

УДК 539.3

DOI: 10.32326/1814-9146-2023-85-2-215-223

## ОБ ИССЛЕДОВАНИИ ВЛИЯНИЯ ПАРАМЕТРОВ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ НА ДЕФОРМИРОВАНИЕ МЯГКИХ ОБОЛОЧЕК ВРАЩЕНИЯ

© 2023 г.

Коровайцева Е.А.

*НИИ механики Московского государственного университета  
имени М.В. Ломоносова, Москва, Российская Федерация*

katrell@mail.ru

*Поступила в редакцию 29.12.2022*

Предлагается использование метода дифференцирования по параметру для упрощения численного исследования влияния параметров исходных данных задачи о статическом деформировании мягкой оболочки из высокоэластичного материала на ее напряженно-деформированное состояние. Система уравнений деформирования оболочки формулируется в векторно-матричной форме. В отличие от традиционного способа выбора параметра продолжения решения нелинейной задачи исходные соотношения дифференцируются по параметру исходных данных, зависимость поведения оболочки от которого исследуется. При этом величины компонент напряженно-деформированного состояния оболочки должны соответствовать продиктованному эксплуатационными требованиями к ней условию, связывающему значения исследуемого параметра исходных данных со значениями каких-либо величин, характеризующих состояние оболочки. Таким образом, исходная нелинейная краевая задача сводится к совокупности взаимосвязанных квазилинейной краевой и нелинейной начальной задач в скоростях разрешающих переменных по параметру дифференцирования, а указанное условие представляет собой соотношение, связывающее этот параметр с компонентами вектора разрешающих переменных задачи. Решение полученной совокупности систем уравнений осуществляется последовательно итерационным способом в заданном диапазоне изменения параметра. В качестве примера исследовано влияние радиуса заделанной по торцам цилиндрической оболочки из неогукковского материала на максимальные значения характеристик напряженно-деформированного состояния оболочки и их распределение по меридиану. Установлено, что с увеличением радиуса величины деформаций оболочки возрастают, при этом для окружной и поперечной деформаций существует некоторое значение радиуса, при котором их максимальные величины достигают экстремума. Для больших значений радиуса цилиндра характерно также увеличение длины зоны краевого эффекта.

*Ключевые слова:* мягкая оболочка, нелинейная краевая задача, метод дифференцирования по параметру.

### Введение

Большинство рассматриваемых в литературе задач исследования поведения мягких оболочек из высокоэластичных материалов являются задачами поверочного

расчета [1–13]. Однако для инженерной практики существенный интерес представляют также задачи проектировочного расчета, цель которых – подбор геометрических, физических и иных параметров конструкций, основанный на удовлетворении требований, предъявляемых к их прочности и жесткости. Решение задач подобной постановки для мягких оболочек представлено в литературе крайне ограниченно [14–16]. При этом в указанных публикациях рассматриваются лишь частные случаи оболочек простейшей геометрии и для конкретных случаев их нагружения и закрепления либо выводятся аналитические соотношения, либо многократно численно решаются системы уравнений при переборе величин, подлежащих определению параметров конструкции в некотором диапазоне. Очевидно, что такой подход к исследованию зависимости поведения конструкции от параметров исходных данных обусловлен сложностью постановки задачи деформирования мягкой оболочки из высокоэластичного материала, связанной с необходимостью учета и физической, и геометрической нелинейностей. Однако использование метода непрерывного продолжения по параметру [17] позволяет разработать более универсальный и эффективный алгоритм проектировочного расчета и параметрического анализа конструкции. В настоящей статье описана методика такого анализа и приведен пример ее реализации.

### Постановка задачи

Пусть задача осесимметричного статического деформирования мягкой оболочки вращения из высокоэластичного материала описывается совокупностью системы дифференциальных уравнений

$$\frac{dy}{dx} = \mathbf{f}(x, \mathbf{y}, \mathbf{z}, \boldsymbol{\mu}, \mathbf{q}) \quad (1)$$

и системы алгебраических соотношений

$$\boldsymbol{\varphi}(x, \mathbf{y}, \mathbf{z}, \boldsymbol{\mu}, \mathbf{q}) = \mathbf{0}. \quad (2)$$

