

УДК 539.43:531.781.2

DOI: 10.32326/1814-9146-2022-84-1-51-61

МАЛОЦИКЛОВАЯ УСТАЛОСТЬ ОБРАЗЦОВ С КОЛЬЦЕВОЙ ВЫТОЧКОЙ ПРИ ЖЕСТКОМ НАГРУЖЕНИИ

© 2022 г.

Абашев Д.Р.

Московский политехнический университет, Москва, Российская Федерация

tm@mospolytech.ru

Поступила в редакцию 11.01.2022

Приведены результаты испытаний цилиндрических образцов сплава 01570С на малоцикловую усталость. Испытания проведены на гладком образце и образцах с кольцевой выточкой. Образцы с кольцевой выточкой испытаны при жестком циклическом знакопеременном нагружении с постоянным размахом удлинения рабочей части.

Для моделирования проведенных экспериментов используется вариант модели пластичности, основанный на теории течения при комбинированном упрочнении. В выбранной математической модели введена поверхность памяти, разделяющая монотонное и циклическое нагружения. Такое разделение позволяет учитывать различные особенности изотропного и анизотропного упрочнения материала. Анизотропное упрочнение описывается суммой микронапряжений трех различных типов, позволяющих описывать эффекты посадки и вышагивания петли упругопластического гистерезиса. Модель пластичности позволяет проводить оценку поврежденного состояния материала с помощью уравнения, описывающего процесс накопления повреждений на основе энергетического критерия усталости.

По результатам испытаний гладкого образца определены параметры модели пластичности. Методом конечных элементов проведено математическое моделирование экспериментов по нагружению образцов с кольцевой выточкой. Модель поведения материала внедрена в программный комплекс SIMULIA Abaqus, для чего проведена линеаризация уравнений модели и вычислена матрица Якоби, определяющая изменение каждой из компонент приращения напряжения, вызванное бесконечно малым изменением каждой компоненты тензора приращения деформации. По результатам математического моделирования получены зависимости прикладываемой к образцу нагрузки от удлинения его рабочей части.

Приведено сравнение зависимостей прикладываемой к образцу нагрузки от удлинения рабочей части, полученных по результатам расчета, с результатами экспериментов, а также сравнение количества циклов до разрушения образца.

Ключевые слова: малоцикловая усталость, теория пластичности, метод конечных элементов, накопление повреждений, концентрация напряжений, математическое моделирование, энергетический критерий усталости.

Введение

В настоящее время для проведения прочностных расчетов конструкций широко применяются программные комплексы, основанные на методе конечных элементов. Этот метод хорошо себя зарекомендовал при проведении процессов с упругим деформированием. Большинство ответственных деталей и элементов конструкции имеют концентраторы напряжений, определяющие их прочность. Деформирование материала в области концентрации напряжений приводит к появлению необратимых (пластических) деформаций. В случае оценки статической прочности для моделирования процессов упругопластического деформирования материала может быть использована теория пластичности с изотропным упрочнением. Математическая модель, основанная на этой теории, реализована в большинстве конечно-элементных комплексов. Однако такой подход не может быть использован при моделировании процессов циклического упругопластического деформирования.

Наиболее распространенными моделями поведения материала, позволяющими описывать процессы упругопластического циклического деформирования, в настоящее время являются модели, основанные на теории течения при комбинированном упрочнении [1–19]. Некоторые простые варианты таких моделей доступны для проведения прочностных расчетов в коммерческих программных комплексах, основанных на методе конечных элементов [7, 20]. Применение таких моделей для практических расчетов может приводить к несоответствию полученных и реальных зависимостей ввиду отсутствия возможности моделировать различные особенности процессов упругопластического деформирования. С другой стороны, использование сложных математических моделей не всегда оправдано, поскольку условия нагружения, приводящие к проявлению ряда этих особенностей, как правило, не реализуются в реальных изделиях. Кроме того, сложные математические модели требуют специальных экспериментов для определения их параметров, для проведения которых необходимо специальное испытательное оборудование и нестандартные образцы материала.

В статье приводятся результаты экспериментальных исследований и математического моделирования процессов циклического нагружения образцов алюминиевого сплава 01570С с кольцевой выточкой. Образцы испытаны при жестком режиме нагружения. В процессе испытаний контролировалась амплитуда удлинения рабочей части образца. В области кольцевой выточки при этом возникали пластические деформации. Математическое моделирование экспериментов проведено в программном комплексе SIMULIA Abaqus с применением модели пластичности [12], являющейся развитием модели В.С. Бондаря [2]. Используемая математическая модель поведения материала позволяет проводить оценку его поврежденного состояния. Уравнения, описывающие процесс накопления повреждений, основаны на энергетическом критерии малоциклового усталости [2, 12–16].

