

УДК 539.3

ОПТИМИЗАЦИЯ ФОРМЫ ЖЕСТКОГО ТЕЛА, ВНЕДРЯЮЩЕГОСЯ В СПЛОШНУЮ СРЕДУ

Н.В. Баничук, С.Ю. Иванова

Москва

Задача максимизации глубины внедрения жесткого ударника в сплошную деформируемую среду (бетон, сталь и т.п.) исследуется в рамках двустадийной модели, предложенной в [1], с учетом трехчленной модели определения сил сопротивления. Форма осесимметричного ударника (недеформируемого жесткого тела) принимается в качестве искомой переменной проектирования. Для решения сформулированной задачи оптимизации неаддитивного функционала, выражающего глубину проникновения ударника в сплошную среду, применяется эволюционный подход, основанный на генетическом алгоритме. В результате проведенных расчетов эффективно найдены оптимальные решения и показано, что оптимальный ударник имеет затупленную форму.

Введение

Решение задач взаимодействия внедряющегося жесткого тела в сплошную деформируемую среду является сложной проблемой теории удара и процесса проникновения, важной как в теоретическом, так и в прикладном отношении. Поэтому исследование этих процессов основывается как на экспериментальных, так и на теоретических методах [1–14]. В настоящее время разработан целый ряд различных механических моделей поведения сплошных сред (бетон, грунт, металл и др.) для оценки сил сопротивления среды при проникании в нее ударника. При этом результаты исследований внедрения жестких тел в деформируемые среды существенно зависят от параметров среды (модуля Юнга, коэффициента Пуассона, предельной прочности и многочисленных параметров анизотропии, факторов неоднородности материалов и свойств внешних активных сред). Отметим здесь работы [14–16].

Широкий класс возникающих теоретических и прикладных задач относится к проблемам оптимизации. Большой интерес представляют исследование задач минимизации силы сопротивления движению ударника в деформируемой среде, задач, связанных с максимизацией глубины проникновения жесткого внедряющегося тела в деформируемую среду, а также изучение проблемы торможения ударника в защитных преградах. С этой проблематикой связаны работы ряда отечественных и зарубежных авторов [1–13].

В данной работе изучается проблема отыскания оптимальной формы осесимметричного ударника, внедряющегося на максимальную глубину. При этом рассматривается двустадийная модель проникновения ударника в деформируемую среду, состоящая из начального переменного (по силе сопротивления погружению) участка и последующего интервала инерционного торможения. Для определения силы сопротивления среды движению в ней ударника используется трехчленная модель

взаимодействия, предложенная в работах Форрестола и др. [1, 2]. Применение данной модели и последующее проведение оптимизационных расчетов приводит к оптимальному проекту осесимметричного ударника, имеющего загупленную форму.

1. Основные соотношения задачи проникновения жесткого тела (ударника) в сплошную среду

Рассмотрим нормальное внедрение жесткого ударника в бетонное полубесконечное покрытие (полубесконечную среду). Предположим, что ударник имеет форму тела вращения, описываемую функцией $y = y(x)$, $0 \leq x \leq L$, в декартовых координатах xOy ; L – длина ударника (рис. 1).

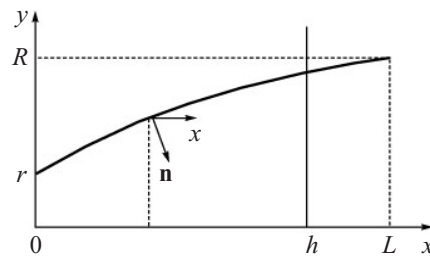


Рис. 1

В данном исследовании будет рассматриваться модель двухстадийного внедрения, введенная Форрестолом и Жоу [1, 2] и эффективно использовавшаяся Бен-Дором и др. [3–6]. На первой стадии внедрения сила сопротивления D является линейной функцией текущей глубины внедрения h :

$$D = \kappa h, \quad 0 \leq h \leq 4R, \quad (1)$$

где κ – постоянная величина, не зависящая от h , и R – радиус тела при $x = L$ ($y(L) = R$). На второй стадии внедрения ($h \geq 4R$) сила сопротивления вычисляется в соответствии с моделью сферического расширения полости, предложенной в работах [1, 2]. Давление на поверхность внедряющегося тела определяется формулой

$$\sigma = \sigma(v_n) = Y_{sh} [A_0 + A_1(kv_n) + A_2(kv_n)^2], \quad k = \sqrt{\gamma_{sh}/Y_{sh}}, \quad (2)$$