Здесь  $x$  – координата в направлении меридиана оболочки;  $\mathbf{y}$  – вектор-функция  $n$  компонентов разрешающих переменных;  $\mathbf{z}$  – вектор-функция дополнительных переменных, то есть переменных, не входящих под знак производной в системе (1), а рассчитываемых из дополнительных алгебраических соотношений (2);  $\mathbf{f}(x, \mathbf{y}, \mathbf{z}, \boldsymbol{\mu}, \mathbf{q})$  – вектор-функция  $n$  компонентов правых частей системы дифференциальных уравнений;  $\boldsymbol{\varphi}(x, \mathbf{y}, \mathbf{z}, \boldsymbol{\mu}, \mathbf{q})$  – вектор-функция нелинейных алгебраических соотношений;  $\mathbf{q}(x)$  – вектор-функция поверхностных нагрузок,  $\boldsymbol{\mu}$  – вектор параметров исходных данных задачи.

Граничные условия задачи запишем в виде

$$\boldsymbol{\Psi}_1(x_1, \mathbf{y}_1, \mathbf{z}_1, \boldsymbol{\mu}_1, \mathbf{q}_1) = \mathbf{0}, \quad 1 \leftrightarrow 2, \quad (3)$$

где  $\boldsymbol{\Psi}_1, \boldsymbol{\Psi}_2$  – вектор-функции заданных краевых соотношений с числом компонент  $p$  и  $s$  соответственно,  $p + s = n$ ; индексы 1 и 2 обозначают начало и конец интервала интегрирования. Вид указанных функций зависит от граничных условий конкретной задачи.

Пусть в рамках выполнения проектировочного расчета необходимо исследовать влияние некоторого параметра исходных данных задачи  $\mu_k$  (физическая постоянная, геометрический параметр и т.п.) на напряженно-деформированное состояние оболочки. При этом величины каких-либо компонент состояния должны соответствовать продиктованному эксплуатационными требованиями к конструкции условию

$$\Phi(\mathbf{y}_i, \mathbf{z}_i, \boldsymbol{\mu}, \mathbf{q}_i) = 0, \quad (4)$$

где  $\Phi$  – некоторая скалярная функция;  $\mathbf{y}_i, \mathbf{z}_i, \mathbf{q}_i$  – значения соответствующих переменных и нагрузки в  $i$ -й точке меридиана оболочки. Соотношение (4) может представлять собой условие прочности, жесткости или иное условие, характеризующее особенность поведения или нагружения исследуемой конструкции.

### Алгоритм решения

Рассмотрим алгоритм параметрического анализа, основанный на использовании метода дифференцирования по параметру. Для дифференцирования разрешающих соотношений рассматриваемой задачи выберем подлежащий определению параметр исходных данных  $\mu_k$ . В соответствии с концепцией метода продолжения решения введем параметр нагрузки  $\alpha$ , считая, что система внешних нагрузок с заданным распределением изменяется в процессе расчета пропорционально  $\alpha$ :  $\mathbf{q}^*(x) = \alpha \mathbf{q}(x)$ .

После дифференцирования соотношений (1)–(3) по параметру продолжения решения  $\mu_k$ , влияние которого на напряженно-деформированное состояние оболочки исследуется, и выражения скорости вектора дополнительных переменных  $\dot{\mathbf{z}} = d\mathbf{z}/d\mu_k$  по параметру  $\mu_k$  из продифференцированного соотношения (2) получим квазилинейную краевую задачу

$$\frac{d\dot{\mathbf{y}}}{dx} = \mathbf{A}^* \dot{\mathbf{y}} + \mathbf{C}^* \dot{\boldsymbol{\mu}} + \mathbf{a}^* \dot{\alpha} \quad (5)$$

с граничными условиями

$$\mathbf{B}_1^* \dot{\mathbf{y}}_1 + \mathbf{D}_1^* \dot{\boldsymbol{\mu}}_1 + \mathbf{b}_1^* \dot{\alpha} = \mathbf{0}, \quad 1 \leftrightarrow 2. \quad (6)$$

