

УДК 539.3

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ СЛОЖНОГО ПЛАСТИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ МАТЕРИАЛОВ ПО ПЛОСКИМ ТРАЕКТОРИЯМ ПЕРЕМЕННОЙ КРИВИЗНЫ^{*)}

Ю.Г. Коротких, И.А. Волков, И.С. Тарасов

Нижний Новгород

Представлена математическая модель термопластичности, описывающая процессы деформирования материалов для траекторий произвольной кривизны. Для оценки адекватности и определения границ применимости определяющих соотношений проведены численные исследования сложного пластического деформирования стали 9Х2 по траекториям в виде спирали Архимеда, логарифмической спирали, астроида и выполнено сравнение полученных результатов с данными натурных экспериментов. Показано, что данная модель качественно и количественно описывает основные эффекты сложного пластического деформирования металлов при произвольных непропорциональных путях термосилового нагружения.

1. Введение

Изучение закономерностей упругопластического деформирования конструкционных материалов имеет принципиальное значение для развития фундаментальных основ теории пластичности. При значительном количестве работ по исследованию процессов сложного упругопластического нагружения и деформирования большинство экспериментов выполнено по многозвенным ломаным и плоским криволинейным траекториям напряжений и деформаций постоянной кривизны [1–6]. Экспериментов для сложных траекторий, включая плоские и пространственные траектории деформирования переменной кривизны и кручения, выполнено значительно меньше [5–7]. В то же время для проверки физической достоверности определяющих соотношений теории пластичности необходимо проведение расчетов и сопоставление полученных численных результатов с имеющимися в литературе экспериментальными данными на широком классе сложных траекторий произвольной кривизны и кручения. Результаты таких исследований могут быть также использованы при определении (конкретизации) материальных параметров, скалярных функций и функционалов, входящих в определяющие соотношения термопластичности.

Ниже представлена математическая модель термопластичности, описывающая основные эффекты сложного пластического деформирования металлов при произвольных непропорциональных путях термосилового нагружения, и проведена

^{*)} Работа выполнена при частичном финансировании Министерством образования и науки РФ (грант Президента РФ на поддержку ведущих научных школ НШ-6391.2006.8).

оценка применимости определяющих соотношений путем сопоставления численных результатов с имеющимися в литературе экспериментальными данными [5, 6].

2. Определяющие соотношения

Определяющие соотношения термопластичности [8, 9] базируются на следующих основных положениях:

– тензоры деформаций ε_{ij} и скоростей деформаций $\dot{\varepsilon}_{ij}$ включают обратимые упругие (не зависящие от истории нагружения и определяющиеся конечным состоянием процесса) $\varepsilon_{ij}^e, \dot{\varepsilon}_{ij}^e$, и необратимые пластические (зависящие от истории процесса нагружения) $\varepsilon_{ij}^p, \dot{\varepsilon}_{ij}^p$ составляющие:

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^p, \quad \dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij}^e + \dot{\varepsilon}_{ij}^p;$$

– начальная поверхность текучести задается уравнением Мизеса. Эволюция поверхности текучести описывается изменением ее радиуса R_p и перемещением центра ρ_{ij} ;

– справедлив принцип градиентальности вектора скорости пластических деформаций к поверхности текучести в точке нагружения;

– изменение объема тела упруго;

– рассматриваемая среда является начально изотропной. Учитывается только анизотропия вызванная процессами пластического деформирования.

В упругой области связь между шаровыми и девиаторными составляющими тензоров напряжений σ_{ij} и деформаций ε_{ij} устанавливается с помощью закона Гука:

$$\begin{aligned} \sigma &= 3K[\varepsilon - \alpha(T - T_0)], \quad S_{ij} = 2Ge_{ij}^e, \\ \dot{\sigma} &= 3K[\dot{\varepsilon} - \alpha\dot{T}] + \frac{\dot{K}}{K}\sigma, \quad \dot{S}_{ij} = 2G\dot{e}_{ij}^e + \frac{\dot{G}}{G}S_{ij}. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь σ, ε – шаровые, S_{ij}, e_{ij} – девиаторные составляющие тензоров напряжений и деформаций соответственно, T – температура, T_0 – начальная температура, $K(T)$ – модуль объемного сжатия, $G(T)$ – модуль сдвига, $\alpha(T)$ – коэффициент линейного температурного расширения материала.