где Y_{sh} – одноосная прочность на сжатие, γ_{sh} – плотность недеформируемого материала среды, v_n – проекция вектора скорости ударника \mathbf{v} на нормаль \mathbf{n} к его поверхности, A_i ($i = 0, 1, 2$) – заданные коэффициенты модели. Сила сопротивления D при $h \geq 4R$ будет равна

$$D = D^{nose} + D^{lat} + D^{fr}. \quad (3)$$

Давление D^{nose} на плоский носик внедряющегося тела, имеющий радиус r , равно

$$\begin{aligned} D^{nose} &= 2\pi \int_0^r Y_{sh} [A_0 + A_1kv + A_2k^2v^2] r dr = \\ &= \pi Y_{sh} [A_0 + A_1kv + A_2k^2v^2] r^2. \end{aligned} \quad (4)$$

Проекция силы давления на боковую поверхность ударника с учетом соотношений

$$ds = y\sqrt{1+y_x^2}dx d\theta, \quad v_n = v(\mathbf{e} \cdot \mathbf{n}) = v \frac{y_x}{\sqrt{1+y_x^2}}, \quad y_x = \frac{dy}{dx} \quad (5)$$

(где \mathbf{e} – вектор направления движения, θ – угол, измеряемый в поперечном направлении от оси движения) в направлении оси x равна

$$\begin{aligned} D^{lat} &= \int_s (\mathbf{e} \cdot \mathbf{n}) \sigma(v_n) ds = \\ &= 2\pi Y_{sh} \int_0^L y y_x \left[A_0 + A_1 k v \frac{y_x}{\sqrt{1+y_x^2}} + A_2 k^2 v^2 \frac{y_x^2}{1+y_x^2} \right] dx. \end{aligned} \quad (6)$$

Проекция силы трения на ось x оценивается следующим образом:

$$\begin{aligned} D^{fr} &= \int_s (\mathbf{e} \cdot \boldsymbol{\tau}) \mu \sigma(v_n) ds = \\ &= 2\pi \mu \int_0^L \frac{Y_{sh}}{\sqrt{1+y_x^2}} \left[A_0 + A_1 \frac{k v y_x}{\sqrt{1+y_x^2}} + A_2 \frac{k^2 v^2 y_x^2}{1+y_x^2} \right] y \sqrt{1+y_x^2} dx = \\ &= 2\pi \mu Y_{sh} \int_0^L y \left[A_0 + A_1 k v \frac{y_x}{\sqrt{1+y_x^2}} + A_2 k^2 v^2 \frac{y_x^2}{1+y_x^2} \right] dx. \end{aligned} \quad (7)$$

Суммарная сила сопротивления состоит из лобового сопротивления, бокового сопротивления, обусловленного нормальным давлением, и силы сопротивления, обусловленной трением, и дается формулой

$$\begin{aligned} D &= D^{nose} + D^{lat} + D^{fr} = \\ &= \pi Y_{sh} r^2 (A_0 + A_1 k v + A_2 k^2 v^2) + \\ &+ 2\pi Y_{sh} \int_0^L y (y_x + \mu) \left[A_0 + A_1 k v \frac{y_x}{\sqrt{1+y_x^2}} + A_2 k^2 v^2 \frac{y_x^2}{1+y_x^2} \right] dx. \end{aligned} \quad (8)$$

Данная формула содержит величину радиуса плоского носика, что представляет определенные трудности для последующих вычислений. Исключим величину r^2 из приведенного выражения, используя соотношение

$$2 \int_0^L y y_x dx = R^2 - r^2. \quad (9)$$

После подстановки формулы (9) в выражение для силы сопротивления (8) и выполнения элементарных преобразований будем иметь:

$$\begin{aligned} \frac{D}{\pi Y_{sh}} &= A_0 \left(R^2 + 2\mu \int_0^L y dx \right) + A_1 k v \left(R^2 - 2 \int_0^L y y_x dx + 2 \int_0^L \frac{y(y_x + \mu) y_x}{\sqrt{1+y_x^2}} dx \right) + \\ &+ A_2 k^2 v^2 \left(R^2 - 2 \int_0^L y y_x dx + 2 \int_0^L \frac{y(y_x + \mu) y_x^2}{1+y_x^2} dx \right) = \end{aligned}$$

