

УДК 539.3

DOI: 10.32326/1814-9146-2022-84-3-364-375

**ПОСТРОЕНИЕ ПОВЕРХНОСТИ ПАМЯТИ
ДЛЯ РАЗДЕЛЕНИЯ ПРОЦЕССОВ
МОНОТОННЫХ И ЦИКЛИЧЕСКИХ НАГРУЖЕНИЙ**

© 2022 г.

Бондарь В.С., Абашев Д.Р.

Московский политехнический университет, Москва, Российская Федерация

tm@mospolytech.ru

Поступила в редакцию 24.03.2022

Исследуются нестационарные и несимметричные процессы циклического деформирования, состоящие из последовательности монотонных и циклических режимов нагружения, при которых возникают своеобразные эффекты посадки и вышагивания (ratcheting) петель пластического гистерезиса. Математическое моделирование таких процессов деформирования и накопления повреждений строится в основном на вариантах теорий пластичности, относящихся к классу теорий пластического течения при комбинированном (изотропном и анизотропном) упрочнении. Математическое моделирование процессов деформирования и накопления повреждений в настоящей статье базируется на варианте теории пластичности – модели Бондаря. На основе анализа результатов экспериментальных исследований образцов из нержавеющей стали 12Х18Н10Т при жестком процессе деформирования (контролируемые деформации), представляющем собой последовательности монотонных и циклических режимов нагружения, в условиях одноосного растяжения-сжатия при нормальной температуре выявлены особенности и различия процессов монотонных и циклических нагружений. Для описания этих особенностей и разделения процессов монотонных и циклических режимов нагружения в теориях пластического течения при комбинированном упрочнении вводятся различные варианты поверхностей памяти. Анализ результатов экспериментальных исследований нержавеющей стали показал, что в пространстве тензора пластических деформаций размер поверхности памяти определяется размахом пластических деформаций, а положение центра – значениями средних пластических деформаций при циклическом нагружении. Рассмотрены различные варианты поверхности памяти, выявлены их возможности и недостатки и предложен вариант поверхности памяти. Для подтверждения работоспособности предложенного варианта поверхности памяти совместно с уравнениями модели пластичности Бондаря проведено сравнение расчетных и экспериментальных результатов и получено надежное соответствие этих результатов как по кинетике напряженно-деформированного состояния, так и по числу циклов до разрушения.

Ключевые слова: пластическое деформирование, поверхность памяти, монотонные и циклические нагружения, расчет и эксперимент, число циклов до разрушения.

Введение

Нестационарные и несимметричные процессы циклического деформирования состоят из последовательности монотонных и циклических режимов нагружения, при которых возникают своеобразные эффекты посадки и вышагивания (ratcheting) петель пластического гистерезиса. Математическое моделирование таких процессов в условиях жесткого (контролируемые деформации) и особенно мягкого (контролируемые напряжения) нагружений, а также оценка и прогнозирование ресурса представляют собой весьма сложную задачу. Анализ переходных процессов от циклического к монотонному режиму и обратно показывает необходимость разделения процессов монотонного и циклического деформирования [1–11]. Для этого в пространствах тензора микронапряжений или тензора пластических деформаций, или других пространствах вводится поверхность памяти [1–11], разделяющая циклические и монотонные процессы деформирования.

Математическое моделирование таких процессов деформирования и накопления повреждений строится в основном на вариантах теорий пластичности [1–23], относящихся к классу теорий пластического течения при комбинированном (изотропном и анизотропном) упрочнении. В настоящей статье математическое моделирование процессов деформирования и накопления повреждений базируется на варианте теории пластичности – модели Бондаря [13]. На основе анализа результатов экспериментальных исследований выявлены особенности эволюции поверхности памяти при различных последовательностях монотонных и циклических режимов нагружения. Рассмотрены различные варианты поверхности памяти, выявлены их возможности и недостатки и предложен вариант поверхности памяти, разделяющей процессы монотонного и циклического нагружений.

Для подтверждения работоспособности варианта поверхности памяти совместно с уравнениями варианта теории пластичности (модели Бондаря) проведено сравнение расчетных и экспериментальных результатов исследований нержавеющей стали 12Х18Н10Т при жестком нагружении, состоящем из последовательности монотонных и циклических режимов нагружения. Сравнение проводится по кинетике напряженно-деформированного состояния, размаху и среднему напряжению цикла в процессе этапов циклических нагружений, а также по числу циклов до разрушения.