Для описания эффектов пластического деформирования в пространстве напряжений вводится поверхность текучести, уравнение которой имеет вид :

$$F = a_{ij}a_{ij} - R_p^2, \quad a_{ij} = S_{ij} - \rho_{ij}. \quad (2)$$

Для радиуса поверхности текучести формулируется эволюционное уравнение:

$$\begin{aligned} \dot{R}_p &= \bar{q}\dot{\kappa} + q_3\dot{T}, \quad \bar{q} = \frac{q_2A\psi + (1-A)q_1}{A\psi + (1-A)}, \quad 0 \leq \psi \leq 1, \\ A &= 1 - \cos^2 \theta, \quad \cos \theta = n_{ij}^e n_{ij}^a, \quad n_{ij} = \frac{\dot{e}_{ij}}{(\dot{e}_{mn}\dot{e}_{mn})^{1/2}}, \\ n_{ij} &= \frac{a_{ij}}{(a_{mn}a_{mn})^{1/2}}. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь q_1, q_2, q_3 – модули изотропного упрочнения (q_1 – модуль упрочнения при пропорциональном деформировании, q_2 – при изломе траектории на 90° , q_3 – при изменении температуры), k – длина траектории пластического деформирования материала.

Уравнение для смещения поверхности текучести основано на гипотезе А.А. Ильюшина, заключающейся в том, что упрочнение зависит от истории деформирования лишь на некоторой ближайшей части траектории (запаздывание векторных свойств). Эволюция внутренних переменных ρ_{ij} , описывающих анизотропию упрочнения пластического деформирования материала, принимается в виде:

$$\dot{\rho}_{ij} = g_1 \dot{\varepsilon}_{ij}^p - g_2 \rho_{ij} \dot{k} - g_3 \rho_{ij} \langle \dot{T} \rangle, \quad (4)$$

$$\langle \dot{T} \rangle = \begin{cases} \dot{T}, & \dot{T} > 0, \\ 0, & \dot{T} \leq 0, \end{cases}$$

g_1, g_2, g_3 – модули анизотропного упрочнения (функции температуры).

Компоненты тензора скоростей пластических деформаций определяются из закона градиентальности вектора скорости пластических деформаций к поверхности текучести в точке нагружения:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \lambda a_{ij}, \quad (5)$$

где λ – коэффициент пропорциональности, определяемый из условия прохождения новой поверхности текучести в конце этапа нагружения через конец вектора девиатора напряжений. Материальные параметры $q_1, q_2, q_3, g_1, g_2, g_3$ в уравнениях (1)–(5) определяются из специальных базовых экспериментов по растяжению-сжатию цилиндрических образцов по специальным программам нагружения [8].

Определение основных характеристик процесса упругопластического деформирования материала (параметров состояния), которые в общем случае описываются тензорами $\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}, \varepsilon_{ij}^p, \rho_{ij}$ и скалярами k, R_p и T , может осуществляться двумя способами [9, 10].

Первый способ заключается в интегрировании определяющих соотношений по времени, для выполнения которого можно использовать любой из методов решения задачи Коши [9]. Второй способ [10] при соответствующей формулировке определяющих соотношений и линеаризации алгоритма определения параметра λ из (5) сводится к написанию уравнений термопластичности в приращениях, которые зависят от выбранного шага Δt . Шаг по времени Δt может корректироваться при прохождении сложных участков траектории деформирования (например, на изломах траектории) или же, при условии устойчивости вычислений, задаваться постоянным в течение всего расчетного времени. Такой подход наиболее удобен при решении краевых задач механики деформируемого твердого тела и используется в данной работе.