1. Описание эксперимента

Проведены испытания двух образцов с кольцевой выточкой из алюминиевого сплава 01570С при циклическом знакопеременном изменении удлинения его рабочей части. Испытания проведены на универсальной испытательной машине Zwick Z100 при нормальной температуре. Диаметр рабочей части образцов – 12 мм, глубина выточки – 1,5 мм, радиус выточки ρ образца №1 – 0,5 мм, образца №2 – 1,5 мм.

Чертеж образцов приведен на рис. 1. Химический состав и механические характеристики сплава 01570С приведены в таблицах 1 и 2.

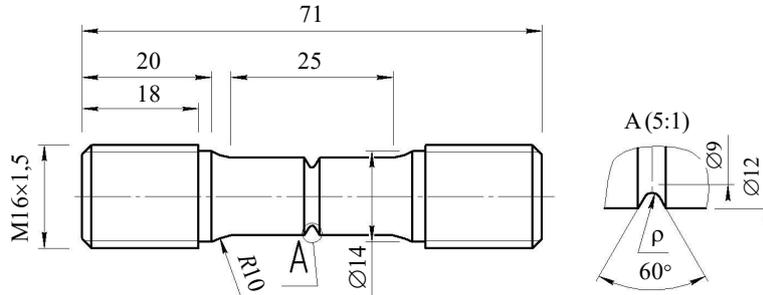


Рис. 1. Геометрия образцов с выточкой

Таблица 1

Химический состав сплава 01570С в процентах

Al	Mg	Sc	Ti	Zr	Mn	Cu	Fe	Si
Основа	5,2	0,22	0,02	0,08	0,2	0,15	0,07	0,05

Таблица 2

Механические характеристики сплава 01570С

E , ГПа	σ_B , МПа	$\sigma_{0,2}$, МПа	δ_5 , %	φ , %
69,6	370	245	15	32

В таблице 2 E – модуль Юнга, σ_B – временное сопротивление, $\sigma_{0,2}$ – условный предел текучести, δ_5 – относительное удлинение после разрыва, φ – относительное сужение после разрыва.

При проведении эксперимента удлинение рабочей части образца №1 на базе 15 мм изменялось от $-0,17$ до $0,17$ мм, образца №2 от $-0,05$ до $0,05$ мм. При таких режимах нагружения пластические деформации материала образца возникают только в области концентратора напряжений. Разрушение образца №1 произошло на 6-м цикле нагружения. Трещина на поверхности выточки образца №2 появилась после 164-го цикла. По результатам проведенных испытаний построены зависимости, связывающие удлинение образца со значением прикладываемой к нему нагрузки.

2. Модель пластичности

Для моделирования процессов упругопластического циклического деформирования алюминиевого сплава 01570С используется вариант модели пластичности [12], который является развитием модели В.С. Бондаря [2].

Далее приведены основные уравнения модели пластичности:

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \dot{\epsilon}_{ij}^e + \dot{\epsilon}_{ij}^p, \quad (1)$$

$$\dot{\epsilon}_{ij}^e = \frac{1}{E} [\dot{\sigma}_{ij} - \nu(3\dot{\sigma}_0 \delta_{ij} - \dot{\sigma}_{ij})], \quad (2)$$

$$f(\sigma_{ij}) = \frac{3}{2} (s_{ij} - a_{ij})(s_{ij} - a_{ij}) - C^2 = 0, \quad (3)$$

$$\dot{C} = q_\epsilon \dot{\epsilon}_{ij}^p, \quad (4)$$

$$q_\varepsilon = \begin{cases} \frac{dC_p}{d\varepsilon_{u^*}^p} - K_C \left(\frac{C - C_p}{C_p} \right)^{n_C} & \text{при циклическом нагружении,} \\ \frac{dC_p}{d\varepsilon_{u^*}^p} + M_C & \text{при монотонном нагружении,} \end{cases} \quad (5)$$

$$a_{ij} = \sum_{m=1}^M a_{ij}^{(m)}, \quad (6)$$

$$\dot{a}_{ij}^{(1)} = \frac{2}{3} g^{(1)} \dot{\varepsilon}_{ij}^p + g_a^{(1)} a_{ij}^{(1)} \dot{\varepsilon}_{u^*}^p, \quad (7)$$

$$g^{(1)} = E_a, \quad (8)$$

$$\dot{E}_a = \begin{cases} -K_E \left(\frac{E_a}{E_{a0}} \right)^{n_E} \dot{\varepsilon}_{u^*}^p & \text{при циклическом нагружении,} \\ M_E \left(\frac{E_{a0} - E_a}{E_{a0}} \right) \dot{\varepsilon}_{u^*}^p & \text{при монотонном нагружении,} \end{cases} \quad (9)$$

