

УДК 539.43:531.781.2

DOI: 10.32326/1814-9146-2024-86-2-139-148

## МАЛОЦИКЛОВАЯ УСТАЛОСТЬ КОНСТРУКЦИЙ С КОНЦЕНТРАТОРАМИ НАПРЯЖЕНИЙ

© 2024 г. **Бондарь В.С., Абашев Д.Р., Петров В.К.**

*Московский политехнический университет, Москва, Российская Федерация*

tm@mospolytech.ru

*Поступила в редакцию 29.05.2023*

Приведены результаты экспериментально-теоретических исследований конструкций с концентраторами напряжений при циклических нагружениях. Исследования проведены на цилиндрических образцах с V-образной кольцевой выточкой при мягком циклическом нагружении. Испытания проведены на образцах сплава БрХ08-Ш при циклическом изменении растягивающей нагрузки от 0 до 10,8 кН. При таком нагружении материал в области выточки подвергается циклическому упругопластическому деформированию, что приводит к разрушению вследствие малоциклового усталости. Для математического моделирования упругопластического поведения и разрушения конструкций с концентраторами напряжений используется вариант теории пластичности, основанный на теории течения при комбинированном упрочнении. В выбранной модели пластичности введена поверхность памяти, разделяющая процессы монотонного и циклического нагружения. Такое разделение позволяет учитывать различные особенности изотропного и анизотропного упрочнения материала. Анизотропное упрочнение представляется в виде суммы микронапряжений трех различных типов, позволяющих описывать эффекты посадки и вышагивания петли упругопластического гистерезиса. Модель пластичности позволяет проводить оценку поврежденного состояния материала на основе кинетического уравнения накопления повреждений, базирующегося на энергетическом принципе (работа микронапряжений на поле пластических деформаций). Модель поведения материала внедрена в конечно-элементный программный комплекс SIMULIA Abaqus. Проведено сравнение результатов расчетов и экспериментов по размаху осевой деформации, средней осевой деформации на поверхности выточки и числу циклов до разрушения. Получено, что в конструкции с выточкой радиусом 1 мм в зоне концентрации реализуется мягкое несимметричное нагружение с односторонним накоплением деформации (вышагиванием).

*Ключевые слова:* теория пластичности, циклическое нагружение, концентратор напряжений, корреляция цифровых изображений, кинетика деформаций, разрушение.

### **Введение**

Для описания циклического упругопластического деформирования сталей и сплавов в практических расчетах используются варианты теории пластического течения

при комбинированном упрочнении [1–14]. Наибольшее применение в практических расчетах нашли варианты теории пластичности Ю.Г. Коротких [3, 4], Ж.-Л. Шабоша [5, 6] и В.С. Бондаря [2, 15–21]. Сравнительный анализ [17–19] этих вариантов показал, что вариант теории пластичности В.С. Бондаря лучше, чем другие варианты, описывает результаты эксперимента. Для этого варианта проведена верификация [15–22] на различных сталях и сплавах и программах нагружения. В варианте В.С. Бондаря на основе анализа циклического нагружения [2, 21] выделены три типа микронапряжений (смещение центра поверхности нагружения), которые описываются различными эволюционными уравнениями. Анализ экспериментов [20] показывает, что процессы монотонного и циклического нагружения имеют свои особенности. Для определения монотонного и циклического нагружения используется поверхность памяти в пространстве тензора пластических деформаций [20]. Анализ процессов посадки и вышагивания (ratcheting) при несимметричных нагружениях [20] говорит о возможности описать эти процессы соответствующими эволюционными уравнениями для микронапряжений I типа. Приводится кинетическое уравнение накопления повреждений [20, 21], базирующееся на работе микронапряжений II типа на поле пластических деформаций (критерий работы микронапряжений) [2, 15].

В настоящей статье приводятся уравнения варианта теории пластичности и результаты экспериментально-теоретических исследований кинетики напряженно-деформированного состояния и малоциклового усталости конструкций с концентраторами напряжений. Экспериментальные исследования проводятся на цилиндрических образцах из бронзового сплава БрХ08-Ш при нормальной температуре. Образцы с V-образной кольцевой выточкой нагружаются осевой силой, изменяющейся от нуля до максимального значения. Теоретические исследования проводятся с помощью конечно-элементного программного комплекса, в который интегрирован вариант теории пластичности.

## 1. Уравнения варианта теории пластичности

Исследуются однородные и начально изотропные стали и сплавы. Вариант теории пластичности является теорией течения при комбинированном упрочнении. Рассматривается изотермический вариант теории пластичности.