$$= R^2(a_0 + a_1V + a_2V^2), \quad V = kv, \quad (10)$$

где введены следующие обозначения для коэффициентов a_0, a_1, a_2 :

$$\begin{aligned} a_0 &= A_0 \left(1 + \frac{2}{R^2} J_0 \right), \quad J_0 = \mu \int_0^L y dx, \\ a_1 &= A_1 \left(1 - \frac{2}{R^2} J_1 \right), \quad J_1 = \int_0^L yy_x \left[1 - \frac{y_x + \mu}{\sqrt{1 + y_x^2}} \right] dx, \\ a_2 &= A_2 \left(1 - \frac{2}{R^2} J_2 \right), \quad J_2 = \int_0^L yy_x \left[1 - \frac{(y_x + \mu)y_x}{1 + y_x^2} \right] dx. \end{aligned} \quad (11)$$

Заметим, что при отсутствии трения ($\mu = 0$) функционал J_0 также обращается в ноль и не учитывается в дальнейших рассуждениях. Полная глубина проникновения ударника в деформируемую среду складывается из начального участка, длина которого равна $4R$, и основного пути, длина которого определяется с помощью закона Ньютона

$$\frac{m}{2k^2} \frac{dV^2}{dh} = -D = \pi Y_{sh} R^2 (a_0 + a_1V + a_2V^2). \quad (12)$$

Интегрирование уравнения (12) движения ударника массы m с учетом начальной скорости $V = kv$, где v – скорость внедряющегося тела, и учет промежуточных соотношений

$$\begin{aligned} m \int_0^{V_*} \frac{V dV}{a_0 + a_1V + a_2V^2} &= \pi Y_{sh} R^2 k^2 (H - 4R), \\ \frac{H}{4R} &= 1 + \frac{m}{\pi Y_{sh} R^2 k^2 4R} \int_0^{V_*} \frac{V dV}{a_0 + a_1V + a_2V^2} \end{aligned} \quad (13)$$

приводят к следующей формуле для величины заглубления ударника (когда его скорость становится равной нулю):

$$J = \frac{H}{4R} = 1 + \omega \int_0^{V_*} \frac{V dV}{a_0 + a_1V + a_2V^2}, \quad \omega = \frac{m}{4\pi Y_{sh} R^3}. \quad (14)$$

Здесь J – безразмерная глубина внедрения, когда $V = 0$, $h = H$, а значение скорости $V = V_*$ соответствует положению $h = 4R$. Величина V_* находится при помощи уравнения

$$(a_2 + \omega)V_*^2 + a_1V_* + a_0 - \omega W^2 = 0, \quad (15)$$

анализ которого приводит к ограничению на параметры модели

$$\alpha = \omega W^2 - a_0 > 0 \quad \text{или} \quad W > \sqrt{\frac{a_0}{\omega}}. \quad (16)$$

Данное ограничение означает, что начальная скорость внедрения должна быть достаточно большой, чтобы реализовалась вторая стадия внедрения $h \geq 4R$. Как отмечалось в работе [1], это условие не зависит от формы внедряющегося тела.

В рамках принятой модели может быть рассмотрена в безразмерном виде следующая задача оптимизации формы внедряющегося тела. Требуется найти форму $y = y(x) \geq 0$ ($0 \leq x \leq 1$) такую, что функционал J (глубина проникновения ударника) достигает максимума

$$J = J(y) = F(J_0(y), J_1(y), J_2(y)) \rightarrow \max_y \quad (17)$$

при выполнении геометрических ограничений на форму

$$y(1) = \tau \quad (18)$$

и объем (а следовательно, и массу) внедряемого тела

$$J_3 = \int_0^1 y^2 dx = \beta, \quad \beta = \frac{m}{\pi \gamma_{im} L^3}. \quad (19)$$

Здесь $\tau = R/L$, γ_{im} – плотность материала ударника, $F(J_0, J_1, J_2)$ – заданная функция интегральных функционалов J_0, J_1 и J_2 . Формулируемая задача оптимизации (17)–(19) с неаддитивным функционалом (17) является неклассической задачей вариационного исчисления, и ее решение будет основано на применении метода нелокальной оптимизации (генетического алгоритма).

