УДК 539.3: 548.4 DOI: 10.32326/1814-9146-2023-85-2-206-214

КИНЕТИЧЕСКАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ В АНСАМБЛЕ ДИСЛОКАЦИЙ ПРИ ПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ МЕТАЛЛОВ*

Сарафанов Г.Ф.

Институт проблем машиностроения РАН – филиал Федерального исследовательского центра «Институт прикладной физики РАН», Нижний Новгород, Российская Федерация

gf.sarafanov@yandex.ru

Поступила в редакцию 28.02.2023

На основе системы эволюционных уравнений для ансамбля краевых дислокаций решается задача, связанная с развитием неустойчивости однородного распределения дислокаций. Несмотря на многочисленность теоретических исследований на эту тему, большинство задач рассмотрено в рамках реакционно-диффузионных феноменологических моделей, которые противоречат математической структуре исходных эволюционных уравнений, являющихся уравнениями гиперболического типа. Для исходной системы уравнений гиперболического типа исследован случай, когда процесс пластической деформации развивается вдоль некоторой заданной оси. Упругим взаимодействием дислокаций пренебрегалось, чтобы выявить особенности неустойчивости однородного состояния системы, обусловленного локальной кинетикой дислокаций. Анализ устойчивости однородного состояния проводился для системы дислокаций двух типов, различающихся подвижностью. В результате линеаризации исходной системы получена система однородных линейных алгебраических уравнений. Из условия существования ее нетривиальных решений найдено дисперсионное уравнение, с использованием которого на основе критерия Раута – Гурвица установлена область параметров исходной системы, где реализуется кинетическая неустойчивость. Для области неустойчивости получено выражение для инкремента неустойчивой моды, определяющее поведение системы за точкой бифуркации, и выражение для характерного масштаба неоднородной структуры. Найдена область параметров системы, где реализуется диффузионная динамика системы. Показано, что в этой области параметров реализуется неустойчивость Тьюринга для суммарной плотности дислокаций. В рамках исходной системы гиперболических уравнений существенна динамика как суммарной, так и избыточной плотности дислокаций. Именно избыточная плотность приводит к возникновению разориентировок при формировании неоднородных дислокационных структур. Это является принципиальным моментом, поскольку на развитой стадии пластической деформации дислокационная структура в основном представляет собой систему разориентированных ячеек и оборванных субграниц.

* Выполнено в рамках государственного задания ИПФ РАН на проведение фундаментальных научных исследований на 2021–2023 гг. по теме № 0030-2021-0025.

Ключевые слова: эволюцонные уравнения, пластическая деформация, металлы, дислокационный ансамбль, генерационно-рекомбинационные процессы, кинетическая неустойчивость.

Введение

Многостадийный и многоуровневый характер пластической деформации и разрушения известен давно. Переход от одной стадии к другой, как показали исследования дислокационной структуры в опытах in situ с использованием электронной высоковольтной микроскопии, сопровождается спонтанной перестройкой дислокационной структуры и, соответственно, изменением физико-химических свойств среды.

Как отмечается в [1–3], эти процессы являются следствием самоорганизации дислокаций, в результате которой при внешнем воздействии в системе реализуется принцип минимизации энтропии за счет перестройки дислокационной структуры.

Представления о деформированном твердом теле как диссипативной системе введены, например, в [4, 5], где было отмечено, что в соответствии с общими физическими закономерностями поведения неравновесных систем деформируемый кристалл следует рассматривать как систему, в ходе эволюции которой реализуется неравновесный фазовый переход и возникает диссипативная структура вследствие неустойчивости однородного распределения дислокаций. Это может быть связано с корреляционной неустойчивостью в ансамбле дислокаций [6, 7] или при ее отсутствии – с кинетической или генерационно-рекомбинационной неустойчивостью, частным случаем которой является неустойчивость Тьюринга [8, 9] для системы диффузионных уравнений. Именно на основе многочисленных феноменологических диффузионных моделей, где реализуется неустойчивость Тьюринга, начиная с конца прошлого века рассматривались различные варианты формирования диссипативных дислокационных структур [10–14].