Здесь и далее точки над переменными обозначают дифференцирование по параметру  $\mu_k$ , а введенные матрицы и векторы имеют вид:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}^* &= \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{y}} - \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{z}} \left( \frac{\partial \boldsymbol{\Phi}}{\partial \mathbf{z}} \right)^{-1} \frac{\partial \boldsymbol{\Phi}}{\partial \mathbf{y}}, \quad \mathbf{C}^* = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \boldsymbol{\mu}} - \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{z}} \left( \frac{\partial \boldsymbol{\Phi}}{\partial \mathbf{z}} \right)^{-1} \frac{\partial \boldsymbol{\Phi}}{\partial \boldsymbol{\mu}}, \quad \mathbf{a}^* = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{q}} \mathbf{q} - \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{z}} \left( \frac{\partial \boldsymbol{\Phi}}{\partial \mathbf{z}} \right)^{-1} \frac{\partial \boldsymbol{\Phi}}{\partial \mathbf{q}} \mathbf{q}, \\ \mathbf{B}_1^* &= \left( \frac{\partial \boldsymbol{\Psi}_1}{\partial \mathbf{y}} \right)_1 - \left( \frac{\partial \boldsymbol{\Psi}_1}{\partial \mathbf{z}} \left( \frac{\partial \boldsymbol{\Phi}}{\partial \mathbf{z}} \right)^{-1} \frac{\partial \boldsymbol{\Phi}}{\partial \mathbf{y}} \right)_1, \quad \mathbf{D}_1^* = \left( \frac{\partial \boldsymbol{\Psi}_1}{\partial \boldsymbol{\mu}} \right)_1 - \left( \frac{\partial \boldsymbol{\Psi}_1}{\partial \mathbf{z}} \left( \frac{\partial \boldsymbol{\Phi}}{\partial \mathbf{z}} \right)^{-1} \frac{\partial \boldsymbol{\Phi}}{\partial \boldsymbol{\mu}} \right)_1, \\ \mathbf{b}_1^* &= \left( \frac{\partial \boldsymbol{\Psi}_1}{\partial \mathbf{q}} \right)_1 \mathbf{q}_1 - \left( \frac{\partial \boldsymbol{\Psi}_1}{\partial \mathbf{z}} \left( \frac{\partial \boldsymbol{\Phi}}{\partial \mathbf{z}} \right)^{-1} \frac{\partial \boldsymbol{\Phi}}{\partial \mathbf{q}} \right)_1 \mathbf{q}_1. \end{aligned}$$

Дифференцируя условие параметрического анализа (4) по параметру продолжения решения  $\mu_k$ , получаем

$$\mathbf{M} \dot{\mathbf{y}}_i + \mathbf{L} \mathbf{q}_i \dot{\alpha} + \mathbf{K} \dot{\boldsymbol{\mu}} = \mathbf{0}. \quad (7)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \mathbf{M} &= \left( \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{y}} \right)_i - \left( \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{z}} \left( \frac{\partial \boldsymbol{\Phi}}{\partial \mathbf{z}} \right)^{-1} \frac{\partial \boldsymbol{\Phi}}{\partial \mathbf{y}} \right)_i, \quad \mathbf{L} = \left( \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{q}} \right)_i - \left( \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{z}} \left( \frac{\partial \boldsymbol{\Phi}}{\partial \mathbf{z}} \right)^{-1} \frac{\partial \boldsymbol{\Phi}}{\partial \mathbf{q}} \right)_i, \\ \mathbf{K} &= \left( \frac{\partial \Phi}{\partial \boldsymbol{\mu}} \right)_i - \left( \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{z}} \left( \frac{\partial \boldsymbol{\Phi}}{\partial \mathbf{z}} \right)^{-1} \frac{\partial \boldsymbol{\Phi}}{\partial \boldsymbol{\mu}} \right)_i. \end{aligned}$$

Сформулированная краевая задача (5), (6) является линейной относительно как вектора скоростей разрешающих переменных  $\dot{\mathbf{y}}$ , так и скорости изменения параметра нагрузки  $\dot{\alpha}$ . Поэтому, используя принцип суперпозиции решения линейных задач, можно представить вектор  $\dot{\mathbf{y}}$  в виде двух составляющих

$$\dot{\mathbf{y}} = \dot{\mathbf{y}}^\mu + \dot{\mathbf{y}}^\alpha \dot{\alpha} \quad (8)$$