1. Монотонные и циклические нагружения нержавеющей стали 12Х18Н10Т

Представлены результаты экспериментальных исследований нержавеющей стали 12Х18Н10Т при одноосном жестком нагружении. Эксперимент включает в себя семь этапов монотонных и циклических нагружений с возрастающей и убывающей монотонной деформацией:

- этап 1 – циклическое нагружение при $\varepsilon_m^{(1)} = -0,006$, $\Delta\varepsilon^{(1)} = 0,012$ и $N^{(1)} = 100$ циклов;
- этап 2 – монотонное растяжение до $\varepsilon^{(2)} = 0,05$;
- этап 3 – циклическое нагружение при $\varepsilon_m^{(3)} = 0,05$, $\Delta\varepsilon^{(3)} = 0,012$ и $N^{(3)} = 200$ циклов;
- этап 4 – монотонное сжатие до $\varepsilon^{(4)} = 0,02$;
- этап 5 – циклическое нагружение при $\varepsilon_m^{(5)} = 0,02$, $\Delta\varepsilon^{(5)} = 0,012$ и $N^{(5)} = 200$ циклов;

- этап 6 – монотонное растяжение до $\varepsilon^{(6)} = 0,05$;
- этап 7 – циклическое нагружение при $\varepsilon_m^{(7)} = 0,05$, $\Delta\varepsilon^{(7)} = 0,012$ и $N^{(7)} = N_f$.

На рис. 1 приведена экспериментальная диаграмма деформирования стали 12Х18Н10Т, на которой представлены все семь этапов. На циклических диаграммах первого, третьего, пятого и седьмого этапов показаны петли для первого и последнего циклов.

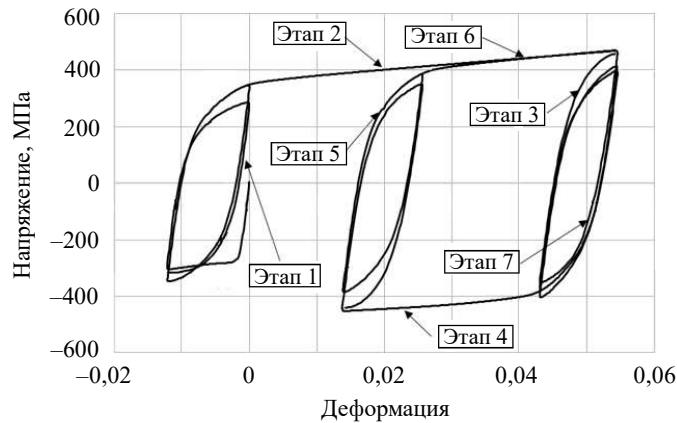


Рис. 1. Диаграмма деформирования стали 12Х18Н10Т

Анализ результатов экспериментальных исследований показывает:

- циклическое деформирование является циклически упрочняющимся с замедлением после этапа 1, материал в конце процесса становится практически циклически стабильным ($dC_p/d\varepsilon_{и*}^p \approx 1$ МПа, C_p – радиус поверхности нагружения, $\varepsilon_{и*}^p$ – накопленная пластическая деформация);
- на этапах 3, 5, 7 эксперимента имеет место посадка петли гистерезиса, причем процессы посадки на этих этапах идентичны – как будто и не было предварительной истории деформирования;
- на этапах 2, 4, 6 эксперимента монотонное нагружение осуществляется с одинаковым упрочнением;
- процессы циклического и монотонного нагружений различны, как и процессы анизотропного и изотропного упрочнения при монотонных и циклических нагружениях; имеют место области перехода от циклического к монотонному и от монотонного к циклическому процессам нагружения.

Для разделения процессов монотонного и циклического деформирования в пространстве тензора пластических деформаций можно ввести поверхность памяти, ограничивающую область циклического деформирования. Из анализа результатов эксперимента, представленного на рис. 1, следует, что правая граница поверхности перемещается вместе с правыми границами этапов 1, 3, 5 и 7 циклических нагружений. Левая граница поверхности памяти перемещается вместе с левыми границами этапов 1, 3, 5 и 7 циклических нагружений. При выходе за поверхность памяти происходит монотонное нагружение – этапы 2, 4 и 6. Этап 4 монотонного нагружения подтверждает, что левая граница поверхности памяти перемещается вместе с левой границей циклического нагружения на этапе 3.

Таким образом, поверхность памяти имеет размер, который определяется размахом деформаций при циклическом нагружении, а положение центра определяется значениями средних деформаций при циклическом нагружении.

На рис. 2 показана кинетика поверхности памяти для эксперимента в плоскости компонент ε_1^p и ε_2^p вектора пластической деформации. Построение поверхности памяти осуществлено в соответствии с результатами экспериментальных исследований, изложенных выше. Для этапов монотонных нагружений поверхности памяти соответствуют концу этапов монотонных нагружений.

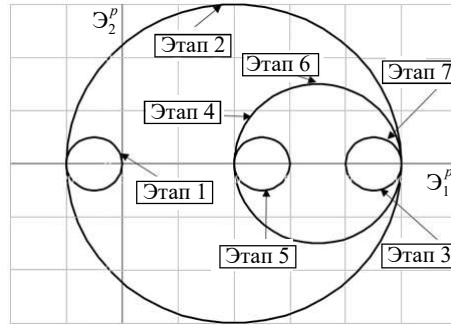


Рис. 2. Кинетика поверхности памяти

2. Варианты поверхности памяти

Проанализируем различные варианты поверхности памяти на основе приведенных выше результатов экспериментальных исследований.