Вместе с тем система дислокационных эволюционных уравнений математически является системой гиперболического, а не диффузионного типа. И лишь в некоторых случаях ее можно редуцировать к диффузионной системе. Однако этот аспект проблемы игнорируется, поэтому достоверность полученных результатов находится под вопросом.

В настоящей статье в рамках строгого описания установлен критерий возникновения кинетической неустойчивости в ансамбле краевых дислокаций, связанной с их локальным взимодействием. Упругим взаимодействием дислокаций, которое играет определяющую роль для корреляционной неустойчивости [15–17], пренебрегаем, чтобы вывить особенности неустойчивости однородного состояния системы, обусловленной именно локальной кинетикой дислокаций (размножением, аннигиляцией и т.п.).

1. Эволюционные уравнения

Из закона сохранения вектора Бюргерса [18, 19] с учетом процессов локального взаимодействия дислокаций для дислокационного ансамбля может быть получена система эволюционных уравнений [6, 13]:

$$\frac{\partial \rho_a}{\partial t} + \operatorname{div} \rho_a \mathbf{v}_a = F_a(\rho_a). \tag{1}$$

Здесь ρ_a – плотность дислокаций; $\mathbf{v}_a = \mathbf{v}_a(\sigma_e)$ – скорость скольжения дислокаций; σ_e – компонента внешнего напряжения, обеспечивающая движение дислокаций; $a = \{s, \nu\}$ – обобщенный индекс, где s различает дислокации по их подвижности, а ν нумерует возможное направление вектора Бюргерса дислокации $\mathbf{b}_a$ по отношению к единичному вектору, касательному к линии дислокации; $F(\rho_a)$ – нелинейные функции, определяемые спецификой кинетических механизмов дислокационных реакций.

Рассмотрим случай, когда процесс пластической деформации определяется некоторой выделенной системой скольжения и движение краевых дислокаций происходит вдоль оси $0x$. Для определенности будем считать, что в эволюции дислокационного ансамбля участвуют дислокации нескольких типов ($s = 1, 2, \ldots$), характеризуемые плотностями $\rho_s^+(x,t)$ и $\rho_s^-(x,t)$ $\left(b_s^\pm = \pm b_s, \nu = \pm\right)$, которые движутся навстречу друг другу в параллельных плоскостях скольжения с дрейфовыми скоростями $V_s^+ = -V_s^- = V_s$. Тогда для $\rho_s^+(x,t)$ и $\rho_s^-(x,t)$ система (1) запишется в виде

$$\frac{\partial \rho_s^\nu}{\partial t} + V_s^\nu \frac{\partial \rho_s^\nu}{\partial x} = F_s^\nu(\rho_1^\nu, \rho_2^\nu, \ldots). \tag{2}$$

Сделаем естественное допущение, что в исходной системе существует симметрия относительно знака дислокаций. Приравнивая к нулю правую часть уравнений (2), находим стационарное однородное решение этой системы

$$\rho_s^+ = \rho_s^- = \rho_{0s}/2, \tag{3}$$

которое, как предполагаем, является устойчивым для точечной части системы (2).

