

УДК 539.3

DOI: 10.32326/1814-9146-2022-84-1-35-50

РАСЧЕТЫ ДЕЙСТВИЯ СИЛЫ НА ПОРОУПРУГОЕ ТРЕХФАЗНОЕ ПОЛУПРОСТРАНСТВО*

© 2022 г.

Григорьев М.В., Игумнов Л.А.

*Научно-исследовательский институт механики
Национального исследовательского Нижегородского государственного
университета им. Н.И. Лобачевского, Нижний Новгород, Российская Федерация*

igumnov@mech.unn.ru

Поступила в редакцию 15.12.2021

Дана математическая постановка краевой задачи в изображениях линейной трехмерной изотропной динамической теории пороупругости, когда материал среды является частично насыщенным. Пороупругая среда представляется моделью гетерогенного материала, состоящего из фазы упругой матрицы и двух фаз наполнителей – жидкости и газа, заполняющих систему пор. Определяющие соотношения пористой среды, записанные в переменных перемещений скелета и поровых давлений наполнителей, сводятся к краевой задаче с помощью численного преобразования Лапласа. Дано описание гранично-элементного подхода. Приведено регуляризованное граничное интегральное уравнение, построенное с помощью сингулярной матрицы статических решений. Записан дискретный аналог граничного интегрального уравнения, полученный с использованием метода коллокаций. Дискретный аналог параметризован комплексной переменной интегрального преобразования Лапласа. Рассмотрена задача о действии вертикальной силы, равномерно распределенной на квадратной площадке, на частично насыщенное пороупругое полупространство. Выбор расчетной гранично-элементной модели позволил получить верифицированные численные результаты. На основании анализа компонент перемещений в точках, находящихся на различном удалении от площадки действия силы, показано влияние насыщенности на амплитуды нестационарного волнового отклика и на скорости волн отклика. Продемонстрировано поведение волнового отклика при удалении от источника нагружения изотропного однородного пороупругого полупространства. Также рассмотрена задача о действии вертикальной силы на частично насыщенное пороупругое полупространство, ослабленное кубической полостью. Проведен анализ влияния ослабления полупространства на волновой поверхностный отклик. Исследовано влияние заглубленности на динамический волновой отклик, а также влияние на него фазности пороупругого материала.

Ключевые слова: пороупругость, частично насыщенный материал, полость, метод граничных интегральных уравнений, численное обращение преобразования Лапласа.

*Теоретические исследования выполнены при финансовой поддержке Министерством науки и высшего образования РФ (проект №0729-2020-0054), численные эксперименты проведены при финансовой поддержке РФФИ (грант №19-38-90224 Аспирант).

Введение

Для описания поведения пористых сред единого подхода нет, можно отметить, например, теорию Био, теорию смесей [1]. Исследования некоторых моделей для ненасыщенной пористой среды можно найти в [2–4], а для многофазных несмешивающихся жидкостей в [5–7]. М.А. Biot предложил феноменологическую модель динамической пороупругости. Исследования Я.И. Френкеля [8] и М.А. Biot [9–14] являются признанными классическими разработками математической теории пороупругости, в которых авторы ввели двухфазную модель среды.

Для исследования задачи о распространении волны методом граничных элементов (МГЭ) требуются соответствующие граничные интегральные уравнения (ГИУ) и фундаментальные решения.

Работы по выводу фундаментальных решений для систем уравнений пороупругости имеют известную историю и разнообразие. Следует отметить публикации таких авторов, как R. Burridge и C.A. Vargas [15], A.N. Norris [16], G.D. Manolis и D.E. Beskos [17], A. Cheng, T. Badmus и D. Beskos [18], M. Schanz и H. Antes [19], M. Schanz [20–22], M. Schanz и S. Diebels [23], M. Schanz и D. Pryl [24], M. Schanz [25], B. Gatmiri и E. Jabbari [26, 27], A.H.-D. Cheng [28] и др. Отдельно можно выделить ранние формулировки ГИУ для пороупругости J. Dominguez [29, 30].

Решения о действии сосредоточенной силы были получены в [26] как в частотной, так и во временной областях с использованием метода Купрадзе. В [31] дано описание распространения и затухания волн Рэлея, возникающих от источника нагружения, вдоль свободной поверхности ненасыщенного слоя грунта. В [32] исследована задача Лэмба для полупространства и получена динамическая реакция ненасыщенных грунтов с использованием метода интегрального преобразования. В [33] с помощью методов интегрального преобразования построена функция Грина в преобразованной области для произвольной внутренней гармонической нагрузки, залегающей в ненасыщенном грунте. Подробности по получению отмеченных результатов можно найти в [34–38].

1. Постановка краевой задачи в изображениях по Лапласу

Математическая модель пороупругой среды записывается в соответствии с подходом, изложенным в [39].

Функций перемещения твердой фазы u_i и поровых давлений p^w и p^a , как неизвестных первого рода, достаточно для полного описания задачи пороупругой динамики [40]. Поиск решений будем проводить с применением интегрального преобразования Лапласа с параметром s . Для случая отсутствия объемных сил и источников система уравнений движения принимает вид:

$$\begin{bmatrix} B_1 \delta_{ij} + B_2 \partial_i \partial_j & B_3 \partial_i & B_4 \partial_i \\ B_5 \partial_j & B_6 & B_7 \\ B_8 \partial_j & B_9 & B_{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{u}_i(\mathbf{x}, s) \\ \hat{p}^w(\mathbf{x}, s) \\ \hat{p}^a(\mathbf{x}, s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x} \in \Omega, \quad \Omega \subset \mathbf{R}^3,$$