2. Нелокальная оптимизация формы на основе генетического алгоритма

Рассмотрим задачу оптимизации (17)–(19) в общем случае, когда $A_1 \neq 0$, $A_0 > 0$, $A_2 > 0$, $\mu = 0$, и опишем процедуру оценивания функционалов $J_1(y)$, $J_2(y)$, $J_3(y)$, $J(y)$ для произвольных допустимых функций $y(x)$. Будем предполагать, что безразмерные параметры задачи $\tau, \omega, \beta, k, W, A_0 = a_0, A_1, A_2$ заданы и удовлетворяют неравенствам (16).

Для рассматриваемой функции $y(x)$, удовлетворяющей условию $y(1) = \tau$, вычисляются вспомогательные интегралы и формируется расширенный функционал

$$J^a = J - \lambda \left| \int_0^1 y^2 dx - \beta \right|, \quad \lambda \geq 0, \quad (20)$$

для которого формулируется задача оптимизации расширенного функционала:

$$J^a \rightarrow \max_y. \quad (21)$$

Решение данной задачи оптимизации включает следующие алгоритмические шаги:

1. Выбираем распределение $y = y(x)$, удовлетворяющее граничному условию $y(1) = R/L = \tau$.

2. Вычисляем функционалы J_1, J_2, J_3 , фигурирующие в постановке оптимизационной задачи и определяющие глубину проникновения внедряющегося жесткого тела:

$$J_1 = J_1(y) = \int_0^1 y(x) y_x(x) \left[1 - \frac{y_x(x)}{\sqrt{y_x^2(x) + 1}} \right] dx, \quad (22)$$

$$J_2(y) = \int_0^1 \frac{y(x) y_x(x)}{y_x^2(x) + 1} dx, \quad (23)$$

$$J_3(y) = \int_0^1 y^2(x) dx. \quad (24)$$

3. Принимаем величину параметра, характеризующего мидель внедряющегося тела $\tau = R/L$, и вычисляем значения определяющих параметров процесса внедрения ударника a_1, a_2 :

$$a_1 = A_1 \left(1 - \frac{2}{\tau^2} J_1 \right), \quad a_2 = A_2 \left(1 - \frac{2}{\tau^2} J_2 \right).$$

4. Фиксируем значения параметров задачи

$$\omega = \frac{m}{4\pi\gamma_{sh} R^3}, \quad W > \sqrt{\frac{a_0}{\omega}}$$

и проводим необходимые оценки:

$$\alpha = \omega W^2 - a_0,$$

$$V_* = \frac{a_1}{2(a_2 + \omega)} \left[\sqrt{1 + \frac{4\alpha(a_2 + \omega)}{a_1^2}} - 1 \right].$$

5. Далее проводим вычисления величины функционала J , позволяющие эффективно организовать процесс решения задачи оптимизации:

$$\begin{aligned} J(y) &= 1 + \omega \int_0^{V_*} \frac{\zeta d\zeta}{a_0 + a_1\zeta + a_2\zeta^2} = \\ &= 1 + \frac{\omega}{2a_2} \left[\ln \left(1 + \frac{a_1 V_*}{a_0} + \frac{a_2 V_*^2}{a_0} \right) - a_1 K \right], \end{aligned}$$

$$K = \begin{cases} K_1, & \text{если } D > 0, \\ K_2, & \text{если } D = 0, \\ K_3, & \text{если } D < 0, \end{cases}$$

где

$$\begin{aligned} D &= a_1^2 - 4a_0a_2 = A_1^2 \left(1 - \frac{2}{\tau^2} J_1 \right)^2 - 4A_0A_2 \left(1 - \frac{2}{\tau^2} J_2 \right) = \\ &= A_1^2 \left[1 - \frac{2}{\tau^2} \int_0^1 y y_x \left(1 - \frac{y_x}{\sqrt{1 + y_x^2}} \right) dx \right]^2 - 4A_0A_2 \left(1 - \frac{2}{\tau^2} \int_0^1 \frac{y y_x}{1 + y_x^2} dx \right). \end{aligned}$$

Таким образом, имеем

$$J = \frac{1}{2a}(H - bK) = \frac{1}{2a_2}(T - a_1K),$$

$$T = \ln(c + bV_* + aV_*^2) - \ln c = \ln\left(1 + \frac{a_1}{a_0}V_* + \frac{a_2}{a_0}V_*^2\right).$$

В случае, когда $D = a_1^2 - 4a_0a_2 > 0$, имеем

$$K = K_1 = \frac{1}{\sqrt{D}} \ln \left[\left(\frac{a_1 + 2V_*a_2 - \sqrt{D}}{a_1 + 2V_*a_2 + \sqrt{D}} \right) \left(\frac{a_1 + \sqrt{D}}{a_1 - \sqrt{D}} \right) \right].$$