Уравнения указанного варианта теории пластичности имеют вид:

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij}^e + \dot{\varepsilon}_{ij}^p, \quad (1)$$

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^e = \frac{1}{E} [\dot{\sigma}_{ij} - \nu(3\dot{\sigma}_0\delta_{ij} - \dot{\sigma}_{ij})], \quad (2)$$

$$f(\sigma_{ij}) = \frac{3}{2}(s_{ij} - a_{ij})(s_{ij} + a_{ij}) - C^2 = 0, \quad (3)$$

$$\dot{C} = q_\varepsilon \dot{\varepsilon}_u^p, \quad \dot{\varepsilon}_u^p = \left( \frac{2}{3} \dot{\varepsilon}_{ij}^p \dot{\varepsilon}_{ij}^p \right)^{1/2}, \quad (4)$$

$$a_{ij} = \sum_{m=1}^M a_{ij}^{(m)}, \quad (5)$$

$$\dot{a}_{ij}^{(m)} = \frac{2}{3} g^{(m)} \dot{\varepsilon}_{ij}^p + g_a^{(m)} a_{ij}^{(m)} \dot{\varepsilon}_u^p, \quad (6)$$

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \lambda = \frac{3}{2} \frac{s_{ij}^*}{\sigma_u^*} \dot{\varepsilon}_{u^*}^p, \quad \sigma_u^* = \left( \frac{3}{2} s_{ij}^* s_{ij}^* \right)^{1/2}, \quad (7)$$

$$\dot{\varepsilon}_{u^*}^p = \frac{1}{E_*} \left[ \frac{3}{2} \frac{s_{ij}^* \dot{\sigma}_{ij}^*}{\sigma_u^*} \right], \quad \dot{\varepsilon}_{u^*}^p = \frac{1}{E_* + 3G} \left[ 3G \frac{s_{ij}^* \dot{\varepsilon}_{ij}^p}{\sigma_u^*} \right], \quad (8)$$

$$E_* = q_\varepsilon + \sum_{m=1}^M g^{(m)} + \sum_{m=1}^M g_a^{(m)} \frac{3}{2} \frac{s_{ij}^* a_{ij}^{(m)}}{\sigma_u^*}, \quad G = \frac{E}{2(1+\nu)},$$

$$\sigma_u^* < C \cup \dot{\varepsilon}_{u^*}^p \leq 0 - \text{условие упругости}, \quad (9)$$

$$\sigma_u^* = C \cap \dot{\varepsilon}_{u^*}^p > 0 - \text{условие неупругости},$$

$$F(\varepsilon_{ij}^p) = \frac{2}{3} (\varepsilon_{ij}^p - \xi_{ij})(\varepsilon_{ij}^p - \xi_{ij}) - C_\varepsilon^2 = 0, \quad (10)$$

$$\dot{\varepsilon}_{ij(t-0)}^p \dot{\varepsilon}_{ij(t)}^p < 0, \quad (11)$$

$$\varepsilon_{ij}^{p(2)} = \varepsilon_{ij}^{p(1)}, \quad \varepsilon_{ij}^{p(1)} = \varepsilon_{ij}^p, \quad \xi_{ij} = \frac{\varepsilon_{ij}^{p(1)} + \varepsilon_{ij}^{p(2)}}{2},$$

$$C_\varepsilon = \left( \frac{2}{3} \cdot \frac{\varepsilon_{ij}^{p(1)} - \varepsilon_{ij}^{p(2)}}{2} \cdot \frac{\varepsilon_{ij}^{p(1)} - \varepsilon_{ij}^{p(2)}}{2} \right)^{1/2}, \quad (12)$$

$$q_\varepsilon = \begin{cases} \frac{dC_p}{d\varepsilon_{u^*}^p} - K_C \left( \frac{C - C_p}{C_p} \right)^{n_C} & \text{при } F(\varepsilon_{ij}^p) \leq 0, \\ \frac{dC_p}{d\varepsilon_{u^*}^p} + M_C & \text{при } F(\varepsilon_{ij}^p) > 0, \end{cases} \quad (13)$$

$$\dot{E}_a = \begin{cases} -K_E \left( \frac{E_a}{E_{a0}} \right)^{n_E} \dot{\varepsilon}_{u^*}^p & \text{при } F(\varepsilon_{ij}^p) \leq 0, \\ M_E \left( \frac{E_{a0} - E_a}{E_{a0}} \right) \dot{\varepsilon}_{u^*}^p & \text{при } F(\varepsilon_{ij}^p) > 0, \end{cases} \quad (14)$$