где

$$B_1 = G\nabla^2 - (\rho - \beta S_w \rho_w - \gamma S_a \rho_a) s^2, \quad B_2 = K + \frac{2}{3} G, \quad B_3 = -(\alpha - \beta) S_w, \\ B_4 = -(\alpha - \gamma) S_a, \quad B_5 = -(\alpha - \beta) S_w s,$$

$$\begin{aligned}
B_6 &= -\left(\xi S_{ww} S_w + \frac{\varphi}{K_w} S_w - S_u \varphi\right) s + \frac{\beta S_w}{\rho_w s} \nabla^2, \\
B_7 &= -(\xi S_{aa} S_w + S_u \varphi) s, \quad B_8 = -(\alpha - \gamma) S_a s, \quad B_9 = -(\xi S_{ww} S_a + S_u \varphi) s, \\
B_{10} &= -\left(\xi S_{aa} S_a + \frac{\varphi}{K_a} S_a - S_u \varphi\right) s + \frac{\gamma S_a}{\rho_a s} \nabla^2, \\
\xi &= \frac{\alpha - \varphi}{K_s}, \quad S_{ww} = S_w - \theta(S_w - S_{rw}), \quad S_{aa} = S_a - \theta(S_w - S_{rw}), \\
S_u &= -\frac{\theta(S_{ra} - S_{rw})}{p^d} S_e^{(\theta+1)/\theta}, \quad \alpha = 1 - \frac{K}{K_s}, \quad \beta = \frac{\kappa_w \varphi \rho_w s}{\varphi S_w + \kappa_w \rho_w s}, \\
\gamma &= \frac{\kappa_a \varphi \rho_a s}{\varphi S_a + \kappa_a \rho_a s}, \quad \kappa_f = K_{rf} \frac{k}{\eta_f} \quad (f = w, a),
\end{aligned}$$

∇ – оператор Гельмгольца; K_w, K_a – объемные модули жидкости и газа; S_{ww} – остаточная насыщенность жидкостью, S_{aa} – остаточная насыщенность газом; K_s – объемный модуль зерен скелета; θ – коэффициент распределения пор; K, G – объемный и сдвиговый модули; ρ – плотность элементарного объема; α – коэффициент эффективных напряжений; φ – пористость; k – абсолютная проницаемость частично насыщенного пороупругого материала; K_r – проницаемость фазы; δ – функция Дирака,

$$\begin{aligned}
\mathbf{v}(\mathbf{x}, s) &= \tilde{\mathbf{v}}, \quad \mathbf{v} = (\hat{u}_i, \hat{p}^w, \hat{p}^a), \quad \mathbf{x} \in S^u; \\
\mathbf{t}(\mathbf{x}, s) &= \tilde{\mathbf{t}}, \quad \mathbf{t} = (\hat{t}_i, -\hat{q}^w, -\hat{q}^a), \quad \hat{t}_i = \hat{\sigma}_{ij} n_j, \quad \hat{q}_i = s \hat{\nu}_i n_i \quad (\mathbf{x} \in S^u),
\end{aligned}$$

где n_i – единичная нормаль к границе области Ω ; S^u – граница типа Дирихле; S^σ – граница типа Неймана.

2. Регуляризованное граничное интегральное уравнение

Исходное ГИУ имеет вид:

$$\begin{aligned}
&\int_{\Gamma} \begin{bmatrix} \hat{U}_{ij}^{ss} & \hat{P}_j^{sw} & \hat{P}_j^{sa} \\ \hat{U}_i^{ws} & \hat{P}^{ww} & \hat{P}^{wa} \\ \hat{U}_i^{as} & \hat{P}^{aw} & \hat{P}^{aa} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{t}_i \\ -\hat{q}^w \\ -\hat{q}^a \end{bmatrix} d\Gamma = \\
&= \int_{\Gamma} \begin{bmatrix} \hat{T}_{ij}^{ss} & \hat{Q}_j^{sw} & \hat{Q}_j^{sa} \\ \hat{T}_i^{ws} & \hat{Q}^{ww} & \hat{Q}^{wa} \\ \hat{T}_i^{as} & \hat{Q}^{aw} & \hat{Q}^{aa} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{u}_i \\ \hat{p}^w \\ \hat{p}^a \end{bmatrix} d\Gamma + \begin{bmatrix} c_{ij} & 0 & 0 \\ 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{u}_i \\ \hat{p}^w \\ \hat{p}^a \end{bmatrix}, \quad (1)
\end{aligned}$$

где

$$\hat{\mathbf{U}} = \begin{bmatrix} \hat{U}_{ij}^{ss} & \hat{U}_i^{ws} & \hat{U}_i^{as} \\ \hat{P}_j^{sw} & \hat{P}^{ww} & \hat{P}^{aw} \\ \hat{P}_j^{sa} & \hat{P}^{wa} & \hat{P}^{aa} \end{bmatrix}, \quad \hat{\mathbf{T}} = \begin{bmatrix} \hat{T}_{ij}^{ss} & \hat{Q}_i^{sw} & \hat{Q}_j^{sa} \\ \hat{T}_i^{ws} & \hat{Q}^{ww} & \hat{Q}^{wa} \\ \hat{T}_i^{as} & \hat{Q}^{aw} & \hat{Q}^{aa} \end{bmatrix},$$

$\hat{\mathbf{U}}, \hat{\mathbf{T}}$ – матрицы фундаментальных и сингулярных решений; $\hat{t}_i = \hat{\sigma}_{ij} n_j$ – вектор обобщенных поверхностных усилий;

$$\hat{q}^w = -\frac{\beta}{\rho_w s} (\hat{p}_i^w + \rho_w s^2 \hat{u}_i) n_i$$

– поток смачивающего наполнителя в виде жидкости;

$$\hat{q}^a = -\frac{\gamma}{\rho_a s} (\hat{p}_i^a + \rho_a s^2 \hat{u}_i) n_i$$

– поток несмачивающего наполнителя в виде газа.

Регуляризованное ГИУ из (1) строится с помощью сингулярной матрицы статических решений \mathbf{T}^0 [41]:

$$\int_{\Gamma} (\mathbf{T}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, s) \mathbf{v}(\mathbf{y}, s) - \mathbf{T}^0(\mathbf{x}, \mathbf{y}, s) \mathbf{v}(\mathbf{x}, s) - \mathbf{U}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, s) \mathbf{t}(\mathbf{y}, s)) d\Gamma = 0, \quad (2)$$

$$\mathbf{x}, \mathbf{y} \in \Gamma = \partial\Omega.$$

3. Гранично-элементная схема

Для решения уравнения (2) применяется конечно-элементная технология.

Поверхность тела представляется в виде K обобщенных четырехугольных восьмиузловых граничных элементов, для каждого из которых выполняется соотношение:

$$\mathbf{x}_i(\xi_1, \xi_2) = \sum_{m=1}^8 N_m(\xi_1, \xi_2) \mathbf{x}_m^k, \quad k = \overline{1, K}, \quad i = \overline{1, 3},$$

где $N_m(\xi_1, \xi_2)$ – биквадратичные функции формы; ξ_1, ξ_2 – локальные координаты, \mathbf{x}_m^k – геометрические граничные узлы; $\mathbf{x}(\xi_1, \xi_2)$ – глобальные координаты вектора.