Если $D = 0$, то получим

$$K = K_2 = \frac{4V_*a_2}{a_1(2V_*a_2 + a_1)}.$$

В случае, если $D < 0$, будем иметь

$$K = K_3 = \frac{2}{\sqrt{-D}} \left[\operatorname{arctg} \left(\frac{2V_*a_2 + a_1}{\sqrt{-D}} \right) - \operatorname{arctg} \left(\frac{a_1}{\sqrt{-D}} \right) \right].$$

Значения коэффициентов A_0, A_1, A_2 , использовавшиеся при расчетах, были определены экспериментально [1, 2], в данной статье они приведены в таблице для нескольких вариантов модели "ударник-среда". В расчетах полагалось также, что искомая функция $y(x)$ удовлетворяет дополнительному ограничению

$$y(x) \leq tx, \quad 0 \leq x \leq 1.$$

Это ограничение согласуется с выбранной моделью [1, 2].

Модель	A_0	A_1	A_2
1	5,18	0,0	3,88
2	4,05	1,36	3,51
3	4,50	0,75	1,29
4	3,45	1,60	1,12

Максимизация функционала (21) осуществлялась численно с применением генетического алгоритма [17]. В отличие от метода локальных вариаций [18], который был применен в работах [3–6], численный метод генетического алгоритма позволяет найти глобальный, а не локальный экстремум. Это особенно важно при решении оптимизационных задач с неаддитивными функционалами, к которым относится функционал (21).

Используя общепринятую терминологию [17, 19], опишем кратко вычислительную процедуру применяемого варианта этого метода, который является стохастическим и основывается на последовательных генерациях вероятностно улучшаемых решений (последовательно создаваемых популяциях). Каждая популяция состоит из некоторого количества допустимых решений (индивидуумов). Будем рассматривать такую популяцию, изменяющуюся в процессе проводимых итераций и состоящую из некоторого числа индивидуумов, представляющих собой допус-

тимые формы ударника. Предполагается, что каждая обновляющаяся в процессе итераций популяция (генерация) состоит из одного и того же числа индивидуумов N . Для удобства число N считается четным. Предполагается, что отрезок $[0, 1]$ изменения переменной x разбит на равные части точками $x_i, i = 1, \dots, n$. Каждый j -й индивидуум популяции (j -я допустимая форма оптимизируемого ударника) описывается набором величин $y(j, i)$, представляющих собой значения переменных проектирования $y(x)$ в узловых точках разбиения. С помощью описываемого ниже алгоритма разыскивается "наилучший" индивидуум, то есть определяется набор величин $y(j, i)$, для которых достигается глобальный максимум функционала (21).

Первый шаг алгоритма состоит в инициализации популяции, которая заключается в присвоении каждому элементу $y(j, i)$ случайного значения из промежутка $[\tau, 1]$. В граничной узловой точке с номером $i = n$ элементу $y(j, i)$ присваивается заданное фиксированное значение τ . Для определенных таким образом индивидуумов ($j = 1, \dots, N$) начальной популяции вычисляются значения расширенного функционала $J^a(j)$ и находится индивидуум с наибольшим значением данного функционала. С использованием начальных данных на следующих шагах алгоритма определяется новая популяция (генерация) из N индивидуумов с целью дальнейшей последовательной максимизации функционала J^a .

На втором шаге алгоритма осуществляется последовательный отбор $N/2$ пар индивидуумов – "родителей" с целью получения в последующем $N/2$ пар индивидуумов – отпрысков, которые составят новую популяцию. Выбор первого родителя ("а") производится следующим образом. Задается некоторое число N^T и затем выбираются случайным образом N^T индивидуумов, из которых сохраняется один, доставляющий наибольшее значение функционалу J^a . Аналогично определяется второй родитель ("б") и составляется первая пара индивидуумов. Всего составляется $N/2$ таких пар.

