

УДК 691.175.3; 539.3

DOI: 10.32326/1814-9146-2024-86-1-47-59

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УПРУГИХ И ПРОЧНОСТНЫХ ПАРАМЕТРОВ ПОЛИМЕРНЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ И ИЗГОТОВЛЕННЫХ ИЗ НИХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК

© 2024 г.

**Абашев Д.Р., Бондарь В.С.,
Воробьев И.А., Шарова В.И.**

Московский политехнический университет, Москва, Российская Федерация

tm@mospolytech.ru

Поступила в редакцию 13.10.2023

Представлен метод оптимизации выкладки в полимерных композиционных материалах, позволяющий проводить оценку их прочности. Для оценки напряженно-деформированного состояния каждого слоя используется ортотропная модель упругости, предполагающая, что волокна в материале параллельны. Модель поведения материалов основана на критерии Хашина, с помощью этого критерия возможно разделить механизмы разрушения матрицы и волокна. Оценка прочности проведена в соответствии со структурным подходом, который предполагает исследование прочности каждого слоя в отдельности. Параметры модели деформирования и критерия прочности Хашина определены по результатам испытаний однонаправленных образцов, вырезанных под углами 0, 90 и 45° к направлению армирования. Верификация проведена на основе испытаний образцов из полимерных композиционных материалов на изгиб, в результате чего получено хорошее согласование расчетных значений и экспериментальных данных. Разработан метод для выбора углов выкладки каждого слоя материала, позволяющий рассчитать наибольшую прочность цилиндрической оболочки при различных значениях внешних нагрузок. Метод предполагает определение напряжений в каждом из слоев, а также индикаторов Хашина, соответствующих разрушению волокна или матрицы при растяжении или сжатии. По значениям индикаторов могут быть выбраны оптимальный угол и схема выкладки, обеспечивающие наибольший запас прочности оболочки. Этот метод позволяет проводить предварительную оценку запаса прочности цилиндрических оболочек из полимерных композиционных материалов на основе экспериментально определяемых упругих параметров материала и параметров критерия прочности Хашина с учетом угла и схемы выкладки препрега при воздействии внутреннего давления, осевой сжимающей силы и крутящего момента.

Ключевые слова: прочность, цилиндрические оболочки, критерий Хашина, полимерные композиционные материалы, упругие параметры.

Введение

В настоящее время для оптимизации массовых характеристик ряда ответственных изделий предполагается изготовление их элементов из полимерных компози-

ционных материалов (ПКМ) [1]. Перспектива использования ПКМ в несущих конструкциях предполагает проведение математических расчетов для оценки запасов прочности этих конструкций [2]. Одной из актуальных задач при проектировании конструкций из ПКМ является выбор направлений выкладки слоев материала, позволяющих обеспечить необходимые запасы прочности изделия.

Разработка математической модели механического и прочностного поведения материалов в машиностроении и смежных областях, как правило, проводится на основе результатов прочностных испытаний. При моделировании поведения ПКМ обязательно должна учитываться анизотропия их свойств [3, 4]. Для связи напряжений и деформаций в каждом слое ПКМ целесообразно использовать ортотропную модель упругости, поскольку волокна в армированном материале параллельны [5, 6]. При расчете напряженно-деформированного состояния (НДС) методом конечных элементов для моделирования ПКМ используется структурный подход, который предполагает исследование прочности каждого слоя в отдельности, а не пакета в целом. Для оценки прочности ПКМ необходимо разделять механизмы разрушения волокон и матрицы [7]. Поэтому наиболее подходящим для оценки прочности таких материалов является критерий Хашина [8, 9], который позволяет разделять вид разрушения в зависимости от НДС материала. В настоящей статье приведено решение задачи оптимизации выкладки слоев цилиндрической оболочки из ПКМ, находящейся под действием внутреннего давления, осевой нагрузки и крутящего момента.

1. Метод оценки запаса прочности ПКМ

1.1. Модель и критерий разрушения ПКМ. Толщина одного слоя ПКМ мала по сравнению с двумя другими его размерами, поэтому в нем реализуется плоское напряженное состояние. Такое напряженное состояние будет определяться только компонентами σ_{11} , σ_{22} , и σ_{12} , зависимость от которых компонент тензора деформаций ε_{ij} и угловой деформации γ_{12} будет иметь вид:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/E_1 & -\mu_{12}/E_1 & 0 \\ -\mu_{12}/E_1 & 1/E_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/G_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где μ_{12} – коэффициент Пуассона; E_1 – модуль упругости в направлении волокна; E_2 – модуль упругости в направлении, перпендикулярном волокну, G_{12} – модуль сдвига.

Согласно критерию Хашина, вводятся четыре индикатора, каждый из которых ассоциируется с характерной формой разрушения слоя композитного материала: F_f^t – растяжение волокна, F_f^c – сжатие волокна, F_m^t – растяжение матрицы и F_m^c – сжатие матрицы [9]. Разрушение происходит, если хотя бы один из индикаторов достигает или превышает критическое значение, равное 1 [10].