$$g^{(1)} = E_a, \quad g_a^{(1)} = \begin{cases} \frac{1}{E_a} \frac{dE_a}{d\varepsilon_{u^*}^p} & \text{при } F(\varepsilon_{ij}^p) \leq 0, \\ 0 & \text{при } F(\varepsilon_{ij}^p) > 0, \end{cases} \quad (15)$$

$$g^{(2)} = \beta^{(2)} \sigma_a^2, \quad g_2^{(2)} = -\beta^{(2)}, \quad (16)$$

$$g^{(m)} = \begin{cases} \beta^{(m)} \sigma_a^{(m)}, & \text{если } a_u^{(m)} < \sigma_a^{(m)} \cup a_{ij}^{(m)} s_{ij}^* \leq 0, \\ 0, & \text{если } a_u^{(m)} \geq \sigma_a^{(m)} \cap a_{ij}^{(m)} s_{ij}^* > 0, \end{cases} \quad (17)$$

$$a_u^{(m)} = \left( \frac{3}{2} a_{ij}^{(m)} a_{ij}^{(m)} \right)^{1/2}, \quad g_a^{(m)} = 0,$$

$$\dot{\omega} = \alpha \omega^{(\alpha-1)/\alpha} \frac{a_{ij}^{(2)} \dot{\varepsilon}_{ij}^p}{W_a}, \quad (18)$$

$$\alpha = \frac{\sigma_a^{(2)}}{a_u^{(2)}}, \quad a_u^{(2)} = \left( \frac{3}{2} a_{ij}^{(2)} a_{ij}^{(2)} \right)^{1/2}. \quad (19)$$

Здесь  $\dot{\varepsilon}_{ij}$ ,  $\dot{\varepsilon}_{ij}^e$ ,  $\dot{\varepsilon}_{ij}^p$  – тензоры скоростей полной, упругой и пластической деформаций;  $\sigma_{ij}$ ,  $s_{ij}$ ,  $s_{ij}^*$ ,  $a_{ij}$  – тензор напряжений, девиаторы напряжений, активных напряжений и микронапряжений [1];  $\varepsilon_u^p$  – накопленная пластическая деформация;  $E_*$  – модуль, определяющий параметры упрочнения материала;  $\sigma_u^*$  – интенсивность активных напряжений;  $f(\sigma_{ij}) = 0$  – поверхность нагружения;  $C$  – размер (радиус) поверхности нагружения;  $E$ ,  $\nu$  – модуль Юнга и коэффициент Пуассона;  $F(\varepsilon_{ij}^p) = 0$  – поверхность памяти для монотонных и циклических нагружений;  $\dot{\varepsilon}_{ij}^p$  – тензор скоростей пластической деформации в текущий момент времени;  $\dot{\varepsilon}_{ij}^p(t-0)$  – тензор скоростей пластической деформации в предшествующий момент времени ( $t-0$ );  $\xi_{ij}$ ,  $C_\varepsilon$  – координаты центра и размер поверхности памяти, которые определяются по формулам (12) в момент смены направления деформирования согласно критерию (11);  $\omega$  – мера повреждения (при разрушении  $\omega = 1$ );  $q_\varepsilon$ ,  $g^{(m)}$ ,  $g_a^{(m)}$ ,  $\alpha$  – определяющие функции, связанные с материальными параметрами. Микронапряжениям I типа соответствует  $m = 1$ , II типа –  $m = 2$ , а III типа –  $m \in [3, M]$  ( $M$  принимается равным 7).

Уравнение (14) для  $E_a$  описывает посадку и вышагивание (ratcheting) при несимметричных циклических нагружениях. Кинетическое уравнение (18) соответствует нелинейному суммированию повреждений.

Вариант теории пластичности замыкают материальные функции, которые определяются на основе расчетно-экспериментального метода, изложенного в публикациях [2, 20, 21, 23].

## 2. Экспериментально-теоретические исследования усталости конструкций

Экспериментальные исследования малоциклового усталости конструкций с концентраторами напряжений проводятся на цилиндрических образцах с V-образной кольцевой выточкой радиусом 1 мм из сплава БрХ08-III при циклическом изменении осевой нагрузки от 0 до 10,8 кН с частотой 0,1 Гц. Чертеж образца приводится на рис. 1. Для определения изменения деформации на поверхности выточки наносится спекл-структура, необходимая для оценки деформации методом корреляции цифровых изображений [24]. Экспериментальное значение числа циклов до разрушения определяется наличием видимой трещины на поверхности выточки.