Третий шаг алгоритма заключается в получении двух потомков от каждой родительской пары индивидуумов. Для этого задается некоторое постоянное число из промежутка $[0, 1]$, которое называется вероятностью скрещивания p_{CO} . Затем для каждой пары родителей генерируется случайное число p_r из промежутка $[0, 1]$ и случайное число m_r из промежутка $[1, \dots, n]$. Если оказывается, что $p_r \leq p_{CO}$, то для отпрысков значения переменных проектирования в узлах $i = 1, \dots, m_r$ копируются у своих родителей "а" и "б", а значения этих величин в узлах с номерами $i = m_r + 1, \dots, n$ "скрещиваются". Последнее означает, что для потомка "а" копируются значения в соответствующих узлах родителя "б" и наоборот. Последовательный перебор всех родительских пар и выполнение описанных операций приводит к получению N индивидуумов – потомков, которые составляют новую популяцию.

Четвертый шаг алгоритма заключается в мутации полученной новой популяции. Этот шаг необходим для избежания застревания в локальном экстремуме рассматриваемого функционала. Для реализации процедуры мутации задается некоторый достаточно малый ($\sim 0,05$) параметр p_m (вероятность мутации). Затем для каждого узла каждого индивидуума популяции генерируется случайное число p_r из промежутка $[0, 1]$, и если $p_r \leq p_m$, то значение переменной проектирования в данном узле заменяется на произвольное значение, удовлетворяющее заданным ограничениям. В узле с номером $i = n$ процедура мутации для величин $y(j, i)$ не осуществляется. Для найденной новой популяции вычисляются функционалы $J^a(j)$ и выбирается наилучший индивидуум, после чего осуществляется переход ко второму шагу

алгоритма. Отметим, что если наилучший отпрыск из новой популяции оказывается "хуже" наилучшего родителя из предыдущей популяции, то он заменяется этим родителем. Таким образом, достигается монотонность в поиске глобального максимума. Завершение работы алгоритма наступает после построения достаточно большого заданного числа популяций, обеспечивающего сходимость максимизируемого функционала. Отметим также, что в процессе проведения вычислений для каждого исследуемого случая осуществлялось несколько инициализаций рассматриваемой популяции.

С применением описанного выше алгоритма были определены оптимальные формы осесимметричного ударника для следующих значений параметров: $N = 10$, $n = 11$, $N^T = 4$, $p_{CO} = 0,5$, $p_m = 0,05$. Завершение работы программы осуществлялось после генерации 50000 популяций.

На рис. 2 приведены оптимальные формы ударника для значений $A_0 = 4,05$, $A_1 = 1,36$, $A_2 = 3,51$, $\tau = 1$, $W = 1000$. Кривые с номерами 1, 2, 3, 4, 5 отвечают значениям параметра β , равным 0,8, 0,75, 0,6, 0,5, 0,33. Видно, что во всех случаях оптимальный ударник имеет затупленную форму.

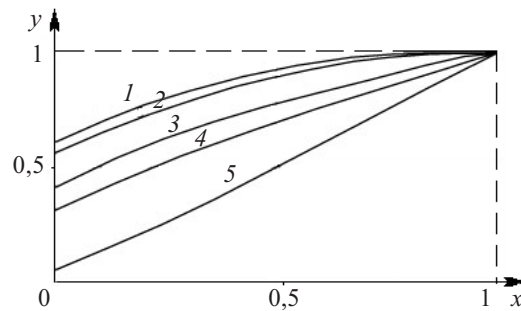


Рис. 2

На рис. 3 для тех же значений $\tau = 1$, $W = 1000$ показано изменение величины оптимизируемого функционала в зависимости от параметра β . Наибольшая глубина внедрения ударника отвечает значению $\beta = 0,75$.

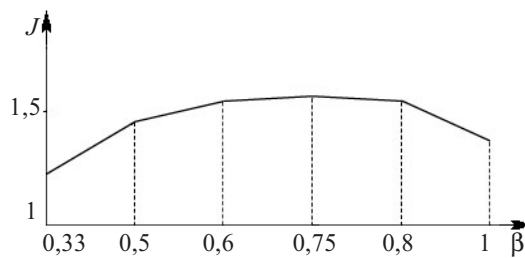


Рис. 3

Зависимость оптимальной формы ударника от безразмерной скорости W представлена на рис. 4. Сплошной кривой 1 для случая, когда $\tau = 1$, $\beta = 0,75$, показана оптимальная форма ударника, соответствующая значению параметра $W = 1000$. Пунктирная кривая 2 отвечает значению $W = 50$. Видно, что при изменении величины W сохраняется характерная затупленная форма носика ударника.