В [1–4] для разделения процессов монотонного и циклического деформирования вводится поверхность памяти в пространстве деватора микронапряжений ρ_{ij} с определением в процессе деформирования максимального значения интенсивности микронапряжений ρ_{\max} :

$$F_\rho = \rho_{ij}\rho_{ij} - \rho_{\max}^2 = 0, \quad (1)$$

эволюционные уравнения для ρ_{ij} и ρ_{\max} задаются в виде:

$$\dot{\rho}_{ij} = g_1 \dot{\varepsilon}_{ij}^p - g_2 \rho_{ij} \dot{\chi}, \quad (2)$$

$$\dot{\rho}_{\max} = \frac{(\rho_{ij} \dot{\rho}_{ij}) H(F_\rho)}{(\rho_{ij} \rho_{ij})^{1/2}} - g_2 \rho_{\max} \dot{\chi}. \quad (3)$$

Здесь $\dot{\varepsilon}_{ij}^p$ – тензор скоростей пластической деформации; $\dot{\chi} = ((2/3)\dot{\varepsilon}_{ij}^p \dot{\varepsilon}_{ij}^p)^{1/2}$ – скорость накопленной пластической деформации; g_1 и g_2 – модули кинематического упрочнения;

$$H(F_\rho) = \begin{cases} 1 & \text{при } F_\rho = 0 \text{ и } \rho_{ij} \dot{\rho}_{ij} \geq 0, \\ 0 & \text{при } F_\rho < 0 \text{ или } \rho_{ij} \dot{\rho}_{ij} < 0. \end{cases} \quad (4)$$

При одноосном монотонном растяжении, подставляя (2) в (3), можно получить эволюционные уравнения для ρ_{\max} и ρ :

$$\dot{\rho}_{\max} = g_1 \dot{\varepsilon}^p - g_2 (\rho + \rho_{\max}) \dot{\varepsilon}^p, \quad (5)$$

$$\dot{\rho} = g_1 \dot{\varepsilon}^p - g_2 \rho \dot{\varepsilon}^p. \quad (6)$$

Из уравнений (5) и (6) следует, что определяемые по уравнению (5) максимальные микронапряжения не соответствуют действительным микронапряжениям, опре-

деляемым уравнением (6). При циклическом деформировании при снятии микронапряжений ($\rho_{ij}\dot{\rho}_{ij} < 0$) эволюционное уравнение для ρ_{\max} примет вид:

$$\dot{\rho}_{\max} = -g_2 \rho_{\max} \dot{\lambda}, \quad (7)$$

из которого следует, что ρ_{\max} может уменьшаться до нуля и поверхность памяти может стягиваться в точку. Тогда при увеличении на цикле микронапряжений процесс будет определяться как монотонный, что не соответствует действительности.

В пространстве тензора пластических деформаций вводятся следующие варианты поверхности памяти.

В [1, 2] центр поверхности памяти остается в начале системы координат ($\varepsilon_{ij}^p = 0$), а размер поверхности определяется как интенсивность максимальной амплитуды пластической деформации

$$F_{\varepsilon^p} = \left(\frac{2}{3} \varepsilon_{ij}^p \varepsilon_{ij}^p \right) - \varepsilon_{u \max}^p = 0. \quad (8)$$

Такая поверхность памяти противоречит полученному экспериментальному результату о смещении центра поверхности памяти.

Поверхность памяти, центр которой может смещаться, а размер увеличиваться, рассматривается в [5–7]:

$$F = \left[\frac{2}{3} (\varepsilon_{ij}^p - \xi_{ij}) (\varepsilon_{ij}^p - \xi_{ij}) \right]^{1/2} - q_s = 0, \quad (9)$$

$$\dot{q}_s = \eta H(F) \langle n_{ij} n_{ij}^* \rangle \dot{p}, \quad (10)$$

$$\dot{\xi}_{ij} = (1 - \eta) \sqrt{\frac{3}{2}} H(F) \langle n_{ij} n_{ij}^* \rangle n_{ij}^* \dot{p}, \quad (11)$$

$$n_{ij} = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\dot{\varepsilon}_{ij}^p}{\dot{q}_s}, \quad n_{ij}^* = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\varepsilon_{ij}^p - \xi_{ij}}{q_s}. \quad (12)$$

Здесь $\eta \in [0, 1]$ – параметр; $\dot{p} = ((2/3)\dot{\varepsilon}_{ij}^p \dot{\varepsilon}_{ij}^p)^{1/2}$ – скорость накопленной пластической деформации; $H(F)$ – функция Хевисайда, угловые скобки – функция Маколея.

Как следует из уравнения (10), размер поверхности памяти только увеличивается, тогда как в эксперименте размер поверхности памяти определяется размахом пластических деформаций при циклическом нагружении и уменьшается при уменьшении размаха пластических деформаций на цикле.

