УДК 620.178.3, 629.735, 62-192 DOI: 10.32326/1814-9146-2024-86-2-159-167

ОЦЕНКА КРИВЫХ УСТАЛОСТИ С ПРИМЕНЕНИЕМ ОРТОГОНАЛЬНЫХ ПОЛИНОМОВ

Агамиров Л.В.[1,2], **Агамиров В.Л.**[1,2], **Вестяк В.А.**[1]

[1]*Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), Москва, Российская Федерация*

[2]*Московский технический университет связи и информатики, Москва, Российская Федерация*

kaf311@yandex.ru

Поступила в редакцию 20.03.2024

Предлагается методика обработки усталостных испытаний, проводимых с целью оценки кривой усталости материалов и элементов конструкций, важнейшей расчетной характеристики выносливости, ресурса и надежности изделий авиационной техники, транспортного машиностроения и других конструкций, работающих в условиях как регулярного, так и нерегулярного нагружения. Задача оценивания параметров кривой усталости зачастую осложняется ограниченностью объемов усталостных испытаний, значительным рассеянием циклической долговечности, неравномерным дублированием опытов на заданном уровне амплитуд переменных напряжений, наличием цензурирования, особенно на низких уровнях, и другими факторами, что вызывает необходимость применения взвешенного метода наименьших квадратов. Указанные обстоятельства приводят к тому, что нарушаются условия применения стандартных методов регрессионного анализа и метода наименьших квадратов. В особенности это касается доверительного оценивания кривой усталости, точность которого существенно зависит от указанных факторов. Предложена процедура ортогонализации факторных признаков для оценки параметров кривой усталости, которая снижает погрешности, возникающие при стандартных подходах, позволяет получить точные доверительные интервалы для долговечности.

Особенностью методики является применение в статистических процедурах ортогональных полиномов, что позволяет модифицировать ковариационную матрицу оценок, преобразовав ее к диагональной форме независимо от разброса весовых параметров исходных данных. Такие преобразования позволяют выполнить статистические процедуры точечного и доверительного оценивания при обработке результатов усталостных испытаний. Для апробации методики выполнен статистический анализ большого объема (порядка 200 образцов) усталостных испытаний образцов с различной степенью концентрации напряжений из титанового сплава ВТ3-1 и алюминиевого сплава В-95, разработаны алгоритмы и компьютерные программы в открытом доступе.

Ключевые слова: усталостные испытания, статистическая обработка, кривая усталости, ковариационная матрица, точечное и доверительное оце-

нивание, ортогональные многочлены Чебышева, процедура Форсайта, алгоритм Грамма – Шмидта.

Разброс характеристик сопротивления усталостному разрушению связан, прежде всего, со структурной неоднородностью материалов, вариацией конструктивных, технологических и металлургических факторов деталей машин и элементов конструкций. В то же время применение статистических методов анализа экспериментальной информации способно существенно повысить точность прогнозирования расчетных характеристик выносливости и долговечности, в том числе при обработке усталостных испытаний.

Задача оценивания параметров кривой усталости представляет собой задачу регрессионного анализа с одним факторным признаком, в роли которого выступает амплитуда цикла переменного напряжения [1, 2]. При этом план испытаний зачастую сопровождается неравномерным дублированием опытов, что вызывает необходимость применения взвешенного метода наименьших квадратов [3, 4]. Формы уравнений кривой усталости подробно описаны в литературе [5–11]. Число параметров уравнения кривой усталости обычно не превышает двух-трех [2, 12, 13]. В то же время применение однофакторного анализа существенно ограничивает точность оценивания функции отклика, в роли которой выступает долговечность до разрушения или до образования трещины усталости. В настоящей статье предлагается использовать процедуры ортогонализации факторных признаков для оценки параметров кривой усталости, что в некоторой степени нивелирует указанные недостатки стандартного подхода.

