

УДК 534.1, 539.3, 539.5

DOI: 10.32326/1814-9146-2024-86-3-358-370

МОДЕЛИРОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ СТЕКОВОГО ПЬЕЗОЭЛЕМЕНТА ИЗ ПОРИСТОЙ ПЬЕЗОКЕРАМИКИ*

© 2024 г. Соловьев А.Н.^{1,2}, Германчук М.С.³, Оганесян П.А.¹

¹Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Российская Федерация

²Донской государственный технический университет,
Ростов-на-Дону, Российская Федерация

³Крымский федеральный университет имени В.И. Вернадского,
Симферополь, Российская Федерация

solovievarc@gmail.com

Поступила в редакцию 07.08.2024

Численно исследована эффективность применения пористой пьезокерамики в стековом пьезоэлементе, который может быть использован как силовой элемент привода, пьезоэлектрический генератор, ультразвуковой излучатель. Исследуется стековый пьезоэлемент, состоящий из восьми сплошных цилиндров, встречно поляризованных в осевом направлении. Материал цилиндров пьезокерамика PZT-4, пористость которой изменяется от 0 до 80%. Решается задача об осевых установившихся колебаниях в окрестности первой резонансной частоты и ниже ее. Нижний торец цилиндра закреплен по нормали, возбуждение колебаний осуществляется за счет механического воздействия при равномерно распределенном давлении на верхнем торце или действия разности электрических потенциалов на электродах. Задачи решаются в рамках линейной осесимметричной теории электроупругости. При механическом воздействии выходной характеристикой устройства является электрический потенциал на свободных электродах, при электрическом – амплитуда осевых колебаний верхнего торца или сила реакции в случае его закрепления.

В качестве метода решения использован метод конечных элементов, реализованный в пакете ACELAN. В результате численного решения исследуется зависимость от пористости выходных характеристик пьезоэлемента: частот резонанса и антирезонанса; коэффициента электромеханической связи; выходного потенциала при механическом нагружении; амплитуды колебаний свободного верхнего торца и реакции связи при его закреплении при возбуждении колебаний разностью потенциалов; энергии упругого элемента, прикрепленного к этому торцу. Анализ зависимости этих характеристик позволяет сделать вывод о целесообразности использования такого элемента с пористой керамикой в качестве пьезоэлектрического генератора и излучателя. Отмечено, что выбор величины пористости напрямую зависит от интенсивности нагрузок и прочности пористой пьезокерамики.

* Выполнено при финансовой поддержке РФ (грант №22-11-00302), <https://rscf.ru/project/22-11-00302/> в Южном федеральном университете.

Ключевые слова: стековый пьезоэлемент, пористая пьезокерамика, сбор и накопление энергии, метод конечных элементов.

Введение

Пьезоэлектрические преобразователи широко применяются во многих сферах деятельности человека, в том числе в медицине и в области, связанной со здоровьем. В статье [1] проведен обширный обзор применения различных пьезоэлектрических преобразователей в повседневной жизни, деятельности и медицине, связанной с человеком. Это обуславливает огромный интерес ученых к теме моделирования, создания новых конструкций и оптимизации устройств с пьезоэлектрическими элементами. Одним из путей повышения эффективности таких устройств является использование пьезоактивных композиционных материалов, в том числе пористой пьезокерамики. Так, в [2] проведен подробный обзор по производству и использованию пористой керамики.

Одним из типов пьезоэлектрических преобразователей являются стековые пьезокерамические элементы, которые представляют собой пакет пьезоэлектрических слоев (например, цилиндров), обычно встречно поляризованных по толщине пакета. Такие преобразователи могут использоваться в качестве силового элемента конструкции прибора. В [3] численно и экспериментально исследуется динамика ультразвукового рупора, приводом которого является стековый пьезоэлемент. Создана конструкция, в которой частота продольной моды колебания отделена от других частот, геометрия устройства оптимизирована с помощью генетического алгоритма (ГА). В статье [4] рассматривается высокочастотная стековая конструкция, состоящая из дискового пьезоэлемента с согласующими слоями, в том числе из кремний-полимерного композита связности 2–2. Показано, что преобразователи с тремя согласующими слоями имеют хорошие характеристики. В [5] рассматривается рамная конструкция, в которую помещен стековый пьезоэлемент, являющийся приводом передачи силового воздействия на различные конструкции. Исследуется частотный спектр и воздействие на резонансных частотах конструкции привода. Если пьезоэлементы представляют собой полые цилиндры, то они скрепляются осевым болтом. В [6] рассматриваются преобразователи типа Ланжевена, в которых используется стековый пьезоэлемент. Конструктивной особенностью таких преобразователей является использование преднатянутого болта, скрепляющего пьезоэлементы в стеке. Рассмотрены разные конструкции этого крепления, его параметры и их частотные свойства, влияющие на эффективность работы преобразователя. Там же рассматривается стековый пьезоэлемент типа Тонпильц, в результате моделирования которого получена оптимальная конструкция с учетом различных параметров. Предложенная аналитическая модель проверена экспериментальными измерениями некоторых изготовленных преобразователей, которые показывают хорошее согласие.

Усилия, полученные от стековых пьезоэлементов, используются для контроля, управления технологическими операциями, а также авиаполетом, гашения колебаний авиационных и спутниковых элементов. В [8] описан стековый пьезоэлемент, который является приводом системы контроля и управления вибрациями металлорежущего инструмента. Результаты указывают на способность системы вибрации инструмента работать в широком диапазоне условий резания и модуляции. В [9] рассматривается стековый пьезоэлемент, который посредством действия на пластину создает воздушные вихри. Генераторы вихрей применяются для создания соответствующих

аэродинамических сил и моментов, управляющих полетом самолета. В статье [10] разработаны конечно-элементные (КЭ) модели устройств со стекowymi пьезоэлементами, которые могут быть использованы в гашении колебаний крупногабаритных конструкций космических спутников. Были определены параметры устройства. Экспериментальные данные используются не только для проверки ожидаемого функционирования устройства, но и для настройки параметров модели. В статье [11] рассматривается стекoвый пьезоэлемент, который используется для контроля и гашения колебаний трехмерной рамной конструкции. Имитационные и экспериментальные исследования позволили предложить надежный регулятор.