Для удобства введем новые переменные

$$\rho_s = \rho_s^+ + \rho_s^-, \;\; I_s = \rho_s^+ - \rho_s^-, \tag{4}$$

характеризующие, соответственно, суммарную и избыточную плотности дислокаций. Тогда стационарное однородное состояние (3) запишется в виде $\rho_s = \rho_{0s}$, $I_s = 0$, а систему (2) для переменных $n_s = \rho_s - \rho_{0s}$ и I_s можно представить в форме

$$\frac{\partial n_s}{\partial t} + V_s \frac{\partial I_s}{\partial x} = \sum_k a_{sk} n_k + Q_s(n_k, I_k), \tag{5}$$

$$\frac{\partial I_s}{\partial t} + V_s \frac{\partial n_s}{\partial x} = \sum_k b_{sk} I_k + P_s(n_k, I_k). \tag{6}$$

Здесь Q_s и P_s – нелинейные функции; коэффициенты a_{sk} и b_{sk} при линейных слагаемых выражаются так:

$$a_{sk} = \left.\frac{\partial(F_s^+ + F_s^-)}{\partial \rho_k^+}\right|_{\rho_s^\pm = \rho_{0s}}, \quad b_{sk} = \left.\frac{\partial(F_s^+ - F_s^-)}{\partial \rho_k^+}\right|_{\rho_s^\pm = \rho_{0s}}. \tag{7}$$

2. Кинетическая неустойчивость однородного состояния

Для рассматриваемой системы (2) ограничимся анализом устойчивости однородного состояния для системы дислокаций двух типов ($s = 1, 2$), при этом нетрудно показать, что для однокомпонентной системы однородное состояние всегда устойчиво. Заметим, однако, что для системы уравнений (1) при учете упругого взаимодействия дислокаций при $s = 1$ возможна корреляционная неустойчивость [16].

Опуская в (5), (6) нелинейные члены, ищем решение линеаризованной системы в виде $n_s, I_s, \propto \exp(\lambda t + ikx)$. В результате получаем систему однородных линейных алгебраических уравнений. Из условия существования ее нетривиальных решений находим дисперсионное уравнение:

$$L(\lambda, k^2, \varepsilon) = \sum_{m=1}^{4} A_m(k^2)\lambda^m + G(k^2) = 0, \tag{8}$$

где ε – выделенный нами управляющий параметр (например, деформация) системы (2).

Левая часть дисперсионного уравнения (8) представляет собой полином четвертой степени относительно λ и второй степени относительно k^2, где вещественные коэффициенты A_m, G записываются в виде:

$$A_1 = -\left[\det a_{ik}\,\mathrm{Sp}\,b_{ik} + \det b_{ik}\,\mathrm{Sp}\,a_{ik} + k^2\left[V_2^2(a_{11}+b_{22}) + V_1^2(a_{22}+b_{11})\right]\right], \tag{9}$$

$$A_2 = \det a_{ik} + \det b_{ik} + \mathrm{Sp}\,a_{ik}\,\mathrm{Sp}\,b_{ik} + k^2\left(V_1^2 + V_2^2\right), \tag{10}$$

$$A_3 = -(\mathrm{Sp}\,a_{ik} + \mathrm{Sp}\,b_{ik}), \quad A_4 = 1, \tag{11}$$

$$G = V_1^2 V_2^2 k^4 + Ak^2 + \det a_{ik}\det b_{ik}, \tag{12}$$

$$A = V_1 V_2(a_{12}b_{21} + a_{21}b_{12}) + V_1^2 a_{22}b_{22} + V_2^2 a_{11}b_{11}, \tag{13}$$

$$\det a_{ik} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}, \quad \det b_{ik} = b_{11}b_{22} - b_{12}b_{21}, \tag{14}$$

$$\mathrm{Sp}\,a_{ik} = a_{11} + a_{22}, \quad \mathrm{Sp}\,b_{ik} = b_{11} + b_{22}. \tag{15}$$

Если действительные части всех корней дисперсионного уравнения отрицательны, то состояние равновесия динамической системы (5), (6) будет устойчивым [9].