Многочленами Чебышева на множестве точек $\{x_i\}$ называются многочлены, ортогональные на этом множестве, определяемые, в соответствии с процедурой Форсайта, следующими рекуррентными формулами [14]:

$$h_{i,1} = 1, \quad h_{i,2} = x_i - \bar{x}, \quad \bar{x} = \frac{\sum_{ii=1}^{m} n_{ii}\omega_{ii}x_{ii}}{\sum_{ii=1}^{m} n_{ii}\omega_{ii}}, \tag{1}$$

$$h_{i,j} = \left[x_i - \frac{\sum_{ii=1}^{m} n_{ii}\omega_{ii}x_{ii}h_{ii,j-1}^2}{\sum_{ii=1}^{m} n_{ii}\omega_{ii}h_{ii,j-1}^2} \right] h_{i,j-1} - \frac{\sum_{ii=1}^{m} n_{ii}\omega_{ii}x_{ii}h_{ii,j-2}h_{ii,j-1}}{\sum_{ii=1}^{m} n_{ii}\omega_{ii}h_{ii,j-2}^2} h_{i,j-2}, \tag{2}$$

$$i = 1, 2, \ldots, m, \;\; j = 3, \ldots, k,$$

где n_i – объем испытаний на i-м уровне, ω_i – вес i-го уровня, m – количество уровней, k – степень полинома. Фактор x, как указано выше, представляет собой амплитуду напряжения цикла σ_a или некоторую функцию (например, логарифм) от этой величины, приводящую к линеаризации уравнения кривой усталости. Построить идентичные ортогональные полиномы можно также для многомерных данных (например, при испытаниях на длительную статическую прочность) на основе универсального алгоритма последовательной ортогонализации Грамма – Шмидта [15, 16]. Процесс ортогонализации Грамма – Шмидта заключается в построении каждого последующего вектора или столбца матрицы, ортогонального предыдущим. Код соответствующей программы ортогонализации в среде Mathcad для $k = 4$, а также программы реализации рекурсивного алгоритма Форсайта для расчета полиномов в однофакторной модели и программа в среде Visual Basic реализации алгоритма Грамма – Шмидта последовательной ортогонализации многомерных данных размещены в репозитории Github [17].

В качестве базового варианта для применения ортогональных полиномов выберем уравнение кривой усталости [18]:

$$\sigma_a = C + D \cdot (\lg N)^{-\beta},$$

где N – долговечность до разрушения в циклах, показатель степени β предварительно определяется по степенной зависимости среднего квадратичного отклонения логарифма долговечности $s_{\lg N} = (\lg N)^{(1+\beta)}$ от среднего $\lg N$. Такой подход [18] приводит к постоянству дисперсии случайной величины $y = (\lg N)^{-\beta}$, что, в свою очередь, стабилизирует весовую функцию ω в уравнениях метода наименьших квадратов. Отметим также, что рассматриваемая методика инвариантна к форме уравнения кривой усталости. Вектор размерности k оценок коэффициентов b_j линейной модели

$$y_i = \sum_{j=1}^{k} b_j h_{i,j} \tag{3}$$

на основании метода наименьших квадратов с учетом свойств ортогональности полиномов определяется формулой:

$$\hat{b}_j = \frac{\sum_{ii=1}^{m} n_{ii} \omega_{ii} \bar{y}_{ii} h_{ii,j}}{\sum_{ii=1}^{m} n_{ii} \omega_{ii} h_{ii,j}^2}, \quad j = 1, \ldots, k, \tag{4}$$

где $\bar{y} = \left(\lg \bar{N}\right)^{-\beta}$ – выборочное среднее случайной величины y на данном уровне $x = \sigma_a$. Ортогональная матрица обозначается $h_{i,j}$, матрица факторов – $x_{i,j}$. Дисперсии оценок коэффициентов определяются по формуле:

$$D\{\hat{b}_j\} = \frac{\hat{\sigma}_0^2}{\sum_{ii=1}^{m} n_{ii} \omega_{ii} h_{ii,j}^2}. \tag{5}$$