и разбить линейную краевую задачу (5), (6) на две задачи относительно векторов  $\dot{\mathbf{y}}^\mu$  и  $\dot{\mathbf{y}}^\alpha$ . После их решения из соотношения (7) определяется скорость изменения параметра нагрузки  $\dot{\alpha}$ , из (8) – суммарное значение вектора скоростей разрешающих переменных  $\dot{\mathbf{y}}$ , а из продифференцированных соотношений (2) – вектор скоростей дополнительных переменных  $\dot{\mathbf{z}}$ . Следующим этапом решаются начальные задачи расчета самих значений искомых переменных:

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{y}_j}{d\mu_k} &= \dot{\mathbf{y}}_j(\mathbf{y}_j, \mathbf{z}_j, x_j, \mu_k), \quad j \in [1, N], \\ \frac{d\mathbf{z}_j}{d\mu_k} &= \dot{\mathbf{z}}_j(\mathbf{y}_j, \mathbf{z}_j, x_j, \mu_k), \\ \frac{d\alpha}{d\mu_k} &= \dot{\alpha}(\mathbf{y}_j, \mathbf{z}_j, \mu_k). \end{aligned} \quad (9)$$

Здесь индекс  $j$  соответствует номеру точки  $x_j$  меридиана оболочки,  $N$  – число точек разбиения меридиана.

Перед реализацией описанной методики параметрического анализа проводится решение задачи статического деформирования мягкой оболочки при начальном значении параметра  $\mu_k$  для некоторого фиксированного значения нагрузки. Полученное решение используется в качестве прогнозируемого на первом шаге решения задачи параметрического исследования. При некотором начальном значении шага по параметру  $\mu_k$  выполняется коррекция спрогнозированного решения путем расчета скоростей изменения переменных  $\dot{\mathbf{y}}$ ,  $\dot{\mathbf{z}}$  и параметра нагрузки  $\dot{\alpha}$  по соотношениям (5)–(8), а затем – самих переменных и параметра нагрузки путем решения задач Коши (9). Изменение шага по параметру проводится в зависимости от сходимости итерационных процессов коррекции решения [18]. Переход к следующему шагу осуществляется после достижения требуемой близости решений, полученных последовательно на двух итерациях. Расчет выполняется в назначенном вычислителем диапазоне изменения параметра  $\mu_k$ . В результате в рамках реализации описанного алгоритма оказывается возможным получить решение задачи деформирования оболочки как функцию не только координаты точки меридиана, но и параметра исходных данных  $\mu_k$ , характеризующего геометрию или свойства материала оболочки. Следует отметить, что описанный итерационный алгоритм в соответствии с принятой практикой построения сложных вычислительных алгоритмов [17–20] формируется в результате проведения численного эксперимента и значения параметров алгоритма (допустимая погрешность, максимальное число итераций и т.п.) устанавливаются также экспериментально.

### Пример

Рассмотрим влияние радиуса заделанной по торцам раздуваемой равномерно распределенным по меридиану давлением цилиндрической оболочки из неогуков-

ского материала на характеристики ее напряженно-деформированного состояния. Пусть для недеформированной оболочки отношение радиуса к толщине  $R_{c,0}/h_0 = 20$ , отношение радиуса к длине  $R_{c,0}/L_0 = 1/10$ . Зависимость истинных напряжений  $\sigma_i$  от истинных деформаций  $e_i$  имеет вид [21]:

$$\sigma_1 = 2C \left( 1 - \frac{1}{\lambda_1^4 \lambda_2^2} \right), \quad \lambda_1 = 1 + e_1, \quad 1 \leftrightarrow 2.$$

Здесь индексами 1 и 2 обозначены соответственно меридиональные и окружные напряжения и деформации,  $C$  – некоторый характерный параметр материала оболочки.

Исследуем влияние радиуса оболочки  $R_{c,0}$  на ее поведение при величине давления  $p = 0,021C$ . Решение задачи статического раздувания оболочки при указанных выше значениях геометрических размеров получим методом дифференцирования по параметру, назначаемому на основании подхода В.И. Шалашилина [17]. Далее полученное решение задачи статики при  $p = 0,021C$  используется как начальное для выполнения параметрического анализа. Диапазон изменения радиуса недеформированной оболочки принят  $R_{c,0} \in [1/10; 1]L_0$ .