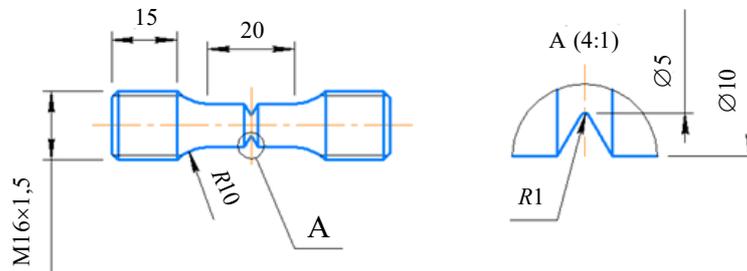


Рис. 1. Образец с V-образной кольцевой выточкой

Для теоретического исследования малоциклового усталости конструкций с концентраторами напряжений вариант теории пластичности интегрирован в конечно-

элементный комплекс SIMULIA Abaqus с помощью разработанной пользовательской подпрограммы. Моделирование эксперимента проводится в осесимметричной постановке. Конечно-элементная модель образца представляет собой четверть продольного сечения образца с заданными граничными условиями осевой и продольной симметрии. Размер элемента в области кольцевой выточки 0,01 мм, тип элементов – двумерные осесимметричные элементы. Нагрузка приложена к опорной точке, перемещение которой вдоль оси образца связано с перемещением торца образца. Расчетная схема и конечно-элементная сетка в области выточки образцов показаны на рис. 2. Для проведения расчетов используются материальные функции бронзового сплава БрХ08-Ш, приведенные в статье [22].

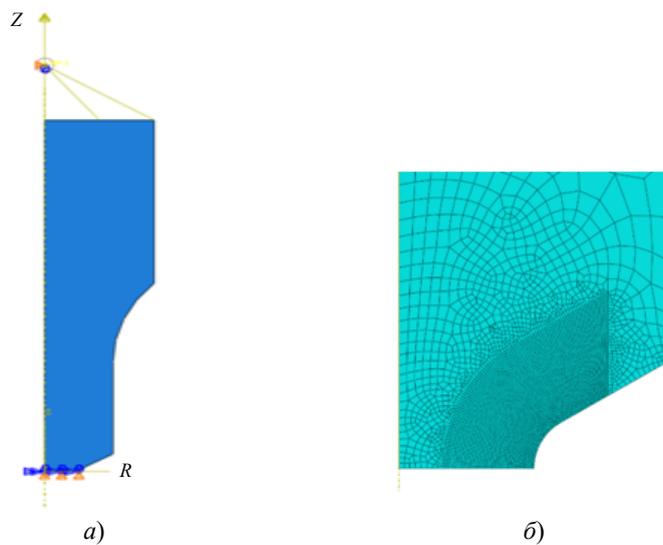


Рис. 2. Расчетная схема (а) и конечно-элементная сетка образца с выточкой радиусом 1 мм (б)

Расчетные и экспериментальные результаты кинетики размаха и средней осевой деформации в точке на поверхности выточки показаны на рис. 3 и 4, где обозначено: кружки – первый эксперимент, треугольники – второй эксперимент, сплошная линия – расчет.

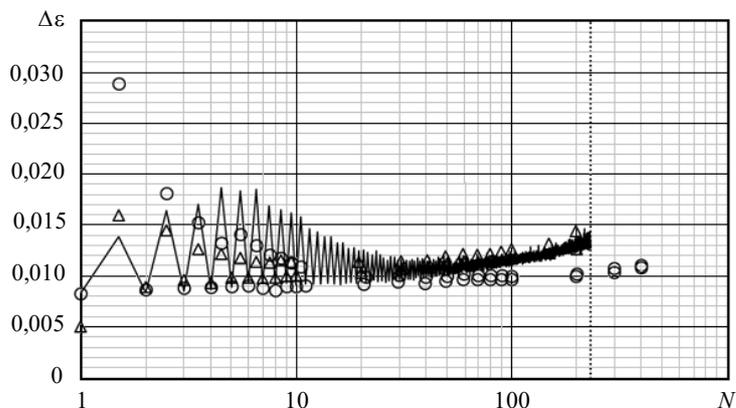


Рис. 3. Зависимость размаха осевой деформации  $\Delta\varepsilon$  от номера цикла  $N$