Широкой областью применения пьезоактивных материалов являются устройства сбора и накопления энергии. Стековые пьезоэлектрические преобразователи используются в этом случае при значительных силовых воздействиях, в частности, в железнодорожных путях и транспорте. Большое количество публикаций посвящено разработке и оптимизации пьезоэлектрических генераторов (ПЭГ) этих устройств. Так, в [12] предложена новая конструкция механического преобразователя перемещений, соединенного со стекoвым пьезоэлементом, выходная мощность которого значительно выше известных аналогичных конструкций, используемых в железнодорожном транспорте. Одной из особенностей предлагаемой конструкции является уменьшение растягивающих деформаций, что увеличивает срок ее службы. В статье [13] рассматривается стекoвый пьезоэлектрический генератор для сбора энергии от колебаний железнодорожного пути. Особенностью конструкции является использование силы магнитного притяжения, за счет которой происходит подключение пьезоэлемента и возрастание резонансной частоты. Определена пиковая мощность и оптимальное сопротивление нагрузки. В [14] представлены проектирование, моделирование и испытания пьезоэлектрического преобразователя для сбора энергии с механизмом преобразования частоты с повышением частоты для улавливания энергии вибрации железнодорожного пути. В статье [15] рассматривается стекoвый пьезогенератор, связанный с механической системой пружина – масса. С помощью этой системы возможно повышение частоты и выходной мощности и снижения согласованного сопротивления. В [16] рассматривается стекoвый пьезоэлемент, который используется для сбора энергии вибрации железнодорожных путей. За счет взаимодействия с инерционными массами это позволяет пьезоэлектрическому преобразователю работать с переходной резонансной частотной характеристикой, что повышает его эффективность. В [17] проведено моделирование двух типов стекoвых пьезоэлектрических генераторов, работающих в динамической среде железнодорожных вибраций. Первый тип элементов эффективно работает при ускорениях 5g, второй тип до 15g. Результаты показывают, что оба предложенных комбайна обеспечивают эффективную защиту от непредвиденных вибрационных перегрузок железнодорожного транспорта. В статье [18] моделируется стекoвый пьезоэлектрический генератор из бессвинцового состава с легированием оксидом циркония. Проведены расчеты с помощью аналитической модели для пакета из пяти дисков. Результаты подчеркивают значительный потенциал бессвинцовых многослойных пьезоэлементов в приложениях по сбору энергии, предлагая важную информацию для разработки устойчивых и экологически чистых энергетических решений.

Основной характеристикой преобразования механической энергии в электрическую или обратно для стекoвого пьезоэлемента является пьезомодуль d_{33} . Как отмечалось в статье [19], величина этого модуля практически не изменяется с ростом

пористости пьезокерамики, тогда, как модули упругости уменьшаются на порядок при изменении пористости от 0 до 80%. Можно утверждать, что применение пористой керамики в стекowych пьезоэлементах позволяет значительно увеличить значение его выходных характеристик при работе в режиме ПЭГ. Однако прочность пористой керамики уменьшается с увеличением процента пористости, поэтому применение таких устройств имеет смысл при невысоких нагрузках.

В настоящей статье рассматривается стековой пьезоэлемент, состоящий из восьми цилиндрических встречно поляризованных пьезокерамических элементов. Проведено КЭ моделирование пакета и исследованы характеристики устройства в зависимости от пористости пьезокерамики в диапазоне от 0 до 80%. Определены зависимости от пористости: частот резонанса и антирезонанса, коэффициента электромеханической связи; выходного потенциала при механическом силовом нагружении; при электрическом нагружении разностью потенциалов смещений при свободном торце, реакции связи при его закреплении, энергии элемента, прикрепленного к торцу. Сделан вывод о целесообразности применения пористой пьезокерамики при использовании устройства в качестве ПЭГ и для устройств возбуждения колебаний с наибольшей амплитудой на свободном торце.

1. Постановка задачи и решение в ACELAN

Рассматриваются осесимметричные колебания стекowego пьезоэлемента, половина осевого сечения которого представлена на рис. 1а.

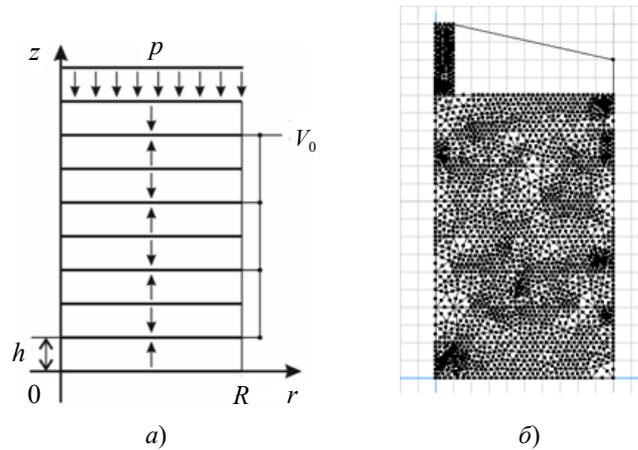


Рис. 1. Стековой пьезоэлемент: геометрия (а), конечно-элементная сетка (б)

Материал пьезоэлементов – это пористая пьезокерамика на основе PZT-4, встречно поляризованная (направление поляризации обозначено стрелками на рис. 1а), толщина каждого элемента h , радиус R , их плоские границы электродированы. Часть внутренних электродов соединены и на них амплитуда разности электрических потенциалов с остальными заземленными электродами составляет V_0 (неизвестна в случае разомкнутой электрической цепи). Нижний торец закреплен по нормали, рассматриваются несколько задач с разными условиями на верхнем торце: I – действует равномерно распределенное давление p ; II – торец свободен от механических напряжений; III – торец закреплен по нормали; IV – p действует на стержневой упругий элемент, закрепленный в верхней точке.