В статье [4] вводится поверхность памяти, которая может менять свой размер и перемещаться в пространстве тензора пластических деформаций:

$$F = (\varepsilon_{ij}^p - \xi_{ij}) (\varepsilon_{ij}^p - \xi_{ij}) - a_{\max}^2 = 0. \quad (13)$$

Здесь a_{\max} – максимальное значение интенсивности тензора пластических деформаций, ξ_{ij} – тензор односторонне накопленных пластических деформаций.

В таком подходе размер поверхности памяти только увеличивается, что не соответствует экспериментальным результатам. Кроме того неясно, что происходит с «односторонне накопленной пластической деформацией», если она положительна, а затем отрицательна, или наоборот.

В статьях [8–11] для разделения процессов монотонного и циклического деформирования в пространстве пластических деформаций вводится поверхность памяти, которая следует за циклическим нагружением:

$$F_\varepsilon = \left[\frac{2}{3} (\varepsilon_{ij}^p - \xi_{ij}) (\varepsilon_{ij}^p - \xi_{ij}) \right]^{1/2} - C_\varepsilon = 0. \quad (14)$$

Для вычисления центра и размера поверхности вводятся два тензора пластической деформации $\varepsilon_{ij}^{p(1)}$ и $\varepsilon_{ij}^{p(2)}$, определяющие границы поверхности. В начале деформирования эти переменные равны нулю. Определение смещения и размера поверхности памяти происходит в момент смены направления пластического деформирования. В качестве критерия смены направления деформирования принимается условие

$$\dot{\varepsilon}_{ij(t-0)}^p \dot{\varepsilon}_{ij(t)}^p < 0, \quad (15)$$

где $\dot{\varepsilon}_{ij(t)}^p$ – тензор скоростей пластической деформации в текущий момент времени; $\dot{\varepsilon}_{ij(t-0)}^p$ – тензор скоростей пластической деформации в предшествующий момент времени.

Условие (15) можно заменить на

$$s_{ij(t-0)}^* s_{ij(t)}^* < 0,$$

так как в теории пластического течения при комбинированном упрочнении $\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \lambda s_{ij}^*$. Здесь $s_{ij(t)}^*$ – девиатор активных [12] напряжений в текущий моменты времени; $s_{ij(t-0)}^*$ – девиатор активных напряжений в предшествующий момент времени. В текущий и предшествующий моменты времени состояние должно быть пластическим.

В момент смены направления деформирования изменение границ центра и размера поверхности памяти определяется на основе соотношений:

$$\varepsilon_{ij}^{p(1)} = \varepsilon_{ij}^{p(2)}, \quad \xi_{ij}^{p(2)} = \varepsilon_{ij}^p, \quad (16)$$

$$\xi_{ij} = \frac{\varepsilon_{ij}^{p(1)} + \varepsilon_{ij}^{p(2)}}{2}, \quad (17)$$

$$C_\varepsilon = \left[\frac{2}{3} \left(\frac{\varepsilon_{ij}^{p(2)} - \varepsilon_{ij}^{p(1)}}{2} \right) \left(\frac{\varepsilon_{ij}^{p(2)} - \varepsilon_{ij}^{p(1)}}{2} \right) \right]^{1/2}. \quad (18)$$

В этом случае процесс деформирования будет монотонным или циклическим при выполнении следующих условий:

$$F_\varepsilon > 0 \text{ (или } F_\varepsilon = 0 \text{ и } s_{ij(t-0)}^* s_{ij(t)}^* \geq 0) \text{ – монотонный,} \quad (19)$$

$$F_\varepsilon < 0 \text{ (или } F_\varepsilon = 0 \text{ и } s_{ij(t-0)}^* s_{ij(t)}^* < 0) \text{ – циклический.} \quad (20)$$

Такое построение поверхности памяти отвечает всем требованиям, которые следуют из результатов экспериментальных исследований, приведенных выше.

3. Математическое моделирование процессов монотонных и циклических нагружений

Расчетные исследования [8–11] на основе варианта теории пластичности с поверхностью памяти, полученной при моделировании эксперимента, показали работоспособность предложенной модели пластичности.

На рис. 3–6 приведены расчетные диаграммы в циклах различных этапов нагружения при моделировании на основе варианта теории пластичности [8–11] и по результатам эксперимента, отличающегося от эксперимента из [8–11] наличием этапа 4

(см. рис. 1) обратного монотонного деформирования после циклического. На рисунках сплошными кривыми представлены расчетные результаты, кружками – результаты экспериментов.