3. Сравнение численных результатов с экспериментальными данными

Для более полного экспериментального обоснования и проверки физической достоверности определяющих соотношений теории пластичности необходима постановка экспериментов с максимально широким диапазоном изменения кривизны траектории деформирования в пределах одного опыта. Особый интерес представ-

ляют эксперименты по изучению процессов сложной разгрузки материала и связанных с ней закономерностей изменения их скалярных и векторных свойств. Таким образом, постановка экспериментов по сложному активному деформированию и разгрузке материалов на траекториях в форме спиралей Архимеда, логарифмических спиралей, астроида является весьма актуальной.

В [5, 6] изложены результаты экспериментальных исследований процессов деформирования конструкционных материалов (металлов и их сплавов) по различным траекториям, включая плоские и пространственные, многосвязные и криволинейные траектории произвольной кривизны и кручения, которые получены в лаборатории механических испытаний кафедры сопротивления материалов, теории упругости и пластичности Тверского государственного технического университета на автоматизированном расчетно-экспериментальном комплексе СМ-ЭВМ под общим руководством профессора В.Г. Зубчанинова. Эксперименты были выполнены при нормальной температуре $T = 20^\circ\text{C}$ на тонкостенных цилиндрических образцах с длиной рабочей части $l = 90$ мм, толщиной стенки $h = 1$ мм и радиусом срединной поверхности $R = 15$ мм. Материал образцов – сталь 12Х18Н10Т, сталь 9Х2, сплав АК-8 и др. Образцы нагружались по заданной программе испытаний осевой силой P , внутренним давлением q и крутящим моментом M . Компоненты тензоров напряжений и деформаций в рабочей части образца вычислялись по формулам:

$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= \frac{P}{2\pi Rh}, & \sigma_{22} &= \frac{qR}{h}, & \sigma_{12} &= \frac{M}{2\pi R^2 h}, & \sigma_{33} &= \sigma_{13} = \sigma_{23} = 0, \\ \varepsilon_{11} &= \frac{\Delta l}{l}, & \varepsilon_{22} &= \frac{\Delta R}{R}, & \varepsilon_{12} &= \frac{\varphi R}{2l}, \end{aligned} \quad (6)$$

где φ – угол закручивания.

Расчетный анализ процессов деформирования лабораторных образцов с использованием модели термопластичности (1)–(5) проводился при следующих материальных параметрах для стали 9Х2 [5]: модуль сдвига $G = 71500$ МПа; модуль объемного сжатия $K = 292625,4$ МПа; начальный радиус поверхности текучести $R_p^0 = 205$ МПа; модули анизотропного упрочнения $g_1 = 22500$ МПа, $g_2 = 250,72$, $g_3 = 0$.

При численном моделировании данных экспериментальных процессов с использованием представленной модели термопластичности заданными являлись экспериментальные траектории деформаций (закономерности изменения компонент тензора деформаций $\varepsilon_{ij}(t)$), а траектории напряжений получались в результате интегрирования определяющих соотношений (1)–(5) по заданной истории изменения ε_{ij} . Полученные численные результаты сопоставлялись с экспериментальными данными.

Эксперименты по сложному деформированию материала по траекториям в виде спиралей Архимеда осуществлены в соответствии с зависимостями:

$$\varepsilon_{11} = R \cos \varphi, \quad \varepsilon_{12} = -R \sin \varphi, \quad R = r(2\pi n - \varphi), \quad (7)$$

где R – переменный радиус спирали, φ – угол поворота радиуса от направления оси ε_{11} , n – число витков, $\Delta R = 2\pi r$ – расстояние по радиусу между двумя соседними витками спирали [5]. Выход на криволинейную траекторию осуществлен после предварительного растяжения до $\varepsilon_{11} = 0,01$ (точка A на рис. 1, 2). Выполнено два

витка скрутки до точки B и раскручивание в обратном направлении до точки C (см. рис. 1, 2).

