

УДК 539.375

DOI: 10.32326/1814-9146-2024-86-1-36-46

**КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ
ВЛИЯНИЯ ГИДРОСТАТИЧЕСКОГО ДАВЛЕНИЯ
В ТОНКОМ АДГЕЗИОННОМ СЛОЕ НА ЕГО РАЗРУШЕНИЕ
ПРИ СМЕШАННОЙ МОДЕ НАГРУЖЕНИЯ***

© 2024 г. **Глаголев В.В., Глаголев Л.В., Лутхов А.И.**

Тульский государственный университет, Тула, Российская Федерация

len4ic92@gmail.com

Поступила в редакцию 13.10.2023

Исследуется задача деформирования образца, представляющего собой композицию ортотропных тел, связанных адгезионным слоем, реализующая смешанную моду нагружения I+II для материала слоя в окрестности трещиноподобного дефекта. Трещиноподобный дефект в композите рассматривался в виде как математического, так и физического разреза, толщина которого была принята за линейный параметр. Использовано конечно-элементное решение с упругим описанием материалов в состоянии плоской деформации. Для нахождения критических состояний анализировались значения удельной упругой энергии в вершине трещиноподобного дефекта. Для математического разреза значения энергии связывались с коэффициентами интенсивности напряжений, а для физического разреза – с произведением линейного параметра и средней удельной свободной энергии на грани тупикового конечного элемента адгезионного слоя. Средние по толщине слоя характеристики определялись в рамках подхода Нейбера – Новожилова. При малом конечном значении линейного параметра показана сходимость произведения линейного параметра и средней удельной свободной энергии к критическому значению удельной упругой энергии, найденному для модели трещины в виде математического разреза, при эквивалентном нагружении образца с физическим разрезом и стремлении линейного параметра к нулевому значению. Для адгезионного слоя конечной толщины рассматривается энергетический критерий разрушения, учитывающий разрыхление материала за счет гидростатического давления. Разрыхление материала учитывалось параметром, который определялся из решения задачи нормального разрыва адгезионного слоя консолями двухконсольной балки с учетом критических значений удельных энергий. Проведено сравнение расчетной критической внешней нагрузки для постановки задачи с использованием слоя конечной толщины и классическим представлением трещиноподобного дефекта в виде математического разреза и слоя нулевой толщины при соответствующих критериях разрушения.

Ключевые слова: мода нагружения I+II, линейный параметр, метод конечных элементов, подход Нейбера – Новожилова.

* Выполнено за счет гранта РНФ №22-71-00003, <https://rscf.ru/project/22-71-00003/> в Тульском государственном университете.

Введение

В связи с применением композиционных материалов в различных отраслях промышленности актуально изучение прочностных характеристик этих структур при различных условиях нагружения. Из-за неоднородной структуры слоистых композитов вероятность разрушения или возникновения трещин в адгезионных соединениях этих материалов очень высока. В силу того, что толщины адгезионных соединений существенно уступают толщинам сопрягаемых ими несущих материалов композитов, разрушение адгезивов моделируют в виде продвижения математического разреза в слоистой структуре [1–4]. Критериальная основа процесса разрушения в этом случае базируется на подходах механики квазихрупкого разрушения [5, 6], связанных с удельной энергией G , приходящейся на единицу площади образуемой поверхности, в вершине трещиноподобного дефекта. Линейная механика разрушения связывает величину G при смешанной моде нагружения I+II с коэффициентом интенсивности напряжений $K^2 = K_I^2 + K_{II}^2$ [7]:

$$G = \alpha \frac{K^2}{E} = G_I + G_{II}, \quad (1)$$

где $\alpha = 1$ для плоского напряженного состояния; $\alpha = 1 - \nu^2$ для состояния плоской деформации; E – модуль упругости тела; ν – коэффициент Пуассона; K_I – коэффициент интенсивности напряжений для нагружения по моде I; K_{II} – коэффициент интенсивности напряжений для нагружения по моде II.

Критическое значение удельной энергии G_C [5] определяет предельное состояние трещины. В силу того, что в однородных изотропных телах устойчивый рост трещины возможен при ее нагружении нормальным разрывом, условие постоянства G_C из (1) приводит к следующему критерию [7]: $G_{IC} = G_I + G_{II}$ или $K_{IC}^2 = K_I^2 + K_{II}^2$, где индекс IC определяет критическое значение соответствующей величины для моды нагружения I.

Для ортотропных материалов один из вариантов критерия Гриффитса может быть представлен в форме [8]: $K_{IC}^2 = K_I^2 + \eta K_{II}^2$, где η – постоянная, определяемая прочностными характеристиками материала на сдвиг и растяжение. Напряженное состояние в соответствующих структурах с дефектом в виде трещины может быть определено с помощью подходов, рассмотренных в публикациях [9–12].