Математическая модель определяется системой дифференциальных уравнений линейной теории электроупругости [19]:

$$\begin{aligned} \rho_{pk} \ddot{\mathbf{u}} + \alpha_{dj} \rho_j \dot{\mathbf{u}} - \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} &= \mathbf{f}_j, \quad \nabla \cdot \mathbf{D} = 0, \\ \boldsymbol{\sigma} &= \mathbf{c}_j^E \cdot (\boldsymbol{\varepsilon} + \beta_{dj} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}) - \mathbf{e}_j^T \cdot \mathbf{E}, \quad \mathbf{D} + \zeta_d \dot{\mathbf{D}} = \mathbf{e}_j \cdot (\boldsymbol{\varepsilon} + \zeta_d \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}) + \vartheta_j^S \cdot \mathbf{E}, \\ \mathbf{E} &= -\nabla \varphi, \quad \boldsymbol{\varepsilon} = (\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^t), \end{aligned} \quad (1)$$

где \mathbf{u} , \mathbf{E} , \mathbf{D} , \mathbf{f}_j – векторы смещений, напряженности электрического поля, электрической индукции и объемных сил соответственно; $\boldsymbol{\sigma}$, $\boldsymbol{\varepsilon}$, \mathbf{c}_j^E , \mathbf{e}_j^T , ϑ_j^S – тензоры напряжений, деформаций, упругих постоянных, пьезоконстант, диэлектрических проницаемостей; φ – электрический потенциал; ρ_j и α_{dj} , β_{dj} – плотность и постоянные демпфирования j -го участка тела.

К системе (1) добавляются соответствующие механические и электрические граничные условия. В частности, на электродах задается значение электрического потенциала φ , на неэлектродированной части поверхности условие отсутствия зарядов, то есть равенство нулю нормальной компоненты вектора электрической индукции \mathbf{D} . В случае свободного электрода S_E потенциал на нем неизвестен и находится из дополнительного условия

$$\int_{S_E} \dot{D}_n ds = 0, \quad (2)$$

это же условие ставится при нахождении частот антирезонанса.

Эффективные свойства пористой пьезокерамики класса 6mm, рассчитанные с помощью пакета ACELAN-COMPOS [20], взяты из [21] и представлены в таблице 1.

Таблица 1

Эффективные свойства пористой керамики [21]

Пористость, %	0	10	20	30	40	50	60	70	80
ρ , кг/м ³	7500	6750	6000	5250	4500	3750	3000	2250	1500
$c_{11}^{E\text{eff}}$, 10 ¹⁰ Н/м ²	13,9	11,56	9,25	6,85	5,05	3,34	2,07	1,26	0,68
$c_{12}^{E\text{eff}}$, 10 ¹⁰ Н/м ²	7,78	6,15	4,66	3,14	2,10	1,16	0,62	0,28	0,13
$c_{13}^{E\text{eff}}$, 10 ¹⁰ Н/м ²	7,43	5,82	4,25	2,82	1,87	1,06	0,52	0,24	0,1
$c_{33}^{E\text{eff}}$, 10 ¹⁰ Н/м ²	11,5	9,53	7,23	5,42	3,91	2,72	1,63	0,91	0,47
$c_{44}^{E\text{eff}}$, 10 ¹⁰ Н/м ²	2,56	2,23	1,83	1,44	1,10	0,74	0,44	0,23	0,1
e_{33}^{eff} , Кл/м ²	15,1	13,38	11,37	9,59	7,68	5,93	3,93	2,30	1,25
e_{31}^{eff} , Кл/м ²	-5,2	-4,23	-3,14	-2,07	-1,32	-0,75	-0,43	-0,21	-0,1
e_{15}^{eff} , Кл/м ²	12,7	10,96	8,96	6,91	5,00	3,30	1,95	1,00	0,44
$\kappa_{11}^{\text{Seff}}/\varepsilon_0$	730	663	582	509	439	349	263	191	122
$\kappa_{33}^{\text{Seff}}/\varepsilon_0$	635	567	492	413	345	270	199	130	75

Решение поставленных задач проводилось численно методом конечных элементов (МКЭ) в пакете ACELAN [22]. При этом использовалось разбиение на треугольные шестиузловые квадратичные КЭ (см. рис. 1б). В представленной на рисунке сетке содержится 1129 КЭ и 2362 узлов.

2. Численный анализ

2.1. Низкочастотная область. Численный анализ проводился МКЭ в пакете ACELAN [22], толщина каждого диска $h = 2$ мм, радиус $R = 10$ мм. Первый шаг

анализа – решается задача модального анализа о нахождении собственных частот резонанса f_r и антирезонанса f_a в задачах I и II. На рис. 2 представлены зависимости этих частот от пористости.

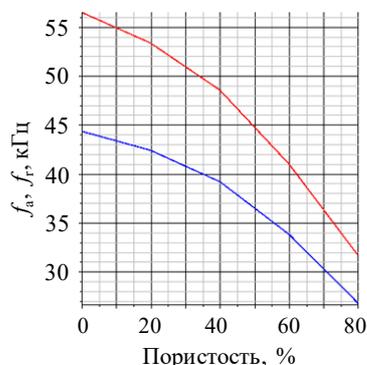


Рис. 2. Зависимости частот резонанса (синяя линия) и антирезонанса (красная линия) от пористости

Обе частоты убывают с увеличением пористости, причем частота антирезонанса незначительно больше. За счет этого коэффициент электромеханической связи (КЭМС), который вычисляется по формуле

$$k = \sqrt{1 - (f_r / f_a)^2}, \quad (3)$$

также убывает на 14% от максимального значения для керамики без пор.

На рис. 3 представлены собственные формы распределения осевого смещения (рис. 3а), электрического потенциала (рис. 3б) на первой осевой моде колебаний при пористости в 20% (на обоих рисунках темно-синий цвет соответствует нулевому значению, темно-красный максимальному, определяемому с точностью до умножения на константу).