Выражения критерия Хашина для каждого из четырех вариантов разрушения имеют вид:

$$F_f^t = \left(\frac{\sigma_{11}}{X^T} \right)^2 \text{ при } \sigma_{11} \geq 0, \quad (2)$$

$$F_f^c = \left(\frac{\sigma_{11}}{X^C} \right)^2 \text{ при } \sigma_{11} < 0, \quad (3)$$

$$F_m^t = \left(\frac{\sigma_{22}}{Y^T} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}}{S^L} \right)^2 \text{ при } \sigma_{22} \geq 0, \quad (4)$$

$$F_m^c = \left(\frac{\sigma_{22}}{2S^T} \right)^2 + \left[\left(\frac{Y^C}{2S^T} \right)^2 - 1 \right] \frac{\sigma_{22}}{Y^C} + \left(\frac{\sigma_{12}}{S^L} \right)^2 \text{ при } \sigma_{22} < 0. \quad (5)$$

Для проведения расчетов напряженно-деформированного и поврежденного состояния конструкции из ПКМ необходимо найти параметры модели и критерия прочности: X^T – для волокна при растяжении в направлении армирования, X^C – для волокна при сжатии в направлении армирования, Y^T – для матрицы при растяжении поперек армирования, Y^C – для матрицы при сжатии поперек армирования, S^L – при сдвиге в направлении армирования, S^T – при сдвиге поперек направления армирования.

1.2. Определение параметров материала. Параметры $E_1, E_2, \mu_{12}, G_{12}, X^T, X^C, Y^T, Y^C, S^L, S^T$ определяются по результатам испытаний однонаправленных образцов, вырезанных под углами $0, 90$ и 45° к направлению армирования, на растяжение и сжатие. По результатам испытаний образцов в направлениях 0 и 90° , где направления осей образца и выкладки материала совпадают, определяются модули Юнга, коэффициент Пуассона [11] и характеристики, определяющие момент разрушения при отсутствии сдвиговых напряжений:

$$E_1 = E_0^+, \quad E_2 = E_{90}^+, \quad \mu_{12} = \mu_{12}^+, \quad X^T = \sigma_0^+, \quad X^C = -\sigma_0^-, \quad Y^T = \sigma_{90}^+. \quad (6)$$

Для определения параметра Y^C подставим в выражение (5) значения напряжений $\sigma_{22} = \sigma_{90}^-, \sigma_{12} = 0$, где σ_{90}^- – значения напряжений в направлении, перпендикулярном армированию, при сжатии, в момент разрушения при испытании монослоя на сжатие в направлении поперек армирования и приравняем F_m^t к единице:

$$1 = \left(\frac{\sigma_{90}^-}{2S^T} \right)^2 + \left(\frac{Y^C}{2S^T} \right)^2 \frac{\sigma_{90}^-}{Y^C} + \frac{\sigma_{90}^-}{Y^C}. \quad (7)$$

Решив это уравнение и приняв, что σ_{22} не может быть больше нуля, получим

$$Y^C = -\sigma_{90}^-. \quad (8)$$

Для определения модуля G_{12} и параметров S^L и S^T необходимо преобразование из системы координат образца при испытаниях в направлении 45° относительно армирования в систему координат материала (рис. 1). Система координат с направляющими осями (e_x, e_y) представляет собой систему координат образца в испытательной машине. Вторая пара (e_1, e_2) связана с направлением армирования.

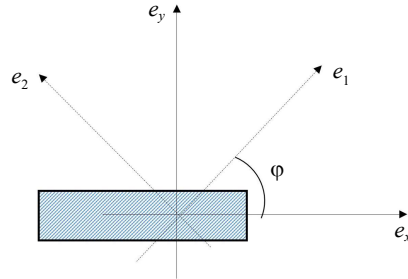


Рис. 1. Система координат образца и материала при испытаниях

Связь компонент тензора напряжений σ_{ij} с компонентами тензора угловых деформаций γ_{ij} в системе координат $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2)$ для плосконапряженного состояния задается соотношением (1) [12]. Компоненты тензора в двух системах координат связаны формулами:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} = [T_1] \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix}, \quad (9)$$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = [T_2] \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}, \quad (10)$$

где $[T_1], [T_2]$ – матрицы поворота осей координат,

$$[T_1] = \begin{bmatrix} \cos^2 \varphi & \sin^2 \varphi & -2 \cos \varphi \sin \varphi \\ \sin^2 \varphi & \cos^2 \varphi & 2 \cos \varphi \sin \varphi \\ \cos \varphi \sin \varphi & -\cos \varphi \sin \varphi & \cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi \end{bmatrix}, \quad (11)$$

$$[T_2] = \begin{bmatrix} \cos^2 \varphi & \sin^2 \varphi & -\cos \varphi \sin \varphi \\ \sin^2 \varphi & \cos^2 \varphi & \cos \varphi \sin \varphi \\ 2 \cos \varphi \sin \varphi & -2 \cos \varphi \sin \varphi & \cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi \end{bmatrix}. \quad (12)$$

Тогда для $\varphi = +45^\circ$ ($\varepsilon_{xx} \neq 0, \varepsilon_{yy} \neq 0, \gamma_{xy} \neq 0, \sigma_{xx} \neq 0, \sigma_{yy} = 0, \sigma_{xy} = 0$) выражения (9) и (10) примут вид:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} - \gamma_{xy})/2 \\ (\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \gamma_{xy})/2 \\ \varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy} \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx}/2 \\ \sigma_{xx}/2 \\ \sigma_{xx}/2 \end{bmatrix}, \quad (13)$$

или, с учетом (1):

$$\begin{bmatrix} (\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} - \gamma_{xy})/2 \\ (\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \gamma_{xy})/2 \\ \varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/E_1 & -\mu_{12}/E_1 & 0 \\ -\mu_{12}/E_1 & 1/E_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/G_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{xx}/2 \\ \sigma_{xx}/2 \\ \sigma_{xx}/2 \end{bmatrix}, \quad (14)$$

$$\varepsilon_{xx} - \gamma_{xy} + \varepsilon_{yy} = \frac{1 - \mu_{12}}{E_1} \sigma_{xx}, \quad (15)$$

$$\varepsilon_{xx} + \gamma_{xy} + \varepsilon_{yy} = \left(\frac{1}{E_2} - \frac{\mu_{12}}{E_1} \right) \sigma_{xx}, \quad (16)$$

$$\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy} = \frac{\sigma_{xx}}{G_{12}}. \quad (17)$$

Выразив из (15) и (16) ε_{yy} и подставив в (17), получим:

$$G_{12} = \left(\frac{2\varepsilon_{xx}}{\sigma_{xx}} - \frac{1}{2E_2} - \frac{1 - 2\mu_{12}}{2E_1} \right)^{-1}, \quad (18)$$

где отношение $\sigma_{xx}/\varepsilon_{xx}$ есть модуль упругости E_{45° , определяемый по результатам экспериментов.