Ковариационная матрица оценок коэффициентов является диагональной, то есть ковариации оценок равны нулю. Оценка остаточной дисперсии $\hat{\sigma}_0^2$ и проверка гипотезы о линейности модели производятся по стандартной процедуре [3, 18]. Оценка линии регрессии вычисляется по формуле:

$$\hat{y}_i = \sum_{j=1}^{k} \hat{b}_j h_{i,j}. \tag{6}$$

Предполагается нормальным закон распределения случайной величины y для всех уровней испытаний. В общем случае оценки параметров квантильной (заданной вероятности p) регрессионной зависимости приближенно в качестве веса i-го уровня выбирается величина, обратно пропорциональная выборочной частной дисперсии наблюдений [3, 18]:

$$\omega_i = \frac{s_1^2}{s_i^2\left[1 + n_i z_p^2 / 2(n_i - 1)\right]}, \tag{7}$$

где z_p – квантиль нормированного нормального распределения уровня p. Для медианной регрессии $z_p = 0$. При равных выборочных дисперсиях $s_1^2 = s_2^2 = \mathrm{const}$ $\omega_i = 1$ для всех i. При единичных испытаниях $n_i < 3$, $s_i = 0$ также следует принимать $\omega_i = 1$ для всех i.

На основании теоремы о дисперсии линейной функции случайных величин дисперсия оценки $\hat{y}_i$ определяется из уравнения:

$$D\{\hat{y}_i\} = \hat{\sigma}_0^2 \psi_i, \quad \psi_i = \sum_{jj=1}^{k} \frac{h_{i,jj}^2}{\sum_{ii=1}^{m} n_{ii}\omega_{ii} h_{ii,jj}^2}. \tag{8}$$

Нижние y_{ip}^{low} и верхние y_{ip}^{up} доверительные границы для квантиля $y_{ip} = y_i + z_p\sigma_i$ заданного уровня вероятности p определяются соотношениями

$$y_{ip}^{\text{low, up}} = \hat{y}_i + t'_{1-\gamma,\gamma}(\Delta, f) D^{0,5}\{\hat{y}_i\}, \tag{9}$$

где $\hat{y}_i$ – медианная оценка (6), $t'_{1-\gamma,\gamma}(\Delta, f)$ – квантиль нецентрального распределения Стьюдента уровня $1-\gamma$ для нижней $\left(y_{ip}^{\text{low}}\right)$ или γ для верхней $\left(y_{ip}^{\text{up}}\right)$ границы, γ – доверительная вероятность, $\Delta = z_p \psi_i^{-0,5}$ – параметр нецентральности, f – число степеней свободы ($f = N - k$). Параметры квантильной линии регрессии определяются по формуле (4) подстановкой выборочного квантиля $\bar{y}_{ip} = \bar{y}_i + z_p s_i$ вместо частного выборочного среднего $\bar{y}_i$. При интерполяции или экстраполяции оценка прогнозируемого значения отклика $\hat{y}_0$, дисперсия $D\{\hat{y}_0\}$, параметр нецентральности Δ_0 и значения ортогонального многочлена $h_{j,0}$ определяются заменой значений вектора x_i значением скаляра предиктора x_0.

С целью апробации описанной методики проводился статистический анализ большого объема (порядка 200 образцов) усталостных испытаний образцов с различной степенью концентрации напряжений из титанового сплава ВТ3-1 и алюминиевого сплава В-95 [1]. Статистическая обработка усталостных испытаний с применением ортогональных полиномов производилась в среде Visual Basic с расчетом коэффициентов линейной модели методом наименьших квадратов, проверкой по критерию Фишера гипотезы о линейности модели с уровнем значимости 5%. В таблице 1 представлены результаты первичной статистической обработки усталостных испытаний, в которой содержатся значения оценок средних $\lg \bar{N}$ и средних квадратичных отклонений $s_{\lg N}$ логарифма долговечности для разных уровней амплитуд переменных напряжений симметричного цикла. Испытания проводились для гладких и надрезанных образцов титанового сплава ВТ3-1 и алюминиевого сплава В-95. В таблице 1 приняты обозначения: N – объем испытаний, β – показатель степени уравнения кривой усталости, s_1 – внутрисистемное среднее квадратичное отклонение (7), α_σ – теоретический коэффициент концентрации напряжений.