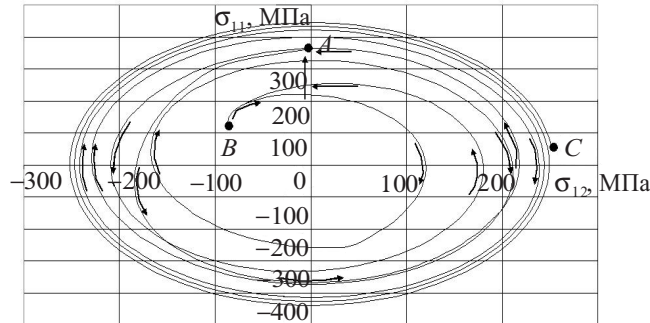


Рис. 1

На рис. 1 представлена расчетная траектория напряжений, соответствующая реализованной траектории деформаций (7). Видно, что в начальный момент траектория напряжений при раскрутке идет несколько ниже траектории, соответствующей скрутке. Затем траектории сближаются и практически совпадают до второго витка раскручивания. В дальнейшем наблюдается процесс упрочнения материала, и траектория напряжений при раскрутке уже превышает траекторию при скручивании.

Сравнение численного и экспериментального решений по значениям компонент тензора напряжений σ_{11} и σ_{12} показало, что их различие не превышает 9%.

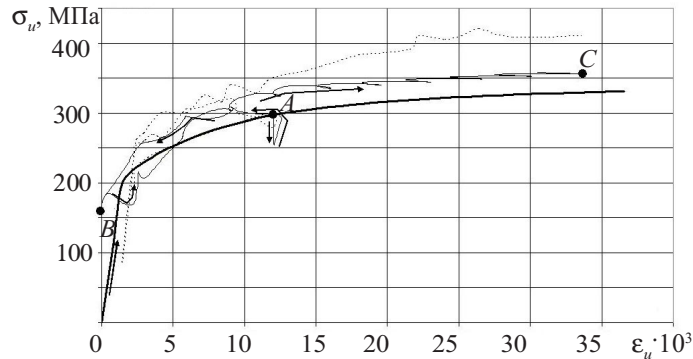


Рис. 2

На рис. 2 представлена зависимость интенсивности тензора напряжений σ_u от интенсивности тензора деформаций ϵ_u для рассматриваемой спирали Архимеда. Тонкой пунктирной линией отмечены опытные данные [5]. Видно что после "нырка" напряжений в точке излома (точка A на рис. 1, 2), диаграмма деформирования при сложном процессе поднимается выше диаграммы деформирования при одноосном растяжении (жирная линия), что соответствует упрочнению материала и активному процессу упругопластического деформирования.

Поскольку траектории в виде архимедовых спиралей ограничивали углы излома в начале процесса сложной разгрузки, были проведены испытания по траекториям в виде скручивающихся и раскручивающихся логарифмических спиралей, для которых начальные углы излома значительно больше.

Эксперименты по сложному деформированию стали 9Х2 по траекториям в виде логарифмических спиралей осуществлены в соответствии с зависимостями:

$$\varepsilon_{11} = R \cos \varphi, \quad \varepsilon_{12} = -R \sin \varphi, \quad R = R_0 \exp(-k\varphi), \quad (8)$$

где R_0 , R – соответственно начальный и переменный радиусы спирали, φ – угол поворота радиуса от направления оси ε_{11} , $k = |\operatorname{tg} \beta|$, β – угол излома траектории деформации. Выход на начальную точку криволинейной траектории осуществляется в результате предварительного растяжения до заданного уровня $\varepsilon_{11} = 0,02$ (точка A на рис. 3–6), последующей полной простой разгрузки в обратном направлении и повторного нагружения до того же уровня. После этого реализовывались программы сложного деформирования по логарифмическим спиральям. После завершения скрутки спирали к началу координат ($R = 0$) (точка B на рис. 3–6) происходила раскрутка траектории в обратном направлении до точки C . Было проведено два варианта расчета при $k = 0,414$ и $k = 4$ соответственно.