Для определения недостающих параметров материала по результатам испытаний на сдвиг в плоскости слоя необходимо приравнять значения индикаторов F_m^t и F_m^c к единице и решить полученные уравнения относительно параметров S^L и S^T . Определенный таким образом параметр S^L должен удовлетворять условию

$$\sigma_{45^\circ}^- < 2S^L. \quad (19)$$

Таким образом, имеем:

$$S^L = \frac{\sigma_{45^\circ}^+}{\sqrt{4 - (\sigma_{45^\circ}^+ / Y^T)^2}}, \quad (20)$$

$$S^T = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{(\sigma_{45^\circ}^-)^2 - 2Y^C \sigma_{45^\circ}^-}{1 - \sigma_{45^\circ}^- / (2Y^C) - (\sigma_{45^\circ}^- / (2S^L))^2}}. \quad (21)$$

Если условие (19) не выполняется, то при моделировании испытаний образцов, вырезанных под углом 45° , на сжатие индикатор F_m^c будет достигать значения 1 до момента разрушения. В этом случае выражения для вычисления параметров S^L и S^T определяются на основе результатов испытаний на сжатие:

$$S^L = \frac{\sigma_{45^\circ}^-}{\sqrt{4 - (\sigma_{45^\circ}^- / Y^C)^2}}, \quad (22)$$

$$S^T = \frac{1}{2} Y^C. \quad (23)$$

В соответствии с ГОСТ Р 56785-2015 испытания по определению характеристик ПКМ проводятся на партии из не менее 5 образцов. При определении параметров критерия прочности принимаются минимальные по партии значения характеристик $\sigma_{0^\circ}^+$, $\sigma_{90^\circ}^+$, $\sigma_{45^\circ}^+$, $\sigma_{0^\circ}^-$, $\sigma_{90^\circ}^-$, $\sigma_{45^\circ}^-$ [13], а упругих параметров модели – средние значения характеристик $E_{0^\circ}^+$, $E_{90^\circ}^+$, μ_{12}^+ , $E_{45^\circ}^+$ [14].

2. Результаты испытаний и расчетов

2.1. Проведение испытаний и верификация модели поведения ПКМ и критерия прочности. Для определения параметров модели поведения и критерия прочности были проведены испытания на растяжение и сжатие однонаправленных образцов композиционного материала, изготовленного из углеродной ленты и эпоксидного связующего, с направлениями выкладки слоев 0 , 45 и 90° .

Для верификации модели поведения и критерия прочности были проведены испытания образцов ПКМ с квазиизотропной выкладкой на трехточечный изгиб. Верификация проводилась в программно-расчетном комплексе Abaqus, в среде которого была создана конечно-элементная модель образца ПКМ. Моделирование проводилось с использованием разработанной модели поведения и критерия прочности, а также экспериментально определенных параметров (таблицы 1, 2) [15].

Таблица 1

Параметры модели поведения ПКМ

| | | | |
|-------------|-------------|------------|----------------|
| E_1 , ГПа | E_2 , ГПа | μ_{12} | G_{12} , ГПа |
| 142 | 8,56 | 0,352 | 5,8 |

Таблица 2

Параметры критерия прочности ПКМ

| | | | | | |
|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| X^T , МПа | X^C , МПа | Y^T , МПа | Y^C , МПа | S^L , МПа | S^T , МПа |
| 1719 | 1053 | 54 | 214 | 172 | 107 |

Образец моделировался оболочечными элементами, сечение которого представляло собой набор из 16 слоев толщиной 0,125 мм, каждый с различным направлением выкладки [16], суммарной толщиной 2 мм (рис. 2).

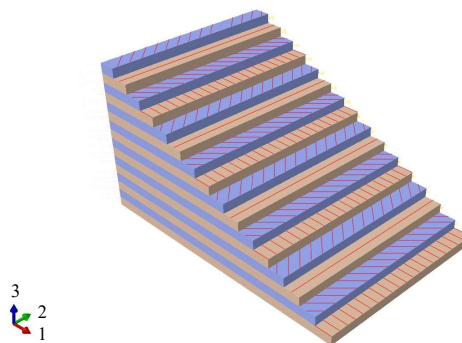


Рис. 2. Схема образца с квазиизотропной выкладкой

При моделировании испытаний на изгиб в конечно-элементной модели реализована схема нагружения образца, аналогичная схеме нагружения при проведении эксперимента [17]. Опоры и пуансон смоделированы с помощью трехмерных жестких элементов, созданы взаимодействия между поверхностями образца и элементами оснастки. Нагружение образца моделировалось путем перемещения пуансона (рис. 3). На рисунке обозначено: 1 – опоры, 2 – образец, 3 – пуансон.