$$g_a^{(1)} = \begin{cases} \frac{1}{E_a} \frac{dE_a}{d\varepsilon_{u^*}^p} & \text{при циклическом нагружении,} \\ 0 & \text{при монотонном нагружении,} \end{cases} \quad (10)$$

$$\dot{a}_{ij}^{(2)} = \frac{2}{3} g^{(2)} \dot{\varepsilon}_{ij}^p + g_a^{(2)} a_{ij}^{(2)} \dot{\varepsilon}_{u^*}^p, \quad (11)$$

$$g^{(2)} = \beta^{(2)} \sigma_a^{(2)}, \quad g_a^{(2)} = -\beta^{(2)}, \quad (12)$$

$$\dot{a}_{ij}^{(m)} = \frac{2}{3} g^{(m)} \dot{\varepsilon}_{ij}^p, \quad (13)$$

$$g^{(m)} = \begin{cases} \beta^{(m)} \sigma_a^{(m)}, \\ 0, & \text{если } a_u^{(m)} \geq \sigma_a^{(m)} \cap a_{ij}^{(m)} s_{ij}^* > 0, \end{cases} \quad (14)$$

$$a_u^{(m)} = \left(\frac{3}{2} a_{ij}^{(m)} a_{ij}^{(m)} \right)^{1/2}, \quad (15)$$

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \lambda = \frac{3}{2} \frac{s_{ij}^*}{\sigma_u^*} \dot{\varepsilon}_{u^*}^p, \quad (16)$$

$$\dot{\omega} = \alpha \omega^{(\alpha-1)/\alpha} \frac{a_{ij}^{(2)} \dot{\varepsilon}_{ij}^p}{W_a}, \quad (17)$$

$$\alpha = \frac{\sigma_a^{(2)}}{\sqrt{3 a_{ij}^{(2)} a_{ij}^{(2)} / 2}}. \quad (18)$$

Здесь $\dot{\varepsilon}_{ij}$, $\dot{\varepsilon}_{ij}^e$, $\dot{\varepsilon}_{ij}^p$ – тензоры скоростей полной, упругой и пластической деформаций; σ_{ij} , s_{ij} , s_{ij}^* , a_{ij} – тензор напряжений, девиаторы напряжений, активных напряжений и микронапряжений; $\varepsilon_{u^*}^p$ – накопленная пластическая деформация; ω – мера поврежденности; ν – коэффициент Пуассона; C – радиус (размер) поверхности нагружения; $a_{ij}^{(1)}$, $a_{ij}^{(2)}$, $a_{ij}^{(m)}$ ($m = 3, \dots, M$) – микронапряжения первого, второго и третьего типов;

W_a – энергия разрушения; K_C, n_C, M_C – модули изотропного упрочнения при циклическом и монотонном нагружении, K_E, n_E, M_E – модули анизотропного упрочнения при циклическом и монотонном нагружении; $\beta^{(m)}, \sigma_a^{(m)}$ – модули анизотропного упрочнения II и III типа.

Процессы монотонного и циклического деформирования разделяются с помощью поверхности памяти. Эта поверхность ограничивает область циклического нагружения в пространстве тензора пластических деформаций ε_{ij}^p :

$$\left[\frac{2}{3} (\varepsilon_{ij}^p - \xi_{ij}) (\varepsilon_{ij}^p - \xi_{ij}) \right]^{1/2} \leq C_\varepsilon. \quad (19)$$

Здесь ξ_{ij} и C_ε – центр и размер поверхности памяти.

Вычисление смещения и размера поверхности памяти происходит в момент смены направления пластического деформирования, который определяется следующим условием:

$$\dot{\varepsilon}_{ij(t)}^p \dot{\varepsilon}_{ij(t-0)}^p < 0, \quad (20)$$

где $\dot{\varepsilon}_{ij(t)}^p$ – тензор скоростей пластической деформации в текущий момент времени; $\dot{\varepsilon}_{ij(t-0)}^p$ – тензор скоростей пластической деформации в предшествующий момент времени.