Обобщенные граничные перемещения \mathbf{v}_i аппроксимируются билинейными граничными элементами с применением функций форм $R_m(\xi_1, \xi_2)$, а поверхностные обобщенные силы \mathbf{t}_i – постоянными граничными элементами:

$$\mathbf{v}_i(\xi_1, \xi_2) = \sum_{m=1}^4 R_m(\xi_1, \xi_2) \mathbf{v}_m^k, \quad k = \overline{1, K}, \quad i = \overline{1, 3},$$

$$\mathbf{t}_i(\xi_1, \xi_2) = \mathbf{t}_i^k, \quad k = \overline{1, K}, \quad i = \overline{1, 3}.$$

Дискретное представление ГИУ (2) строится с использованием метода коллокации. В качестве узлов коллокации выбираются узлы аппроксимации исходных граничных функций. Порождаемая система линейных алгебраических уравнений в изображениях по Лапласу с параметром преобразования s примет вид:

$$\sum_{k=1}^K \sum_{m=1}^4 \Delta \mathbf{T}_{mi}^k \mathbf{v}_m^k = \sum_{k=1}^K \Delta \mathbf{U}_i^k \mathbf{t}^k, \quad i = 1, \dots, P,$$

$$\Delta \mathbf{T}_{mi}^k = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [R_m(\xi_1, \xi_2) \mathbf{T}(\mathbf{x}^i, \mathbf{y}^k(\xi_1, \xi_2), s) - \mathbf{I} \cdot \mathbf{T}^0(\mathbf{x}^i, \mathbf{y}^k(\xi_1, \xi_2))] J_k(\xi_1, \xi_2) d\xi_1 d\xi_2,$$

$$\Delta \mathbf{U}_i^k = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \mathbf{U}(\mathbf{x}^i, \mathbf{y}^k(\xi_1, \xi_2), s) J_k(\xi_1, \xi_2) d\xi_1 d\xi_2,$$

где число граничных узлов будет P ; J – якобиан преобразований локальных координат в глобальные, \mathbf{I} – единичная матрица.

Построение дискретного представления граничного интегрального уравнения связано с задачей вычисления интегралов численными методами и, следовательно,

с задачей выбора наиболее подходящей квадратурной формулы. При этом возникает необходимость разбиения элемента на более мелкие элементы, а также устранения особенностей в подынтегральных функциях [42]. Коэффициенты дискретных представлений граничных интегральных уравнений вычисляются с применением квадратурной формулы Гаусса. Решение построенной таким образом системы линейных алгебраических уравнений является решением исходной краевой задачи и зависит от параметра интегрального преобразования Лапласа.

Для построения шаговых схем метода граничных элементов, получения численно-аналитических решений с использованием интегрального преобразования Лапласа применяется метод численного обращения преобразования Лапласа, который можно отнести к предложенному К. Любичем методу квадратур свертков [43–46]. Метод исходит из следующего интеграла:

$$(f * g)(t) = \int_0^t f(t - \tau)g(\tau)d\tau, \quad \forall t > 0. \quad (3)$$

В настоящее время метод хорошо разработан и успешно использован при построении гранично-элементных решений начально-краевых задач методом гранично-временных интегральных уравнений [19, 22].

Рассмотрим обратное преобразование Лапласа

$$f(t) = \lim_{Y \rightarrow \infty} \frac{1}{2\pi i} \int_{c-iY}^{c+iY} \hat{f}(s) \exp(ts) ds,$$

где $f(t)$ – оригинал, $\hat{f}(s)$ – изображение. Условием существования обратного преобразования Лапласа является требование, чтобы величина c была больше действительной части любого из полюсов функции $\hat{f}(s)$.

Используется шаговый метод, согласно которому функция $g \equiv H(t)$ – функция Хевисайда:

$$f(0) = 0, \quad f(n\Delta t) = \sum_{k=1}^n \omega_k(\Delta t), \quad n = 1, \dots, N,$$

$$\omega_n(\Delta t) = \frac{R^{-n}}{L} \sum_{l=0}^{L-1} \hat{f}(s) s \exp(-in\phi), \quad s = \frac{\gamma(z)}{\Delta t}, \quad z = R \exp(i\phi), \quad \phi = 2\pi \frac{l}{L},$$

$$\gamma(z) = \frac{3}{2} - 2z + \frac{1}{2}z^2, \quad z \in C,$$

R, L – параметры метода численного обращения преобразования Лапласа.

Такой способ построения оригинала существенно упрощает схему численного обращения преобразования Лапласа. Если метод квадратур свертков опирался на формулу (3), которой соответствует в операционном исчислении теорема о свертках, то применяемая в статье итоговая формула исходит из теоремы операционного исчисления об интегрировании оригинала.

4. Численные исследования

Рассматривается задача о действии силы на частично насыщенное пороупругое полупространство (рис. 1). Нагрузка задается формулой $t_3 = -S_0 H(t)$, где $H(t)$ – функция Хевисайда, сила $S_0 = 1 \text{ Н/м}^2$ распределена на участке дневной плоскости полупространства в виде квадрата со стороной $a = 1 \text{ м}$. Дневная часть плоскости полупространства без нагруженного квадрата свободна от усилий и проницаема:

$t_1 = t_2 = t_3 = 0$, $p^w = p^a = 0$. Кроме того полагаем, что вся дневная плоскость по отношению к жидкой и газообразной составляющим пороупругого материала полупространства проницаема. Параметры пороупругого материала следующие: пористость $\phi = 0,23$; плотность зерен скелета $\rho_s = 2650$ кг/м³; плотность жидкости $\rho_w = 997$ кг/м³; плотность газа $\rho_a = 1,1$ кг/м³; объемный модуль пористого материала $K = 1,02 \cdot 10^9$ Н/м²; модуль сдвига пористого материала $G = 1,44 \cdot 10^9$ Н/м²; объемный модуль зерен твердого скелета $K_s = 3,5 \cdot 10^{10}$ Н/м²; объемный модуль жидкости $K_w = 2,25 \cdot 10^9$ Н/м²; объемный модуль газа $K_a = 1,1 \cdot 10^5$ Н/м²; проницаемость $k = 2,5 \cdot 10^{-12}$ м²; вязкость жидкости $\eta_w = 1,0 \cdot 10^{-3}$ Н с/м²; вязкость газа $\eta_a = 1,8 \cdot 10^{-5}$ Н с/м²; давление газа $p^d = 5 \cdot 10^4$ Н/м², необходимое для вытеснения жидкости из пор; остаточная насыщенность жидкости $S_{rw} = 0$; остаточная насыщенность газа $S_{ra} = 1$; коэффициент распределения размера пор $\theta = 1,5$.