Для слоистых композитов, прочностные свойства адгезивов которых уступают соответствующим характеристикам несущих слоев, возможно проводить эксперименты не только по устойчивому разрушению адгезионного слоя по моде I [13], но и по моде II [14]. В этом случае критические значения энергии по моде I и моде II могут отличаться в несколько раз [14]. Следуя работе [14], приведем характеристики ряда адгезивов в таблице 1. Индекс 3 для модуля упругости и коэффициента Пуассона при дальнейшем изложении будем относить к материалу адгезива.

Таблица 1

Механические свойства адгезивов

Механические свойства	Araldite AV138	Araldite 2015	Sikaforce 7752
E_3 , ГПа	4,9	1,85	0,49
ν_3	0,35	0,33	0,3
G_{IC} , Дж/м ²	140	540	3786
G_{IIc} , Дж/м ²	352	2958	5552

Прямое использование (1) с учетом критических значений (см. табл. 1) приводит к тому, что критическое значение удельной энергии при смешанной моде нагружения рассматриваемых адгезивов не является постоянной величиной. В качестве критерия разрушения в случае смешанной моды нагружения математического разреза может использоваться взаимосвязь между величинами упругой энергии [15]:

$$\left(\frac{G_I}{G_{IC}}\right)^{\alpha_1} + \left(\frac{G_{II}}{G_{IC}}\right)^{\alpha_2} = 1, \quad (2)$$

где α_1, α_2 – постоянные материала.

Постоянные α_1, α_2 полагаем равными, $\alpha_1 = \alpha_2$ [16]. Для нахождения постоянной α_1 строится набор кривых при различных значениях α_1 и проводится сравнение с тестируемым образцом [14, 16, 17]. Согласно статье [14], для адгезивов Araldite AV138 и Araldite 2015 $\alpha_1 = 0,5$, а для Sikaforce 7752 $\alpha_1 = 2$. При этом физического обоснования выбора коэффициентов не приводится.

Наряду с критерием (2) для модели слоя конечной толщины δ_0 используем следующий критерий:

$$\delta_0[(1 + \beta \text{sign } \bar{\sigma})\bar{\varphi}^\sigma + \bar{\varphi}^\tau] = G_{IIc}, \quad (3)$$

где $\bar{\sigma}$ – среднее по толщине слоя гидростатическое давление; $\bar{\varphi}^\sigma$ – средняя по толщине слоя удельная (к единице объема) энергия изменения объема; $\bar{\varphi}^\tau$ – средняя по толщине слоя удельная (к единице объема) энергия изменения формы; β – параметр, учитывающий разрыхление адгезива, рассчитываемый для конкретного адгезива по формуле: $\beta = (G_{IIc} - G_{IC}) / (\delta_0 \bar{\varphi}^\sigma)_{IC}$; $(\delta_0 \bar{\varphi}^\sigma)_{IC}$ – значение произведения линейного параметра и энергии изменения объема при критической внешней нагрузке адгезионного слоя нормальным разрывом.

В статье [18] показано, что при стремлении линейного параметра δ_0 к нулевому значению произведения линейного параметра и средней удельной свободной энергии имеют асимптотическую сходимость к удельной упругой энергии в вершине математического разреза. В критическом состоянии моды II, когда $\bar{\varphi}_{IIc}^\sigma = 0$, из (3) приходим к равенству $\delta_0 \bar{\varphi}_{IIc}^\tau = G_{IIc}$, а для моды I – к равенству $\delta_0 (\bar{\varphi}_{IC}^\sigma + \bar{\varphi}_{IC}^\tau) = \delta_0 \bar{\varphi}_{IC} = G_{IC}$. В настоящей статье при исследовании критического состояния трещиноподобного дефекта адгезионного слоя, сопрягающего элементы несущего ортотропного материала, для состояния плоской деформации при смешанной моде нагружения I+II предлагается использовать конечно-элементное решение соответствующих задач в рамках комплекса ANSYS. Для критерия (2) используем модель трещины в виде математического разреза. Для критерия (3) при определении средних по толщине слоя характеристик используем подход Нейбера – Новожилова [19, 20]. В этом случае адгезионный слой рассматриваем в виде квадратных в плане элементов с гранью размером δ_0 . Произведение линейного параметра и средней удельной свободной энергии грани окончания физического разреза определяем по формуле:

$$2\bar{\gamma} = \delta_0 \bar{\varphi}, \quad (4)$$

где

$$\bar{\varphi} = \frac{1}{\delta_0} \int_{-\delta_0/2}^{\delta_0/2} \varphi dx_2,$$

$\varphi = (\sigma_{11}\varepsilon_{11} + \sigma_{22}\varepsilon_{22} + 2\sigma_{12}\varepsilon_{12})/2$ – удельная свободная энергия; $\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{12}$ – компоненты тензора напряжений; $\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}, \varepsilon_{12}$ – компоненты тензора деформаций.