Продemonстрируем влияние радиуса цилиндра на характеристики напряженно-деформированного состояния, наиболее ярко отражающие специфику поведения оболочек из высокоэластичных материалов. На рис. 1 показаны зависимости максимальных значений меридиональных (кривая 1), окружных (кривая 2) и поперечных (кривая 3) деформаций от радиуса цилиндра при рассматриваемом значении раздувающего оболочку давления. В исследуемом диапазоне изменения радиуса характерно непрерывное возрастание величины меридиональной деформации  $e_{1,max}$ , а также наличие экстремальных значений окружной  $e_{2,max} = 0,462$  и поперечной  $e_{3,max} = 0,489$  деформаций. Следует также отметить, что величина максимальных поперечных деформаций оказалась сопоставимой с  $e_{1,max}$ ,  $e_{2,max}$ .

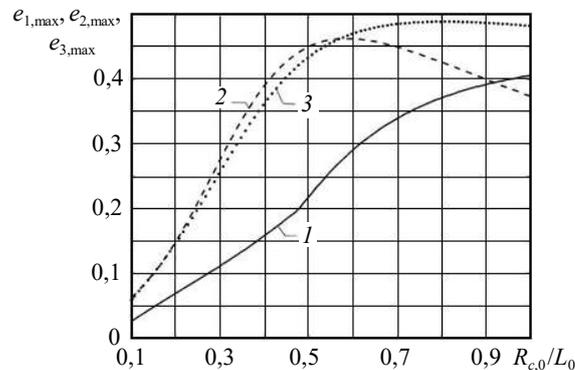


Рис. 1. Зависимость максимальных деформаций от радиуса цилиндра

Было установлено, что с изменением радиуса цилиндра характер распределения окружных и поперечных деформаций по меридиану оболочки не изменяется в отличие от характера распределения меридиональных деформаций. На рис. 2 показаны зависимости меридиональных деформаций от координаты точки меридиана цилиндра, отсчитываемой от середины меридиана, для значений радиуса  $R_{c,0} = 0,1L_0$ ,  $R_{c,0} = 0,3L_0$ ,  $R_{c,0} = 0,5L_0$ ,  $R_{c,0} = 0,75L_0$ ,  $R_{c,0} = L_0$  (кривые помечены соответственно цифрами от 1 до 5).

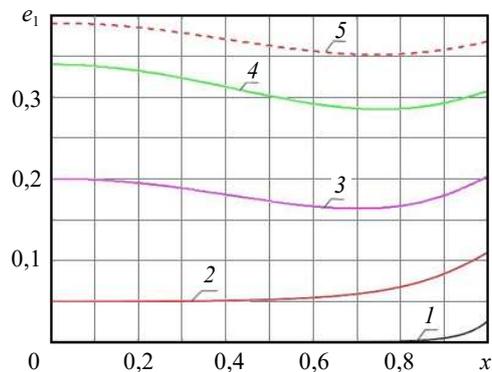


Рис. 2. Распределение меридиональных деформаций по меридиану цилиндра

Характер распределения меридиональных деформаций с увеличением радиуса цилиндра изменяется, переходя от непрерывного возрастания по мере приближения к неподвижному торцу к последовательному убыванию и возрастанию, причем чем больше значение радиуса, тем больше область минимальных меридиональных деформаций сдвигается к неподвижному торцу. Также для больших значений радиуса характерно уменьшение области, в которой деформации остаются постоянными.

Для проверки корректности полученных результатов была проведена серия контрольных расчетов статического деформирования цилиндра для указанных выше значений радиуса  $R$  при выборе в качестве параметра продолжения параметра нагрузки  $\alpha$ . Необходимо отметить, что сравнение результатов расчетов в общем случае возможно лишь при близких, но не строго равных друг другу значениях  $\alpha$ , так как эта величина определяется значением шага по параметру продолжения, а он, в свою очередь, назначается вычислительным алгоритмом в зависимости от скорости сходимости итерационного процесса. Однако даже при приблизительно равных друг другу значениях относительная разность результатов расчетов, полученных при продолжении решения по параметру радиуса цилиндра  $R$  и по параметру нагрузки  $\alpha$ , на примере распределения меридиональной деформации по меридиану цилиндра составила в среднем 5%, а наибольшее ее значение не превышало 10%. По трудоемкости получения решения оба варианта выбора параметра продолжения сопоставимы, поэтому такой выбор должен определяться лишь целью расчета – необходимостью исследования зависимости характера напряженно-деформированного состояния от геометрического параметра цилиндра при заданном значении давления или от давления при фиксированных размерах оболочки.