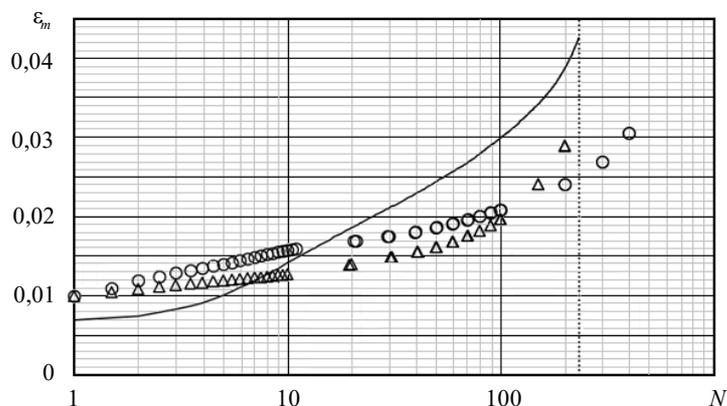


Рис. 4. Зависимость средней осевой деформации  $\varepsilon_m$  от номера цикла  $N$

Вертикальной пунктирной линией на рис. 3 и 4 показано расчетное число циклов до разрушения.

Пилообразная форма расчетных кривых и экспериментальных значений на рис. 3 обусловлена процессом вышагивания (ratcheting) на полуциклах растяжения и снятия осевой нагрузки. Результаты, приведенные на рис. 4, говорят о значительной односторонней деформации.

Результаты исследований образцов с выточкой радиусом 0,25 мм при мягком несимметричном циклическом нагружении осевой силой [22] показывают, что средняя деформация цикла практически постоянна, то есть одностороннее накопление деформации отсутствует. При нагружении образцов с радиусом выточки 1 мм происходит вышагивание (ratcheting), а с радиусом 0,25 мм – нет. Число циклов до разрушения образцов в расчетах и экспериментах с выточкой радиусом 1 мм составляет соответственно 240 и 250–360 циклов, а с выточкой радиусом 0,25 мм – 585 и 490–580 циклов. Таким образом, механизм разрушения образцов с выточками радиусом 0,25 мм и 1 мм различен, то есть образец с более острым концентратором разрушается вследствие малоциклового усталости, а разрушение образцов с меньшей концентрацией связано в основном с односторонним увеличением осевой деформации. Полученные результаты показывают, что не всегда уменьшение концентрации (в данном случае увеличение радиуса выточки с 0,25 мм до 1 мм) приводит к увеличению долговечности. При этом происходит уменьшение долговечности практически в два раза за счет различного характера изменения напряженно-деформированного состояния. Проведенные исследования подтверждают достаточную достоверность варианта теории пластичности и программного комплекса при оценке малоциклового усталости конструкций с концентраторами напряжений.

### Заключение

На основе приведенных результатов экспериментально-теоретических исследований можно сделать вывод, что разработанный программный комплекс, включающий в себя вариант теории пластичности, при расчетах кинетики напряженно-деформированного состояния и малоциклового усталости конструкций с концентраторами напряжений позволяет получать удовлетворительные результаты расчетов даже при наличии процессов вышагивания (ratcheting).