Таблица 1

Результаты первичной статистической обработки усталостных испытаний

Материал	σ_α, МПа	n	$\lg \bar{N}$	$s_{\lg N}$
1	*2*	*3*	*4*	*5*
ВТ3-1, $\alpha_\sigma = 1{,}00$; $N = 52$, $\beta = 1{,}6926$; $s_1 = 0{,}00797$	500	9	4,94722	0,25734
	500	18	5,82606	0,72510
	450	18	6,44956	0,75352
	400	7	6,80786	0,49712
ВТ3-1, $\alpha_\sigma = 1{,}40$; $N = 52$, $\beta = 1{,}6272$; $s_1 = 0{,}00754$	550	5	4,32100	0,20479
	450	10	4,98750	0,27442
	400	10	5,77290	0,68995
	350	14	6,72457	0,54522
	310	13	7,09254	0,86633
ВТ3-1, $\alpha_\sigma = 1{,}90$; $N = 27$, $\beta = 2{,}8279$; $s_1 = 0{,}00076$	295	5	4,63620	0,07746
	270	11	5,16218	0,16340
	215	11	6,73773	0,38290

Таблица 1 (продолжение)

1	*2*	*3*	*4*	*5*
ВТ3-1, α_σ =2,36; N = 37, β = 2,2878; s_1 = 0,00309	400	5	4,19900	0,09045
	300	10	5,31270	0,57066
	250	11	6,12560	0,45593
	200	11	6,87473	0,66539
В95, α_σ =1,00; N = 103, β =2,8030; s_1 = 0,00095	330	20	4,52840	0,10886
	285	20	5,12952	0,15661
	254	26	5,60390	0,24496
	228	25	6,25477	0,38945
	210	12	7,00792	0,51065

В таблице 2 представлены результаты статистического анализа усталостных испытаний. Для каждого типоразмера объектов испытаний вычислялись статистические характеристики в зависимости от степени полинома k. Как видно из таблицы, степени варьировались от 2 до 5 в зависимости от числа уровней амплитуд напряжений при испытаниях. Во всех случаях степень полинома не превышала числа уровней амплитуд напряжений m.

В таблице 2 все обозначения те же, что в уравнениях (1)–(10), но для соответствующего значения предиктора x_0, принятого несколько меньше нижнего уровня амплитуд в каждом варианте. Расчетные значения медианы логарифма долговечности $\lg N_{0,5}$, квантиля уровня p = 0,01 – $\lg N_p$ и 95% доверительных интервалов для этого квантиля $\lg N_u$, $\lg N_l$ получены обратным преобразованием $\lg N = y^{-1/\beta}$.