Представим приращение удельной свободной энергии в виде суммы инвариантных слагаемых [21]:

$$\varphi = \varphi^\sigma + \varphi^\tau,$$

где $\varphi^\sigma = 3(1 - 2\nu_3)\sigma^2/(2E_3)$ – изменение удельной энергии деформации объема; $\varphi^\tau = (1 + \nu_3)\tau^2/(2E_3)$ – изменение удельной энергии деформации формы; $\sigma = (\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33})/3$ – гидростатическое давление; для состояния плоской деформации $\sigma_{33} = \nu_3(\sigma_{11} + \sigma_{22})$; $\tau^2 = \tilde{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \tilde{\boldsymbol{\sigma}}$ – свертка девиаторных составляющих тензора напряжений.

Выделим из (4) произведение линейного параметра и средней удельной свободной энергии деформации объема:

$$2\bar{\gamma}^\sigma = \delta_0 \bar{\varphi}^\sigma, \quad (5)$$

где

$$\bar{\varphi}^\sigma = \frac{3(1 - 2\nu_3)\bar{\sigma}^2}{2E_3}, \quad \bar{\sigma}^2 = \frac{1}{\delta_0} \int_{-\delta_0/2}^{\delta_0/2} \sigma^2 dx_2.$$

Используем анализ вычислительной сходимости (4), (5) при уменьшении параметра δ_0 для нахождения критических состояний в рамках критерия (3).

1. Нахождение параметра разрыхления

Для нахождения параметра β используем расчетную схему двухконсольной балки (ДКБ-образец) при нагружении адгезионного слоя нормальным разрывом (рис. 1).

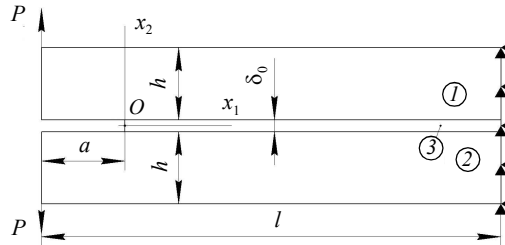


Рис. 1. Схема нагружения адгезионного слоя ДКБ-образца нормальным разрывом

Правый торец образца жестко закреплен от перемещений, на тела 1 и 2 действует симметричная, равномерно распределенная по левым торцам нагрузка P . Остальная поверхность образца свободна от нагрузки.

Тела 1 и 2 с одинаковыми толщинами h и механическими свойствами (таблица 2) связаны адгезионным слоем 3 толщиной δ_0 . Соответствующий ортотропный материал консолей (carbon-epoxy) использовался при анализе критических состояний [14].

Таблица 2

Механические свойства консолей

Модуль Юнга, ГПа	Коэффициент Пуассона	Модуль сдвига, ГПа
$E_{x_1} = 109$	$\nu_{x_1x_2} = 0,342$	$G_{x_1x_2} = 4,315$
$E_{x_2} = 8,819$	$\nu_{x_1x_3} = 0,342$	$G_{x_1x_3} = 4,315$
$E_{x_3} = 8,819$	$\nu_{x_2x_3} = 0,380$	$G_{x_2x_3} = 3,200$

Направление оси x_3 образует с направляющими векторами осей x_1 и x_2 правую тройку.

Принимаем следующие геометрические характеристики образца: длина физического разреза $a = 0,055$ м, ширина консолей $h = 0,0127$ м, толщина образца (в плоскости, ортогональной x_1Ox_2) $b = 0,025$ м, длина образца $l = 0,245$ м, толщина физического разреза δ_0 .

Критическую внешнюю нагрузку определяем в рамках модели трещины в виде математического разреза и критических значений энергии для моды I (см. табл. 1) в комплексе ANSYS. Результаты расчета критической нагрузки приведены в таблице 3.

Таблица 3

Критическая нагрузка

Внешняя нагрузка	Araldite AV138	Araldite 2015	Sikaforce 7752
P , МПа	1,640	3,220	8,527

При найденной критической внешней нагрузке проанализируем соответствующие произведения линейного параметра и средней удельной свободной энергии (4), (5) в зависимости от значения линейного параметра δ_0 . В таблице 4 приведены результаты расчетов для адгезива Araldite AV138, в таблице 5 – для адгезива Araldite 2015, в таблице 6 – для адгезива Sikaforce 7752.