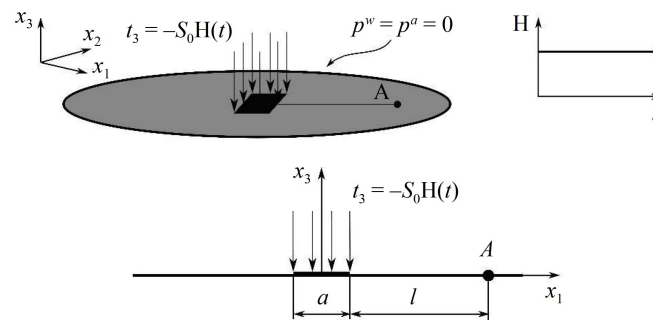


Рис. 1. Схема задачи о действии силы на поверхность полупространства

Для получения верифицированных результатов проведено исследование сеточной сходимости численного решения рассматриваемой задачи. Для этой цели выполнены расчеты на трех гранично-элементных сетках, содержащих на четверти рассматриваемой области по 643 (сетка А), 983 (сетка В) и 1299 (сетка С) элементов соответственно. Расчеты в трехмерной постановке выполнены при следующих значениях параметров шагового метода: $R = 0,997$, $\Delta t = 4,0 \cdot 10^{-5}$ с, $N = 1000$, $L = 506$.

На рис. 2, 3 представлены графики перемещений u_1 и u_3 в точке А, находящейся на удалении $l = 10$ м от нагружаемого квадрата. На рис. 4, 5 представлены результаты исследования влияния насыщенности S_w на значения перемещений u_1 и u_3 в точке А, расположенной на удалении $l = 10$ м от нагруженного квадрата. Видно, что с ростом насыщенности S_w с 0,9 до 1 абсолютные значения перемещений u_1 и u_3 уменьшаются. В частности, перемещение u_3 принимает наибольшие значения: $1,2792 \cdot 10^{-11}$ м вслед за прибытием волны Рэлея в момент времени $t \approx 0,1384 \cdot 10^{-1}$ с при $S_w = 0,9$; $1,2579 \cdot 10^{-11}$ м – в момент времени $t \approx 0,1384 \cdot 10^{-1}$ с при $S_w = 0,95$; $1,13365 \cdot 10^{-11}$ м – в момент времени $t \approx 0,1380 \cdot 10^{-1}$ с при $S_w = 0,99$; $1,000022 \cdot 10^{-11}$ м – в момент времени $t \approx 0,1368 \cdot 10^{-1}$ с при $S_w = 0,995$; $0,5037414 \cdot 10^{-11}$ м – в момент времени $t \approx 0,1324 \cdot 10^{-1}$ с при $S_w = 1$. Таким образом, увеличение S_w с 0,9 до 0,995 приводит к снижению наибольшего значения u_3 в 1,3 раза, а увеличение с 0,995 до 1 приводит к снижению наибольших значений u_3 почти в два раза. Однако скорость волны Рэлея в исследовании изменилась незначительно, а рост перемещения u_3 на графиках наблюдается практически в один и тот же момент времени при различных значениях S_w . В отличие от постоянства скорости волны Рэлея, скорость продольной волны при исследованиях с варьированием насыщенности S_w заметно менялась. Рост перемещения u_3 при $S_w = 1$ на графиках наблюдается с момента

времени $t \approx 0,444 \cdot 10^{-1}$ с, а при $S_w = 0,9$ – с момента $t \approx 0,956 \cdot 10^{-1}$ с. Это означает, что увеличение скорости продольной волны происходит примерно в 2,15 раза. Перемещение u_3 до момента прихода волны Рэля возрастает до значения $0,1323521 \cdot 10^{-11}$ м в случае полного насыщения, а перемещение u_3 при $S_w = 0,9$ – до значения $0,5481028 \cdot 10^{-12}$ м, что примерно в 2,4 раза меньше.

Для демонстрации затухания амплитуды отклика в перемещениях в зависимости от удаления от нагруженного квадрата проводился соответствующий анализ гранично-элементных результатов моделирования. Рассматриваются два случая: частично насыщенного полупространства (рис. 6) и полностью насыщенного полупространства (рис. 7). На этих рисунках представлены графики перемещения u_3 в точках, находящихся на различном удалении от площадки, на которой действует сила.