В момент смены направления деформирования определяются границы поверхности памяти $\varepsilon_{ij}^{p(1)}$ и $\varepsilon_{ij}^{p(2)}$. В этот момент вторая граница $\varepsilon_{ij}^{p(2)}$ смещается на место первой, а первая $\varepsilon_{ij}^{p(1)}$ принимает значение текущей пластической деформации ε_{ij}^p . Центр и размер поверхности вычисляются с помощью соотношений:

$$\xi_{ij} = \frac{\varepsilon_{ij}^{p(1)} + \varepsilon_{ij}^{p(2)}}{2}, \quad (21)$$

$$C_\varepsilon = \left[\frac{2}{3} \left(\frac{\varepsilon_{ij}^{p(1)} - \varepsilon_{ij}^{p(2)}}{2} \right) \left(\frac{\varepsilon_{ij}^{p(1)} - \varepsilon_{ij}^{p(2)}}{2} \right) \right]^{1/2}. \quad (22)$$

3. Определение материальных параметров

Метод определения материальных параметров основан на представлении результатов базового эксперимента в виде набора зависимостей, аппроксимируемых уравнениями модели пластичности [12, 14, 21]. Параметры сплава 01570С определены по результатам базового эксперимента по несимметричному жесткому циклическому деформированию со средним значением и амплитудой деформации 0,016 и 0,01 соответственно. Геометрия и размеры испытанных образцов выбраны в соответствии с требованиями стандарта ASTM E606. Диаметр рабочей части образца 8 мм, длина 24 мм, радиусы перехода от рабочей к захватной части 32 мм. Деформация в процессе испытания измерялась и контролировалась по навесному экстензометру с измерительной базой 15 мм.

Определенные параметры материала и функция, определяющая размер поверхности нагружения, приведены в таблицах 3 и 4.

Таблица 3

Материальные параметры сплава 01570С при нормальной температуре

E , МПа	ν	W_a , Дж/см ³	E_{a0} , МПа	K_E , МПа	n_E	M_E , МПа	K_C , МПа	n_C	M_C , МПа		
70500	0,3	170	1100	63500	2,9	550000	990	2,9	1000		
$\beta^{(2)}$	$\sigma_a^{(2)}$, МПа	$\beta^{(3)}$	$\sigma_a^{(3)}$, МПа	$\beta^{(4)}$	$\sigma_a^{(4)}$, МПа	$\beta^{(5)}$	$\sigma_a^{(5)}$, МПа	$\beta^{(6)}$	$\sigma_a^{(6)}$, МПа	$\beta^{(7)}$	$\sigma_a^{(7)}$, МПа
390	90	1630	4	10800	10	5500	21	2500	23	1500	18

Таблица 4

Размер поверхности нагружения сплава 01570С

ε_{it}^p	0	0,0005	0,0015	0,003	0,01	0,2	0,3	0,5	0,75	1	1,5	2
C_p , МПа	140	141	115	100	95	165	174	188	197	204	212	216

На рис. 2 и 3 приведены результаты базового эксперимента и расчетные зависимости, полученные с помощью определенных параметров материала.