В соответствии с критерием Раута – Гурвица [20] необходимым и достаточным условием отрицательности действительных частей корней полинома (8) с действительными коэффициентами является положительность всех главных диагональных миноров соответствующей матрицы Гурвица:

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} A_3 & A_1 & 0 & 0 \\ 1 & A_2 & G & 0 \\ 0 & A_3 & A_1 & 0 \\ 0 & 1 & A_2 & G \end{pmatrix}. \tag{16}$$

Отсюда следует, что состояние будет устойчивым, если удовлетворяются неравенства:

$$\Delta_1 = A_3 > 0, \quad \Delta_2 = A_3 A_2 - A_1 > 0, \tag{17}$$

$$\Delta_3 = A_2 - G\Delta_1 > 0, \quad \Delta_4 = G\Delta_3 > 0. \tag{18}$$

Как отмечалось выше, интерес представляет неустойчивость, связанная с наличием пространственных производных в системе (5), (6), в отсутствие которых однородное состояние должно быть устойчивым. Это означает, что накладываются ограничения, следующие из условий (17), (18). Такое требование $\left(\Delta_m(0) > 0, m = \overline{1,4}\right)$ приводит к условиям:

$$\det a_{ik} > 0, \quad \det b_{ik} > 0, \quad \mathrm{Sp}\,a_{ik} < 0, \quad \mathrm{Sp}\,b_{ik} < 0. \tag{19}$$

Можно показать, что в общем случае, то есть при волновых числах k, отличных от нуля, миноры Δ_2 и Δ_3 при выполнении условия (19) по-прежнему остаются положительными. Неравенство же $\Delta_4 = G\Delta_3 > 0$ может нарушаться. Это связано с возможностью функции G в некотором интервале значений волновых чисел стать отрицательной величиной.

Предположим, что при непрерывном изменении управляющего параметра ε при некотором его критическом значении $\varepsilon = \varepsilon_c$ функция G меняет знак ($G = 0$). При этом значении управляющего параметра, как следует из дисперсионного уравнения, также обращается в нуль один из корней $\lambda_m(k)$. Обозначим его через $\lambda_u = \lambda_1(\varepsilon_c)$. В окрестности точки бифуркации $\varepsilon \approx \varepsilon_c$ ввиду непрерывности $G(k)$ собственное значение λ_u стремится к нулю, тогда в дисперсионном уравнении можно пренебречь высшими степенями по λ и для инкремента λ_u неустойчивой моды найти

$$\lambda_u \geq \frac{G(k^2)}{A_1}, \tag{20}$$

при этом остальные корни (8) можно получить из уравнения:

$$\lambda^3 + A_3\lambda^2 + A_2\lambda + A_1 = 0. \tag{21}$$

Нетрудно показать, что все действительные части корней уравнения (21) отрицательны, что следует из (17) и (18) при $G = 0$. Из (20) видно, что при $A_1(k^2) > 0$ неустойчивость становится возможной, если $G < 0$, причем для λ_u справедливо:

$$\operatorname{Re}\{\lambda_u\} > 0, \quad \operatorname{Im}\{\lambda_u\} = 0. \tag{22}$$

Условие (22) является критерием возникновения неподвижных диссипативных структур [9], а устойчивые моды с собственными значениями, близкими к λ_u, определяют поведение системы в целом.

Из условия возникновения неустойчивости

$$G = V_1^2 V_2^2 k^4 + Ak^2 + \det a_{ik} \det b_{ik} < 0 \tag{23}$$

находим область изменения параметров системы, при которых реализуется кинетическая неустойчивость

$$A \geq 2V_1V_2\left[\det a_{ik} \det b_{ik}\right]^{1/2}. \tag{24}$$

Условие (24) задает требования к точечной части исходной системы уравнений. При выполнении неравенства (24) в системе возможно образование диссипативных структур с характерным пространственным масштабом

$$L_c = \frac{2\pi}{k_c} \text{ при } k_c^2 = \frac{A}{2V_1^2 V_2^2}. \tag{25}$$

3. Диффузионная динамика

Для выяснения физического смысла механизмов, приводящих к неустойчивости, предположим, что параметры системы удовлетворяют условиям:

$$|b_{ss}| >> |a_{ss}|, \quad \det b_{ik} \operatorname{Sp} a_{ik} >> \det a_{ik} \operatorname{Sp} b_{ik}. \tag{26}$$