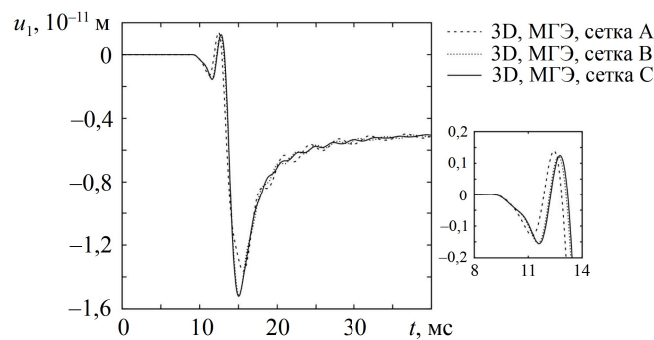


Рис. 2. Графики изменения перемещения u_1 в точке A на различных сетках

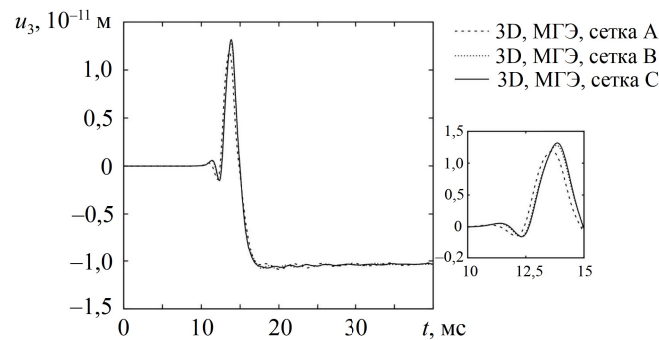


Рис. 3. Графики изменения перемещения u_3 в точке A на различных сетках

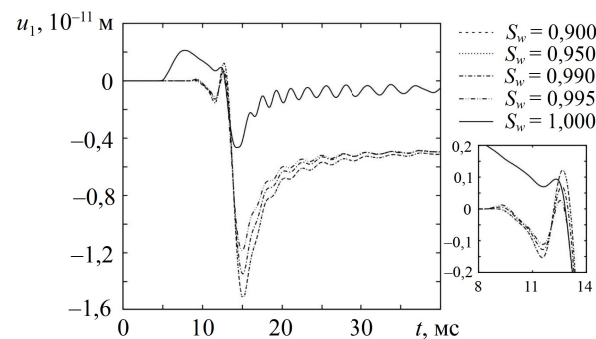


Рис. 4. Графики изменения перемещения u_1 в точке A при различных значениях S_w

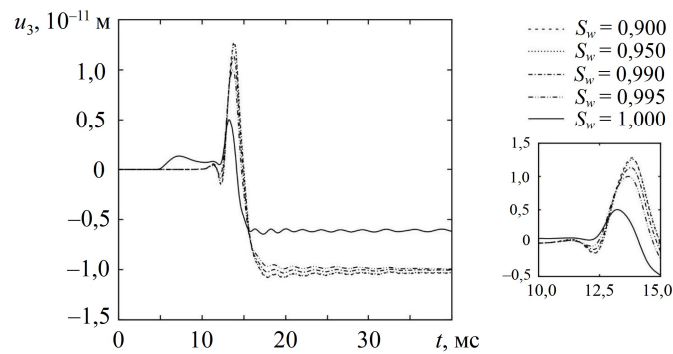


Рис. 5. Графики изменения перемещения u_3 в точке A при различных значениях S_w

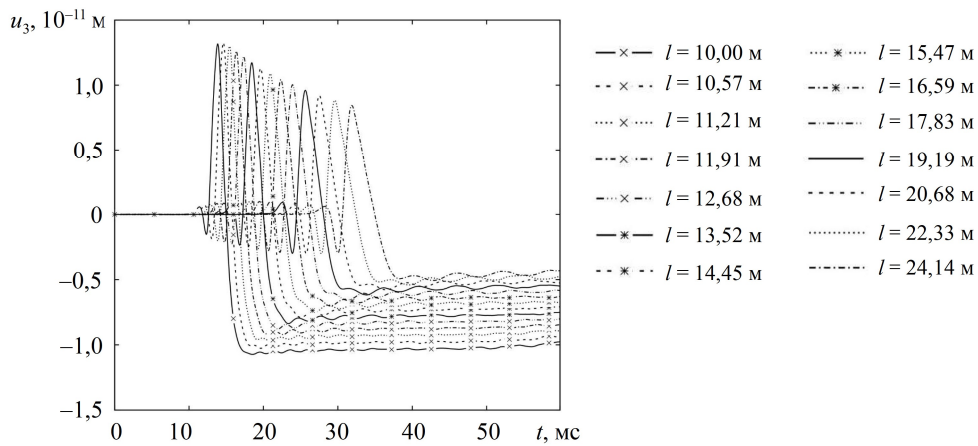


Рис. 6. Графики изменения перемещения u_3 при значении $S_w = 0,9$ и различных значениях l

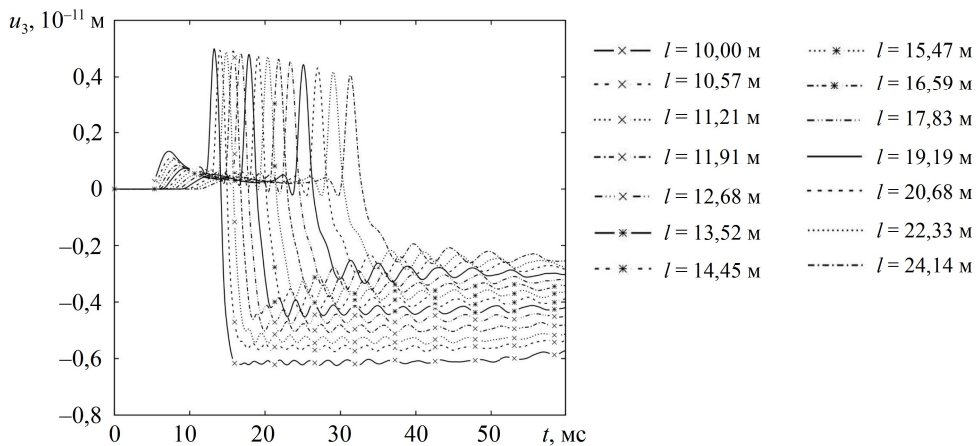


Рис. 7. Графики изменения перемещения u_3 при значении $S_w = 1$ и различных значениях l

Рассмотрена аналогичная задача о действии поверхностной силы на полупространство, ослабленное кубической полостью на глубине h (рис. 8).

На участке дневной плоскости полупространства в виде квадрата со стороной $a = 1 \text{ м}$ задана нагрузка $t_3 = -S_0 H(t)$, где $H(t)$ – функция Хевисайда, $S_0 = 1 \text{ Н/м}^2$.

Дневная плоскость полупространства без нагруженного квадрата свободна от усилий и проницаема: $t_1 = t_2 = t_3 = 0, p^w = p^a = 0$. Длина ребра полости $d = 4$ м, поверхность полости свободна от усилий и непроницаема. Четверть расчетной сетки содержит 983 элемента на поверхности полупространства и 620 элементов на поверхности полости. Расчеты выполнены при следующих значениях параметров шагового метода: $R = 0,997, \Delta t = 8,0 \cdot 10^{-5}$ с, $N = 2000, L = 500$.