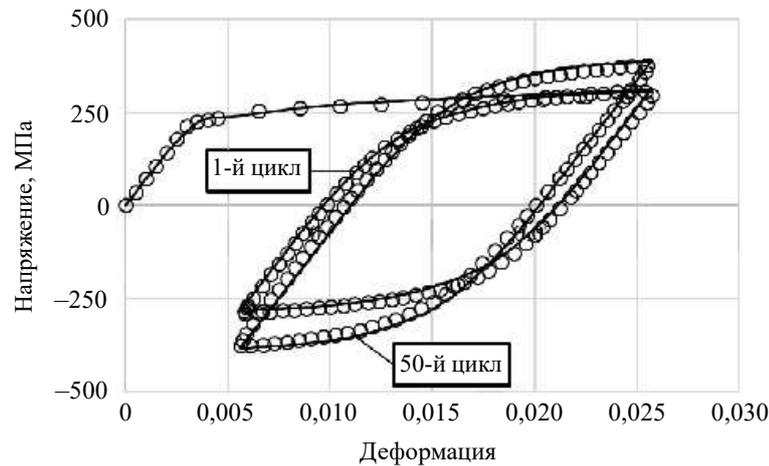


Рис. 2. Диаграммы циклического деформирования

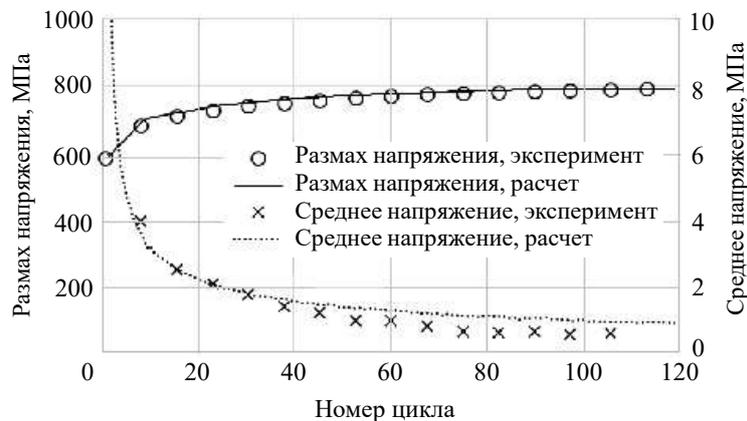


Рис. 3. Зависимости размаха и среднего напряжения от номера цикла

4. Математическое моделирование эксперимента

Математическое моделирование экспериментов по нагружению образцов с кольцевой выточкой проводилось в программном комплексе SIMULIA Abaqus. Модель пластичности, описывающая поведение материала, реализована в пользовательской подпрограмме UMAT. Проведена линеаризация уравнений модели, по результатам которой получены соотношения, связывающие приращения параметров процесса нагружения с приращениями деформаций, а также матрица Якоби, определяющая изменение каждой из компонент приращения напряжения, вызванное бесконечно малым изменением каждой компоненты тензора приращения деформации.

Модель образца представляет собой четверть его продольного сечения с условиями осевой и продольной симметрии. Конечно-элементная сетка состоит из четырехузловых элементов (тип CAХ4R). Размер элемента в области выточки составляет 0,04 мм. Нагружение смоделировано с помощью перемещения поперечного сечения образца, находящегося на расстоянии 7,5 мм от середины. Проведены расчеты двух экспериментов, описанных в разделе 1.

На рис. 4 и 5 приведены расчетные и экспериментальные диаграммы, связывающие нагрузку, прикладываемую к образцам, с удлинением их рабочей части. На рисунках кружочками показаны результаты эксперимента, сплошной линией – расчета.

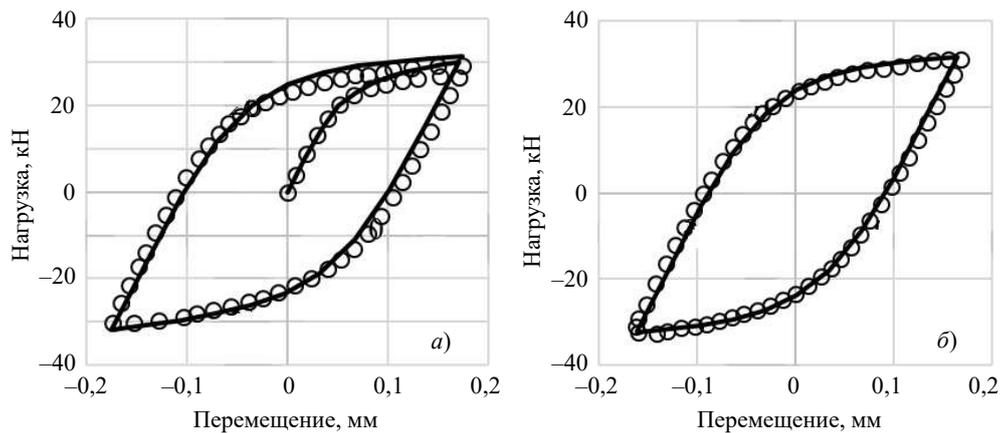


Рис. 4. Диаграммы нагружения образца №1 в 1-м (а) и 4-м (б) циклах

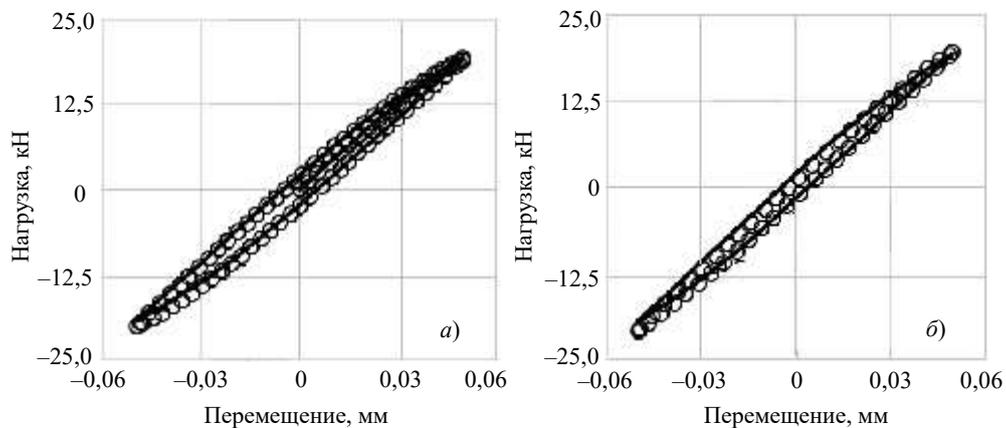


Рис. 5. Диаграммы нагружения образца №2 в 1-м (а) и 50-м (б) циклах

Определенное по результатам расчета число циклов до разрушения образца №1 составило 5 (эксперимент – 6) циклов, а образца №2 – 152 (эксперимент – 164) цикла.