Таблица 2

Результаты статистического анализа усталостных испытаний, p = 0,01

Материал	k	s_2	$\hat{\sigma}_0$	$\lg N_{0,5}$	$\lg N_u$	$\lg N_p$	$\lg N_l$
ВТ3-1, α_σ = 1,00; x_0 = 380 МПа	2	0,0083547	0,0148669	7,8106	6,2229	5,9225	5,4594
	3	0,0079024	0,0034503	6,6984	5,7965	5,3466	4,9418
	4	0,0078870	0,0000000	6,9306	6,2435	5,4735	4,8773
ВТ3-1, α_σ = 1,40; x_0 = 300 МПа	2	0,0077012	0,0098312	7,6392	6,2332	6,0045	5,6790
	3	0,0077624	0,0117689	7,5502	6,2260	5,9544	5,5850
	4	0,0074664	0,0006504	7,0698	6,0305	5,6914	5,3554
	5	0,0074658	0,0000000	7,0452	6,1256	5,6776	5,2643
ВТ3-1, α_σ = 1,90; x_0 = 210 МПа	2	0,0008183	0,0017233	7,0951	6,3767	6,2199	5,8993
	3	0,0007421	0,0000000	6,9015	6,3169	6,1036	5,8597
ВТ3-1, α_σ = 2,36; x_0 = 180 МПа	2	0,0033159	0,0059387	8,1501	6,4474	6,1878	5,7117
	3	0,0030472	0,0011839	7,2162	6,1518	5,7817	5,4160
	4	0,0030404	0,0000000	7,0222	6,2752	5,6866	5,1962
В95, α_σ = 1,00; x_0 = 200 МПа	2	0,0009558	0,0009976	7,5793	6,4695	6,3217	6,1576
	3	0,0009546	0,0009581	7,3773	6,4264	6,2171	6,0097
	4	0,0009502	0,0003017	7,7927	6,8099	6,4274	6,0958
	5	0,0009497	0,0000000	7,6222	6,9805	6,3433	5,8670

Анализ таблицы показывает, что значения дисперсии адекватности s_2^2 и остаточной дисперсии $\hat{\sigma}_0^2$ систематически снижаются, как и следовало ожидать, с увеличением степени полинома от 2 до 5, что свидетельствует об улучшении сходимости экспериментальных и расчетных значений. В то же время наблюдается существенное расхождение (до 20%) в оценках медианы логарифма долговечности с изменением степени полинома, что связано с характером степенной зависимости $\lg N = y^{-1/\beta}$. Несколько меньшее расхождение (до 11%) наблюдается в оценках квантиля логарифма долговечности уровня 0,01. Таким образом, как показывают расчеты, изменение степени полиномиальной зависимости долговечности от уровня амплитуд напряжения существенно влияет на значения прогнозируемой характеристики, которая является, по существу, главной целью построения кривой усталости по результатам испытаний. Остается дискуссионным вопрос, каким результатам в смысле экстраполяции в область эксплуатационных долговечностей следует доверять в большей степени. Более точными и обоснованными экспериментальными данными являются результаты, которые получаются при увеличении степени полинома или с помощью одномерной модели с $k = 2$ и классической концепцией кривой усталости [1, 3]. Очевидно, что вопрос этот лежит в практической плоскости и может быть разрешен лишь с увеличением объемов экспериментальных данных. В условиях ограниченности экспериментального материала рекомендутся воспользоваться предлагаемой методикой, основанной на применении ортогональных полиномов с возрастающей степенью, что соответствует современным методам бутстреп-оценивания [19, 20].

Выводы

1. Разработана методика и программы оценивания параметров кривой усталости с применением ортогональных полиномов Чебышева, позволяющих уточнить значения прогнозируемых характеристик при экстраполяции в область больших долговечностей, снизить трудоемкость оценивания параметров медианных и квантильных кривых усталости, а также получить точные доверительные интервалы для долговечности.

2. С целью апробации методики проведен статистический анализ результатов усталостных испытаний титановых и алюминиевых сплавов, показавший, что изменение степени полиномиальной зависимости долговечности от уровня амплитуд напряжения существенно влияет на значения прогнозируемой характеристики. В условиях ограниченности экспериментальных данных, особенностей усталостных испытаний и эксплуатационного нагружения рекомендуется описанная в статье методика применения ортогональных полиномов.

Список литературы

1. Степнов М.Н., Гиацинтов Е.В. *Усталость легких конструкционных сплавов*. М.: Машиностроение, 1973. 317 с.

2. Себер Д.А.Ф. *Линейный регрессионный анализ.* М.: Мир, 1980. 456 с.

3. Агамиров Л.В., Вестяк В.А. *Вероятностные методы расчета показателей надежности авиационных конструкций при переменных нагрузках*. М.: Изд-во МАИ, 2022. 256 с.