#### Список литературы

1. Новожилов В.В., Кадашевич Ю.И. *Микронапряжения в конструкционных материалах*. Л.: Машиностроение, 1990. 224 с.
2. Bondar V.S. *Inelasticity. Variants of the Theory*. New York: Begell House, 2013. 194 p.
3. Волков И.А., Коротких Ю.Г. *Уравнения состояния вязкоупругопластических сред с повреждениями*. М.: Физматлит, 2008, 424 с.
4. Волков И.А., Игумнов Л.А. *Введение в континуальную механику поврежденной среды*. М.: Физматлит, 2017. 304 с.
5. Бессон Ж., Каето Ж., Шабош Ж.-Л., Форест С. *Нелинейная механика материалов*. СПб.: Изд-во Политехнического ун-та, 2010. 397 с.
6. Chaboche J.-L. A review of some plasticity and viscoplasticity constitutive theories. *International Journal of Plasticity*. 2008. Vol. 24. P. 1642–1692. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijplas.2008.03.009>.
7. Abdel-Karim M. An evaluation for several kinematic hardening rules on prediction of multiaxial stress-controlled ratcheting. *International Journal of Plasticity*. 2010. Vol. 26. Iss. 5. P. 711–730. DOI: 10.1016/J.IJPLAS.2009.10.002.
8. Bari S., Hassan T. An advancement in cyclic plasticity modeling for multiaxial ratcheting simulation. *International Journal of Plasticity*. 2002. Vol. 18. Iss. 7. P. 873–894. DOI: 10.1016/S0749-6419(01)00012-2.
9. Hassan T., Taleb L., Krishna S. Influence of non-proportional loading on ratcheting responses and simulations by two recent cyclic plasticity models. *International Journal of Plasticity*. 2008. Vol. 24. Iss. 10. P. 1863–1889. DOI: 10.1016/j.ijplas.2008.04.008.
10. Jiang Y., Zhang J. Benchmark experiments and characteristic cyclic plasticity deformation. *International Journal of Plasticity*. 2008. Vol. 24. Iss. 24. P. 1481–1515. DOI: 10.1016/j.ijplas.2007.10.003.
11. Kan Q., Kang G. Constitutive model for uniaxial transformation ratcheting of super-elastic NiTi shape memory alloy at room temperature. *International Journal of Plasticity*. 2010. Vol. 26. Iss. 3. P. 441–465. DOI: 10.1016/j.ijplas.2009.08.005.
12. Kang G., Gao Q., Yang X.J. Uniaxial cyclic and plastic flow properties of SS304 stainless steel at room and elevated temperatures. *Mechanics of Materials*. 2002. Vol. 34. Iss. 3. P. 145–159. DOI: 10.1016/S0167-6636(01)00099-0.
13. Ohno N., Wang J.-D. Kinematic hardening rules with critical state of dynamic recovery, part 1: formulations and basic features for ratcheting behavior. *International Journal of Plasticity*. 1993. Vol. 9. Iss. 3. P. 375–390. DOI: 10.1016/0749-6419(93)90042-O.
14. Taleb L. About the cyclic accumulation of the inelastic strain observed in metals subjected to cyclic stress control. *International Journal of Plasticity*. 2013. Vol. 43. P. 1–19. DOI: 10.1016/j.ijplas.2012.10.009.
15. Бондарь В.С., Даншин В.В. *Пластичность. Пропорциональные и непропорциональные нагружения*. М.: Физматлит, 2008. 174 с.
16. Бондарь В.С., Горячева И.Г., Матвиенко Ю.Г. и др. *Ресурс материалов и конструкций*. М.: Московский политех, 2019. 190 с.
17. Бондарь В.С., Абашев Д.Р., Фомин Д.Ю. Теории пластичности при сложном нагружении по плоским траекториям деформаций. *Вестник ПНИПУ. Механика*. 2021. №3. С. 35–46. DOI: 10.15593/perm.mech/2021.3.04.
18. Бондарь В.С., Абашев Д.Р., Фомин Д.Ю. Теории пластичности при сложном нагружении по пространственным траекториям деформаций. *Вестник ПНИПУ. Механика*. 2021. №4. С. 41–48. DOI: 10.15593/perm.mech/2021.4.05.
19. Бондарь В.С., Абашев Д.Р., Петров В.К. Сравнительный анализ вариантов теорий пластичности при циклических нагружениях. *Вестник ПНИПУ. Механика*. 2017. №2. С. 23–44. DOI: 10.15593/perm.mech/2017.2.02.
20. Abashev D., Bondar V. Refinement of plasticity theory for modeling monotonic and cyclic loading processes. *Journal of Mechanics of Materials and Structures*. 2020. Vol. 15. No 2. P. 225–239. DOI: [dx.doi.org/10.2140/jomms.2020.15.225](https://doi.org/10.2140/jomms.2020.15.225).
21. Bondar V.S., Dansin V.V., Long D.Vu., Nguyen Dinh Duc. Constitutive modeling of

cyclic plasticity deformation and low-high-cycle fatigue of stainless steel 304 in uniaxial stress state. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*. 2018. Vol. 25. Iss. 12. P. 1009–1017. DOI: <https://doi.org/10.1080/15376494.2017.1342882>.

22. Абашев Д.Р., Апетьян В.Э., Астрединов В.М., Владимиров С.А., Трефилов С.И. Измерение деформации тонкого паянного шва с помощью средств обработки изображений пакета LabView и бесконтактной измерительной системы Vic-2D. *Космонавтика и ракетостроение*. 2013. №3 (72). С. 101–106.

23. Абашев Д.Р. Малоцикловая усталость образцов бронзового сплава с кольцевой выточкой. *Вестник ПНИПУ. Механика*. 2022. №3. С. 32–41. DOI: <https://doi.org/10.15593/perm.mech/2022.3.04>.

24. Абашев Д.Р. Метод определения материальных функций модели пластичности. *Космонавтика и ракетостроение*. 2020. №6 (117). С. 66–79.

### References

1. Novozhilov V.V., Kadashevich Yu.I. *Mikronapryazheniya v konstruktsionnykh materialakh* [Microstresses in Structural Materials]. Leningrad. Mashinostroenie Publ. 1990. 224 p. (In Russian).