### Заключение

Предложено использование метода дифференцирования по параметру для решения задач проектировочного расчета мягких оболочек. Показано, что такой подход позволяет одновременно исследовать характер распределения компонент напряженно-деформированного состояния оболочки по длине меридиана и изменения их величин в зависимости от величин проектируемых параметров.

#### Список литературы

1. Колпак Е.П. Устойчивость и закритические состояния безмоментных оболочек при больших деформациях: *Дисс... докт. физ.-мат. наук.* СПб., 2000. 334 с.

2. Ридель В.В., Гулин Б.В. *Динамика мягких оболочек*. М.: Наука, 1990. 205 с.
3. Лялин В.В., Морозов В.И., Пономарев А.Т. *Параютные системы: проблемы и методы их решения*. М.: Физматлит, 2009. 575 с.
4. Магула В.Э. *Судовые эластичные конструкции*. Л.: Судостроение, 1978. 264 с.
5. Колесников А.М. Большие деформации высокоэластичных оболочек. *Дисс... канд. физ.-мат. наук*. Ростов-на-Дону, 2006. 115 с.
6. Гимадиев Р.Ш. *Динамика мягких оболочек парашютного типа*. Казань: Изд-во КГЭУ, 2006. 208 с.
7. Calderer C. The dynamical behavior of nonlinear elastic spherical shells. *Journal of Elasticity*. 1983. Vol. 13. Iss. 1. P. 17–47. <https://doi.org/10.1007/BF00041312>.
8. Fu Y.B., Pearce S.P., Liu K.K. Post-bifurcation analysis of a thin-walled hyperelastic tube under inflation. *International Journal of Non-Linear Mechanics*. 2008. Vol. 43. Iss. 8. P. 697–706. <https://doi.org/10.1016/j.ijnonlinmec.2008.03.003>.
9. Ren J.-s. Dynamical response of hyper-elastic cylindrical shells under periodic load. *Applied Mathematics and Mechanics*. 2008. Vol. 29. Iss. 19. P. 1319–1327. <https://doi.org/10.1007/s10483-008-1007-x>.
10. Wang T., Yang Y., Fu C., Liu F., Wang K., Xu F. Wrinkling and smoothing of a soft shell. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2020. Vol. 134. Article No 103738. <https://doi.org/10.1016/j.jmps.2019.103738>.
11. Zhu Y., Luo X.Y., Wang H.M., Ogden R.W., Berry C. Three-dimensional nonlinear buckling of thick-walled elastic tubes under pressure. *International Journal of Non-Linear Mechanics*. 2013. Vol. 48. P. 1–14. <https://doi.org/10.1016/j.ijnonlinmec.2012.06.013>.
12. Gorissen B., Milana E., Baeyens A., Broeders E., Christiaens J., Collin K., Reynaerts D., De Volder M.F. Hardware sequencing of inflatable nonlinear actuators for autonomous soft robots. *Advanced Materials*. 2019. Vol. 31. Iss. 3. Article No 1804598. <https://doi.org/10.1002/adma.201804598>.
13. Jiang L., Haddow J.B. A finite element formulation for finite static axisymmetric deformation of hyperelastic membranes. *Computers & Structures*. 1995. Vol. 57. Iss. 3. P. 401–405. [https://doi.org/10.1016/0045-7949\(94\)00629-H](https://doi.org/10.1016/0045-7949(94)00629-H).
14. Солодилов Ю.И. Несущая способность и выбор оптимальной кривизны пневматических сферических оболочек. *Строительная механика и расчет сооружений*. 1969. №2. С. 33–36.
15. Друзь И.Б., Захарина Л.В. Параметры цилиндрических мягких емкостей и оболочек. *Транспортное дело России*. 2015. №6. С. 159–165.
16. Rodriguez-Martinez J.A., Fernandez-Saez J., Zaera R. The role of constitutive relation in the stability of hyper-elastic spherical membranes subjected to dynamic inflation. *International Journal of Engineering Science*. 2015. Vol. 93. P. 31–45. <https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2015.04.004>.
17. Григолюк Э.И., Шалашилин В.И. *Проблемы нелинейного деформирования*. М.: Наука, 1988. 232 с.
18. Валишвили Н.В. *Методы расчета оболочек вращения на ЭЦВМ*. М.: Машиностроение, 1976. 278 с.
19. Цыхановский В.К. Исследование напряженно-деформированного состояния пневмонапряженных мягких оболочек методом конечных элементов. *Дисс... канд. техн. наук*. Киев, 1982. 223 с.
20. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. *Численные методы*. М.: Бином. Лаборатория знаний, 2012. 636 с.
21. Treloar R.L.G. *The physics of Rubber Elasticity*. Oxford: Oxford University Press, 1975. 322 p.