4. *Atlas of Stress-Strain Curves.* Ed. H.E. Boyer. Detroit: ASM International, 2002. 808 p.

5. Correia J.A.F.O., Calvente M.M., Blasón S. et al. Fatigue life prediction of notched details made of puddle iron based on variable fatigue strength reduction factors concept. *Conference: International Symposium on Notch Fracture* (*ISNF*). Santander. Cantabria, Spain. 29–31 March 2017.

6. Воробьев А.З., Олькин Б.И., Стебнев В.Н., Родченко Т.С. *Сопротивление усталости элементов конструкций*. М.: Машиностроение, 1990. 240 с.

7. Mirza O., Milner L., Mashiri F. Experimental investigation of retrofitting techniques for steel bridge girders subject to fatigue failure. *Journal of Steel Structures & Construction*. 2018. Vol. 4. Iss. 1. P. 1000138-1 – 1000138-8. DOI: 10.4172/2472-0437.1000138.

8. Bandara C.S., Siriwardane S.C., Dissanayake U.I., Dissanayake R. Full range S-N curves for fatigue life evaluation of steels using hardness measurements. *International Journal of Fatigue*. 2016. Vol. 82. Pt. 2. P. 325–331. https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue. 2015.03.021.

9. Lyamkin V., Starke P., Boller C. Cyclic indentation as an alternative to classic fatigue evaluation. *Conference: 7th International Symposium on Aircraft Materials* (*ACMA2018*). Compiegne, France. 24–26 April. 2018.

10. Strzelecki P., Sempruch J. Experimental method for plotting S–N curve with a small number of specimens. *Polish Maritime Research*. 2016. Vol. 23. Iss. 4. P. 129–137. https://doi.org/10.1515/pomr-2016-0079.

11. Petinov S., Guchinsky R. Criteria for fatigue failure of materials: Application in fatigue assessment of structures. *Advanced Engineering Forum*. 2018. Vol. 26. P. 1–8. DOI: 10.4028/www.scientific.net/AEF.26.1.

12. Goedel F., Chamberlain Pravia Z.M., Mezzomo G.P. Methodology for assessment of statistical planning effects on the S–N curve determination using Monte Carlo simulations. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*. 2019. Vol. 42. Iss. 4. P. 871–882. https://doi.org/10.1111/ffe.12957.

13. Bandara C.S., Siriwardane S.C., Dissanayake U.I., Dissanayake R. Developing a full range S–N curve and estimating cumulative fatigue damage of steel elements. *Computational Materials Science*. 2015. Vol. 96. Pt. A. P. 96–101. https://doi.org/10.1016/j.commatsci.2014.09.009.

14. Little R.E., Ekvall J.C. Standard practice for statistical analysis of linear or linearized stress-life (S–N) and strain-life (∊–N) fatigue data. In: *Statistical Analysis of Fatigue Data.* ASTM International, 1981. 151 p. https://doi.org/10.1520/STP29332S.

15. Gautschi W. *Orthogonal Polynomials: Computation and Approximation. Series: Numerical Mathematics and Scientific Computation*. Oxford: Oxford University Press, 2004. 314 p.

16. Исаев А.Б., Ковальчуков Н.Н., Савельев И.А. Анализ и синтез систем многомерных ортогональных полиномов Чебышева в задачах регрессионного анализа. *Горный информационно-аналитический бюллетень*. 2013. №8. С. 262–267.

17. *Программы ортогонализации и рекурсивного алгоритма Форсайта.* https://github.com/AVL095/FatCheb.

18. Агамиров Л.В., Агамиров В.Л., Вестяк В.А. Стабилизация рассеяния характеристик усталостных свойств конструкционных материалов при статистическом анализе результатов усталостных испытаний. *Вестник МАИ*. 2011. Вып. 18. №5. С. 62–72.

19. Kushary D., Davison A.C., Hinkley D.V. Bootstrap methods and their application. *Technometrics.* 2000. Vol. 42. Iss. 2. P. 216–217. DOI: 10.2307/1271471.