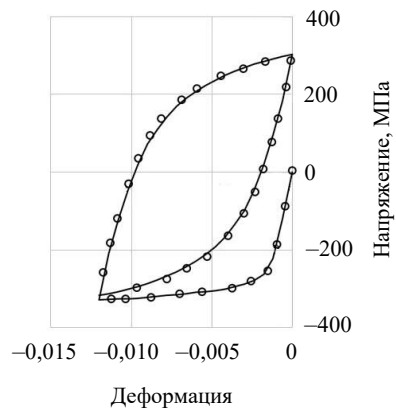


Рис. 3. Первый цикл этапа 1 нагружения

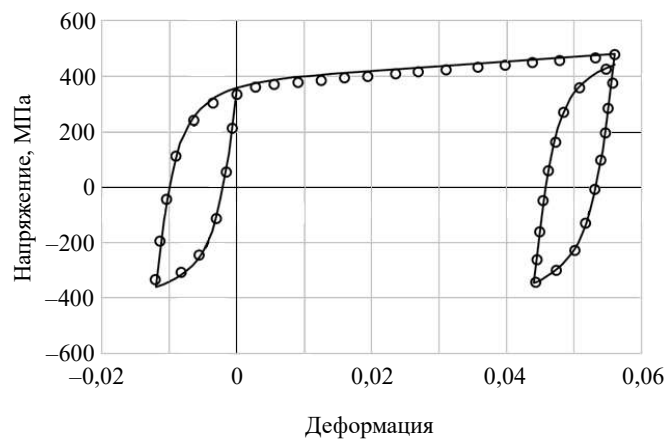


Рис. 4. Последний цикл этапа 1, этап 2 и первый цикл этапа 3 нагружения

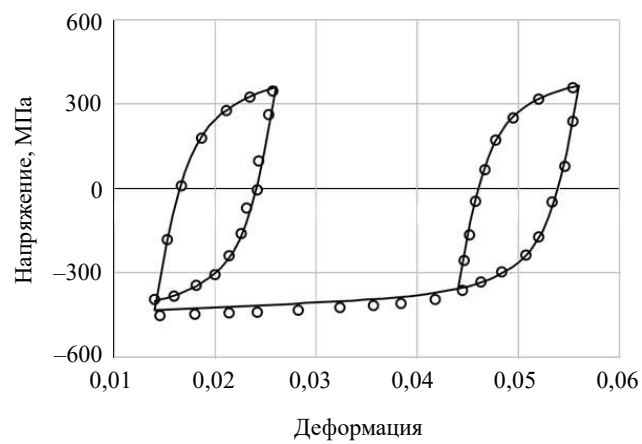


Рис. 5. Последний цикл этапа 3, этап 4 и первый цикл этапа 5 нагружения

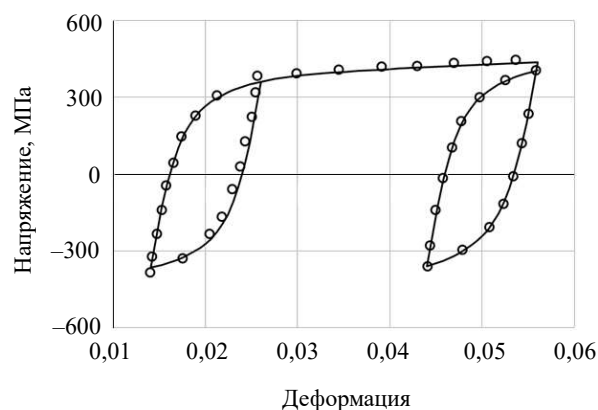


Рис. 6. Последний цикл этапа 5, этап 6 и первый цикл этапа 7 нагружения

Сравнение расчетных и экспериментальных результатов проводится по этапам монотонных и циклических нагружений.

Наблюдается надежное соответствие расчетных и экспериментальных результатов по всему процессу монотонных и циклических нагружений в проведенном эксперименте. На этапе 7 циклического нагружения образец был доведен до разрушения. В эксперименте получено 2330 циклов до разрушения, а в расчете – 2400.

Заключение

На основе анализа результатов экспериментальных исследований нержавеющей стали при одноосном нагружении установлено, что размер поверхности памяти определяется размахами деформаций, а положение центра определяется значениями средних деформаций при циклическом нагружении. Поверхность памяти разделяет процессы монотонных и циклических нагружений.

Рассмотрены различные варианты поверхности памяти, выявлены их возможности и недостатки и предложен вариант поверхности памяти.

Для подтверждения работоспособности предложенного варианта поверхности памяти совместно с уравнениями модели пластичности Бондаря проведено сравнение расчетных и экспериментальных результатов исследований нержавеющей стали при жестком одноосном нагружении, состоящем из последовательности монотонных и циклических режимов нагружения. Получено надежное соответствие расчетных и экспериментальных результатов по кинетике напряженно-деформированного состояния в процессе циклических и монотонных режимов нагружения, а также по числу циклов до разрушения. Обоснование работоспособности модели пластичности при многоосных непропорциональных нагружениях приводится в статье [24] при экспериментально-теоретических исследованиях малоциклового усталости образцов с кольцевой выточкой.

Список литературы

1. Волков И.А., Коротких Ю.Г. *Уравнения состояния вязкоупругопластических сред с повреждениями*. М.: Физматлит, 2008. 424 с.
2. Коротких Ю.Г. Описание процессов накопления повреждений материала при неизотермическом вязкопластическом деформировании. *Проблемы прочности*. 1985. №1. С. 18–23.