#### References

1. Kolpak E.P. Ustoychivost i zakriticheskie sostoyaniya bezmomentnykh obolochek pri bolshikh deformatsiyakh [Stability and post-bifurcation states of momentless shells at large strains]. *Dissertatsiya doktora fiziko-matematicheskikh nauk [D. Sci. (Phys.&Math.) Dissertation]*. Saint-Petersburg. 2000. 334 p. (In Russian).

2. Ridel V.V., Gulin B.V. *Dinamika myagkikh obolochek* [Dynamics of Soft Shells]. Moscow. Nauka Publ. 1990. 204 p. (In Russian).
3. Lyalin V.V., Morozov V.I., Ponomarev A.T. *Parashyutnye sistemy: problemy i metody ikh resheniya* [Parachute Systems: Problems and Methods of their Solution]. Moscow. Fizmatlit Publ. 2009. 575 p. (In Russian).
4. Magula V.E. *Sudovye elastichnye konstruksii* [Ship Elastic Structures]. Leningrad. Sudostroenie Publ. 1978. 264 p. (In Russian).
5. Kolesnikov A.M. Bolshie deformatsii vysokoelastichnykh obolochek [Large Strains of Hyperelastic Shells]. *Dissertatsiya kandidata fiziko-matematicheskikh nauk* [Cand. Sci. (Phys.& Math.) Dissertation]. Rostov-on-Don. 2006. 115 p. (In Russian).
6. Gimadiev R.Sh. *Dinamika myagkikh obolochek parashyutnogo tipa* [Dynamics of Soft Shells of Parachute Type]. Kazan. KGEU Publ. 2006. 208 p. (In Russian).
7. Calderer C. The dynamical behavior of nonlinear elastic spherical shells. *J. Elast.* 1983. Vol. 13. Iss. 1. P. 17–47. <https://doi.org/10.1007/BF00041312>.
8. Fu Y.B., Pearce S.P., Liu K.K. Post-bifurcation analysis of a thin-walled hyperelastic tube under inflation. *Int. J. Non Linear Mech.* 2008. Vol. 43. Iss. 8. P. 697–706. <https://doi.org/10.1016/j.ijnonlinmec.2008.03.003>.
9. Ren J.-s. Dynamical response of hyper-elastic cylindrical shells under periodic load. *Appl. Math. Mech.* 2008. Vol. 29. Iss. 19. P. 1319–1327. <https://doi.org/10.1007/s10483-008-1007-x>.
10. Wang T., Yang Y., Fu C., Liu F., Wang K., Xu F. Wrinkling and smoothing of a soft shell. *J. Mech. Phys. Solids.* 2020. Vol. 134. Article No 103738. <https://doi.org/10.1016/j.jmps.2019.103738>.
11. Zhu Y., Luo X.Y., Wang H.M., Ogden R.W., Berry C. Three-dimensional nonlinear buckling of thick-walled elastic tubes under pressure. *Int. J. Non Linear Mech.* 2013. Vol. 48. P. 1–14. <https://doi.org/10.1016/j.ijnonlinmec.2012.06.013>.
12. Gorissen B., Milana E., Baeyens A., Broeders E., Christiaens J., Collin K., Reynaerts D., De Volder M.F. Hardware sequencing of inflatable nonlinear actuators for autonomous soft robots. *Adv. Mater.* 2019. Vol. 31. Iss. 3. Article No 1804598. <https://doi.org/10.1002/adma.201804598>.
13. Jiang L., Haddow J.B. A finite element formulation for finite static axisymmetric deformation of hyperelastic membranes. *Comput. Struct.* 1995. Vol. 57. Iss. 3. P. 401–405. [https://doi.org/10.1016/0045-7949\(94\)00629-H](https://doi.org/10.1016/0045-7949(94)00629-H).
14. Solodilov Yu.I. Nesushchaya sposobnost i vybor optimalnoy krivizny pnevmaticheskikh sfericheskikh obolochek [Load-carrying capability and pneumatic spherical shells optimal curvature choice]. *Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzheniy* [Structural Mechanics and Structures Calculations]. 1969. No 2. P. 33–36 (In Russian).
15. Druz I.B., Zakharina L.V. Parametry tsilindricheskikh myagkikh emkostey i obolochek [Parameters of cylindrical soft reservoirs and shells]. *Transportnoe delo Rossii* [Transport Business in Russia]. 2015. No 6. P. 159–165 (In Russian).
16. Rodriguez-Martinez J.A., Fernandez-Saez J., Zaera R. The role of constitutive relation in the stability of hyper-elastic spherical membranes subjected to dynamic inflation. *Int. J. Eng. Sci.* 2015. Vol. 93. P. 31–45. <https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2015.04.004>.
17. Grigolyuk E.I., Shalashilin V.I. *Problemy nelineynogo deformirovaniya* [Problems of Nonlinear Deformation]. Moscow. Nauka Publ. 1988. 232 p. (In Russian).
18. Valishvili N.V. *Metody rascheta obolochek vrashcheniya na ETSVM* [Methods for Calculating Shells of Revolution on a Computer]. Moscow. Mashinostroenie Publ. 1976. 278 p. (In Russian).
19. Tsykhanovskiy V.K. Issledovanie napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya pnevmonapryazhennykh myagkikh obolochek metodom konechnykh elementov [Investigation of pneumatically stressed soft shells stress-strain state by means of finite element method]. *Dissertatsiya kandidata tekhnicheskikh nauk*. [Cand. Sci. (Engineering) Dissertation]. Kiev. 1982. 223 p. (In Russian).
20. Bakhvalov N.S., Zhidkov N.P., Kobelkov G.M. *Chislennyye metody* [Numerical Methods]. Moscow. Binom. Laboratoriya znaniy Publ. 2012. 636 p. (In Russian).
21. Treloar R.L.G. *The Physics of Rubber Elasticity*. Oxford. Oxford University Press. 1975. 322 p.