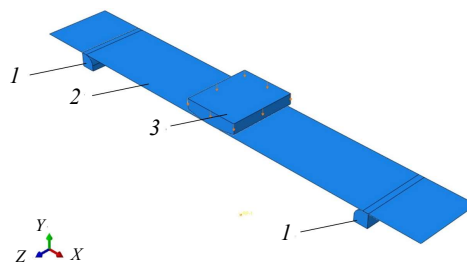


Рис. 3. Схема нагружения образца ПКМ при изгибе

По результатам расчета получена зависимость прогиба образца от прикладываемой к пуансону нагрузки. Проведено сравнение этой зависимости с экспериментальными результатами (рис. 4). При моделировании трехточечного изгиба композитного образца его верхние слои подвержены сжатию, а нижние – растяжению. На расчетной диаграмме отмечен момент достижения индикаторами прочности растяжения, равного 1: красным крестиком отмечен индикатор прочности волокна F_f^t , который соответствует разрушению волокна в нижнем слое, подверженном растяжению. Зе-

ленным крестиком обозначен индикатор прочности волокна F_f^c , отвечающий за разрушение волокна в верхнем слое, подверженном сжатию. Зеленым треугольником обозначен индикатор прочности матрицы при сжатии F_m^c . Индикаторы прочности определяют моменты разрушения отдельных слоев, предшествующих разрушению образца.

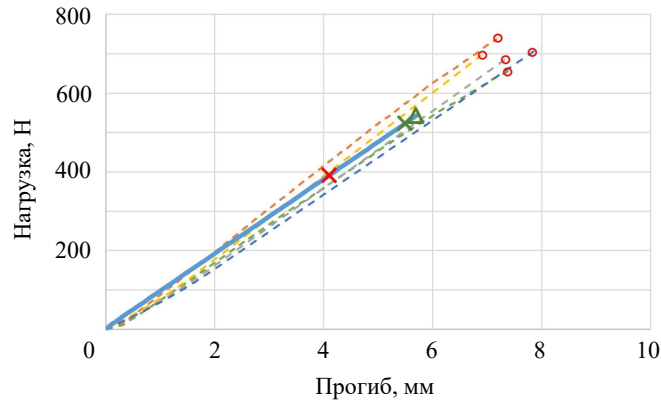


Рис. 4. Диаграмма испытаний образцов с квазиизотропной выкладкой на изгиб

Штриховыми линиями обозначены экспериментальные данные (зеленый цвет – эксперимент 1, оранжевый – 2, серый – 3, желтый – 4, синий – 5), сплошной синей линией обозначены результаты расчета. Точки разрушения образцов в эксперименте, соответствующие резкому падению прикладываемой нагрузки, обозначены красными кружочками.

По результатам верификации модели поведения ПКМ можно сделать вывод о том, что предложенная модель позволяет моделировать кинетику НДС и оценивать момент разрушения слоев пакета ПКМ.

2.2. Определение оптимальных углов и выкладки препрега цилиндрической оболочки. Для оптимизации структуры композитной цилиндрической оболочки был разработан метод для выбора углов выкладки препрегов, позволяющих обеспечить ее наибольшую прочность при различных комбинациях внутреннего давления, осевой сжимающей нагрузки и крутящего момента.

Реализованы выкладки $[+\varphi/-\varphi]$, $[0^\circ/+\varphi/-\varphi]$ и $[0^\circ/+\varphi/90^\circ/-\varphi]$, где φ – переменный угол. Угол 0° соответствует оси цилиндрической оболочки [18]. Момент потери устойчивости не учитывается. В качестве исходных данных задаются значения внутреннего давления P , осевой сжимающей силы F_c , крутящего момента $M_{кр}$, радиуса r и толщины H оболочки, упругие параметры материала E_1, E_2, μ_{12} и значения параметров материала $X^T, X^C, Y^T, Y^C, S^L, S^T$, используемые при оценке прочности по критерию Хашина. Использование критерия Хашина позволило учесть влияние напряжений сдвига на прочность материала. Предполагается, что в каждой выкладке имеется равное количество слоев одинаковой толщины в каждом из заданных направлений. По заданным значениям нагрузок оцениваются кольцевые σ_k , осевые σ_0 и касательные $\tau_{сд}$ напряжения, возникающие в оболочке [19]:

$$\sigma_k = \frac{Pr}{H}, \quad \sigma_0 = \frac{1}{2H} \left(Pr - \frac{F_c}{\pi r} \right), \quad \tau_{сд} = \frac{2M_{кр}}{\pi(r+H)^3 (1 - (r/(r+H))^4)}. \quad (24)$$

По заданным упругим параметрам материала вычисляется матрица жесткости в осях материала $[\bar{K}]$, из которой затем с учетом (5) вычисляется набор матриц жесткостей для каждого слоя в осях оболочки

$$[K_n] = [T_1][\bar{K}][T_1]^T \quad (25)$$

и вычисляется суммарная матрица жесткости пакета в осях оболочки

$$[K] = \sum_{n=1}^N [K_n] \frac{1}{N}, \quad (26)$$

где N – количество слоев.

Далее определяется тензор деформаций $[\varepsilon] = [K]^{-1}[\sigma]$, после чего с учетом (12) проводится преобразование тензоров деформаций и напряжений в системе координат, связанной с направлением армирования материала:

$$[\bar{\varepsilon}_n] = [T_2][\varepsilon], \quad (27)$$

$$[\bar{\sigma}_n] = [\bar{K}][\bar{\varepsilon}_n]. \quad (28)$$

Зная напряжения во всех слоях, можно оценить значения индикаторов критерия Хашина. Поскольку в каждом индикаторе критерия Хашина используется квадрат отношения текущего значения напряжения к его предельному значению, для сравнения предельного состояния материала и оценки запаса прочности в каждом из слоев используются квадратные корни из отношений.