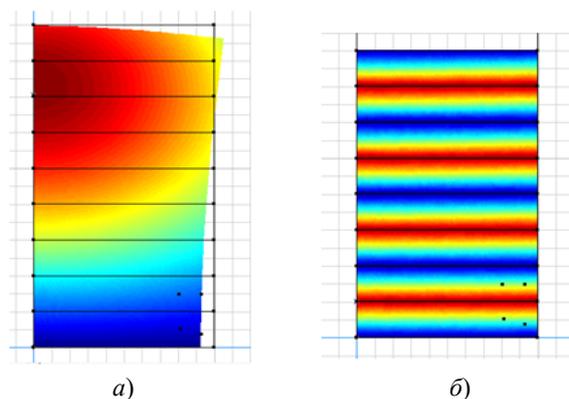


Рис. 3. Распределение на первой осевой моде антирезонанса: осевого смещения (а), электрического потенциала (б)

На рис. 4 представлены графики зависимостей относительного КЭМС $K = k/k_{\max}$ (синяя кривая) и относительного значения выходного потенциала $\Phi = \varphi/\varphi_{\max}$. Значение $V_0 = \varphi_{\max} = 0,556$ В достигается при пористости 80%, в задаче I – при частоте колебаний 1000 Гц и амплитуде давления $p = 1000$ Па. Следует отметить, что ам-

плитуда выходного потенциала возрастает более чем в десять раз при увеличении пористости.

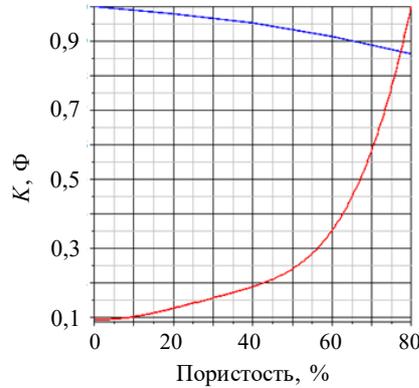


Рис. 4. Зависимости относительного КЭМС (синяя линия) и относительного выходного потенциала (красная линия) от пористости

На рис. 5а представлены графики зависимости относительной осевой реакции $T_z = \sigma_{33}/\sigma_{33\max}$ на верхнем торце (синяя кривая) и относительное значение осевого смещения верхнего торца $U_z = u_3/u_{3\max}$ в задаче II, при том, что задано значение потенциала $V_0 = 100$ В при частоте колебаний 1000 Гц. Следует отметить, что амплитуда усилия, передаваемого стековым элементом неподвижной опоре в случае задачи III, уменьшается более чем на порядок, а в случае задачи II при свободном торце амплитуда колебаний возрастает на порядок при увеличении пористости. На рис. 5б представлена относительная энергия упругого элемента, прикрепленного к верхнему торцу в статической задаче IV при заданном значении потенциала $V_0 = 100$ В.

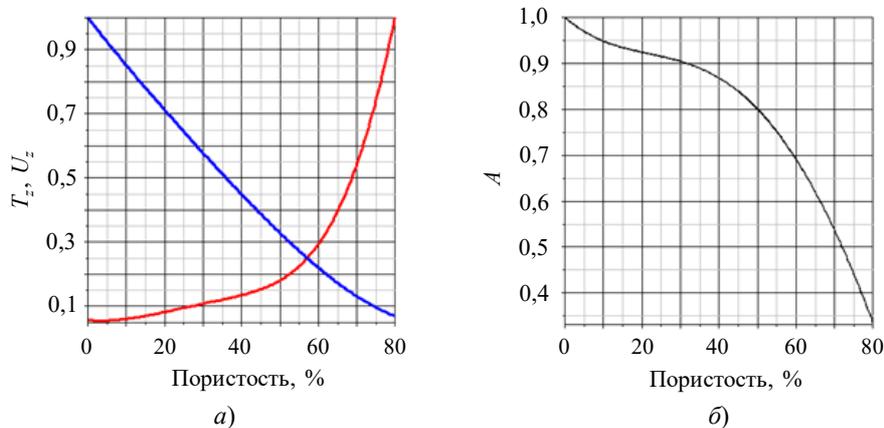


Рис. 5. Зависимости от пористости относительных: осевой реакции – синяя линия; осевого смещения – красная линия (а), энергии (б)

2.2. Вторая осевая мода. Полученные выше результаты связаны с работой устройства на первой осевой моде колебаний или в более низкочастотной области. Не меняя конструкции стека, а изменив коммутацию электродов, можно повысить «рабочую» частоту устройства, а именно, использовать вторую продольную моду в осевом направлении, частота которой почти в два раза выше первой. На рис. 6а–в

показаны распределения соответственно вертикального смещения, осевой деформации и осевого нормального напряжения внутри стека на второй осевой моде. Как видно из этого рисунка, часть области растянута, а другая часть сжата в осевом направлении.