2. Bondar V.S. *Inelasticity. Variants of the Theory*. New York. Begell House. 2013. 194 p.

3. Volkov I.A., Korotkikh Yu.G. *Uravneniya sostoyaniya vyazkouprugoplasticheskikh sred s povrezhdeniyami* [Equations of State of Viscoelastic Plastic Media with Damage]. Moscow. Fizmatlit Publ. 2008. 424 p. (In Russian).

4. Volkov I.A., Igumnov L.A. *Vvedenie v kontinualnuyu mekhaniku povrezhdennoy sredy* [Introduction to the Continuum Mechanics of a Damaged Environment]. Moscow. Fizmatlit Publ. 2017. 304 p. (In Russian).

5. Besson J., Cailletaud G., Chaboche J.-L. et al. *Non-Linear Mechanics of Materials*. Dordrecht. Heidelberg. London. New York. Springer Science & Business Media. 2009. 433 p.

6. Chaboche J.-L. A review of some plasticity and viscoplasticity constitutive theories. *Int. J. of Plasticity*. 2008. Vol. 24. P. 1642–1692. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijplas.2008.03.009>.

7. Abdel-Karim M. An evaluation for several kinematic hardening rules on prediction of multiaxial stress-controlled ratcheting. *Int. J. of Plasticity*. 2010. Vol. 26. Iss. 5. P. 711–730. DOI: 10.1016/J.IJPLAS.2009.10.002.

8. Bari S., Hassan T. An advancement in cyclic plasticity modeling for multiaxial ratcheting simulation. *Int. J. Plasticity*. 2002. Vol. 18. Iss. 7. P. 873–894. DOI: 10.1016/S0749-6419(01)00012-2.

9. Hassan T., Taleb L., Krishna S. Influence of non-proportional loading on ratcheting responses and simulations by two recent cyclic plasticity models. *Int. J. Plasticity*. 2008. Vol. 24. Iss. 10. P. 1863–1889. DOI: 10.1016/j.ijplas.2008.04.008.

10. Jiang Y., Zhang J. Benchmark experiments and characteristic cyclic plasticity deformation. *Int. J. Plasticity*. 2008. Vol. 24. Iss. 24. P. 1481–1515. DOI: 10.1016/j.ijplas.2007.10.003.

11. Kan Q., Kang G. Constitutive model for uniaxial transformation ratcheting of super-elastic NiTi shape memory alloy at room temperature. *Int. J. Plasticity*. 2010. Vol. 26. Iss. 3. P. 441–465. DOI: 10.1016/j.ijplas.2009.08.005.

12. Kang G., Gao Q., Yang X.J. Uniaxial cyclic and plastic flow properties of SS304 stainless steel at room and elevated temperatures. *Mech. Mater.* 2002. Vol. 34. Iss. 3. P. 145–159. DOI: 10.1016/S0167-6636(01)00099-0.

13. Ohno N., Wang J.-D. Kinematic hardening rules with critical state of dynamic recovery, part 1: formulations and basic features for ratcheting behavior. *Int. J. Plasticity*. 1993. Vol. 9. Iss. 3. P. 375–390. DOI: 10.1016/0749-6419(93)90042-0.

14. Taleb L. About the cyclic accumulation of the inelastic strain observed in metals subjected to cyclic stress control. *Int. J. Plasticity*. 2013. Vol. 43. P. 1–19. DOI: 10.1016/j.ijplas.2012.10.009.

15. Bondar V.S., Danshin V.V. *Plastichnost. Proportionalnye i neproportionalnye nagruzheniya* [Plasticity. Proportional and Disproportionate Loads]. Moscow. Fizmatlit Publ. 2008. 174 p. (In Russian).

16. Bondar V.S., Goryacheva I.G., Matvienko Yu.G. et al. *Resurs materialov i konstruktsiy*

[Resource of Materials and Structures]. Moscow. Moskovskiy politekh Publ. 2019. 190 p. (In Russian).

17. Bondar V.S., Abashev D.R., Fomin D.Yu. Teorii plastichnosti pri sloznom nagruzhении po ploskim traektoriyam deformatsiy [Theories of plasticity under complex loading along flat trajectories of deformations]. *Vestnik Permskogo natsionalnogo issledovatel'skogo politekhnicheskogo universiteta. Mekhanika [PNRPU Mechanics Bulletin]*. 2021. No 3. P. 35–46 (In Russian).

18. Bondar V.S., Abashev D.R., Fomin D.Yu. Teorii plastichnosti pri sloznom nagruzhении po prostranstvennym traektoriyam deformatsiy [Theories of plasticity under complex loading along spatial trajectories of deformations]. *Vestnik Permskogo natsionalnogo issledovatel'skogo politekhnicheskogo universiteta. Mekhanika [PNRPU Mechanics Bulletin]*. 2021. No 4. P. 41–48 (In Russian).