В этом случае для неустойчивой моды λ_u из (20) имеем:

$$\lambda_u = \frac{G(k^2)}{\det b_{ik} \operatorname{Sp} a_{ik} + k^2\left(V_2^2 b_{11} + V_1^2 b_{22}\right)}. \tag{27}$$

Если в исходной системе уравнений (5), (6) пренебречь производными $\partial I_s/\partial t$, то, решая соответствующее дисперсионное уравнение для нарастающей моды, в окрестности точки неустойчивости получим тот же результат (27). Это означает, что условия (26) обеспечивают более быструю релаксацию переменных I_s к стационарному решению, чем ρ_s. При этих предположениях система (5), (6) преобразуется к виду:

$$\frac{\partial \rho_s}{\partial t} + \frac{\partial j_s}{\partial x} = \sum_k a_{sk}(\rho_k - \rho_{0k}) + Q_s(\rho_1, \rho_2), \tag{28}$$

где «диффузионный» дислокационный поток

$$j_s = \sum_{k=1}^{2} D_{sk} \frac{\partial \rho_s}{\partial x} \tag{29}$$

и эффективные коэффициенты диффузии определяются как:

$$D_{sk} = \begin{pmatrix} -b_{22}V_1^2/\det b_{ik} & b_{12}V_1V_2/\det b_{ik} \\ b_{21}V_1V_2/\det b_{ik} & -b_{22}V_2^2/\det b_{ik} \end{pmatrix}. \tag{30}$$

Система уравнений (28), полученная в области неустойчивости из исходной системы (26), относится к классу уравнений реакционно-диффузионного типа, с помощью которых удалось описать широкий круг нелинейных автоволновых процессов, в частности, образование диссипативных структур [9]. Если точечная часть системы (28) обладает активной кинетикой (типа каталитических реакций), то спонтанное образование диссипативных структур обусловлено тем, что по одной из переменных, например ρ_1, осуществляется положительная обратная связь, приводящая к нарастанию ρ_1. В этом случае переменная ρ_1 получает название активатора. Процесс нарастания активатора контролируется другой переменной (ингибитором), по которой осуществляется отрицательная обратная связь. При этом расслоение однородного состояния происходит, если $a_{11} > 0$, $a_{22} < 0$, а коэффициент диффузии ингибитора много меньше коэффициента диффузии активатора, вследствие чего ингибитор не может эффективно подавлять локальное нарастание активатора. Именно этот механизм неустойчивости называется неустойчивостью Тьюринга [8].

Для неустойчивости Тьюрига коэффициенты взаимной диффузии не имеют принципиального значения, поэтому в активных системах с диффузией при построении моделей их обычно не учитывают [3, 13]. В случае если система (28) не обладает активной кинетикой, возможен иной механизм неустойчивости. Он реализуется за счет перекрестной диффузии (наличие D_{12} и D_{21}), которая появляется при упрощении исходной системы.

Заключение

Поскольку неустойчивость Тьюринга рассматривается в рамках редуцированной модели (как «диффузионное» приближение), то можно констатировать, что исходная система эволюционных уравнений (2) гиперболического типа обладает более широким спектром возможных неустойчивостей, определяемых условием (24). Поэтому построение физических моделей на основе системы (2) с соответствующей кинетикой дислокационных реакций представляется более обоснованным, чем различные модели типа реакционно-диффузионных уравнений. В этом случае учитывается динамика не только суммарной плотности дислокаций, но и избыточной плотности, которая приводит к возникновению разориентировок при формировании неоднородных дислокационных структур. Это принципиально, поскольку в реальности на развитой стадии пластической деформации дислокационная структура в основном представляет собой систему разориентированных ячеек и оборванных субграниц [21].