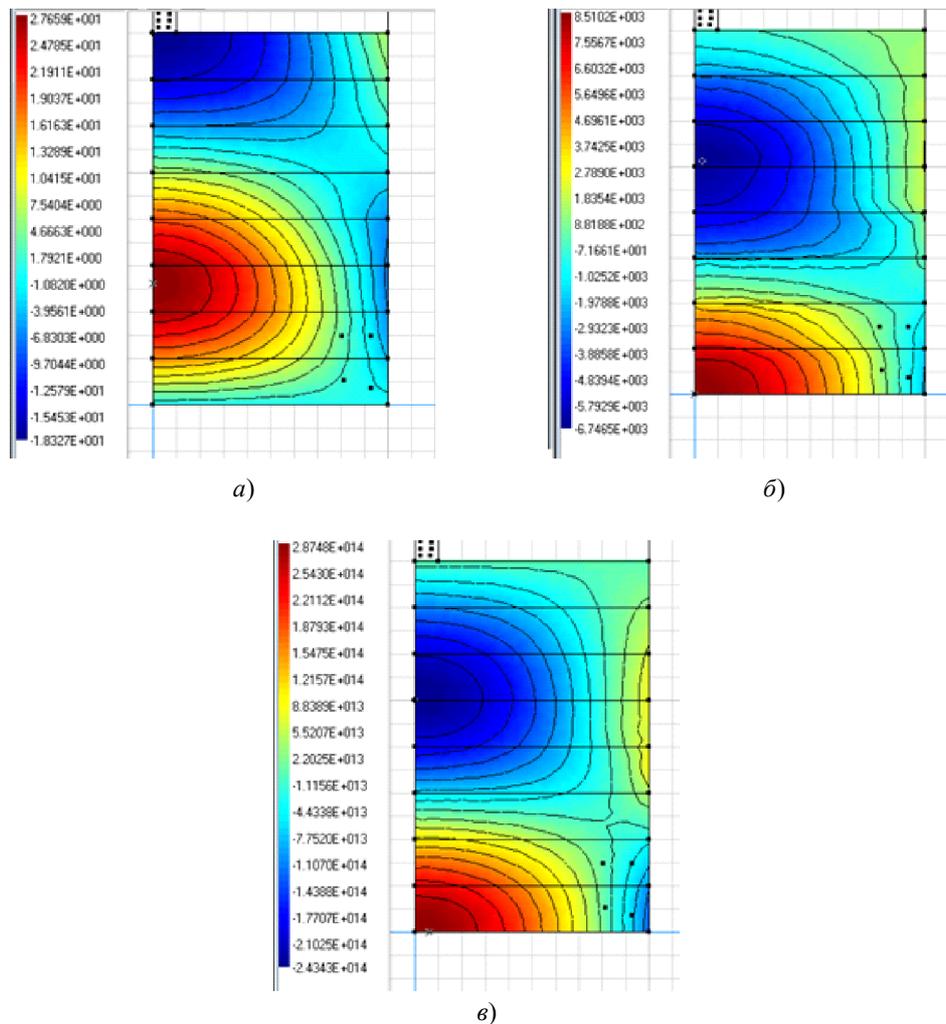


Рис. 6. Распределение на второй осевой моде: вертикального смещения (а); осевой деформации (б); осевого нормального напряжения (в)

На рис. 7а представлена коммутация электродов для работы устройства на второй осевой моде, а на рис. 7б – распределение электрического потенциала на частоте антирезонанса этой моды.

На рис. 8 представлены АЧХ электрических потенциалов φ на трех электродах: V_1 – свободном в нижней части элемента (красная кривая), V_0 – свободном в верхней части (зеленая кривая) и заземленном (желтая кривая). Такая схема коммутации электродов и возбуждение колебаний на частоте второй осевой моды дает возможность получить двухфазное напряжение (нулевое значение электрического потенциала, значение $V_1 < 0$ и значение $V_0 > 0$).

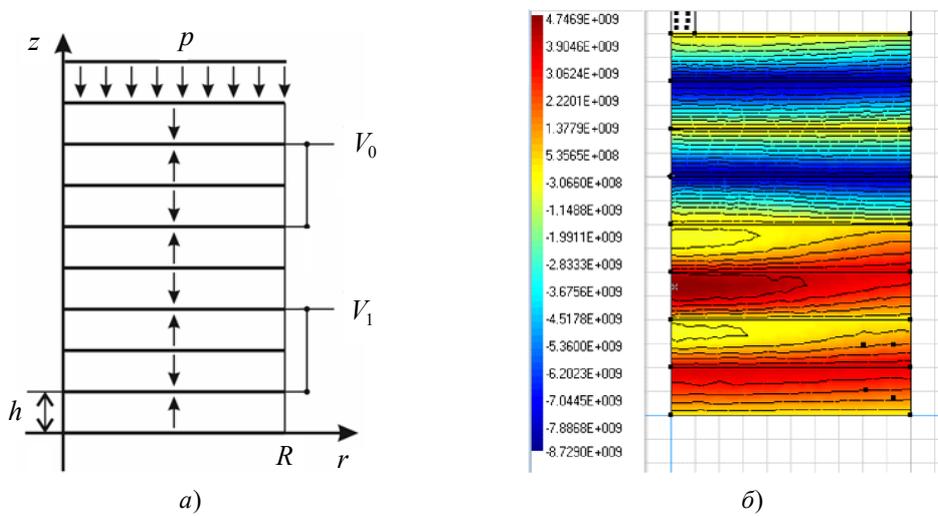


Рис. 7. Схема коммутации электродов (а) и распределение электрического потенциала (б) на второй осевой моде

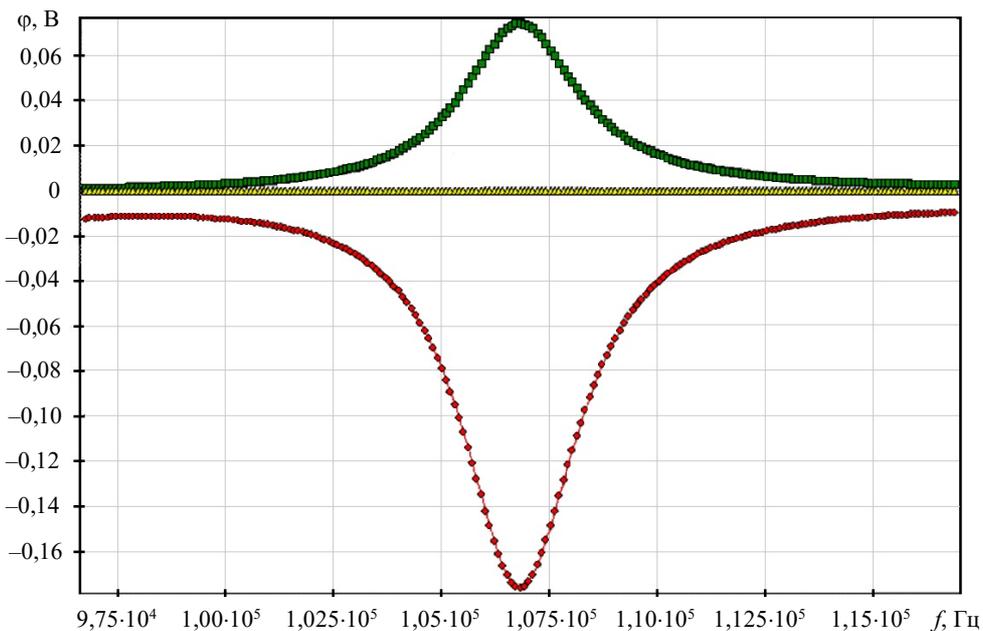


Рис. 8. АЧХ электрических потенциалов на второй осевой моде: нижняя группа (красная кривая), верхняя группа (зеленая кривая), нулевой потенциал (желтая кривая)

Для выяснения численного и качественного характера зависимости выходных характеристик этого стекового элемента имеет смысл их находить непосредственно на частоте антирезонанса (максимум и минимум на рис. 8) с учетом зависимости диссипативных свойств пьезокерамики от пористости.