2.3. Пример определения оптимальной выкладки слоев ПКМ. Проведены расчеты для различных вариантов комбинаций нагрузок, действующих на цилиндрическую оболочку: внутреннего давления, осевой сжимающей силы и крутящего момента. Определены нормальные и касательные напряжения в каждом из слоев [20], а также индикаторы Хашина, соответствующие разрушению матрицы и волокна при растяжении и сжатии. Выбраны угол φ и выкладка, для которых наибольшее значение каждого из индикаторов прочности будет минимальным. В результате определены оптимальные углы φ и схемы выкладки препрега, обеспечивающие наибольшую прочность при каждой из комбинаций нагрузок.

На рис. 5–10 синий цвет линий соответствует выкладке $[+\varphi/-\varphi]$, оранжевый – выкладке $[0^\circ/+\varphi/-\varphi]$, зеленый – выкладке $[0^\circ/+\varphi/90^\circ/-\varphi]$. На рис. 6а, 8а, 10а маркерами в форме кружков обозначены напряжения σ_{11} , а в форме крестиков – напряжения σ_{22} . На рис. 6б, 8б, 10б кружки зеленого цвета соответствуют индикатору F_f^t , кружки красного цвета – F_f^c , крестики зеленого цвета – F_m^t , крестики красного цвета – F_m^c .

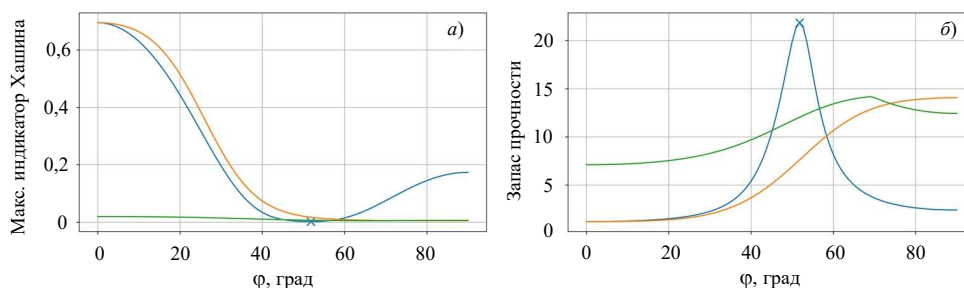


Рис. 5. Результаты расчета для случая воздействия внутреннего давления

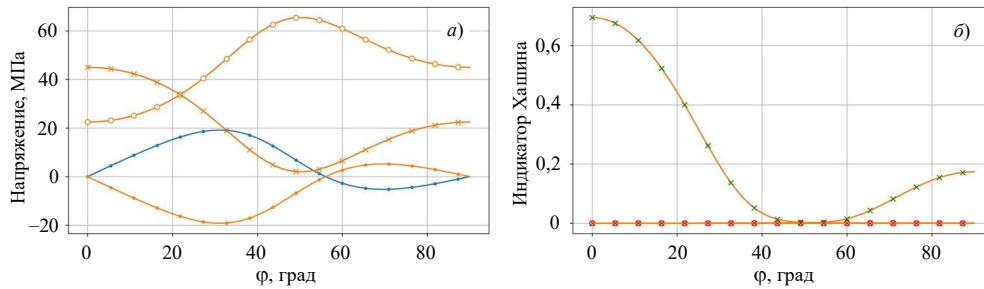


Рис. 6. Результаты расчета для случая воздействия внутреннего давления

При воздействии внутреннего давления кольцевые напряжения σ_k равны 45 МПа, осевые $\sigma_0 = 22,5$ МПа, касательные $\tau_{сд}$ равны нулю. Наибольший запас прочности обеспечивает схема выкладки слоев $[+\phi/-\phi]$ при угле $\phi = 52^\circ$ (обозначен крестиком на рис. 5). При этом угле выкладки максимальным будет напряжение растяжения волокна в осевом направлении σ_{11} (рис. 6a). Разрушение в этом случае происходит при достижении единицы индикатором прочности матрицы на растяжение F_m^t в слое 2 (рис. 6б).

В случае воздействия внутреннего давления и осевой сжимающей силы кольцевые напряжения $\sigma_k = 45$ МПа, осевые $\sigma_k = 163$ МПа, касательные $\tau_{сд} = 0$. Максимальному запасу прочности соответствует выкладка слоев $[0^\circ/+\phi/90^\circ/-\phi]$ при угле ϕ , равном 0° (обозначен крестиком на рис. 7). Максимальному напряжению при таком угле выкладки соответствует напряжение сжатия волокна σ_{11} (рис. 8a). Разрушение оболочки происходит в результате сжатия волокна (индикатор F_f^c) в слоях 1 и 4 (рис. 8б).

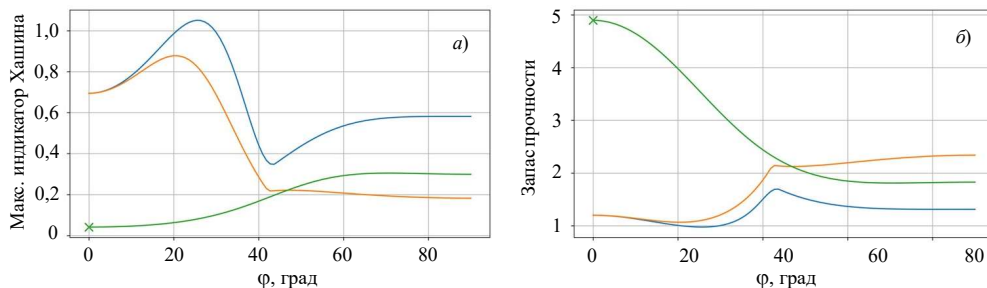


Рис. 7. Результаты расчета для случая воздействия внутреннего давления и осевой сжимающей силы