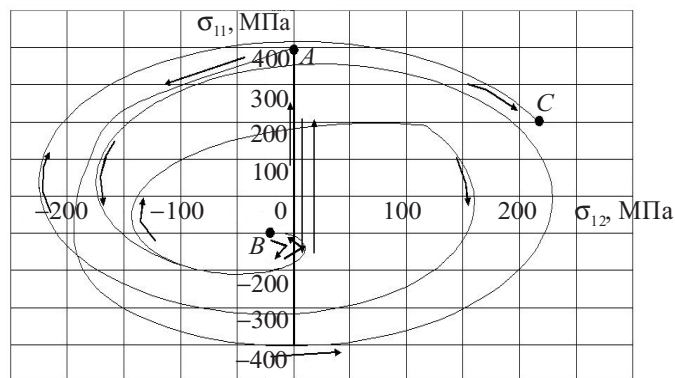


Рис. 3

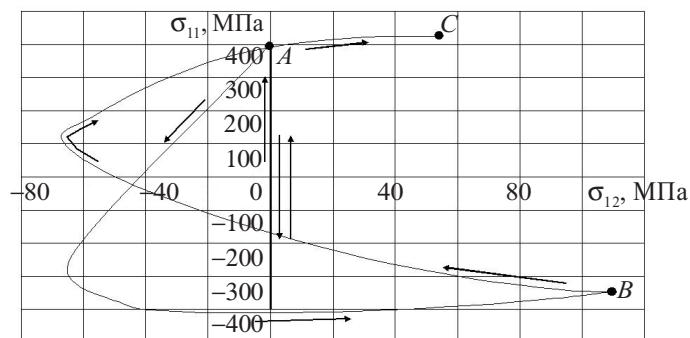


Рис. 4

На рис. 3, 4 представлены расчетные траектории напряжений как отклики на заданные траектории деформаций. На рис. 3 показана расчетная траектория напряжений, соответствующая траектории деформаций с углом излома $\beta = 112,4^\circ$ ($k = 0,414$), а на рис. 4 – с углом излома $\beta = 166^\circ$ ($k = 4$) [5]. При сопоставлении данных траекторий с траекторией, реализованной по спирали Архимеда, можно

отметить некоторое качественное соответствие только для угла излома $112,4^\circ$. С увеличением угла излома траектории напряжений для логарифмических спиралей отличаются от архимедовых большей скоростью скручивания. Анализ численных и экспериментальных значений компонент тензора напряжений σ_{11} и σ_{12} для двух вариантов расчета показал, что их различие не превышает 10%.

На рис. 5, 6 отражены скалярные свойства материала на реализованных траекториях простого и сложного деформирования (пунктирной линией отмечены экспериментальные результаты [5]). После простого деформирования (точка *A* на рис. 3–6), последующей простой полной разгрузки в обратном направлении и повторного нагружения до того же уровня, производилась сложная разгрузка по траектории в виде логарифмических спиралей. Видно, что начальный этап сложной разгрузки практически линеен. Затем при раскрутке траектории процесс деформирования становится вновь активным и диаграмма деформирования выходит на кривую, близкую к траектории деформирования при простом растяжении (жирная линия).