Таблица 4

Результаты для адгезива Araldite AV138

δ_0 , м	$\delta_0 \bar{\varphi}_{IC}$, Дж/м ²	$\delta_0 \bar{\varphi}_{IC}^\sigma$, Дж/м ²
10^{-2}	150,24	43,56
10^{-3}	137,23	55,76
10^{-4}	136,25	57,07
10^{-5}	136,04	56,79
10^{-6}	135,59	56,52

Таблица 5

Результаты для адгезива Araldite 2015

δ_0 , м	$\delta_0 \bar{\varphi}_{IC}$, Дж/м ²	$\delta_0 \bar{\varphi}_{IC}^\sigma$, Дж/м ²
10^{-2}	678,19	237,16
10^{-3}	600,56	279,84
10^{-4}	577,70	278,22
10^{-5}	571,48	277,33
10^{-6}	569,49	277,07

Таблица 6

Результаты для адгезива Sikaforce 7752

δ_0 , м	$\delta_0 \bar{\varphi}_{IC}$, Дж/м ²	$\delta_0 \bar{\varphi}_{IC}^{\sigma}$, Дж/м ²
10^{-2}	7300,02	2300,68
10^{-3}	4546,79	2290,50
10^{-4}	4104,33	2191,35
10^{-5}	4020,49	2169,95
10^{-6}	4002,11	2166,83

Из таблиц 4–6 видно, что для значения линейного параметра $\delta_0 = 10^{-6}$ м имеет место сходимость произведения линейного параметра и средней удельной свободной энергии (4) к критическим значениям (см. табл. 1). Наибольшая погрешность составляет 5,4% для адгезива Sikaforce 7752.

На рис. 2 показана зависимость относительного значения произведения линейного параметра и средней удельной свободной энергии от толщины адгезионного слоя при приложении критической внешней нагрузки для адгезива Sikaforce 7752 (см. табл. 3).

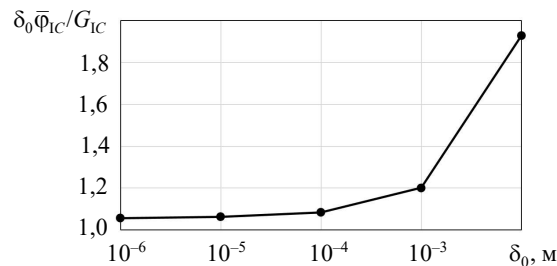


Рис. 2. Зависимость произведения линейного параметра и средней удельной свободной энергии от толщины слоя для адгезива Sikaforce 7752

Используем результаты расчетов произведения линейного параметра и средней удельной свободной энергии деформации объема при $\delta_0 = 10^{-6}$ м для нахождения параметра разрыхления рассматриваемых адгезивов. Результаты расчетов помещены в таблице 7.

Таблица 7

Значение параметра разрыхления

Параметр	Araldite AV138	Araldite 2015	Sikaforce 7752
β	3,75	8,73	0,82

2. Анализ смешанной моды нагружения адгезива

Для анализа смешанной моды нагружения I+II исследуем схему нагружения «single leg bending» (SLB-образец) [14] (рис. 3). Две ортотропные консоли с одинаковыми механическими свойствами материала (carbon-эпоху), представленными в таблице 2, сопрягаются адгезионными слоями со свойствами из таблицы 1. Нижний правый угол тела 3 жестко закреплен от перемещений, нижний левый торец тела 1 взаимодействует с заделкой, ограничивающей в перемещении в вертикальном направлении. На тело 1 действует удельная сила P , отнесенная к толщине образца. Остальная поверхность образца свободна от нагрузки. Критическая удельная сила P_{cr} подлежит нахождению при выборе рассматриваемых критериев разрушения.

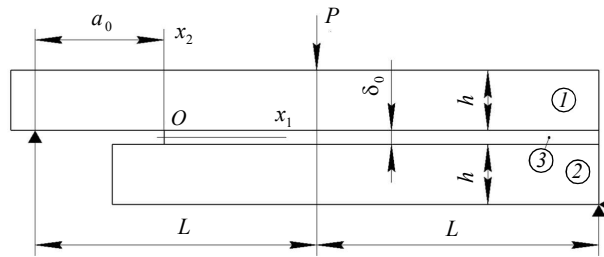


Рис. 3. Схема нагружения адгезионного слоя SLB-образца смешанной модой нагружения

Для геометрических характеристик консолей SLB-образца, у которых расстояние от воздействия нагрузки до опоры $L = 0,1$ м, начальная длина трещины $a_0 = 0,06$ м, ширина консоли $h = 0,003$ м, толщина образца (в плоскости, ортогональной x_1Ox_2) $b = 0,025$ м, толщина адгезионного слоя δ_0 , проведем сравнение значений критических распределенных по ширине образца сил, получаемых в рамках критериев (2) и (3). В расчетах использовался конечно-элементный комплекс ANSYS. Для критерия (2) использовалась модель трещины в виде математического разреза.