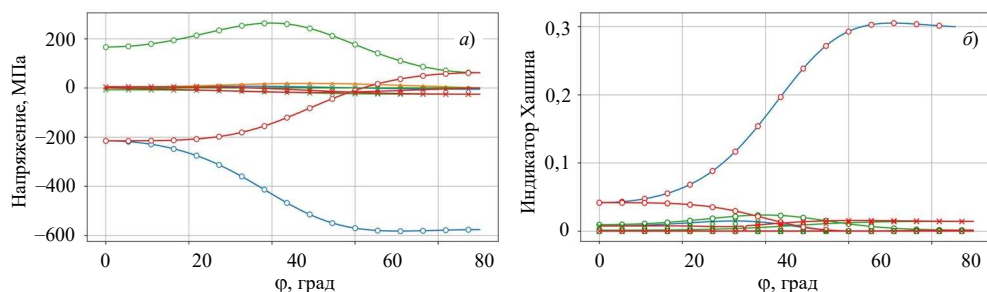


Рис. 8. Результаты расчета для случая воздействия внутреннего давления и осевой сжимающей силы

При одновременном воздействии внутреннего давления, осевой сжимающей силы и крутящего момента к осевым и кольцевым напряжениям из предыдущего случая добавляются касательные напряжения $\tau_{сд}$, равные 140 МПа. Максимальный запас прочности будет обеспечиваться при выкладке $[0^\circ/+ \varphi/-\varphi]$ и угле φ , равном 72° (обозначен крестиком на рис. 9). Максимальными напряжениями являются напряжения сжатия волокна σ_{11} . В этом случае разрушение происходит при сжатии волокна в слоях 2 и 3.

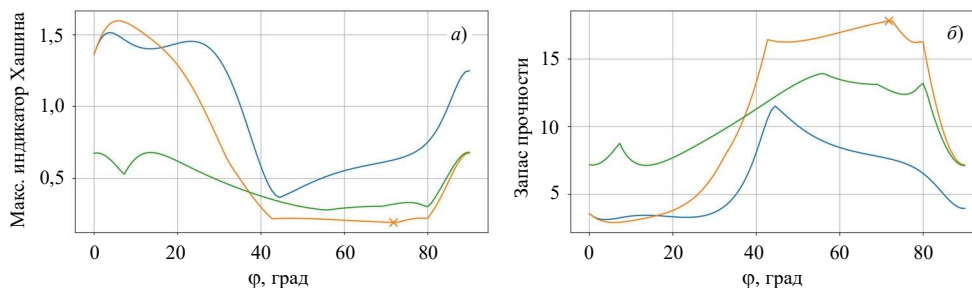


Рис. 9. Результаты расчета для случая воздействия внутреннего давления, осевой сжимающей силы и крутящего момента

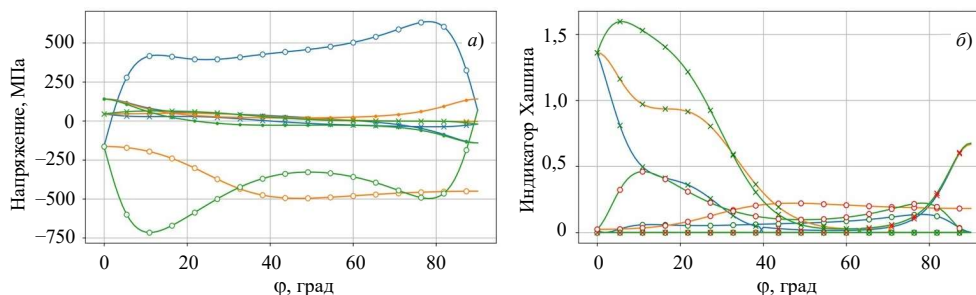


Рис. 10. Результаты расчета для случая воздействия внутреннего давления, осевой сжимающей силы и крутящего момента

Разработанный метод позволяет определять оптимальную выкладку и проводить предварительную оценку запаса прочности цилиндрических оболочек из ПКМ на основании экспериментально определяемых упругих параметров материала и параметров критерия прочности Хашина с учетом угла и схемы выкладки препрега при воздействии внутреннего давления, осевой сжимающей силы и крутящего момента.

Заключение

Для учета особенностей оболочечных изделий при проведении расчетов на прочность целесообразно использовать структурный подход, позволяющий проводить расчеты изделий с различными вариантами выкладки слоев материала. Для оценки прочности таких изделий следует использовать критерий, учитывающий отдельно прочность волокон и связующего при растяжении и сжатии. Наиболее подходящим для оценки прочности ПКМ является подход, основанный на критерии Хашина.

Разработанный метод идентификации параметров монослоя ПКМ по результатам испытаний однонаправленных образцов на растяжение и сжатие под углами $0, 45$ и 90° к направлению армирования позволяет проводить расчет НДС и оценку поврежденного состояния ПКМ с удовлетворительной точностью.

Приведенный метод позволяет проводить предварительную оценку запаса прочности цилиндрической оболочки из ПКМ и оптимизацию угла и схемы выкладки при воздействии различных комбинаций нагрузок, включая внутреннее давление, осевую сжимающую нагрузку и крутящий момент.