Заклучение

В пакете ACELAN построена конечно-элементная модель стекового пьезоэлемента, состоящего из восьми встречно поляризованных цилиндров. Проведен анализ его выходных характеристик в зависимости от процента пористости пьезокерамики, которая меняется от 0 до 80%. Рассмотрены модели разных режимов работы этого устройства, а именно, в качестве: силового элемента (актуатора), устройства сбора энергии (пьезоэлектрического генератора) и излучателя акустических волн. В низкочастотной области (собственная частота первого осевого резонанса и ниже) построены зависимости собственных частот резонанса, антирезонанса и КЭМС, силовой и энергетической характеристик, выходного электрического потенциала и амплитуды колебания свободного торца. Анализ полученных зависимостей показал, что с ростом пористости значительно возрастает выходной потенциал и амплитуда колебаний свободного торца, то есть пористую пьезокерамику целесообразно применять в устройствах ПЭГ и излучателях акустических волн. Поставлена задача разработки двухфазного ПЭГ при работе на второй продольной осевой моде.

Список литературы

1. Faezeh Arab Hassani, Qiongfeng Shi, Feng Wen et al. Smart materials for smart healthcare – moving from sensors and actuators to self-sustained nanoenergy nanosystems. *Smart Materials in Medicine*. 2020. Vol. 1. P. 92–124. <https://doi.org/10.1016/j.smain.2020.07.005>.
2. Yu Chen, Nannan Wang, Oluwafunmilola Ola, Yongde Xia, Yanqiu Zhu. Porous ceramics: Light in weight but heavy in energy and environment technologies, *Materials Science and Engineering: R: Reports*. 2021. Vol. 143. Article No 100589. <https://doi.org/10.1016/j.mser.2020.100589>.
3. Mehran Afshari, Behrooz Arezoo. Study of modal properties of a typical ultrasonic stack with numerical and experimental modal analysis. *Ultrasonics*. 2023. Vol. 134. Article No 107083. <https://doi.org/10.1016/j.ultras.2023.107083>.
4. Tung Manh, Anh-Tuan Thai Nguyen, Tonni F. Johansen, Lars Hoff. Microfabrication of stacks of acoustic matching layers for 15 MHz ultrasonic transducers. *Ultrasonics*. 2014. Vol. 54. Iss. 2. P. 614–620. <https://doi.org/10.1016/j.ultras.2013.08.015>.
5. Xishan Jiang, Ning Wang, Ming Jin, Jing Zheng, Jie Pan. Vibration and force properties of an actuator formed from a piezoelectric stack within a frame structure. *Sensors and Actuators A: Physical*. 2024. Vol. 369. Article No 115161. <https://doi.org/10.1016/j.sna.2024.115161>.
6. DeAngelis D.A., Schulze G.W. Wong K.S. Optimizing piezoelectric stack preload bolts in ultrasonic transducers. *43rd Annual Symposium of the Ultrasonic Industry Association, UIA Symposium 2014 23-25 Apr. 2014*. Madrid, Spain. *Physics Procedia*. Vol. 63. 2015. P. 11–20.
7. Hadi Jalili, Hossein Goudarzi, Hassan Salarieh, Gholamreza Vossoughi. Modeling a multilayer piezo-electric transducer by equivalent electro-mechanical admittance matrix. *Sensors and Actuators A: Physical*. 2018. Vol. 277. P. 92–101. <https://doi.org/10.1016/j.sna.2018.05.007>.
8. Aaqib Alia, Jianxin Zhaoa, Patrick Kwona, Burak Sencerb, Yang Guo. Modulated orthogonal cutting system realized by piezo stack actuation and linear guide coupling. *Manufacturing Letters*. 2023. Vol. 35. P. 468–476. DOI: 10.1016/j.mfglet.2023.08.121.
9. Arkadiusz Mystkowski. Piezo-stack vortex generators for boundary layer control of a delta wing micro-aerial vehicle. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2013. Vol. 40. Iss. 2. P. 783–790. <https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2013.05.019>.
10. Francesca Callipari, Marco Sabatini, Federica Angeletti, Paolo Iannelli, Paolo Gasbarri. Active vibration control of large space structures: Modelling and experimental testing of offset piezoelectric stack actuators. *Acta Astronautica*. 2022. Vol. 198. P. 733–745. <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2022.05.058>.
11. Mystkowski A., Koszewnik A.P. Mu-Synthesis robust control of 3D bar structure vibration using piezo-stack actuators. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2016. Vol. 78. P. 18–27. <https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2015.07.002>.