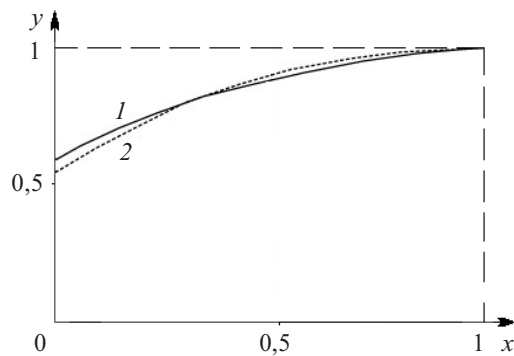


Рис. 4

Оптимальные распределения $y(x)$ для $\tau = 0,5$, $W = 10$ представлены на рис. 5 кривыми с номерами 1, 2, 3, 4, 5 ($\beta = 0,22, 0,2, 0,15, 0,12, 0,1$ соответственно).

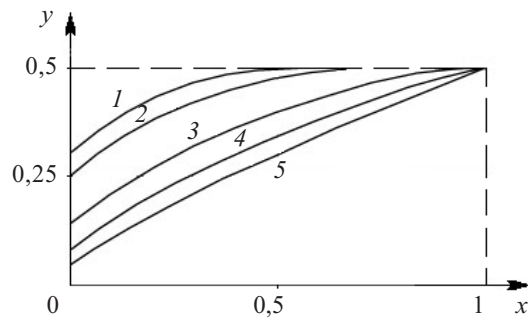


Рис. 5

На рис. 6 для $\tau = 0,5$, $\beta = 0,15$ показаны оптимальные формы $y(x)$ для значений параметра $W = 50$ (сплошная кривая 1) и для $W = 5$ (пунктирная кривая 2). Следует отметить, что в данной работе существенным является учет ограничения на объем (массу) внедряющегося тела в процессе поиска оптимального решения. При этом можно видеть качественное соответствие полученных оптимальных решений с результатами, приведенными в работах [3–6], в широком диапазоне умеренных и высоких скоростей W .

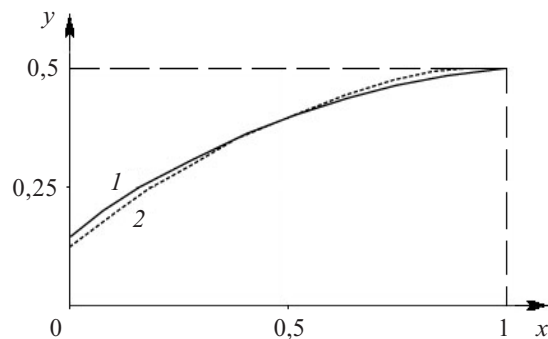


Рис. 6

Заключение

Дана общая постановка задачи оптимизации формы ударника, внедряющегося в деформируемую сплошную среду, учитывающая двустадийную схему движения ударника и трехчленную аппроксимацию сил сопротивления. Для сформулированной задачи максимизации глубины проникновения ударника за счет оптимизации его осесимметричной формы применен численный метод определения формы, основанный на генетическом алгоритме. В результате проведенных в работе расчетов показано, что оптимизация формы ударника позволяет существенно увеличить максимизируемый функционал и оптимальный ударник имеет форму зауплотненного тела.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 05-08-18094а), Программы ОЭМПУ № 14 "Накопление поврежденности, разрушение, изнашивание и структурные изменения материалов при интенсивных механических, температурных и радиационных воздействиях" и Ведущей научной школы НШ - 1245.2006.1.