Заключение

По результатам экспериментальных исследований по циклическому нагружению образцов с кольцевой выточкой проведена верификация варианта модели пластичности для прочностных расчетов методом конечных элементов. Сравнение расчетных и экспериментальных зависимостей показало возможность моделирования процессов упругопластического деформирования деталей и элементов конструкций с учетом наличия концентраторов напряжения с помощью описанной в статье модели пластичности, а модель накопления повреждений, основанная на энергетическом критерии, позволяет прогнозировать малоцикловую усталость материала конструкции в критичных местах.

Список литературы

1. Новожилов В.В., Кадашевич Ю.И. *Микронапряжения в конструкционных материалах*. Л.: Машиностроение, 1990. 224 с.
2. Bondar V.S. *Inelasticity. Variants of the theory*. New York: Begell House, 2013. 194 p.
3. Волков И.А., Коротких Ю.Г. *Уравнения состояния вязкоупругопластических сред с повреждениями*. М.: Физматлит, 2008. 424 с.
4. Волков И.А., Игумнов Л.А., Шишулин Д.Н., Белов А.А. Оценка ресурсных характеристик поликристаллических конструкционных сплавов при циклическом термомеханическом нагружении. *Проблемы прочности и пластичности*. 2021. Т. 83. №4. С. 481–504. DOI: 10.32326/1814-9146-2021-83-4-481-504.
5. Volkov I.A., Igumnov L.A., dell'Isola F., Litvinchuk S.Yu., Eremeyev V.A. A continual model of a damaged medium used for analyzing fatigue life of polycrystalline structural alloys under thermal-mechanical loading. *Continuum Mechanics and Thermodynamics*. 2020. Vol. 32. Iss. 1. P. 229–245. DOI: 10.1007/s00161-019-00795-x.
6. Капустин С.А., Чурилов Ю.А., Горохов В.А. *Моделирование нелинейного деформирования и разрушения конструкций в условиях многофакторных воздействий на основе МКЭ*. Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2015. 347 с.
7. Chaboche J.-L. A review of some plasticity and viscoplasticity constitutive theories. *International Journal of Plasticity*. 2008. Vol. 24. P. 1642–1692. DOI: 10.1016/j.ijplas.2008.03.0099.
8. Chaboche J.-L., Kanouté P., Azzouz F. Cyclic inelastic constitutive equations and their impact on the fatigue life predictions. *International Journal of Plasticity*. 2012. Vol 35. P. 44–66. DOI: 10.1016/j.ijplas.2012.01.010.
9. Abdel-Karim M. Modified kinematic hardening rules for simulations of ratcheting. *International Journal of Plasticity*. 2009. Vol. 25. P. 1560–1587. DOI: 10.1016/j.ijplas.2008.10.004.
10. Armstrong P.J., Frederick C.O. A mathematical representation of the multiaxial Bauschinger effect. *Central Electricity Generating Board (CEGB) Report No. RD/B/N/ 731*. 1966.
11. Ohno N., Wang J.-D. Kinematic hardening rules with critical state of dynamic recovery. Part 1: Formulations and basic features for ratcheting behavior. *International Journal of Plasticity*. 1993. Vol. 9. Iss. 3. P. 375–390. DOI: 10.1016/0749-6419(93)90042-O.
12. Abashev D., Bondar V. Refinement of plasticity theory for modeling monotonic and cyclic loading processes. *Journal of Mechanics of Materials and Structures*. 2020. Vol. 15. Iss. 2. P. 225–239. DOI: 10.2140/jomms.2020.15.225.
13. Bondar V.S., Abashev D.R. Plasticity of materials with additional hardening exposed to cyclic loading. *Advanced Structured Materials*. 2021. Vol. 141. P. 57–69. DOI: 10.1007/978-3-030-54928-2_6.