На рис. 4 показано сравнение безразмерной критической силы от длины трещиноподобного дефекта для рассматриваемых адгезивов. Критическая удельная сила P_{cr} отнесена к максимальной критической силе P_{cr}^{max} , полученной для SLB-образца с начальной длиной трещины $a_0 = 0,06$ м при выполнении критерия (3). График 1 соответствует модели математического разреза при удовлетворении критерия (2), график 2 – модели физического разреза при удовлетворении критерия (3).

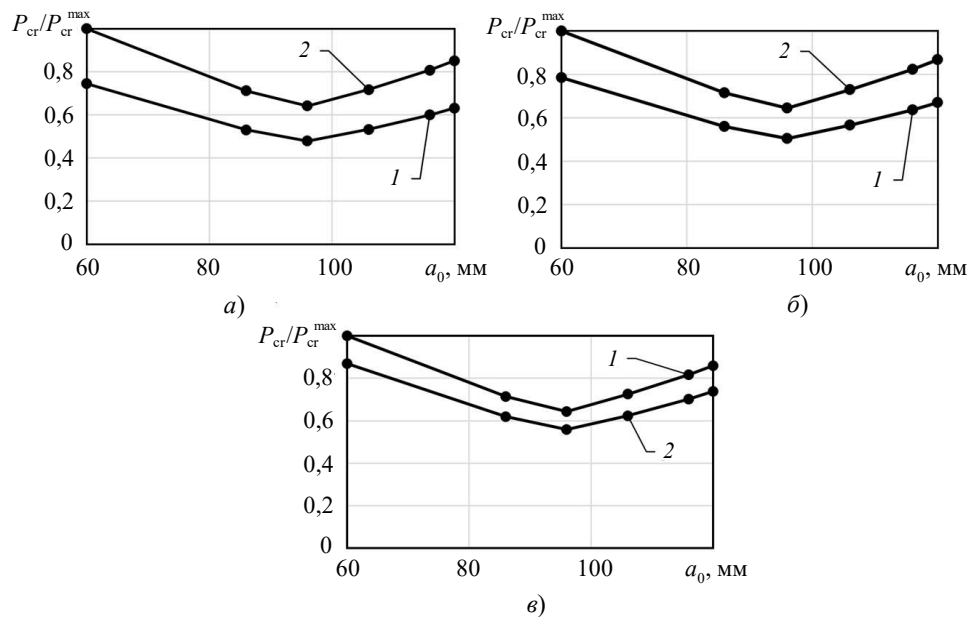


Рис. 4. Зависимость безразмерной силы от длины трещины: а) Araldite AV138, б) Araldite 2015, в) Sikaforce 7752

Из рис. 4 видно, что максимальная погрешность между критическими нагрузками составляет не более 25%. Однако при использовании критерия (2) выбор показателей степени не очевиден, требуется проведение эксперимента.

Результаты расчетов критического значения энергии G_{I+II} в рамках критерия (3) и критического значения энергии G'_{I+II} для модели математического разреза и критерия (2) для различных длин трещиноподобного дефекта представлены в таблице 8.

Таблица 8

Значения критических значений удельной энергии

Удельная энергия, Дж/м ²	Araldite AV138	Araldite 2015	Sikaforce 7752
$a_0 = 60$ мм			
G'_{I+II}	101,7	495,2	5740,4
G_{I+II}	184,9	802,3	4336,9
$a_0 = 86$ мм			
G'_{I+II}	102,0	497,2	5780,1
G_{I+II}	186,2	802,3	4336,9
$a_0 = 96$ мм			
G'_{I+II}	102,0	496,8	5773,3
G_{I+II}	186,2	808,8	4345,9
$a_0 = 106$ мм			
G'_{I+II}	103,0	508,3	5972,8
G_{I+II}	193,4	846,7	4405,2
$a_0 = 116$ мм			
G'_{I+II}	103,1	509,2	5984,8
G_{I+II}	193,9	849,6	4408,6
$a_0 = 120$ мм			
G'_{I+II}	103,2	509,4	5991,6
G_{I+II}	194,3	851,8	4411,0

Из таблицы 8 видно, что для определенных длин трещины критическое значение удельной упругой энергии в ее вершине в рамках критерия (2) может оказаться как меньше значения G_{IC} , так и больше G_{IIC} . При использовании критерия (3) критическое значение находится в диапазоне от G_{IC} до G_{IIC} .