12. Guansong Shan, Dong Wang, Zheng Jun Chew, Meiling Zhu. A high-power, robust piezoelectric energy harvester for wireless sensor networks in railway applications. *Sensors and Actuators A: Physical*. 2023. Vol. 360. P. 18–27. <https://doi.org/10.1016/j.sna.2023.114525>.
13. Guansong Shan, Yang Kuang, Meiling Zhu. Piezoelectric energy harvesting from rail track vibration using frequency up-conversion mechanism. *IFAC-PapersOnLine*. 2022. Vol. 55. Iss. 27. P. 218–223. <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2022.10.515>.
14. Guansong Shan, Yang Kuang, Meiling Zhu. Design, modelling and testing of a compact piezoelectric transducer for railway track vibration energy harvesting. *Sensors and Actuators A: Physical*. 2022. Vol. 347. Article No 113980. <https://doi.org/10.1016/j.sna.2022.113980>.
15. Yan Peng, Zhibing Xu, Min Wang, Zhongjie Li et al. Investigation of frequency-up conversion effect on the performance improvement of stack-based piezoelectric generators. *Renewable Energy*. 2021. Vol. 172. P. 551–563. <https://doi.org/10.1016/j.renene.2021.03.064>.
16. Guansong Shan, Meiling Zhu. A piezo stack energy harvester with frequency up-conversion for rail track vibration. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2022. Vol. 178. Article No 109268. <https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2022.109268>.
17. Guansong Shan, Dong Wang, Meiling Zhu Piezo stack energy harvesters with protection components for railway applications. *Sensors and Actuators A: Physical*. 2024. Vol. 373. Article No 115454. <https://doi.org/10.1016/j.sna.2024.115454>.
18. Santiago Osinaga, Mauro Difeo, Mariano Febbo et al. Energy harvesting using lead-free multilayer piezo stacks based on $0.95(\text{Bi}_{0.5}\text{Na}_{0.5})\text{TiO}_3-0.05(\text{BaTiO}_3)$ piezoceramics through the addition of ZrO_2 . *Ceramics International*. 2024. Vol. 50. Iss. 11/ Pt A. P. 19259–19268. <https://doi.org/10.1016/j.ceramint.2024.03.025>.
19. Белоконов А.В., Еремеев В.А., Наседкин А.В., Соловьев А.Н. Блочные схемы метода конечных элементов для динамических задач акустоэлектроупругости. *ПММ*. 2000. Т. 64. Вып. 3. С. 381–393.
20. Kudimova A.B., Nadolin D.K., Nasedkin A.V. et. al. Finite element homogenization of piezocomposites with isolated inclusions using improved 3-0 algorithm for generating representative volumes in ACELAN-COMPOS package. *Materials Physics and Mechanics*. 2020. Vol. 44. No 3. P. 392–403. https://doi.org/10.18720/MPM.4432020_10.
21. Nasedkin A.V., Oganessian P.A., Soloviev A.N. Analysis of Rosen type energy harvesting devices from porous piezoceramics with great longitudinal piezomodulus. *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*. 2021. Vol. 101. Iss. 3. Article No 202000129. <https://doi.org/10.1002/zamm.202000129>.
22. Наседкин А.В., Скалиух А.С., Соловьев А.Н. Пакет ACELAN и конечно-элементное моделирование гидроакустических пьезопреобразователей. *Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Естественные науки. Спецвыпуск. Математическое моделирование*. 2001. С. 122–125.

References

1. Faezeh Arab Hassani, Qiongfeng Shi, Feng Wen et al. Smart materials for smart health-care – moving from sensors and actuators to self-sustained nanoenergy nanosystems. *Smart Mater. Med*. 2020. Vol. 1. P. 92–124. <https://doi.org/10.1016/j.smaim.2020.07.005>.
2. Yu Chen, Nannan Wang, Oluwafunmilola Ola, Yongde Xia, Yanqiu Zhu, Porous ceramics: Light in weight but heavy in energy and environment technologies. *Mater. Sci. Eng. R Rep*. 2021. Vol. 143. Article No 100589. <https://doi.org/10.1016/j.mser.2020.100589>.
3. Mehran Afshari, Behrooz Arezoo. Study of modal properties of a typical ultrasonic stack with numerical and experimental modal analysis. *Ultrasonics*. 2023. Vol. 134. Article No 107083. <https://doi.org/10.1016/j.ultras.2023.107083>.
4. Tung Manh, Anh-Tuan Thai Nguyen, Tonni F. Johansen, Lars Hoff. Microfabrication of stacks of acoustic matching layers for 15 MHz ultrasonic transducers. *Ultrasonics*. 2014. Vol. 54. Iss. 2. P. 614–620. <https://doi.org/10.1016/j.ultras.2013.08.015>.
5. Xishan Jiang, Ning Wang, Ming Jin, Jing Zheng, Jie Pan. Vibration and force properties of an actuator formed from a piezoelectric stack within a frame structure. *Sens. Actuator A Phys*. 2024. Vol. 369. Article No 115161. <https://doi.org/10.1016/j.sna.2024.115161>.