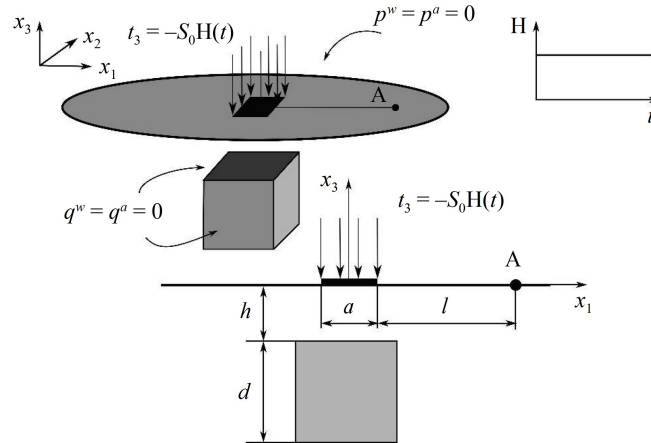


Рис. 8. Схема задачи о действии силы на поверхность полупространства, ослабленного полостью

На рис. 9 и 10 представлены графики перемещений u_1 и u_3 в точке A при $l = 15$ м и $h = 2$ м. Рисунок 9 показывает, что при $S_w = 1$ и наличии заглубленной кубической полости перемещение u_1 до момента прихода волны Рэлея набирает несколько большую по величине амплитуду и более медленно, чем в случае отсутствия полости. Наличие полости при $S_w = 1$ приводит к увеличению амплитуды перемещения u_1 в момент прибытия волны Рэлея относительно значения амплитуды при отсутствии полости. В случае частичного насыщения пороупругого материала при $S_w = 0,9$ наличие полости приводит к снижению амплитуды перемещения u_1 в период до момента прибытия волны Рэлея; как и в случае полного насыщения, приводит к росту амплитуды перемещения u_1 в момент прибытия волны Рэлея.

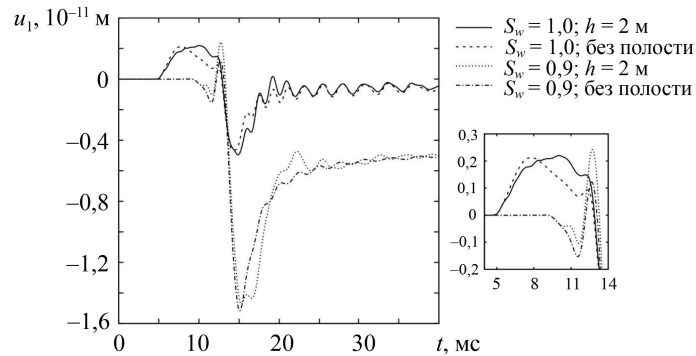


Рис. 9. Графики изменения перемещения u_1 в точке A при различных значениях S_w и при наличии и отсутствии полости

Рисунок 10 показывает, что при $S_w = 1$ наличие полости оказывает такой же эффект на перемещение u_3 , как и на перемещение u_1 . В случае частичного насыщения при $S_w = 0,9$ наличие полости не приводит к изменению амплитуды перемещения u_3 до момента прибытия волны Рэлея, но приводит к росту амплитуды перемещения u_3 в момент прибытия волны Рэлея.

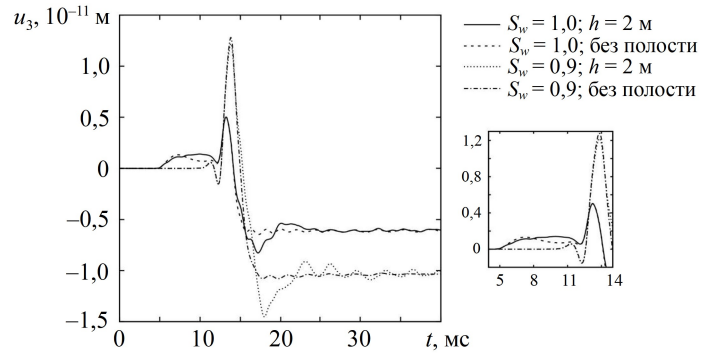


Рис. 10. Графики изменения перемещения u_3 в точке A при различных значениях S_w и при наличии и отсутствии полости

На рис. 11 и 12 представлены графики перемещений u_1 и u_3 в точке A при различных значениях величины заглубления h для случая частичного насыщения $S_w = 0,9$.

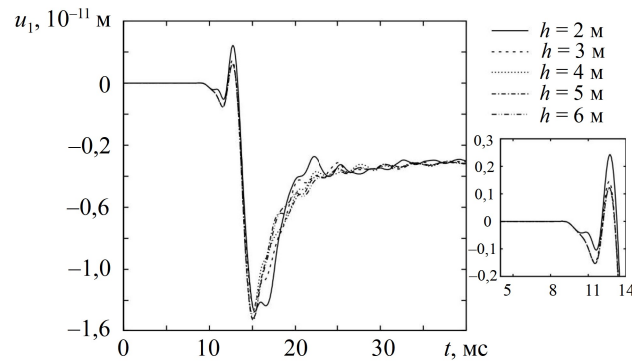


Рис. 11. Графики изменения перемещения u_1 в точке A при различных значениях h

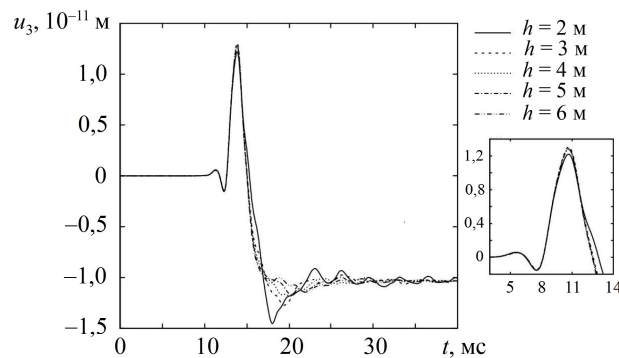


Рис. 12. Графики изменения перемещения u_3 в точке A при различных значениях h

Рисунок 11 показывает, что при $h = 3$ м наличие полости не оказывает влияния на амплитуду перемещения u_1 до момента прибытия волны Рэлея, а при $h = 4$ м – на амплитуду перемещения u_1 в момент прибытия волны Рэлея. По результатам исследований можно заключить, что при выбранных геометрических параметрах и нагрузке наличие полости не оказывает влияния на поверхностные перемещения в точке A , удаленной от площадки нагружения на 15 м.

Заключение

Рассмотрена задача о действии вертикальной силы на частично насыщенное поропругое полупространство. До получения искомого гранично-элементного решения проведен апостериорный анализ расчетной граничной модели. Выбор расчетной гранично-элементной модели позволил получить верифицированные численные результаты. Отмечено влияние насыщенности на амплитуды нестационарного волнового отклика и на скорости волн отклика. Продемонстрировано поведение волнового отклика при удалении от источника нагружения изотропного однородного поропруемого полупространства.

Рассмотрена задача о действии вертикальной силы на частично насыщенное поропругое полупространство, ослабленное кубической полостью. Проведен анализ влияния ослабления полупространства на волновой поверхностный отклик, в том числе в зависимости от глубины расположения ослабляющей полости и фазности поропруемого материала.