Заключение

На основе конечно-элементной модели деформирования SLB-образца, реализующего смешанную моду нагружения I+II тонкого адгезионного слоя, проведен анализ критических состояний в рамках модели слоя нулевой толщины и слоя конечной толщины. Для слоя конечной толщины в качестве критерия разрушения рассматривался критерий, учитывающий среднее гидростатическое напряжение в слое. Нахождение средних характеристик напряженно-деформированного состояния в слое определялось в рамках подхода Нейбера – Новожилова на основе конечно-элементного решения. Показано, что учет разрыхления тонкого слоя за счет положительного гидростатического напряжения приводит к близкому результату для расчетной внешней нагрузки по известной модели.

Список литературы

1. Болотин В.В., Новичков Ю.Н. *Механика многослойных конструкций*. М.: Машиностроение, 1980. 375 с.

2. Черепанов Г.П. *Механика разрушения композиционных материалов*. М.: Наука, 1974. 640 с.
3. Фудзии Т., Дзако М. *Механика разрушения композиционных материалов*. М.: Мир, 1982. 232 с.
4. Гольдштейн Р.В., Перельмутер М.Н. Рост трещин по границе соединения материалов. *Проблемы механики: Сборник статей к 90-летию со дня рождения А.Ю. Ишлинского*. Под ред. Д.М. Климова. М.: Физматлит, 2003. С. 221–239.
5. Griffith A.A. The phenomena of rupture and flow in solids. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Ser. A*. 1921. Vol. 221. Iss. 582-583. P. 163–189. <https://doi.org/10.1098/rsta.1921.0006>.
6. Rice J.R. A path independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks. *Journal of Applied Mechanics*. 1968. Vol. 35. Iss. 2. P. 379–386. <https://doi.org/10.1115/1.3601206>.
7. Паргон В.З., Морозов Е.М. *Механика упругопластического разрушения*. М.: Наука, 1985. 502 с.
8. Fakoор M., Vazirinejad A., Daneshjoo Z. In the ability to extend Hashin criterion for mixed mode I/II fracture assessment of cracked orthotropic materials. *Archive of Applied Mechanics*. 2023. Vol. 93. P. 3851–3862. <https://doi.org/10.1007/s00419-023-02465-6>.
9. Ustinov K.B., Massabo R., Lisovenko D.S. Orthotropic strip with central semi-infinite crack under arbitrary loads applied far apart from the crack tip. Analytical solution. *Engineering Failure Analysis*. 2020. Vol. 110. Article No 104410. <https://doi.org/10.1016/j.engfailanal.2020.104410>.
10. Ustinov K.B., Idrisov D.M. On delamination of bi-layers composed by orthotropic materials: Exact analytical solutions for some particular cases. *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik*. 2021. Bd. 101. Ausgabe 4. Artikel Nu e202000239. <https://doi.org/10.1002/zamm.202000239>.
11. Bruno D., Greco F. Mixed-mode delamination in plates: a refined approach. *International Journal of Solids and Structures*. 2001. Vol. 38. Iss. 50-51. P. 9149–9177. [https://doi.org/10.1016/S0020-7683\(01\)00179-2](https://doi.org/10.1016/S0020-7683(01)00179-2).
12. Andrews M.G., Massabo R. The effects of shear and near tip deformations on energy release rate and mode mixity of edge-cracked orthotropic layers. *Engineering Fracture Mechanics*. 2007. Vol. 74. Iss. 17. P. 2700–2720. <https://doi.org/10.1016/J.ENGFRACMECH.2007.01.013>.
13. Lopes R.M., Campilho R.D.S.G., da Silva F.J.G., Faneco T.M.S. Comparative evaluation of the Double-Cantilever Beam and Tapered Double-Cantilever Beam tests for estimation of the tensile fracture toughness of adhesive joints. *International Journal of Adhesion and Adhesives*. 2016. Vol. 67. P. 103–111. <https://doi.org/10.1016/j.ijadhadh.2015.12.032>.
14. Santos M.A.S., Campilho R.D.S.G. Mixed-mode fracture analysis of composite bonded joints considering adhesives of different ductility. *International Journal of Fracture*. 2017. Vol. 207. P. 55–71. <https://doi.org/10.1007/s10704-017-0219-x>.
15. Wu E.M., Reuter R.C.J. *Crack Extension in Fiberglass Reinforced Plastics*. Chicago: University of Illinois, 1965. 15 p. <https://doi.org/10.21236/ad0613576>.
16. Alfano G., Crisfield M.A. Finite element interface models for the delamination analysis of laminated composites: Mechanical and computational issues. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 2001. Vol. 50. Iss. 7. P. 1701–1736. <https://doi.org/10.1002/nme.93>.
17. Neves L.F.R., Campilho R.D.S.G., Sanchez-Arce I.J., Madani K., Prakash C. Numerical modelling and validation of mixed-mode fracture tests to adhesive joints using J-integral concepts. *Processes*. 2022. Vol. 10. Iss. 12. Article No 2730. <https://doi.org/10.3390/pr10122730>.
18. Glagolev V.V., Markin A.A. Fracture models for solid bodies, based on a linear scale parameter. *International Journal of Solids and Structures*. 2019. Vol. 158. P. 141–149. <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2018.09.002>.
19. Новожилов В.В. О необходимом и достаточном критерии хрупкой прочности. *ПММ*. 1969. Т. 33. Вып. 2. С. 212–222.
20. Neuber H. *Theory of Notch Stresses: Principles for Exact Calculation of Strength with Reference to Structural Form and Material*. Berlin: Springer-Verlag, 1958. 180 p.
21. Хан Х. *Теория упругости. Основы линейной теории*. М.: Мир, 1988. 344 с.