19. Bondar V.S., Abashev D.R., Petrov V.K. Sravnitelnyy analiz variantov teorii plastichnosti pri tsiklicheskih nagruzheniyyakh [Comparative analysis of variants of the theory of plasticity under cyclic loads]. *Vestnik Permskogo natsionalnogo issledovatel'skogo politekhnicheskogo universiteta. Mekhanika [PNRPU Mechanics Bulletin]*. 2017. No 2. P. 23–44 (In Russian).

20. Abashev D., Bondar V. Refinement of plasticity theory for modeling monotonic and cyclic loading processes. *J. Mech. Mater. Struct.* 2020. Vol. 15. No 2. P. 225–239. DOI: [dx.doi.org/10.2140/jomms.2020.15.225](https://doi.org/10.2140/jomms.2020.15.225).

21. Bondar V.S., Dansin V.V., Long D.Vu., Nguyen Dinh Duc. Constitutive modeling of cyclic plasticity deformation and low-high-cycle fatigue of stainless steel 304 in uniaxial stress state. *Mech. Adv. Mater. Struct.* 2018. Vol. 25. Iss. 12. P. 1009–1017. DOI: <https://doi.org/10.1080/15376494.2017.1342882>.

22. Abashev D.R., Apet'yan V.E., Astredinov V.M., Vladimirov S.A., Trefilov S.I. Izmerenie deformatsii tonkogo payannogo shva s pomoshchyu sredstv obrabotki izobrazheniy paketa LabView i beskontaktnoy izmeritelnoy sistemy Vic-2D [Deformation measuring of a thin solder seam by means of the image processing package LabView and the non-contact measurement system Vic-2D]. *Kosmonavtika i raketostroenie [Cosmonautics and Rocket Engineering]*. 2013. No 3 (72). P. 101–106 (In Russian).

23. Abashev D.R. Malotsiklovaya ustalost obraztsov bronzovogo splava s koltsevoy vytochkoy [Low-cycle fatigue of V-notched cylindrical samples of bronze alloy]. *Vestnik Permskogo natsionalnogo issledovatel'skogo politekhnicheskogo universiteta. Mekhanika [PNRPU Mechanics Bulletin]*. 2022. No 3. P. 32–41 (In Russian).

24. Abashev D.R. Metod opredeleniya materialnykh funktsiy modeli plastichnosti [Method of determinate plasticity model material parameters]. *Kosmonavtika i raketostroenie [Cosmonautics and Rocket Engineering]*. 2020. No 6 (117). P. 66–79 (In Russian).

## LOW-CYCLE FATIGUE OF STRUCTURES WITH STRESS CONCENTRATORS

**Bondar V.S., Abashev D.R., Petrov V.K.**

*Moscow Polytechnic University, Moscow, Russian Federation*

[tm@mospolytech.ru](mailto:tm@mospolytech.ru)

*Received by the Editor 2023/05/29*

The results of experimental and theoretical studies of structures with stress concentrators under cyclic loads are presented. The studies were carried out on cylindrical samples with a V-shaped annular recess under mild cyclic loading. The tests were carried out on samples of the BrH08-Sh alloy with a cyclic change in the tensile load from 0 to 10.8 kN. Under such loading, the material in the recess area undergoes cyclic elastoplastic deformation, which leads to destruction as a result of low-cycle fatigue. For mathematical modeling of the elastic-plastic behavior and destruction of structures with stress concentrators, a variant of the theory of plasticity based on the theory of flow under combined hardening is used. In the chosen

plasticity model, a memory surface is introduced that separates the processes of monotonous and cyclic loading. This separation makes it possible to take into account various features of isotropic and anisotropic hardening of the material. Anisotropic hardening is represented as a sum of microstresses of three different types, which make it possible to describe the effects of loading and unloading of the elastic-plastic hysteresis loop. The plasticity model makes it possible to assess the damaged state of a material based on the kinetic equation of damage accumulation based on the energy principle (the operation of microstresses in the field of plastic deformations). The material behavior model is embedded in the finite element software package SIMULIA Abaqus. The results of calculations and experiments on the magnitude of axial deformation, the average axial deformation on the surface of the recess and the number of cycles to failure are compared. It is found that in a design with a recess with a radius of 1 mm, a soft asymmetric loading with a unilateral accumulation of deformation (ratcheting) is realized in the concentration zone.

*Keywords:* plasticity theory, cyclic loading, stress concentrator, digital image correlation, strain kinetics, fracture.