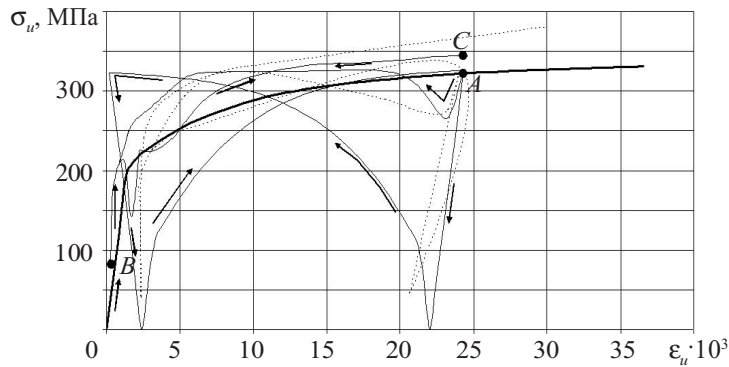


Рис. 5

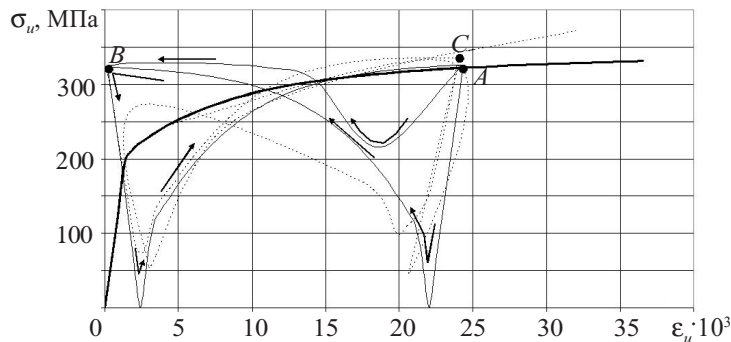


Рис. 6

Эксперименты по сложному нагружению и сложной разгрузке по траекториям в виде астроида осуществлены в соответствии с параметрическими зависимостями:

$$\varepsilon_{11} = R_0 \cos^3 \varphi, \quad \varepsilon_{12} = R_0 \sin^3 \varphi, \quad (9)$$

где R_0 – некоторый начальный параметр астроида, φ – угол, отсчитываемый от направления оси ε_{11} .

Выход на начальную точку криволинейной траектории осуществляется в резуль-

тате предварительного растяжения до заданного уровня $\epsilon_{11} = 0,02$ (точка A на рис. 7–10), последующей простой разгрузки в обратном направлении до значения $\epsilon_{11} = 0,016$ (точка B на рис. 7–10) и повторного нагружения в обратном направлении до исходного уровня деформаций (точка A' на рис. 7–10). После этого осуществлялось сложное деформирование по траектории в виде астроиды (характерные точки A', C, D, E). К особенностям данной траектории можно отнести то, что она является вогнутой и содержит угловые точки, в которых кривизна стремится к бесконечности. Необходимо также отметить переменного-периодический характер изменения кривизны в каждой четверти траектории астроиды.

На рис. 7, 8 представлены расчетные траектории напряжений как отклик на траекторию деформаций (9). На рис. 7 показаны расчетные траектории напряжений для первых двух витков астроиды, на рис. 8 изображена траектория напряжений для третьего витка астроиды, на котором произведена смена направления процесса деформирования. Видно, что ответная траектория в первой четверти практически проходит через начало координат и лишь к концу витка просматривается тенденция к сближению с первыми двумя витками.

Расхождение численных и экспериментальных значений максимальных напряжений σ_{11} и σ_{12} составляет порядка 11%.

