. [https://doi.org/10.1016/0956-716X\(93\)90104-Z](https://doi.org/10.1016/0956-716X(93)90104-Z).
24. Johnston W.G., Gilman J. Dislocation velocities, dislocation densities and plastic flow in lithium fluoride crystals. *J. Appl. Phys.* 1959. Vol. 30. Iss. 2. P. 129–144. <https://doi.org/10.1063/1.1735121>.
25. Perevezentsev V.N., Sarafanov G.F. The screening of mesodeflects stress fields by dislocation ensemble and misorientation structure formation during plastic deformation. *Rev. Adv. Mater. Sci.* 2012. Vol. 30. P. 73–89.

## INSTABILITY PROCESSES IN PLASTICALLY DEFORMABLE ALLOYS\*

**Sarafanov G.F.**

*Mechanical Engineering Research Institute of the Russian Academy of Sciences –  
Branch of Federal Research Center “Institute of Applied Physics n.a. A.V. Gaponov-Grekhov  
of the RAS”, Nizhny Novgorod, Russian Federation*

gf.sarafanov@yandex.ru

*Received by the Editor 2024/07/07*

The spatial-wave dynamics of the Portevin–Le Chatelier effect in crystalline alloys is studied on the basis of the proposed model. The model is a system of integro-differential equations for external stress, dislocation velocity, plastic deformation velocity, as well as the Gilman–Johnston equation specifying the deformation mode. Dislocation density is taken into account as a monotonously increasing parameter leading to hardening. As a result of numerical study of the model, it was found that there are a number of dimensionless parameters that significantly affect the effect of discontinuous deformation. First of all, these are the parameters  $\mu$ ,  $u_0$  and  $A$ .

---

\* The research was carried out within the state assignment to IAP RAS for fundamental scientific research for 2024–2026 (topic FFUF-2024-0031, No 1023032800130-3-2.3.2).

The parameter  $\mu$ , which characterizes the effective dislocation mass, is extremely small, as a result of which the load fluctuations in the system are purely relaxation in nature; the parameter  $u_0$ , proportional to a given rate of plastic deformation, determines the boundaries of the instability region; The correlation parameter  $A$ , along with the value of  $u_0$  (in the instability region), affects the variety of spatial wave solutions. At low values of the parameter  $A < A_c$ , a regular homogeneous mode is implemented in the system, there is no localization of deformation. With an increase in  $A > A_c$ , the process of plastic deformation becomes irregular. Two cases are considered for  $u_0 = 1$  and  $u_0 = 2$ . In both cases, the deforming stress has a pronounced character of abrupt deformation, and the rate of plastic deformation has the shape of pulses that form regular Portevin–Le Chatelier bands in time and space. These bands symmetrically originate at opposite grips and spread at a certain speed to the opposite end (in the second case at a higher speed), after which the process is repeated. It is shown that the total deformation rate  $u(t)$ , integrated along the entire length of the crystal and associated with the rate of stretching of the sample, strongly correlates with load surges – each pointed spike  $u(t)$  corresponds to a drop in external stress on the deformation curve.

*Keywords:* the Portevin–Le Chatelier effect, alloys, instability and localization of plastic deformation, discontinuous deformation.