**ON INVESTIGATION OF DESIGN DATA PARAMETERS INFLUENCE  
ON SOFT SHELLS OF REVOLUTION DEFORMING**

**Korovaytseva E.A.**

*Institute of Mechanics, Lomonosov Moscow State University,  
Moscow, Russian Federation*

katrell@mail.ru

*Received by the Editor 2022/12/29*

The work suggests parameter differentiation method using for simplification of numerical investigation of hyperelastic soft shell static deforming problem design data parameters influence on stress-strain state of the shell. Resolving equation system is formulated in vector-matrix form. In contrast to traditional way of nonlinear problem solution continuation parameter choice, given relations are differentiated with respect to design data parameter, which influence on shell behavior is investigated. At this values of shell stress-strain state components values must correspond to some required shell operation condition, coupling investigated initial data parameter with the magnitudes of some characteristics of the shell state. So nonlinear boundary-value problem comes down to a set of interconnected quasilinear boundary and nonlinear initial problem in derivatives of resolving variables with respect to differentiation parameter, and the condition mentioned represents a relation coupling this parameter with the components of resolving variables vector. Solution of obtained set of equation systems is found sequentially by iterative way in the given parameter variation range. As an example influence of neohookean cylindrical shell fixed at end walls radius on maximum values of shell stress-strain state characteristics and their distribution along the meridian is investigated. It is found out that at radius increasing values of shell strains also increase, at this for circumferential and lateral strains there exists some radius value for which these characteristics reach extremum. For large values of cylinder radius increasing length of boundary effect zone is also typical.

*Keywords:* soft shell, nonlinear boundary value problem, parameter differentiation method.