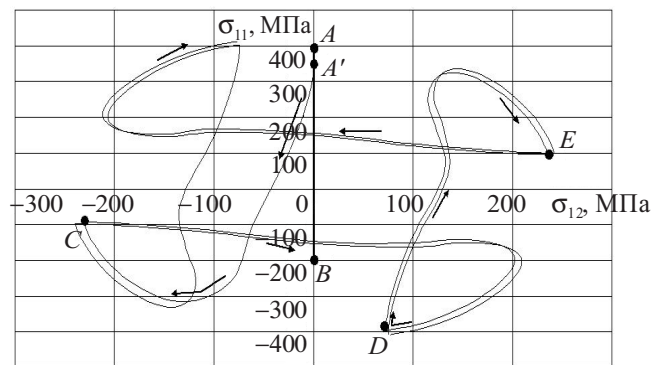


Рис. 7

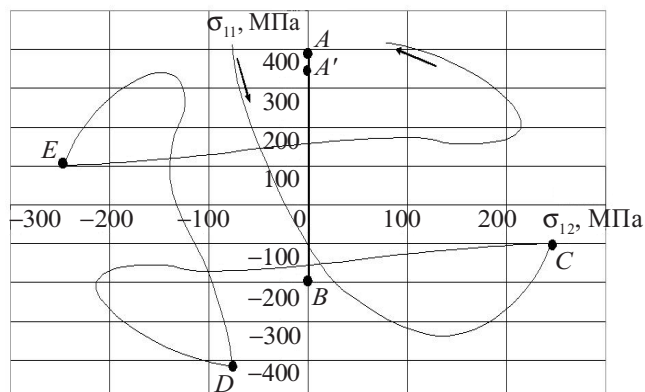


Рис. 8

Скалярные свойства материала на реализованной траектории деформаций для первого и третьего витка астроиды отражены на рис. 9, 10 соответственно (пунктирной линией отмечены экспериментальные данные работы [5]). Видно, что наибольшее упрочнение наблюдается на первой половине длины дуги первого витка астроиды, затем петли для третьей и четвертой четверти практически совпадают, что говорит о стабилизации процесса деформирования.

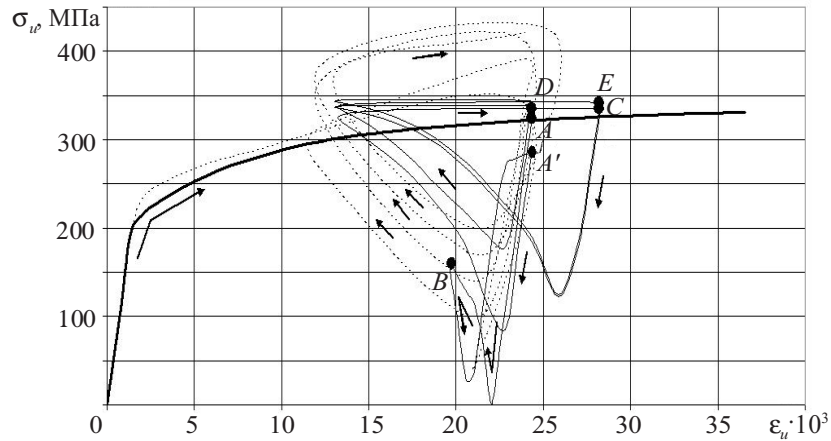


Рис. 9

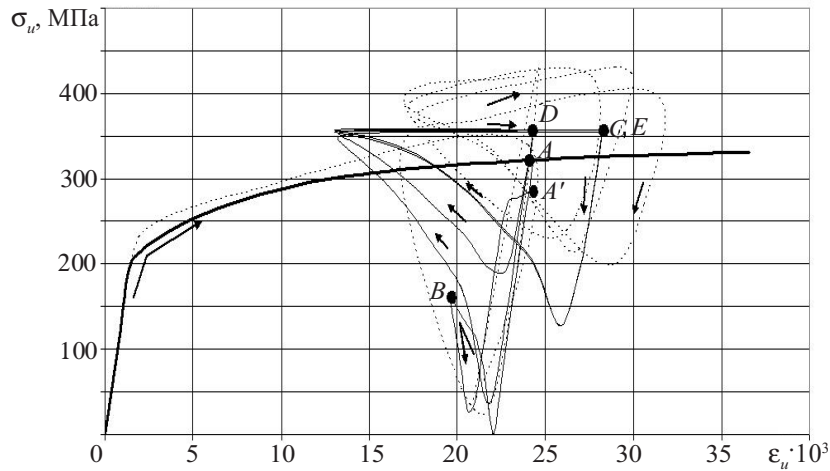


Рис. 10

В целом, анализируя полученные численные результаты в сравнении с экспериментальными данными [5], можно отметить качественное и количественное совпадение модельных представлений с опытными данными. Некоторое отличие расчетных значений от экспериментальных данных может быть объяснено, например, неточностями при задании физико-механических характеристик материала. При сопоставлении расчетных и экспериментальных данных не следует также забывать, что при обработке экспериментальной информации [5, 6], принималось $\epsilon_{22} = 0$, в то время как в экспериментах наблюдалось $\epsilon_{22} \approx 0,1\epsilon_{11}$ (то есть в расчетах пространственная траектория заменялась плоской).