3. Волков И.А., Игумнов Л.А., Тарасов И.С., Шишулин Д.Н., Маркова М.Т. Моделирование усталостной долговечности поликристаллических конструкционных сплавов при блочном несимметричном малоцикловом нагружении. *Проблемы прочности и пластичности*. 2018. Т. 80. №1. С.15–30. DOI: <https://doi.org/10.32326/1814-9146-2018-80-1-15-30>.
4. Волков И.А., Игумнов Л.А., Шишулин Д.Н., Белов А.А. Оценка ресурсных характеристик поликристаллических конструкционных сплавов при циклическом термомеханическом нагружении. *Проблемы прочности и пластичности*. 2021. Т. 83. №4. С. 481–504. DOI: 10.32326/1814-9146-2021-83-4-481-504.
5. Ohno N. A constitutive model of cyclic plasticity with a non-hardening strain region. *Journal of Applied Mechanics*. 1982. Vol. 49. Iss. 4. P. 721–727. DOI: 10.1115/1.3162603.
6. Chaboche J.L., Dang Van K., Cordier G. Modelization of the strain memory effect on the cyclic hardening of 316 stainless steel. *Proceeding of Conference SMIRT-5*. Berlin. 1979. 10 p. <http://www.lib.ncsu.edu/resolver/1840.20/26854>.
7. Wang Yu. Experimental and numerical evaluations of viscoplastic material behavior and multiaxial for austenitic and ferritic materials: *Dissertation. Doctor of Engineering*. 2014. 163 p.
8. Бондарь В.С., Абашев Д.Р. Некоторые особенности процессов монотонных и циклических нагружений. Эксперимент и моделирование. *Вестник ПНИПУ. Механика*. 2019. №2. С. 25–34. DOI: 10.15593/perm.mech/2019.2.03.
9. Bondar V.S., Abashev D.R. Refining the thermoplasticity theory for modeling monotonic and cyclic loading processes. *Journal of Mechanics of Materials and Structures*. 2020. Vol. 15. №2. P. 225–235. DOI: 10.2140/jomms.2020.15.225.
10. Bondar V.S., Abashev D.R. Mathematical modeling of the monotonic and cyclic loading processes. *Strength of Materials*. 2020. Vol. 52. Iss. 3. P. 366–373. DOI: 10.1007/s11223-020-00186-7.
11. Bondar V.S., Abashev D.R. Modified theory of plasticity for monotonic and cyclic deformation processes. *Mechanics of Solids*. 2021. Vol. 56. №1. P. 4–12. DOI: 10.3103/S0025654421010027.
12. Новожилов В.В., Кадашевич Ю.И. *Микронапряжения в конструкционных материалах*. Л.: Машиностроение, 1990. 224 с.
13. Bondar V.S. *Inelasticity. Variants of the Theory*. New York: Begell House Publishers, 2013. 194 p.
14. Бессон Ж., Каето Ж., Шабош Ж.-Л., Форест С. *Нелинейная механика материалов*. СПб.: Изд-во политехнического ун-та, 2010. 397 с.
15. Bari S., Hassan T. An advancement in cyclic plasticity modeling for multiaxial ratcheting simulation. *International Journal of Plasticity*. 2002. Vol. 18. Iss. 7. P. 873–894. DOI: 10.1016/S0749-6419(01)00012-2.
16. Kan Q., Kang G. Constitutive model for uniaxial transformation ratcheting of super-elastic NiTi shape memory alloy at room temperature. *International Journal of Plasticity*. 2010. Vol. 26. Iss. 3. P. 441–465. DOI: 10.1016/j.ijplas.2009.08.005.
17. Chaboche J.-L. A review of some plasticity and viscoplasticity constitutive theories. *International Journal of Plasticity*. 2008. Vol. 24. Iss. 10. P. 1642–1692. DOI: 10.1016/J.IJPLAS.2008.03.009.
18. Abdel-Karim M. Modified kinematic hardening rules for simulations of ratcheting. *International Journal of Plasticity*. 2009. Vol. 25. P. 1560–1587. DOI: 10.1016/j.ijplas.2008.10.004.
19. Hassan T., Taleb L., Krishna S. Influence of non-proportional loading on ratcheting responses and simulations by two recent cyclic plasticity models. *International Journal of Plasticity*. 2008. Vol. 24. Iss. 10. P. 1863–1889. DOI:10.1016/J.IJPLAS.2008.04.008.
20. Taleb L. About the cyclic accumulation of the inelastic strain observed in metals subjected to cyclic stress control. *International Journal of Plasticity*. 2013. Vol. 43. P. 1–19. <https://doi.org/10.1016/j.ijplas.2012.10.009>.
21. Бондарь В.С., Абашев Д.Р., Петров В.К. Сравнительный анализ вариантов пластичности при циклических нагружениях. *Вестник ПНИПУ. Механика*. 2017. №2. С. 23–44. DOI: 10.15593/perm.mech/2017.2.02.
22. Бондарь В.С., Абашев Д.Р., Фомин Д.Ю. Теории пластичности при сложном на-

гружении по плоским траекториям деформаций. *Вестник ПНИПУ. Механика*. 2021. №3. С. 35–47. DOI: 10.15593/perm.mech/2021.3.04.