Список литературы

1. Буланов И.М., Воробей В.В. *Технология ракетных и аэрокосмических конструкций из композиционных материалов*. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1998. 516 с.
2. Веселов С.И., Карташов Г.Г. *Композиционные материалы в авиа-двигателестроении*. Куйбышев: КуАИ им. С.П. Королева, 1986. 122 с.
3. Васильев А.С. Математическое моделирование и числовое исследование композитных материалов в области предельной прочности. *Дисс... канд. техн. наук*. Комсомольск-на-Амуре, 2016. 165 с.
4. Васильев В.В. и др. *Композиционные материалы: Справочник*. Под общ. ред. В.В. Васильева, Ю.М. Тарнопольского. М.: Машиностроение, 1990. 510 с.
5. Azzi V.D., Tsai S.W. *Anisotropic strength composites. Experimental Mechanics*. 1965. Vol. 5. No 9. P. 283–288. DOI: 10.1007/BF02326292.
6. Azzi V.D., Tsai S.W. Elastic moduli of laminated anisotropic composites. *Experimental Mechanics*. 1965. Vol. 5. Iss. 6. P. 177–185. DOI: 10.1007/BF02328424.
7. Алфутов Н.А., Зиновьев П.А., Попов Б.Г. *Расчет многослойных пластин и оболочек из композиционных материалов*. М.: Машиностроение, 1984. 264 с.
8. Hashin Z., Rotem A. A fatigue failure criterion for fiber reinforced materials. *Journal of Composite Materials*. 1973. Vol. 7. Iss. 4. P. 448–464. <https://doi.org/10.1177/002199837300700404>.
9. Hashin Z. Failure criteria for unidirectional fiber composites. *Journal of Applied Mechanics*. 1980. Vol. 47. No 3. P. 329–334. DOI: 10.1115/1.3153664.
10. Бендюков В.В., Осяев О.Г. Критерии прочности анизотропных композитных материалов. *Научный вестник МГТУ ГА*. 2011. №163. С. 151–156.
11. *ГОСТ Р 56785-2015. Композиты полимерные. Метод испытания на растяжение плоских образцов*. М.: Стандартинформ, 2016. 20 с.
12. Reddy J.N., Robbins D.H. Theories and computational models for composite laminates. *Applied Mechanics Reviews*. 1994. Vol. 47. Iss. 6. P. 147–165. <https://doi.org/10.1115/1.3111076>.
13. Полилов А.Н., Татусь Н.А. Обоснование критериев прочности волокнистых композитов данными, полученными в эксперименте. *Вестник научно-технического развития*. 2012. №7(59). С. 35–50.
14. Тимошенко С.П., Гере Дж. *Механика материалов*. СПб.: Изд-во Лань, 2002. 672 с.
15. Воробьев И.А., Владимиров С.А., Шарова В.И. Метод определения упругих параметров полимерных композиционных материалов и оценка их прочности. *Космонавтика и ракетостроение*. 2024. №1. С. 76–81.
16. Carera E., Brischetto S. Analysis of thickness locking in classical, refined and mixed theories for layered shells. *Composite Structures*. 2008. Vol 85. Iss. 1. P. 83–90. DOI: 10.1016/j.compstruct.2007.10.009.
17. Carera E. Theories and finite elements for multilayered plates and shells: a unified compact formulation with numerical assessment and benchmarking. *Archives of Computational Methods in Engineering*. 2003. Vol. 10. Iss. 3. P. 215–296. DOI: 10.1007/BF02736224.
18. Образцов И.Ф., Васильев В.В., Бунаков В.А. *Оптимальное армирование оболочек вращения из композиционных материалов*. М.: Машиностроение, 1977. 144 с.
19. Noor A.K., Burton W.S., Peters, J.M. Assessment of computational models for multilayered composite cylinders. *International Journal of Solids and Structures*. 1991. Vol. 27. Iss. 10. P. 1269–1286. DOI: 10.1016/0020-7683(91)90162-9.
20. Богартычук А.С., Шнеренко К.Н. Применение метода конечных элементов к расчету трансверсально-изотропной цилиндрической оболочки с отверстием. *Прикладная механика*. 1987. Т. 23. №12. С. 125–128.