Список литературы

1. Lewis R.W., Schrefler B.A. *The Finite Element Method in the Static and Dynamic Deformation and Consolidation of Porous Media*. New York: John Wiley and Sons, 1999. 508 p.
2. Borja R.I. On the mechanical energy and effective stress in saturated and unsaturated porous continua. *International Journal of Solids and Structures*. 2006. Vol. 43. Iss. 6. P. 1764–1786. DOI: 10.1016/J.IJSOLSTR.2005.04.045.
3. Coussy O. *Poromechanics*. Chichester: Wiley & Sons, 2004. 298 p.
4. Coussy O. Revisiting the constitutive equations of unsaturated porous solids using a Lagrangian saturation concept. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*. 2007. Vol. 31. Iss. 15. P. 1675–1694. DOI: 10.1002/NAG.613.
5. Gray W.G., Schrefler B.A. Analysis of the solid phase stress tensor in multiphase porous media. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*. 2007. Vol. 31. Iss. 4. P. 541–581. DOI: 10.1002/NAG.541.
6. Wei C., Muraleetharan K.K. A continuum theory of porous media saturated by multiple immiscible fluids: I. Linear poroelasticity. *International Journal of Engineering Science*. 2002. Vol. 40. Iss. 16. P. 1807–1833. DOI: 10.1016/S0020-7225(02)00068-X.
7. Wei C. A continuum theory of porous media saturated by multiple immiscible fluids: II. Lagrangian description and variational structure. *International Journal of Engineering Science*. 2002. Vol. 40. Iss. 16. P. 1835–1854. DOI: 10.1016/S0020-7225(02)00069-1.
8. Френкель Я.И. К теории сейсмических и сейсмoeлектрических явлений во влажной почве. *Изв. АН СССР. Сер. география и геофизика*. 1944. Т. 8. №4. С. 133–150.
9. Biot M.A. Generalized theory of acoustic propagation in porous dissipative media. *Journal of the Acoustical Society of America*. 1962. Vol. 34. No 5. Part 1. P. 1254–1264. DOI: 10.1121/1.1918315.
10. Biot M.A. Mechanics of deformational and acoustic propagation in porous media. *Journal of Applied Physics*. 1962. Vol. 33. Iss. 4. P. 1482–1498. DOI: 10.1063/1.1728759.
11. Biot M.A., Willis D.G. The elastic coefficients of the theory of consolidation. *Journal of Applied Mechanics*. 1957. Vol. 24. Iss. 4. P. 594–601. DOI: 10.1115/1.4011606.

12. Biot M.A. Theory of elasticity and consolidation for a porous anisotropic solid. *Journal of Applied Physics*. 1955. Vol. 26. Iss. 2. P. 182–185. DOI: 10.1063/1.1721956.
13. Biot M.A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. I. Low-frequency range. *Journal of the Acoustical Society of America*. 1956. Vol. 28. Iss. 2. P.168–178. DOI: 10.1121/1.1908239.
14. Biot M.A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. II. Higher-frequency range. *Journal of the Acoustical Society of America*. 1956. Vol. 28. Iss. 2. P. 179–191. DOI:10.1121/1.1908241.
15. Burridge R., Vargas C.A. The fundamental solution in dynamic poroelasticity. *Geophysical Journal International*. 1979. Vol. 58. Iss. 1. P. 61–90. DOI: 10.1111/J.1365-246X.1979.TB01010.X.
16. Norris A.N. Radiation from a point source and scattering theory in a fluid-saturated porous solid. *Journal of the Acoustical Society of America*. 1985. Vol. 77. Iss. 6. P. 2012–2023. DOI: 10.1121/1.391773.
17. Manolis G.D., Beskos D.E. Integral formulation and fundamental solutions of dynamic poroelasticity and thermoelasticity. *Acta Mechanica*. 1989. Vol. 76. Iss. 1-2. P. 89–104. DOI: 10.1007/BF01175798.
18. Cheng A., Badmus T., Beskos D. Integral equation for dynamic poroelasticity in frequency domain with BEM solution. *Journal of Engineering Mechanics ASCE*. 1991. Vol. 117. Iss. 5. P. 1136–1157. DOI:10.1061/(ASCE)0733-9399(1991)117:5(1136).
19. Schanz M., Antes H. A new visco- and elastodynamic time domain boundary element formulation. *Computational Mechanics*. 1997. Vol 20. Iss. 5. P. 452–459. DOI: 10.1007/S004660050265.
20. Schanz M. A boundary element formulation in time domain for viscoelastic solids. *Communications in Numerical Methods in Engineering*. 1999. Vol. 15. Iss. 11. P. 799–809. DOI: 10.1002/(SICI)1099-0887(199911)15:11<799::AID-CNEM294>3.0.CO;2-F.
21. Schanz M. Application of 3D time domain boundary element formulation to wave propagation in poroelastic solids. *Engineering Analysis with Boundary Elements*. 2001. Vol. 25. Iss. 4-5. P. 363–376. DOI: 10.1016/S0955-7997(01)00022-4.
22. Schanz M. Wave propagation in viscoelastic and poroelastic continua: A boundary element approach. In: *Lecture Notes in Applied Mechanics*. Vol. 2. Berlin: Springer, 2001. 180 p.
23. Schanz M., Diebels S. A comparative study of Biots theory and the linear theory of porous media for wave propagation problems. *Acta Mechanica*. 2003. Vol. 161. Iss. 3-4. P. 213–235. DOI: 10.1007/S00707-002-0999-5.
24. Schanz M., Pryl D. Dynamic fundamental solutions for compressible and incompressible modeled poroelastic continua. *International Journal of Solids and Structures*. 2004. Vol. 41. Iss. 15. P. 4047–4073. DOI: 10.1016/J.IJSOLSTR.2004.02.059.
25. Schanz M. Poroelastodynamics: Linear models, analytical solutions and numerical methods. *Applied Mechanics Reviews*. 2009. Vol. 62. Iss. 3. P. 1–15. DOI: 10.1115/1.3090831.
26. Gatmiri B., Jabbari E. Time-domain Green's functions for unsaturated soils. Part I: Two-dimensional solution. *International Journal of Solids and Structures*. 2005. Vol. 42. Iss. 23. P. 5971–5990. DOI: 10.1016/J.IJSOLSTR.2005.03.039.
27. Gatmiri B., Jabbari E. Time-domain Green's functions for unsaturated soils. Part II: Three-dimensional solution. *International Journal of Solids and Structures*. 2005. Vol. 42. Iss. 23. P. 5991–6002. DOI: 10.1016/J.IJSOLSTR.2005.03.039.
28. Cheng A.H.-D. Poroelasticity. In: *Theory and Applications of Transport in Porous Media*. 2016. Vol. 27. P. 475–773. DOI: 10.1007/978-3-319-25202-5.
29. Dominguez J. An integral formulation for dynamic poroelasticity. *Journal of Applied Mechanics*. 1991. Vol. 58. Iss. 2. P. 588–591. DOI: 10.1115/1.2897229.
30. Dominguez J. Boundary element approach for dynamic poroelasticity problems. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 1992. Vol. 35. Iss. 2. P. 307–324. DOI: 10.1002/NME.1620350206.
31. Lo W.-C. Propagation and attenuation of Rayleigh waves in a semi-infinite unsaturated poroelastic medium. *Advances in Water Resources*. 2008. Vol. 31. Iss. 10. P. 1399–1410. DOI: 10.1016/J.ADVWATRES.2008.07.008.