23. Бондарь В.С., Абашев Д.Р., Фомин Д.Ю. Теории пластичности при сложном нагружении по пространственным траекториям деформаций. *Вестник ПНИПУ. Механика*. 2021. №4. С. 41–48. DOI: 10.15593/perm.mech/2021.4.05.

24. Абашев Д.Р. Малоцикловая усталость образцов с кольцевой выточкой при жестком нагружении. *Проблемы прочности и пластичности*. 2022. Т. 84. №1. С. 51–61. DOI: 10.32326/1814-9146-2022-84-1-51-61.

References

1. Volkov I.A., Korotkih Yu.G. *Uravneniya sostoyaniya vyzkoupругoplasticheskikh sred spovrezhdeniyami* [Equations of State of Viscoelastic Plastic Media with Damage]. Moscow. Fizmatlit Publ. 2008. 424 p. (In Russian).

2. Korotkih Yu.G. Описание процессов накопления поврежденности материала при неизотермическом вязкопластическом деформировании [Description of the processes of accumulation of material damage during non-isothermal viscoplastic deformation]. *Problemy prochnosti* [Strength of Materials]. 1985. No 1. P. 18–23 (In Russian).

3. Volkov I.A., Igumnov L.A., Tarasov I.S., Shishulin D.N., Markova M.T. Modelirovanie ustalostnoy dolgovechnosti polikristallicheskikh konstruktsionnykh splavov pri blochnom nesimmetrichnom malotsiklovom nagruzhении [Modeling fatigue life of polycrystalline structural alloys under block-type nonsymmetrical low-cycle loading]. *Problemy prochnosti i plastichnosti* [Problems of Strength and Plasticity]. 2018. Vol. 80. No 1. P. 15–30 (In Russian).

4. Volkov I.A., Igumnov L.A., Shishulin D.N., Belov A.A. Otsenka resursnykh kharakteristik polikristallicheskikh konstruktsionnykh splavov pri tsiklicheskom termomekhanicheskom nagruzhении [Evaluation of the resource characteristics of polycrystalline structural alloys under cyclic thermomechanical loading]. *Problemy prochnosti i plastichnosti* [Problems of Strength and Plasticity]. 2021. Vol. 83. No 4. P. 481–504 (In Russian).

5. Ohno N. A constitutive model of cyclic plasticity with a non-hardening strain region. *J. Appl. Mech.* 1982. Vol. 49. Iss. 4. P. 721–727. DOI: 10.1115/1.3162603

6. Chaboche J.L., Dang Van K., Cordier G. Modelization of the strain memory effect on the cyclic hardening of 316 stainless steel. *Proc. Conf. SMIRT-5*. Berlin. 1979. 10 p. <http://www.lib.ncsu.edu/resolver/1840.20/26854>.

7. Wang Yu. Experimental and numerical evaluations of viscoplastic material behavior and multiaxial for austenitic and ferritic materials: *Dissertation. Dr. Eng.* 2014. 163 p.

8. Bondar V.S., Abashev D.R. Nekotorye osobennosti protsessov monotonykh i tsiklicheskikh nagruzhений. Eksperiment i modelirovanie [Some features of monotonic and cyclic loadings. Experiment and modeling]. *Vestnik Permskogo natsionalnogo issledovatel'skogo politekhnicheskogo universiteta. Mekhanika* [PNRPU Mechanics Bulletin]. 2019. No 2. P. 25–34 (In Russian).

9. Bondar V.S., Abashev D.R. Refining the thermoplasticity theory for modeling monotonic and cyclic loading processes. *J. Mech. Mater. Struct.* 2020. Vol. 15. №2. P. 225–235. DOI: 10.2140/jomms.2020.15.225.

10. Bondar V.S., Abashev D.R. Mathematical modeling of the monotonic and cyclic loading processes. *Strength Mater.* 2020. Vol. 52. Iss. 3. P. 366–373. DOI: 10.1007/s11223-020-00186-7.

11. Bondar V.S., Abashev D.R. Modified theory of plasticity for monotonic and cyclic deformation processes. *Mech. Solids*. 2021. Vol. 56. №1. P. 4–12. DOI: 10.3103/S0025654421010027.

12. Novozhilov V.V., Kadashevich Yu.I. *Mikronapryazheniya v konstruktsionnykh materialakh* [Microstresses in Structural Materials]. Leningrad: Mashinostroenie Publ. 1990. 224 p. (In Russian).

13. Bondar V.S. *Inelasticity. Variants of the Theory*. New York. Begell House Publishers. 2013. 194 p.

14. Besson J., Cailletaud G., Chaboche J.-L., Forest S. *Non-Linear Mechanics of Materials*. Dordrecht. Springer. 2010. 433 p.

15. Bari S., Hassan T. An advancement in cyclic plasticity modeling for multiaxial ratcheting simulation. *Int. J. Plast.* 2002. Vol. 18. Iss. 7. P. 873–894. DOI: 10.1016/S0749-6419(01)00012-2.