4. Заключение

Представлен вариант математической модели для расчета параметров процессов сложного пластического деформирования конструкционных материалов (металлов и их сплавов) при многоосных непропорциональных режимах нагружения. Модель позволяет учитывать упрочнение материала при пропорциональном и непропорциональном деформировании, локальную анизотропию пластического деформирования при изломе траектории деформаций. Проведена оценка адекватности определяющих соотношений пластичности путем сопоставления результатов численных экспериментов с экспериментальными данными для сложных траекторий непропорционального деформирования, которая подтвердила правильность моделирования процессов непропорционального упругопластического деформирования.

Литература

1. Дегтярев, В.П. Пластичность и ползучесть машиностроительных конструкций / В.П. Дегтярев – М.: Машиностроение, 1967. – 131 с.
2. Жуков, А.М. Некоторые особенности поведения металлов при упругопластическом деформировании / А.М. Жуков // Вопросы теории пластичности. – М., 1961. – С. 30–57.
3. Экспериментальное исследование процессов деформирования стали по двухзвенным траекториям / А.А. Лебедев [и др.] // Проблемы прочности. – 1988. – №3. – С. 7–10.
4. Ohashi, Y. Plastic behavior of mild steel along orthogonal trilinear strain trajectory in three-dimensional vector space of strain deviator / Y. Ohashi, E. Tanaka // Trans. ASME. – 1981. – V. 103, №4. – P. 287–292.
5. Зубчанинов, В.Г. Экспериментальная пластичность. Кн. 1. Процессы сложного деформирования / В.Г. Зубчанинов, Н.Л. Охлопков, В.В. Гаранников. – Тверь: Изд-во ТГТУ, 2003. – 172 с.
6. Зубчанинов, В.Г. Экспериментальная пластичность. Кн. 2. Процессы сложного нагружения / В.Г. Зубчанинов, Н.Л. Охлопков, В.В. Гаранников. – Тверь: Изд-во ТГТУ, 2004. – 184 с.
7. Завохайко, А.А. О характеристиках прочности и пластичности при сложных путях нагружения / А.А. Завохайко, Н.С. Можаровский // Проблемы прочности. – 1992. – №1. – С. 90–93.
8. Казаков, Д.А. Моделирование процессов деформирования и разрушения материалов и конструкций / Д.А. Казаков, С.А. Капустин, Ю.Г. Коротких. – Н.Новгород: Изд-во ННГУ, 1999. – 226 с.
9. Маковкин, Г.А. Использование матричного формализма при интегрировании определяющих соотношений термопластичности с комбинированным упрочнением / Г.А. Маковкин, В.А. Сбитнев // Прикладные проблемы прочности и пластичности. Численное моделирование физико-механических процессов: Межвуз. сб. / Нижегород. ун-т. – 1991. – С. 121–126.
10. Коротких, Ю.Г. Моделирование процессов упругопластического деформирования сталей при сложном нагружении / Ю.Г. Коротких, И.А. Волков, И.Ю. Гордлеева // Устойчивость, пластичность, ползучесть при сложном нагружении / ТГТУ, Тверь. – 2000. – №2. – С. 60–65.

[27.04.2007]

RESEARCHES OF DIFFICULT PLASTIC DEFORMATION PROCESSES ON FLAT TRAJECTORIES OF VARIABLE CURVATURE

Yu. G. Korotkih, I. A. Volkov, I. S. Tarasov

The mathematical model of the temperatureplastics for describing the deformation processes on trajectories of any curvature is presented. Numerical researches of difficult plastic deformation of steel 9X2 on trajectories in form Arhimed's spiral, logarithmic spiral, astroida and the comparison

of the received results with data of natural experiments carried out to determine applicability limitations of the model. It is shown that the presented model qualitatively and quantitatively describes main effects of difficult plastic deformation of metals for any nonproportional paths of temperature and force loading.