References

1. Bulanov I.M., Vorobey V.V. *Tekhnologiya raketnykh i aerokosmicheskikh konstruktsiy iz kompozitsionnykh materialov* [Technologies of Rocket and Aerospace Structures Made From Composite Materials]. Moscow. MG TU n.a. N.E. Bauman Publ. 1998. 516 p. (In Russian).
2. Veselov S.I., Kartashov G.G. *Kompozitsionnye materialy v avia-dvigatelsestroenii* [Composite Materials in Aircraft and Engine Manufacturing]. Kuybyshev. KuAI Publ. 1986. 122 p. (In Russian).
3. Vasilyev A.S. Matematicheskoe modelirovanie i chislovoe issledovanie kompozitnykh materialov v oblasti predelnoy prochnosti [Mathematical modeling and numerical study of composites materials in the field of ultimate strength]. *Diss... kand. tekhn. nauk* [Cand. Sci. (Engineering). Dissertation]. Komsomolsk-na-Amure. 2016. 165 p. (In Russian).
4. Vasilyev V.V. et al. *Kompozitsionnye materialy: Spravochnik* [Composite Materials: Reference Book]. Eds. V.V. Vasilyev, Yu.M. Tarnopolsky. Moscow. Mashinostroenie Publ. 1990. 510 p. (In Russian).
5. Azzi V.D., Tsai S.W. Anisotropic strength composites. *Exp. Mech.* 1965. Vol. 5. No 9. P. 283–288. DOI: 10.1007/BF02326292.
6. Azzi V.D., Tsai S.W. Elastic moduli of laminated anisotropic composites. *Exp. Mech.* 1965. Vol. 5. Iss. 6. P. 177–185. DOI: 10.1007/BF02328424.
7. Alfutov N.A., Zinovyev P.A., Popov B.G. *Raschet mnogosloynnykh plastin i obolochek iz kompozitsionnykh materialov* [Calculation of Multilayer Plates and Shells Made of Composite Materials]. Moscow. Mashinostroenie Publ. 1984. 264 p. (In Russian).
8. Hashin Z., Rotem A. A fatigue failure criterion for fiber reinforced materials. *J. Compos. Mater.* 1973. Vol. 7. Iss. 4. P. 448–464. DOI:10.1177/002199837300700404.
9. Hashin Z. Failure criteria for unidirectional fiber composites. *J. Appl. Mech.* 1980. Vol. 47. No 3. P. 329–334. DOI: 10.1115/1.3153664.
10. Bendyukov V.V., Osyaev O.G. Kriterii prochnosti anizotropnykh kompozitnykh materialov [Strength criteria for anisotropic composite materials]. *Nauchnyy Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta grazhdanskoj aviatsii* [Civil Aviation High Technologies]. 2011. No 163. P. 151–156 (In Russian).
11. *GOST R 56785-2015. Kompozity polimernye. Metod ispytaniya na rastyazhenie ploskikh obraztsov* [Polymer composites. Tensile test method for flat specimens]. Moscow. Standartinform Publ. 2016. 20 p. (In Russian).
12. Reddy J.N., Robbins D.H. Theories and computational models for composite laminates. *Appl. Mech. Rev.* 1994. Vol. 47. Iss. 6. P. 147–165. <https://doi.org/10.1115/1.3111076>.
13. Polilov A.N., Tatus N.A. Obosnovanie kriteriev prochnosti voloknistykh kompozitov dannymi, poluchennymi v eksperimente [Substantiation of strength criteria for FRP by experimental data]. *Vestnik nauchno-tekhnicheskogo razvitiya* [Bulletin of Science and Technical Development]. 2012. No 7(59). P. 35–50 (In Russian).
14. Timoshenko S.P., Gere J.M. *Mechanics of Materials*. New York. Van Nostrand Reinhold Co. 1972. 552 p.
15. Vorobyev I.A., Vladimirov S.A., Sharova V.I. Metod opredeleniya uprugikh parametrov polimernykh kompozitsionnykh materialov i otsenka ikh prochnosti [Method for determining elastic parameters of fiber reinforced materials and their durability evaluation]. *Kosmonavtika i raketostroenie* [Cosmonautics and Rocket Engineering]. 2024. No 1. P. 76–81 (In Russian).
16. Carera E., Brischetto S. Analysis of thickness locking in classical, refined and mixed theories for layered shells. *Compos. Struct.* 2008. Vol 85. Iss. 1. P. 83–90. DOI:10.1016/j.compstruct.2007.10.009.
17. Carera E. Theories and finite elements for multilayered plates and shells: a unified compact formulation with numerical assessment and benchmarking. *Arch. Comput. Methods Eng.* 2003. Vol. 10. Iss. 3. P. 215–296. DOI: 10.1007/BF02736224.
18. Obratsov I.F., Vasilyev V.V., Bunakov V.A. *Optimalnoe armirovanie obolochek vrashcheniya iz kompozitsionnykh materialov* [Optimal Reinforcement for Shells of Rotation Made of Composite Materials]. Moscow. Mashinostroenie Publ. 1977. 144 p. (In Russian).
19. Noor A.K., Burton W.S., Peters, J.M. Assessment of computational models for multilayered

composite cylinders. *Int. J. Solids Structs.* 1991. Vol. 27. Iss. 10. P. 1269–1286. DOI: 10.1016/0020-7683(91)90162-9.

20. Bogartychuk A.S., Shnerenko K.N. Primenenie metoda konechnykh elementov k raschetu transversalno-izotropnoy tsilindricheskoy obolochki s otverstiem [Application of the finite element method to calculations of transversely isotropic cylindrical shell with a hole]. *Prikladnaya mekhanika [International Applied Mechanics]*. 1987. Vol. 23. No 12. P. 125–128 (In Russian).

ELASTIC AND STRENGTH PARAMETERS DETERMINATION OF POLYMER COMPOSITE MATERIALS AND CYLINDRICAL SHELLS

Abashev D.R., Bondar V.S., Vorobyev I.A., Sharova V.I.

Moscow Polytechnic University, Moscow, Russian Federation

tm@mospolytech.ru

Received by the Editor 2023/10/13

The article presents a method for layout optimization in polymer composite materials that allows to assess their strength. In order to assess the stress-strain state of each layer, an orthotropic elasticity model is used assuming that the fibers in the material are parallel. The behavior model of polymer composite materials is based on the Hashin criterion, which makes it possible to separate the destruction mechanisms of matrix and fiber. The strength assessment was carried out in accordance with the structural approach involving studying the strength of each layer separately. The parameters of the deformation model and the Hashin strength criterion were determined based on the results of testing. Tests were carried out on unidirectional polymer composite materials samples cut at angles of 0, 90 and 45° to the direction of reinforcement. The verification was based on the results of bending tests of polymer composite materials samples. Verification showed high proximity between the calculation results and the experimental data. A method for selecting the layout angles of each layer of polymer composite materials has been developed making it possible to calculate the greatest strength of the cylindrical shell under various external loads. The method involves determining the stresses in each of the polymer composite materials layers, as well as Hashin indicators corresponding to the destruction of the fiber or matrix under tension or compression. Based on the indicator values, the optimal angle and layout pattern can be selected, providing the greatest margin of safety for the shell. This method allows for a preliminary assessment of the safety factor of cylindrical shells made of polymer composite materials based on the experimentally determined elastic parameters of the material and the parameters of the Hashin strength criterion. The method takes into account the angle and layout of the prepreg under the influence of internal pressure, axial compressive force and torque.

Keywords: strength, cylindrical shells, Hashin criterion, polymer composite materials, elastic parameters.