Литература

1. *Forrestal, M.J.* A spherical cavity-expansion penetration model for concrete targets / M.J. Forrestal, D.Y. Tzou // *International Journal of Solids and Structures*. – 1997. – V. 34(31–32). – P. 4127–4146.
2. An empirical equation for penetration depth of ogive-nose projectiles into concrete targets / M.J. Forrestal [et. al] // *International Journal of Impact Engineering*. – 1994. – V. 15(4) – P. 395–405.
3. *Ben-Dor, G.* Numerical solution for shape optimization of an impactor penetrating into a semi-infinite target / G. Ben-Dor, A. Dubinsky, T. Elperin // *Computers and Structures*. – 2003. – V. 81(1). – P. 9–14.
4. *Ben-Dor, G.* Shape optimization of an impactor penetrating into a concrete or a limestone target / G. Ben-Dor, A. Dubinsky, T. Elperin // *International Journal of Solids and Structures*. – 2003. – V. 40(17). – P. 4487–4500.
5. *Ben-Dor, G.* Modelling of high-speed penetration into concrete shields and shape optimization of impactors / G. Ben-Dor, A. Dubinsky, T. Elperin // *Mechanics Based Design of Structures and Machines*. – 2006. – V. 34(2). – P. 139–156.
6. *Ben-Dor, G.* Optimal nose geometry of the impactor against FRP laminates / G. Ben-Dor, A. Dubinsky, T. Elperin // *Compos. Struct.* – 2002. – V. 55. – P. 73–80.
7. *Bunimovich, A.I.* The shapes of three-dimensional minimum-resistance bodies moving in compressible plastic and elastic media / A.I. Bunimovich, G.E. Yakunina // *Moscow Univ. Mech. Bull.* – 1987. – V. 42. – P. 59–62.
8. *Bunimovich, A.I.* On the shape of minimum-resistance solids of revolution moving in plastically compressible and elastic-plastic media / A.I. Bunimovich // *J. Appl. Math. Mech.* – 1987. – V. 51. – P. 386–392.
9. *Bunimovich, A.I.* On the shape of a minimum resistance solid of rotation penetrating into plastically compressible media without detachment / A.I. Bunimovich, G.E. Yakunina // *J. Appl. Math. Mech.* – 1989. – V. 53. – P. 680–683.
10. *Ostapenko, N.A.* Optimum forms of three-dimensional bodies for penetration of dense media / N.A. Ostapenko, V.L. Romanenko, G.E. Yakunina // *J. Appl. Mech. Tech. Phys.* – 1994. – V. 4. – P. 515–521.
11. *Ostapenko, N.A.* The shape of slender three dimensional bodies with maximum depth of penetration into dense media / N.A. Ostapenko, G.E. Yakunina // *J. Appl. Math. Mech.* – 1999. – V. 63. – P. 953–967.
12. *Yakunina, G.E.* On body shapes providing maximum penetration depth in dense media / G.E. Yakunina // *Doklady Physics*. – 2001. – V. 46(2). – P. 140–143.

13. *Yakunina, G.E.* On the optimal shapes of bodies moving in dense media / G.E. Yakunina // *Doklady Physics*. – 2005. – V. 50(12). – P. 650–654.

14. Обращенный эксперимент и численный анализ осесимметричных процессов соударения твердых тел и песчаного грунта / А.М. Брагов [и др.] // *Прикладные проблемы прочности и пластичности: Межвуз. сб.* / Нижегород. ун-т. – 1999. – Вып. 60. – С. 12–18.

15. *Сагомоян, А.Я.* Динамика пробивания преград / А.Я. Сагомоян. – М.: Изд-во МГУ, 1988.

16. Экспериментально-теоретическое исследование процессов взаимодействия ударников различной формы с преградой из песка / В.Г. Баженов [и др.] // *Современные методы проектирования и отработки ракетно-артиллерийского вооружения: Аннот. докл. II науч. конф. Волжского регионального центра, Саров, 29 мая – 1 июня 2001.* – Саров: ИПК РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2001. – С. 112–113.

17. *Goldberg, D.E.* Genetic Algorithm in Search, Optimization and Machine Learning / D.E. Goldberg. – М.А.: Westley Publ. Comp., inc., 1989. – P. 154.

18. *Баничук, Н.В.* Метод локальных вариаций для вариационных задач, содержащих неаддитивные функционалы / Н.В. Баничук, В.М. Петров, Ф.Л. Черноусько // *Вычислительная математика и математическая физика*. – 1969. – Т. 9(3). – С. 66–76.

19. Некоторые задачи оптимального проектирования оболочек с учетом накопления поврежденностей / Н.В. Баничук [и др.] // *Проблемы прочности и пластичности: Межвуз. сб.* / Нижегород. ун-т. – 2005. – Вып. 67. – С. 46–59.

[09.07.2007]

SHAPE OPTIMIZATION OF RIGID BODY, PENETRATING INTO CONTINUOUS MEDIUM

N.V. Banichuk, S.Yu. Ivanova

The problem of maximization of depth of rigid striker penetration into continuous medium (concrete, steel etc.) is studied on the basis of two-stage penetration model taking into account three-term expression for drag force determination. The shape of axisymmetric striker (rigid body) as unknown design variable is taken. To solve the formulated problem of optimization of non-additive functional expressed the depth of penetration of striker into continuous medium the evolutionary approach based on genetic algorithm is applied. As a result of performed computation optimal solutions are founded and it is shown that the optimal striker has the blunt shape.