Список литературы

1. Seefeldt M. Disclinations in large-strain plastic deformation and work-hardening. *Reviews on Advanced Materials Science*. 2001. Vol. 2. P. 44–79.
2. Малыгин Г.А. Процессы самоорганизации дислокаций и пластичность кристаллов. *Успехи физических наук*. 1999. Т. 169. Вып. 9. С. 979–1010. https://doi.org/10.3367/UFNr.0169.199909c.0979.
3. Walgraef D., Aifantis E.C. Dislocation patterning in fatigued metals as a result of dynamical instabilities. *Journal of Applied Physics*. 1985. Vol. 58. Iss. 2. P. 668–691. https://doi.org/10.1063/1.336183.
4. Estrin Y., Kubin L.P. Micro- and macroscopic aspects of unstable plastic flow. *Phase Transform*. 1986. P. 185–202.
5. Estrin Y., Kubin L.P. Plastic instabilities: phenomenology and theory. *Materials Science and Engineering A*. 1991. Vol. 137. P. 125–134. https://doi.org/10.1016/0921-5093(91)90326-I.
6. Сарафанов Г.Ф. Экранирование упругого поля в ансамбле дислокаций. *Физика твердого тела.* 1997. Т. 39. №9. С. 1575–1579.
7. Groma I., Györgyi G., Kocsis B. Debye screening of dislocations. *Physical Review Letters.* 2006. Vol. 96. Iss. 16. P. 165–503. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.96.165503.
8. Николис Г., Пригожин И. *Самоорганизация в неравновесных системах*. М.: Мир, 1979. 512 с.
9. Хакен Г. *Синергетика*. М.: Мир, 1980. 406 с.
10. Walgraef D., Aifantis E.C. On the formation and stability of dislocation patterns. I. One dimansional considiration. *International Journal of Engineering Science*. 1985. Vol. 23. Iss. 12. P. 1351–1358. https://doi.org/10.1016/0020-7225(85)90113-2.
11. Kratochvil J. Dislocation pattern formation in metals. *Revue de Physique Appliquée*. 1988. Vol. 23. Iss. 4. P. 419–429. DOI: 10.1051/rphysap:01988002304041900.
12. Kratochvil J. Derivation of Mughrabi's cellular structure model from synergetics of dislocation. *Scripta Metallurgica et Materialia*. 1990. Vol. 24. Iss. 5. P. 891–894. https://doi.org/10.1016/0956-716X(90)90131-Y.
13. Walgraef D., Aifantis E.C. On the formation and stability of dislocation patterns. II. Two dimansional considirations. *International Journal of Engineering Science*. 1985. Vol. 23. Iss. 12. P. 1359–1364. https://doi.org/10.1016/0020-7225(85)90114-4.
14. Boyko Y.I., Volosyuk M.A., Kononenko V.G. Kinetics for dislocation structure formation in contact area of squeezed crystalline solids. *Functional Materials*. 2013. Vol. 20. No 1. P. 44–51. http://dx.doi.org/10.15407/fm20.01.044.
15. Sarafanov G.F., Maksimov I.L., Shondin Yu.G. Correlation instability in dislocation ensemble. *Proceeding XX-th International Conference in Statistical Phisic*s. Paris. July 20–24. 1998. Book of Abstracts. P. 10–12.
16. Сарафанов Г.Ф. Неустойчивость в дислокационном ансамбле при пластической деформации металлов. *Проблемы прочности и пластичности*. 2021. Т. 83. №2. С. 198–206. https://doi.org/10.32326/1814-9146-2021-83-2-198-206.
17. Сарафанов Г.Ф. Формирование структур ячеистого типа при пластической деформации. *Проблемы прочности и пластичности*. 2021. Т. 83. №4. С. 424–432. https://doi.org/10.32326/1814-9146-2021-83-4-424-432.
18. Фридель Ж. *Дислокации.* М.: Мир, 1967. 643 с.
19. Хирт Дж., Лоте И. *Теория дислокаций*. М.: Атомиздат, 1972. 599 с.
20. Рабинович М.И., Трубецков Д.И. *Введение в теорию колебаний и волн*. М.: Наука, 1984. 432 с.
21. Сарафанов Г.Ф., Перевезенцев В.Н., Рыбин В.В. *Основы кинетической теории формирования разориентированных структур при пластической деформации металлов.* Н. Новгород: Литера, 2011. 358 с.