20. Davison R. A., Kuonen D. An Introduction to the bootstrap with applications in R. *Statistical Computing and Statistical Graphics Newsletter.* 2002. Vol. 13. No 1. P. 6–11.

References

1. Stepnov M.N., Giatsintov E.V. *Ustalost legkikh konstruktsionnykh splavov* [*Fatigue of Light Structural Alloys*]. Moscow. Mashinostroenie Publ. 1973. 317 p. (In Russian).

2. Seber J.A.F. *Linear Regression Analysis*. New York. Wiley & Sons. 1977. 496 p.

3. Agamirov L.V., Vestyak V.A. *Veroyatnostnye metody rascheta pokazateley nadezhnosti aviatsionnykh konstruktsiy pri peremennykh nagruzkakh* [*Probabilistic Methods for Calculating Reliability Indicators of Aircraft Structures Under Variable Loads*]. Moscow. MAI Publ. 2022. 256 p. (In Russian).

4. *Atlas of Stress-Strain Curves*. Ed. H.E. Boyer. Detroit. ASM International. 2002. 808 p.

5. Correia J.A.F.O., Calvente M.M., Blasón S. et al. Fatigue life prediction of notched details made of puddle iron based on variable fatigue strength reduction factors concept. *Conference: International Symposium on Notch Fracture* (*ISNF*). Santander. Cantabria, Spain. 29–31 March 2017.

6. Vorobyev A.Z., Olkin B.I., Stebnev V.N., Rodchenko T.S. *Soprotivlenie ustalosti elementov konstruktsiy* [*Fatigue Resistance of Structural Elements*]. Moscow. Mashinostroenie Publ. 1990. 240 p. (In Russian).

7. Mirza O., Milner L., Mashiri F. Experimental investigation of retrofitting techniques for steel bridge girders subject to fatigue failure. *Journal of Steel Structures & Construction*. 2018. Vol. 4. Iss. 1. P. 1000138-1 – 1000138-8. DOI: 10.4172/2472-0437.1000138.

8. Bandara C.S., Siriwardane S.C., Dissanayake U.I., Dissanayake R. Full range S-N curves for fatigue life evaluation of steels using hardness measurements. *International Journal of Fatigue*. 2016. Vol. 82. Pt. 2. P. 325–331. https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue. 2015.03.021.

9. Lyamkin V., Starke P., Boller C. Cyclic indentation as an alternative to classic fatigue evaluation. *Conference: 7th International Symposium on Aircraft Materials* (*ACMA2018*). Compiegne, France. 24–26 April. 2018.

10. Strzelecki P., Sempruch J. Experimental method for plotting S-N curve with a small number of specimens. *Polish Maritime Research.* 2016. Vol. 23. Iss. 4. P. 129–137. https://doi.org/10.1515/pomr-2016-0079.

11. Petinov S., Guchinsky R. Criteria for fatigue failure of materials: Application in fatigue assessment of structures. *Adv. Eng. Forum*. 2018. Vol. 26. P. 1–8. DOI: 10.4028/www.scientific.net/AEF.26.1

12. Goedel F., Chamberlain Pravia Z.M., Mezzomo G.P. Methodology for assessment of statistical planning effects on the S–N curve determination using Monte Carlo simulations. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*. 2019. Vol. 42. Iss. 4. P. 871–882. https://doi.org/10.1111/ffe.12957.

13. Bandara C.S., Siriwardane S.C., Dissanayake U.I., Dissanayake R. Developing a full range S–N curve and estimating cumulative fatigue damage of steel elements. *Comp. Mater. Sci.* 2015. Vol. 96. Pt. A. P. 96–101. https://doi.org/10.1016/j.commatsci.2014.09.009

14. Little R.E., Ekvall J.C. Standard practice for statistical analysis of linear or linearized stress-life (S–N) and strain-life (∈–N) fatigue data. In: *Statistical Analysis of Fatigue Data.* ASTM International. 1981. 151 p. https://doi.org/10.1520/STP29332S.