14. Abashev D.R., Bondar V.S. Modified theory of plasticity for monotonic and cyclic deformation processes. *Mechanics of Solids*. 2021. Vol. 56. Iss. 1. P. 4–12. DOI: 10.3103/S0025654421010027.
15. Бондарь В.С., Абашев Д.Р., Фомин Д.Ю. Теории пластичности при сложном нагружении по плоским траекториям деформаций. *Вестник ПНИПУ. Механика*. 2021. №3. С. 35–46. DOI: 10.15593/perm.mech/2021.3.04.
16. Bondar V.S., Abashev D.R., Petrov V.K. Construction of the theory of plasticity irrelative of the loading surface and associated flow law. *Strength of Materials*. 2021. Vol. 53. No 4. P. 550–558. DOI: 10.1007/S11223-021-00316-9.
17. Темис Ю.М., Худякова А.Д. Модель неизотермического упругопластического деформирования конструкционных материалов при сложном нагружении. *Математическое моделирование и численные методы*. 2017. №3(15). С. 20–37. DOI: 10.18698/2309-3684-2017-3-2035.
18. Halama R. et al. Influence of mean stress and stress amplitude on uniaxial and biaxial ratcheting of ST52 steel and its prediction by the Abdel-Karim–Ohno model. *International Journal of Fatigue*. 2016. Vol. 91. Pt. 2. P. 313–321. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2016.04.033>.
19. Mróz Z., Maciejewski J. Constitutive modeling of cyclic deformation of metals. *Acta Mechanica*. 2018. Vol. 229. P. 475–496. DOI: 10.1007/s00707-017-1982-5.
20. Jiawa Lu, Wei Sun, Adib Becker, Abdullah Aziz Saad. Simulation of the fatigue behaviour of a power plant steel with a damage variable. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2015. Vol. 100. P. 145–157. DOI:10.1016/j.ijmecsci.2015.06.019.
21. Абашев Д.Р. Метод определения материальных функций модели пластичности. *Космонавтика и ракетостроение*. 2020. №117. С. 66–79.

References

1. Novozhilov V.V., Kadashevich Ju.I. *Mikronapryazheniya v konstrukcionnyh materialah [Backstresses in Structural Materials]*. Leningrad. Mashinostroenie Publ. 1990. 224 p. (In Russian).
2. Bondar V.S. *Inelasticity. Variants of the Theory*. New York. Begell House. 2013. 194 p.
3. Volkov I.A., Korotkih Yu.G. *Uravneniya sostoyaniya vyzkouprugoplasticheskikh sred s povrezhdeniyami [Equations of State of Viscoelastic Plastic Media with Damage]*. Moscow. Fizmatlit Publ. 2008. 424 p. (In Russian).
4. Volkov I.A., Igumnov L.A., Shishulin D.N., Belov A.A. Otsenka resursnykh kharakteristik polikristallicheskih konstrukcionnykh splavov pri tsiklicheskom termomekhanicheskom nagruzenii [Estimation of the resource characteristics of polycrystalline structural alloys under cyclic thermomechanical loading]. *Problemy prochnosti i plastichnosti [Problems of Strength and Plasticity]*. 2021. Vol. 83. No 4. P. 481–504 (In Russian).
5. Volkov I.A., Igumnov L.A., dell'Isola F., Litvinchuk S.Yu., Eremeyev V.A. A continual model of a damaged medium used for analyzing fatigue life of polycrystalline structural alloys under thermal-mechanical loading. *Continuum Mech. Thermodyn*. 2020. Vol. 32. Iss. 1. P. 229–245. DOI: 10.1007/s00161-019-00795-x.
6. Kapustin S.A., Churilov Yu.A., Gorokhov V.A. *Modelirovanie nelineynogo deformirovaniya i razrusheniya konstruktsiy v usloviyakh mnogofaktornykh vozdeystviy na osnove MKE [Modeling of Nonlinear Deformation and Destruction of Structures under Conditions of Multifactorial Impacts Based on FEM]*. N. Novgorod. NNGU Publ. 2015. 347 p. (In Russian).
7. Chaboche J.-L. A review of some plasticity and viscoplasticity constitutive theories. *Int. J. Plast*. 2008. Vol. 24. P. 1642–1692. DOI: 10.1016/j.ijplas.2008.03.0099.
8. Chaboche J.-L., Kanouté P. P., Azzouz F. Cyclic inelastic constitutive equations and their impact on the fatigue life predictions. *Int. J. Plast*. 2012. Vol 35. P. 44–66. DOI:10.1016/j.ijplas.2012.01.010.
9. Abdel-Karim M. Modified kinematic hardening rules for simulations of ratcheting. *Int. J. Plast*. 2009. Vol. 25. P. 1560–1587. DOI: 10.1016/j.ijplas.2008.10.004.