6. DeAngelis D.A., Schulze G.W. Wong K.S. Optimizing piezoelectric stack preload bolts in ultrasonic transducers. *43rd Annual Symposium of the Ultrasonic Industry Association, ULA Symposium 2014 23-25 Apr. 2014*. Madrid, Spain. Physics Procedia. Vol. 63. 2015. P. 11–20.
7. Hadi Jalili, Hossein Goudarzi, Hassan Salarieh, Gholamreza Vossoughi. Modeling a multilayer piezo-electric transducer by equivalent electro-mechanical admittance matrix. *Sens. Actuator A Phys.* 2018. Vol. 277. P. 92–101. <https://doi.org/10.1016/j.sna.2018.05.007>.
8. Aaqib Alia, Jianxin Zhaoa, Patrick Kwona, Burak Sencerb, Yang Guo. Modulated orthogonal cutting system realized by piezo stack actuation and linear guide coupling. *Manuf. Lett.* 2023. Vol. 35. P. 468–476. DOI: 10.1016/j.mfglet.2023.08.121.
9. Arkadiusz Mystkowski. Piezo-stack vortex generators for boundary layer control of a delta wing micro-aerial vehicle. *Mech. Syst. Signal Process.* 2013. Vol. 40. Iss. 2. P. 783–790. <https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2013.05.019>.
10. Francesca Callipari, Marco Sabatini, Federica Angeletti, Paolo Iannelli, Paolo Gasbarri. Active vibration control of large space structures: Modelling and experimental testing of offset piezoelectric stack actuators. *Acta Astronaut.* 2022. Vol. 198. P. 733–745. <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2022.05.058>.
11. Mystkowski A., Koszewnik A.P. Mu-Synthesis robust control of 3D bar structure vibration using piezo-stack actuators. *Mech. Syst. Signal Process.* 2016. Vol. 78. P. 18–27. <https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2015.07.002>.
12. Guansong Shan, Dong Wang, Zheng Jun Chew, Meiling Zhu. A high-power, robust piezoelectric energy harvester for wireless sensor networks in railway applications. *Sens. Actuator A Phys.* 2023. Vol. 360. P. 18–27. <https://doi.org/10.1016/j.sna.2023.114525>.
13. Guansong Shan, Yang Kuang, Meiling Zhu. Piezoelectric energy harvesting from rail track vibration using frequency up-conversion mechanism. *IFAC-PapersOnLine.* 2022. Vol. 55. Iss. 27. P. 218–223. <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2022.10.515>.
14. Guansong Shan, Yang Kuang, Meiling Zhu. Design, modelling and testing of a compact piezoelectric transducer for railway track vibration energy harvesting. *Sens. Actuator A Phys.* 2022. Vol. 347. Article No 113980. <https://doi.org/10.1016/j.sna.2022.113980>.
15. Yan Peng, Zhibing Xu, Min Wang, Zhongjie Li et al. Investigation of frequency-up conversion effect on the performance improvement of stack-based piezoelectric generators. *Renew. Energy.* 2021. Vol. 172. P. 551–563. <https://doi.org/10.1016/j.renene.2021.03.064>.
16. Guansong Shan, Meiling Zhu. A piezo stack energy harvester with frequency up-conversion for rail track vibration. *Mech. Syst. Signal Process.* 2022. Vol. 178. Article No 109268. <https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2022.109268>.
17. Guansong Shan, Dong Wang, Meiling Zhu Piezo stack energy harvesters with protection components for railway applications. *Sens. Actuator A Phys.* 2024. Vol. 373. Article No 115454. <https://doi.org/10.1016/j.sna.2024.115454>.
18. Santiago Osinaga, Mauro Difeo, Mariano Febbo et al. Energy harvesting using lead-free multilayer piezo stacks based on $0.95(\text{Bi}_{0.5}\text{Na}_{0.5})\text{TiO}_3-0.05(\text{BaTiO}_3)$ piezoceramics through the addition of ZrO_2 . *Ceramics International.* 2024. Vol. 50. Iss. 11/ Pt A. P. 19259–19268. <https://doi.org/10.1016/j.ceramint.2024.03.025>.
19. Belokon' A.V., Eremeyev V.A., Nasedkin A.V., Solov'yev A.N. Partitioned schemes of the finite-element method for dynamic problems of acoustoelectroelasticity. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics.* 2000. Vol. 64. No 3. P. 367–377.
20. Kudimova A.B., Nadolin D.K., Nasedkin A.V. et. al. Finite element homogenization of piezocomposites with isolated inclusions using improved 3-0 algorithm for generating representative volumes in ACELAN-COMPOS package. *Mater. Phys. Mech.* 2020. Vol. 44. No 3. P. 392–403. https://doi.org/10.18720/MPM.4432020_10.
21. Nasedkin A.V., Oganessian P.A., Soloviev A.N. Analysis of Rosen type energy harvesting devices from porous piezoceramics with great longitudinal piezomodulus. *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik.* 2021. Vol. 101. Iss. 3. Article No 202000129. <https://doi.org/10.1002/zamm.202000129>.
22. Nasedkin A.V., Skaliukh A.S., Solovyev A.N. Paket ACELAN i konechno-elementnoe modelirovanie gidroakusticheskikh pyezopreobrazovatelye [ACELAN package and finite element modeling of hydroacoustic piezoelectric transducers]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh*

zavedeniy. Severo-Kavkazskiy region. Estestvennye nauki. Spetsvypusk. Matematicheskoe modelirovanie [News of Higher Education Institutions. North-Caucasian Region. Natural Sciences. Special Issue. Mathematical Modeling]. 2001. P. 122–125 (Russian).

MODELING OF VIBRATIONS OF A STACKED PIEZO ELEMENT MADE OF POROUS PIEZOCERAMICS*

Soloviev A.N.^{1,2}, Germanchuk M.S.³, Oganessian P.A.¹

¹*Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russian Federation*

²*Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation*

³*V.I. Vernadsky Crimean Federal University, Simferopol, Russian Federation*

solovievarc@gmail.com

Received by the Editor 2024/08/07

The work is devoted to a numerical study of the effectiveness of using porous piezoceramics in a stacked piezoelectric element, which can be used as a power drive element, a piezoelectric generator, or an ultrasonic emitter. The use of porous piezoceramics in stacked piezoelements has not received enough attention in the literature. The use of porous piezoceramics in stacked piezo elements has not received enough attention in the literature.

The paper considers a stacked piezo element consisting of eight solid cylinders counter-polarized in the axial direction. The material of the cylinders is PZT-4 piezoceramic, the porosity of which varies from 0% to 80%. The problem of axial steady-state oscillations in the vicinity of the first resonance frequency and below it is solved. The lower end of the cylinder is fixed along the normal, excitation of oscillations is carried out by mechanical action under uniformly distributed pressure at the upper face or by the action of electric potential difference at the electrodes. The problems are solved in the framework of linear axisymmetric theory of electroelasticity. With mechanical action, the output characteristic of the device is the electrical potential of the free electrodes; with electrical action, it is the amplitude of the axial vibrations of the upper end or the reaction force if it is fixed.

The finite element method implemented in the ACELAN package is used as the solution method. As a result of the numerical solution, the dependence of the percentage of porosity on the output characteristics of the piezo element is investigated: the frequencies of resonance and antiresonance, the electromechanical coupling coefficient, the output potential under mechanical loading, the amplitude of oscillations of the free upper end and the coupling reaction at its fixing when the oscillations are excited by the potential difference and the energy of the elastic element attached to this end. The analysis of the dependence of these characteristics allows us to conclude that it is reasonable to use such an element with porous ceramics as a piezoelectric generator and transmitter. It is noted that the choice of the percentage of porosity depends directly on the intensity of loads and the strength of porous piezoceramics.

Keywords: stacked piezo element, porous piezoceramics, energy harvesting and storage, FEM.

* This study was support by the Russian Science Foundation (grant No 22-11-00302), <https://rscf.ru/project/22-11-00302/> at Southern Federal University.