References

1. Bolotin V.V., Novichkov Yu.N. *Mekhanika mnogosloynnykh konstruksiy* [The Mechanics of Multilayered Constructions]. Moscow. Mashinostroenie Publ. 1980. 375 p. (In Russian).
2. Cherepanov G.P. *Mechanics of Brittle Fracture*. New York. McGraw-Hill. 1979. 939 p.
3. Fudzii T., Dzako M. *Mekhanika razrusheniya kompozitsionnykh materialov* [Fracture Mechanics of Composite Materials]. Moscow. Mir Publ. 1982. 232 p. (In Russian).
4. Goldshteyn R.V., Perelmuter M.N. Rost treshchin po granitse soedineniya materialov [Growth of cracks along the interface between materials]. *Problemy mekhaniki: Sbornik statey k 90-letiyu so dnya rozhdeniya A.Yu. Ishlinskogo* [Problems of Mechanics: Collection of Articles Dedicated to the 90th Anniversary of the Birth of A.Yu. Ishlinskiy]. Ed. D.M. Klimov. Moscow. Fizmatlit Publ. 2003. P. 221–239 (In Russian).
5. Griffith A.A. The phenomena of rupture and flow in solids. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Ser. A*. 1921. Vol. 221. Iss. 582-583. P. 163–189. <https://doi.org/10.1098/rsta.1921.0006>.
6. Rice J.R. A path independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks. *J. Appl. Mech.* 1968. Vol. 35. Iss. 2. P. 379–386. <https://doi.org/10.1115/1.3601206>.
7. Parton V.Z., Morozov E.M. *Mekhanika uprugoplasticheskogo razrusheniya* [Mechanics of Elastoplastic Fracture]. Moscow. Nauka Publ. 1985. 502 p. (In Russian).
8. Fakoor M., Vazirinejad A., Daneshjoo Z. In the ability to extend Hashin criterion for mixed mode I/II fracture assessment of cracked orthotropic materials. *Arch. Appl. Mech.* 2023. Vol. 93. P. 3851–3862. <https://doi.org/10.1007/s00419-023-02465-6>.
9. Ustinov K.B., Massabo R., Lisovenko D.S. Orthotropic strip with central semi-infinite crack under arbitrary loads applied far apart from the crack tip. Analytical solution. *Eng. Fail. Anal.* 2020. Vol. 110. Article No 104410. <https://doi.org/10.1016/j.engfailanal.2020.104410>.
10. Ustinov K. B., Idrisov D.M. On delamination of bi-layers composed by orthotropic materials: Exact analytical solutions for some particular cases. *ZAMM*. 2021. Bd. 101. Ausgabe 4. Artikel Nu e202000239. <https://doi.org/10.1002/zamm.202000239>.
11. Bruno D., Greco F. Mixed-mode delamination in plates: a refined approach. *Int. J. Solids Struct.* 2001. Vol. 38. Iss. 50-51. P. 9149–9177. [https://doi.org/10.1016/S0020-7683\(01\)00179-2](https://doi.org/10.1016/S0020-7683(01)00179-2).
12. Andrews M.G., Massabo R. The effects of shear and near tip deformations on energy release rate and mode mixity of edge-cracked orthotropic layers. *Eng. Fract. Mech.* 2007. Vol. 74. Iss. 17. P. 2700–2720. <https://doi.org/10.1016/J.ENGFRACMECH.2007.01.013>.
13. Lopes R.M., Campilho R.D.S.G., da Silva F.J.G., Faneco T.M.S. Comparative evaluation of the Double-Cantilever Beam and Tapered Double-Cantilever Beam tests for estimation of the tensile fracture toughness of adhesive joints. *Int. J. Adhes. Adhes.* 2016. Vol. 67. P. 103–111. <https://doi.org/10.1016/j.ijadhadh.2015.12.032>.
14. Santos M.A.S., Campilho R.D.S.G. Mixed-mode fracture analysis of composite bonded joints considering adhesives of different ductility. *Int. J. Fract.* 2017. Vol. 207. P. 55–71. <https://doi.org/10.1007/s10704-017-0219-x>.
15. Wu E.M., Reuter R.C.J. *Crack Extension in Fiberglass Reinforced Plastics*. Chicago. University of Illinois. 1965. 15 p. <https://doi.org/10.21236/ad0613576>.
16. Alfano G., Crisfield M.A. Finite element interface models for the delamination analysis of laminated composites: Mechanical and computational issues. *Int. J. Numer. Methods Eng.* 2001. Vol. 50. Iss. 7. P. 1701–1736. <https://doi.org/10.1002/nme.93>.
17. Neves L.F.R., Campilho R.D.S.G., Sanchez-Arce I.J., Madani K., Prakash C. Numerical modelling and validation of mixed-mode fracture tests to adhesive joints using J-integral concepts. *Processes*. 2022. Vol. 10. Iss. 12. Article No 2730. <https://doi.org/10.3390/pr10122730>.
18. Glagolev V.V., Markin A.A. Fracture models for solid bodies, based on a linear scale parameter. *Int. J. Solids Struct.* 2019. Vol. 158. P. 141–149. <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2018.09.002>.
19. Novozhilov V.V. On a necessary and sufficient criterion for brittle strength. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*. 1969. Vol. 33. Iss. 2. P. 201–210. [https://doi.org/10.1016/0021-8928\(69\)90025-2](https://doi.org/10.1016/0021-8928(69)90025-2).