15. Gautschi W. *Orthogonal Polynomials: Computation and Approximation. Series: Numerical Mathematics and Scientific Computation*. 2004. Oxford. Oxford University Press. 314 p.

16. Isaev A.B., Kovalchukov N.N., Saveliev I.A. Analiz i sintez sistem mnogomernykh ortogonalnykh polinomov Chebysheva v zadachakh regressionnogo analiza [Analysis and synthesis of the Chebyshev polynomials in the regression analysis problems]. *Gornyy informatsionno-analiticheskiy byulleten* [*Mining Informational and Analytical Bulletin*]. 2013. No 8. P. 262–267 (In Russian).

17. *Orthogonalization and Recursive Foresight Algorithm Programs*. https://github.com/AVL095/FatCheb.

18. Agamirov V.L., Agamirov L.V., Vestyak V.A. Stabilizatsiya rasseyaniya kharakteristik ustalostnykh svoystv konstruktsionnykh materialov pri statisticheskom analize rezultatov ustalostnykh ispytaniy [Stabilization of dispersion of characteristics of fatigue properties of constructional materials at the statistical analysis of results of fatigue tests]. *Vestnik MAI* [*Aerospace MAI Journal*]. 2011. Iss. 18. No 5. P. 62–72 (In Russian).

19. Kushary D., Davison A.C., Hinkley D.V. Bootstrap methods and their application. *Technometrics*. 2000. Vol. 42. Iss. 2. P. 216–217. DOI: 10.2307/1271471.

20. Davison R. A., Kuonen D. An Introduction to the bootstrap with applications in R. *Statistical Computing and Statistical Graphics Newsletter.* 2002. Vol. 13. No 1. P. 6–11.

ESTIMATION OF FATIGUE CURVES USING ORTHOGONAL POLYNOMIALS

Agamirov L.V.[1,2], Agamirov V.L.[1,2], Vestyak V.A.[1]

[1]*Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russian Federation*
[2]*Moscow Technical University of Communication and Informatics, Moscow, Russian Federation*

kaf311@yandex.ru

Received by the Editor 2024/03/20

The article proposes a methodology for processing fatigue tests carried out to assess the fatigue curve of materials and structural elements, the most important design characteristic of

the endurance, service life and reliability of aircraft products, transport engineering and other structures operating under conditions of both regular and irregular loading. The task of estimating the parameters of the fatigue curve is often complicated by the limited scope of fatigue tests, significant scattering of cyclic durability, uneven duplication of experiments at a given level of alternating stress amplitudes, the presence of censoring, especially at low levels, and other factors. which necessitates the use of the weighted least squares method. These circumstances lead to the violation of the conditions for using standard methods of regression analysis and the least squares method. This is especially true for the confidence assessment of the fatigue curve, the accuracy of which significantly depends on these factors. For this purpose, the article proposes to apply the procedure of orthogonalization of factor characteristics to estimate the parameters of the fatigue curve, which reduces the errors arising from standard approaches and makes it possible to obtain accurate confidence intervals for durability.
A special feature of the technique is the use of orthogonal polynomials in statistical procedures, which makes it possible to modify the covariance matrix of estimates by converting it to a diagonal form, regardless of the spread of the weight parameters of the original data. These transformations make it possible to perform statistical procedures for point and confidence estimation when processing the results of fatigue tests. To test the methodology, a statistical analysis of a large volume (about 200 samples) of fatigue tests of samples with varying degrees of stress concentration from titanium alloy VT3-1 and aluminum alloy V-95 was performed, algorithms and computer programs were developed in the public domain.

Keywords: fatigue tests, statistical processing, fatigue curve, covariance matrix, point and confidence estimation, Chebyshev orthogonal polynomials, Forsythe procedure, Gram–Schmidt algorithm.