10. Armstrong P.J., Frederick C.O. A mathematical representation of the multiaxial Bauschinger effect. *Central Electricity Generating Board (CEGB) Report No. RD/B/N/ 731*. 1966.
11. Ohno N., Wang J.-D. Kinematic hardening rules with critical state of dynamic recovery. Part 1: Formulations and basic features for ratcheting behavior. *Int. J. Plast.* 1993. Vol. 9. Iss. 3. P. 375–390. DOI: 10.1016/0749-6419(93)90042-O.
12. Abashev D., Bondar V. Refinement of plasticity theory for modeling monotonic and cyclic loading processes. *J. Mech. Mater. Struct.* 2020. Vol. 15. Iss. 2. P. 225–239. DOI: 10.2140/jomms.2020.15.225.
13. Bondar V.S., Abashev D.R. Plasticity of materials with additional hardening exposed to cyclic loading. *Advanced Structured Materials*. 2021. Vol. 141. P. 57–69. DOI: 10.1007/978-3-030-54928-2_6.
14. Abashev D.R., Bondar V.S. Modified theory of plasticity for monotonic and cyclic deformation processes. *Mechanics of Solids*. 2021. Vol. 56. Iss. 1. P. 4–12. DOI: 10.3103/S0025654421010027.
15. Bondar V.S., Abashev D.R., Fomin D.Yu. Teorii plastichnosti pri sloznom nagruzhenii po ploskim traektoriyam deformatsiy [Theories of plasticity under complex loading along flat trajectories of deformations]. *Vestnik PNIPU [PNRPU Mechanics Bulletin]*. 2021. No 3. P. 35–46 (In Russian).
16. Bondar V.S., Abashev D.R., Petrov V.K. Construction of the theory of plasticity irrelative of the loading surface and associated flow law. *Strength of Materials*. 2021. Vol. 53. No 4. P. 550–558. DOI: 10.1007/S11223-021-00316-9.
17. Temis Ju.M., Hudyakova A.D. Model neizotermicheskogo uprugoplasticheskogo deformirovaniya konstruktsionnykh materialov pri sloznom nagruzhenii [Model of non-isothermal elastoplastic deformation of structural materials under complex loading]. *Matematicheskoe Modelirovanie i Chislennyye Metody*. 2017. No 3(15). P. 20–37 (In Russian).
18. Halama R. et al. Influence of mean stress and stress amplitude on uniaxial and biaxial ratcheting of ST52 steel and its prediction by the Abdel-Karim–Ohno model. *Int. J. Fatigue*. 2016. Vol. 91. Iss. 2. P. 313–321. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2016.04.033>.
19. Mróz Z., Maciejewski J. Constitutive modeling of cyclic deformation of metals. *Acta Mech.* 2018. Vol. 229. P. 475–496. DOI: 10.1007/s00707-017-1982-5.
20. Jiawa Lu, Wei Sun, Adib Becker, Abdullah Aziz Saad. Simulation of the fatigue behaviour of a power plant steel with a damage variable. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2015. Vol. 100. P. 145–157. DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2015.06.019.
21. Abashev D.R. Metod opredeleniya materialnykh funktsiy modeli plastichnosti [Method of determinate plasticity model material parameters]. *Kosmonavtika i raketostroenie [The Federal State Unitary Enterprise Central Research Institute for Machine Building]*. 2020. No 117. P. 66–79 (In Russian).

LOW-CYCLE FATIGUE OF NOTCHED SPECIMENS UNDER HARD LOAD

Abashev D.R.

Moscow Polytechnic University, Moscow, Russian Federation

The results of tests of cylindrical specimens of alloy 01570C for low-cycle fatigue are presented. The tests were carried out on a smooth sample and samples with an annular recess. Specimens with an annular groove were tested under rigid cyclic alternating loading with a constant range of elongation of the working part.

To simulate the experiments performed, a variant of the plasticity model based on the theory of flow under combined hardening is used. In the chosen mathematical model, a memory surface is introduced that separates monotonous and cyclic loading. This division allows one to take into

account various features of isotropic and anisotropic hardening of the material. Anisotropic hardening is described by the sum of backstresses of three different types, which make it possible to describe the effects of fitting and stepping out of the elastoplastic hysteresis loop. The plasticity model makes it possible to assess the damaged state of a material using an equation that describes the process of damage accumulation based on the energy criterion of durability.

According to the results of testing a smooth sample, the parameters of the plasticity model were determined. The finite element method was used to carry out mathematical modeling of experiments on loading samples with an annular groove. The material behavior model was implemented in the SIMULIA Abaqus software package, for which the model equations were linearized and the Jacobi matrix was calculated, which determines the change in each of the stress increment components caused by an infinitesimal change in each component of the strain increment tensor. Based on the results of mathematical modeling, the dependences of the load applied to the sample on the elongation of its working part were obtained.

The article compares the dependences of the load applied to the sample, obtained from the results of the calculation, with the experimental ones, as well as the number of cycles until the destruction of the sample.

Keywords: low-cycle fatigue, plasticity theory, finite element method, damage accumulation, stress concentration, mathematical modeling, energy durability criterion.