References

1. Seefeldt M. Disclinations in large-strain plastic deformation and work-hardening. *Rev. Adv. Mat. Sci.* 2001. Vol. 2. P. 44–79.

2. Malygin G.A. Dislocation self-organization processes and crystal plasticity. *Physics-Uspekhi.* 1999. Vol. 42. Iss. 9. P. 887–916. https://doi.org/10.1070/PU1999v042n09ABEH000563.

3. Walgraef D., Aifantis E.C. Dislocation patterning in fatigued metals as a result of dynamical instabilities. *J. Appl. Phys*. 1985. Vol. 58. Iss. 2. P. 668–691. https://doi.org/10.1063/1.336183.

4. Estrin Y., Kubin L.P. Micro- and macroscopic aspects of unstable plastic flow. *Phase Transform*. 1986. P. 185–202.

5. Estrin Y., Kubin L.P. Plastic instabilities: phenomenology and theory. *Mater. Sci. Eng. A.* 1991. Vol. 137. P. 125–134. https://doi.org/10.1016/0921-5093(91)90326-I.

6. Sarafanov G.F. Screening of the elastic field in a dislocation ensemble. *Physics of the Solid State*. 1997. Vol. 39. No 9. P. 1403–1406. DOI: 10.1134/1.1130087.

7. Groma I., Györgyi G., Kocsis B. Debye screening of dislocations. *Phys. Rev. Lett.* 2006. Vol. 96. Iss. 16. P. 165–503. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.96.165503

8. Nicolis G., Prigogine I. *Self-Organization in Nonequilibrium Systems from Dissipative Structures to Order Through Fluctuations*. New York. London. John Wiley & Sons. 1977. 491 p.

9. Haken H. *Synergetics*. Berlin. Springer. 1978. 390 p.

10. Walgraef D., Aifantis E.C. On the formation and stability of dislocation patterns. I. One dimansional considiration. *Int. J. Eng. Sci.* 1985. Vol. 23. Iss. 12. P. 1351–1358. https://doi.org/10.1016/0020-7225(85)90113-2.

11. Kratochvil J. Dislocation pattern formation in metals. *Revue de Physique Appliquée*. 1988. Vol. 23. Iss. 4. P. 419–429. DOI: 10.1051/rphysap:01988002304041900.

12. Kratochvil J. Derivation of Mughrabi's cellular structure model from synergetics of dislocation. *Scripta Metallurgica et Materialia*. 1990. Vol. 24. Iss. 5. P. 891–894. https://doi.org/10.1016/0956-716X(90)90131-Y.

13. Walgraef D., Aifantis E.C. On the formation and stability of dislocation patterns. II. Two dimansional considirations. *Int. J. Eng. Sci.* 1985. Vol. 23. Iss. 12. P. 1359–1364. https://doi.org/10.1016/0020-7225(85)90114-4

14. Boyko Y.I., Volosyuk M.A., Kononenko V.G. Kinetics for dislocation structure formation in contact area of squeezed crystalline solids. *Funct. Mater.* 2013. Vol. 20. No 1. P. 44–51. http://dx.doi.org/10.15407/fm20.01.044

15. Sarafanov G.F., Maksimov I.L., Shondin Yu.G. Correlation instability in dislocation ensemble. *Proc. XX-th International Conference in Statistical Phisics*. Paris. July 20–24. 1998. Book of Abstracts. P. 10–12.