16. Kan Q., Kang G. Constitutive model for uniaxial transformation ratcheting of super-elastic NiTi shape memory alloy at room temperature. *Int. J. Plast.* 2010. Vol. 26. Iss. 3. P. 441–465. DOI: 10.1016/j.ijplas.2009.08.005.
17. Chaboche J.-L. A review of some plasticity and viscoplasticity constitutive theories. *Int. J. Plast.* 2008. Vol. 24. Iss. 10. P. 1642–1692. DOI: 10.1016/J.IJPLAS.2008.03.009.
18. Abdel-Karim M. Modified kinematic hardening rules for simulations of ratcheting. *Int. J. Plast.* 2009. Vol. 25. P. 1560–1587. DOI: 10.1016/j.ijplas.2008.10.004.
19. Hassan T., Taleb L., Krishna S. Influence of non-proportional loading on ratcheting responses and simulations by two recent cyclic plasticity models. *Int. J. Plast.* 2008. Vol. 24. Iss. 10. P. 1863–1889. DOI: 10.1016/J.IJPLAS.2008.04.008.
20. Taleb L. About the cyclic accumulation of the inelastic strain observed in metals subjected to cyclic stress control. *Int. J. Plast.* 2013. Vol. 43. P. 1–19. <https://doi.org/10.1016/j.ijplas.2012.10.009>.
21. Bondar V.S., Abashev D.R., Petrov V.K. Sravnitelnyy analiz variantov plastichnosti pri tsiklicheskiykh nagruzheniyakh [Comparative analysis of variants of plasticity theories under cyclic loading]. *Vestnik Permskogo natsionalnogo issledovatel'skogo politekhnicheskogo universiteta. Mekhanika [PNRPU Mechanics Bulletin]*. 2017. No 2. P. 23–44 (In Russian).
22. Bondar V.S., Abashev D.R., Fomin D.Ju. Teorii plastichnosti pri slozhnom nagruzhenii po ploskim traektoriyam deformatsiy [Theories of plasticity under complex loading along flat trajectories of deformations]. *Vestnik Permskogo natsionalnogo issledovatel'skogo politekhnicheskogo universiteta. Mekhanika [PNRPU Mechanics Bulletin]*. 2021. No 3. P. 35–47 (In Russian).
23. Bondar V.S., Abashev D.R., Fomin D.Ju. Teorii plastichnosti pri slozhnom nagruzhenii po prostranstvennyykh traektoriyam deformatsiy [Theories of plasticity under complex loading along spatial trajectories of deformations]. *Vestnik Permskogo natsionalnogo issledovatel'skogo politekhnicheskogo universiteta. Mekhanika [PNRPU Mechanics Bulletin]*. 2021. No 4. P. 41–48 (In Russian).
24. Abashev D.R. Malotsiklovaya ustalost' obratsov s koltsevoy vytochkoy pri zhestkom nagruzhenii [Low-cycle fatigue of notched specimens under hard load]. *Problemy prochnosti i plastichnosti [Problems of Strength and Plasticity]*. 2022. Vol. 84. No 1. P. 51–61 (In Russian).

CONSTRUCTION OF A MEMORY SURFACE FOR SEPARATION OF MONOTONIC AND CYCLIC LOADING PROCESSES

Bondar V.S., Abashev D.R.

Moscow Polytechnic University, Moscow, Russian Federation

Non-stationary and asymmetric processes of cyclic deformation are considered, which consist of a sequence of monotonic and cyclic loading modes, in which peculiar effects of landing and ratcheting of plastic hysteresis loops occur. Mathematical modeling of such processes of deformation and damage accumulation is based mainly on variants of plasticity theories belonging to the class of theories of plastic flow with combined (isotropic and anisotropic) hardening. In this paper, mathematical modeling of the processes of deformation and damage accumulation is based on a variant of the theory of plasticity – the Bondar model. Based on the analysis of the results of experimental studies of samples of stainless steel 12X18H10T under a rigid (controlled deformation) deformation process, which is a sequence of monotonic and cyclic loading modes, under conditions of uniaxial tension-compression at normal temperature, the features and differences in the processes of monotonic and cyclic loading are revealed. To describe these features and separate the processes of monotonic and cyclic loading modes in the theories of plastic flow with combined hardening, various variants of memory surfaces are introduced. An analysis of the results of experimental studies of stainless steel showed that in the space of the plastic strain tensor, the size of the memory surface is determined by the range of plastic strains, and the position of the center is determined by

the values of average plastic strains under cyclic loading. Various variants of the memory surface are considered, their capabilities and disadvantages are identified, and proposed variant of the memory surface. To confirm the operability of proposed version of the memory surface, together with the equations of the Bondar plasticity model, the calculated and experimental results were compared and a reliable agreement was obtained between these results both in terms of the kinetics of the stress-strain state and in terms of the number of cycles to failure.

Keywords: plastic deformation, memory surface, monotonic and cyclic loading, calculation and experiment, number of cycles to failure.