20. Neuber H. *Theory of Notch Stresses: Principles for Exact Calculation of Strength with Reference to Structural Form and Material*. Berlin. Springer-Verlag. 1958. 180 p.
21. Hahn H. *Elastizitätstheorie: Grundlagen der Linearen Theorie und Anwendungen* Wiesbaden. Vieweg&Teubner. 1985. 336 p. (Auf Deutsch).

**A FINITE ELEMENT ANALYSES OF THE EFFECT OF HYDROSTATIC PRESSURE
IN A THIN ADHESIVE LAYER ON ITS FRACTURE
UNDER MIXED-MODE LOADING***

Glagolev V.V., Glagolev L.V., Lutkhov A.I.

Tula State University, Tula, Russian Federation

len4ic92@gmail.com

Received by the Editor 2023/10/13

The problem of deformation of a sample, which is a composition of orthotropic bodies bound by an adhesive layer, realizing a mixed loading mode I + II for the layer material in the vicinity of a crack-like defect, is considered. A crack-like defect in a composite was considered both in the form of a mathematical section and a physical section, the thickness of which was considered as a linear parameter. A finite element solution with an elastic description of materials in a state of plane deformation is used. To find critical states, the values of specific elastic energy in the tip of a crack-like defect were analyzed. So, for the mathematical section, the values of energy were associated with stress intensity factors and for the physical section with the energy product in the form of the product of a linear parameter and the average specific free energy on the face of a dead-end finite element of the adhesive layer. Finding the characteristics averaged over the layer thickness was determined within the framework of the Neuber – Novozhilov approach. For a small finite value of the linear parameter the convergence of the energy product to the critical value of the specific elastic energy found for the crack model in the form of a mathematical cut is shown for equivalent loading of the sample with a physical cut and the linear parameter tends to zero. For an adhesive layer of finite thickness an energy fracture criterion is considered which takes into account the loosening of the material due to hydrostatic pressure. The loosening of the material was taken into account by the parameter which was determined from the solution of the problem of normal tension of the adhesive layer by the cantilevers of the two-cantilever beam taking into account the critical values of the specific elastic energy. A comparison is made of the calculated critical external load for the formulation of the problem using a layer of finite thickness and the classical representation of a crack-like defect in the form of a mathematical section and a layer of zero thickness under the appropriate failure criteria.

Keywords: loading mode I+II, linear parameter, finite element method, Neuber – Novozhilov approach.

*The research was supported by the Russian Science Foundation grant No 22-71-00003, <https://rscf.ru/project/22-71-00003/> at Tula State University.