16. Sarafanov G.F. Neustoychivost v dislokatsionnom ansamble pri plasticheskoy deformatsii metallov [Instability in a dislocation ensembleat plastic deformation in metals]. *Problemy prochnosti i plastichnosti* [*Problems of Strength and Plasticity*]. 2021. Vol. 83. No 2. P. 198–206 (In Russian).

17. Sarafanov G.F. Formirovanie struktur yacheistogo tipa pri plasticheskoy deformatsii [Formation of cellular-type structures during plastic deformation]. *Problemy prochnosti i plastichnosti* [*Problems of Strength and Plasticity*]. 2021. Vol. 83. No 4. P. 424–432 (In Russian).

18. Friedel J. *Dislocations.* Oxford. Pergamon. 1964. 491 p.

19. Hirth J.P., Lothe J. *Theory of Dislocations*. New York. John Wiley & Sons Inc. 1982. 857 p.

20. Rabinovich M.I., Trubetskov D.I. *Vvedenie v teoriyu kolebaniy i voln* [*Introduction to the Theory of Vibrations and Waves*]. Moscow. Nauka Publ. 1984. 432 p. (In Russian).

21. Sarafanov G.F., Perevezentsev V.N., Rybin V.V. *Osnovy kineticheskoy teorii formirovaniya razorientirovannykh struktur pri plasticheskoy deformatsii metallov* [*The Foundations of the Kinetic Theory of the Formation of Unidirectional Structures during Plastic Deformation of Metals*]. Nizhny Novgorod. Litera Publ. 2011. 358 p. (In Russian).

KINETIC INSTABILITY IN AN ENSEMBLE OF DISLOCATIONS UNDER PLASTIC DEFORMATION OF METALS*

Sarafanov G.F.

Mechanical Engineering Research Institute of the Russian Academy of Sciences – Branch of Federal Research Center "Institute of Applied Physics of the RAS", Nizhny Novgorod, Russian Federation

gf.sarafanov@yandex.ru

Received by the Editor 2023/02/28

Based on a system of evolutionary equations for an ensemble of edge dislocations, the problem associated with the development of instability of a homogeneous distribution of dislocations is considered. Despite the large number of theoretical studies on this topic, most of them are considered within the framework of reaction-diffusion phenomenological models, which contradicts the mathematical structure of the initial evolutionary equations, which are hyperbolic equations. For the initial system of hyperbolic equations, the case is considered when the process of plastic deformation develops along a given axis. The elastic interaction of dislocations is neglected in order to reveal the instability features of the homogeneous state of the system due to the local kinetics of dislocations. The stability analysis of the homogeneous state was carried out for a system of dislocations of two types differing in mobility. As a result of linearization of the initial system, a system of homogeneous linear algebraic equations is obtained. From the condition of the existence of its nontrivial solutions, a dispersion equation is found, using which, on the basis of the Raut–Hurwitz criterion, the range of parameters of the initial system at which kinetic instability is realized is established. In the instability region, an expression is obtained for the increment of the unstable mode, which determines the behavior of the system beyond the bifurcation point, and an expression for the characteristic scale of the inhomogeneous structure. The region of system parameters where the diffusion dynamics of the system is realized is found. It is shown that the Turing instability for the total dislocation density is realized in this parameter range. Within the framework of the initial system of hyperbolic equations, the dynamics of both total and excess dislocation densities is significant. It is the excess density that leads to disorientation in the formation of heterogeneous dislocation structures. This is a fundamental point, since at the advanced stage of plastic deformation, the dislocation structure is basically a system of disoriented cells and ragged sub-boundaries.

Keywords: evolutionary equations, plastic deformation, metals, dislocation ensemble, generation-recombination processes, kinetic instability.

*The work was carried out within the Russian state assignment for fundamental scientific research (the topic No 0030-2021-0025 for 2021–2023).