32. Xu M. Investigation on dynamic response of unsaturated soils and foundations. *Ph. D. thesis*. South China University Technology. Guangzhou, China. 2010. (In Chinese).
33. Zhang M., Wang X., Yang G., Xie L. Solution of dynamic Green's function for unsaturated soil under internal excitation. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. 2014. Vol. 64. P. 63–84. DOI: 10.1016/J.SOILDYN.2014.05.001.
34. Gatmiri B., Kamalian M. On the fundamental solution of dynamic poroelastic boundary integral equations in time domain. *International Journal of Geomechanics*. 2002. Vol. 2. Iss. 4. P. 381–398. DOI:10.1080/15323640208500189.
35. Gatmiri B., Nguyen K.V. Time 2D fundamental solution for saturated porous media with incompressible fluid. *Communications in Numerical Methods in Engineering*. 2005. Vol. 21. Iss. 3. P.119–132. DOI: 10.1002/CNM.732.
36. Seyrafiyan S., Gatmiri B., Nourzad A. Green functions for a continuously nonhomogenous saturated media. *Computational Methods in Engineering Science*. 2006. Vol. 15. No 2. P. 115–125. DOI: 10.3970/cmcs.2006.015.115.
37. Gatmiri B., Eslami H. Scattering of harmonic waves by a circular cavity in a porous medium: Complex functions theory approach. *International Journal of Geomechanics*. 2007. Vol. 7. Iss. 5. P. 371–381. DOI: 10.1061/(ASCE)1532-3641(2007)7:5(371).
38. Pan E., Maier G. A symmetric boundary integral approach to transient poroelastic analysis. *Computational Mechanics*. 1997. Vol. 19. Iss. 3. P.169–178.
39. Li P., Schanz M. Time domain boundary element formulation for partially saturated poroelasticity. *Engineering Analysis with Boundary Elements*. 2013. Vol. 37. Iss. 11. P. 1483–1498. DOI: 10.1016/J.ENGANABOUND.2013.08.002.
40. Bonnet G. Basic singular solutions for a poroelastic medium in the dynamic range. *Journal of the Acoustical Society of America*. 1987. Vol. 82. Iss. 5. P. 1758–1762. DOI: 10.1121/1.395169.
41. Баженов В.Г., Игумнов Л.А. *Методы граничных интегральных уравнений и граничных элементов в решении задач трехмерной динамической теории упругости с сопряженными полями*. М.: Физматлит, 2008. 352 с.
42. Гольдштейн Р.В. К вопросу о применении метода граничных интегральных уравнений для решения задач механики сплошных сред. В кн.: *Метод граничных интегральных уравнений: Вычислительные аспекты и приложения в механике*. М.: Мир, 1978. С. 183–209.
43. Lubich C. Convolution quadrature and discretized operational calculus. I. *Numerische Mathematik*. 1988. Vol. 52. Iss. 2. P. 129–145. DOI: 10.1007/BF01398686.
44. Lubich C. Convolution quadrature and discretized operational calculus. II. *Numerische Mathematik*. 1988. Vol. 52. Iss. 4. P. 413–425. DOI: 10.1007/BF01462237.
45. Lubich C. On the multistep time discretization of linear newline initial-boundary value problems and their boundary integral equations. *Numerische Mathematik*. 1994. Vol. 67. Iss. 3. P. 365–389. DOI: 10.1007/S002110050033.
46. Lubich C., Schneider R. Time discretization of parabolic boundary integral equations. *Numerische Mathematik*. 1992. Vol. 63. Iss. 1. P. 455–481. DOI: 10.1007/BF01385870.

References

1. Lewis R.W., Schrefler B.A. *The Finite Element Method in the Static and Dynamic Deformation and Consolidation of Porous Media*. New York. John Wiley and Sons. 1999. 508 p.
2. Borja R.I. On the mechanical energy and effective stress in saturated and unsaturated porous continua. *Int. J. Solids Struct.* 2006. Vol. 43. Iss. 6. P. 1764–1786. DOI: 10.1016/J.IJSOLSTR.2005.04.045.
3. Coussy O. *Poromechanics*. Chichester. Wiley & Sons. 2004. 298 p.
4. Coussy O. Revisiting the constitutive equations of unsaturated porous solids using a Lagrangian saturation concept. *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.* 2007. Vol. 31. Iss. 15. P. 1675–1694. DOI: 10.1002/NAG.613.
5. Gray W.G., Schrefler B.A. Analysis of the solid phase stress tensor in multiphase porous media. *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.* 2007. Vol. 31. Iss. 4. P. 541–581. DOI: 10.1002/NAG.541.
6. Wei C., Muraleetharan K.K. A continuum theory of porous media saturated by multiple immiscible fluids: I. Linear poroelasticity. *International Journal of Engineering Science*. 2002. Vol. 40. Iss. 16. P. 1807–1833. DOI: 10.1016/S0020-7225(02)00068-X.

7. Wei C. A continuum theory of porous media saturated by multiple immiscible fluids: II. Lagrangian description and variational structure. *International Journal of Engineering Science*. 2002. Vol. 40. Iss. 16. P. 1835–1854. DOI:10.1016/S0020-7225(02)00069-1.
8. Frenkel J. On the theory of seismic and seismoelectric phenomena in a moist soil. *Journal of Physics*. 1944. Vol. 111. No 5. P. 230–241.
9. Biot M.A. Generalized theory of acoustic propagation in porous dissipative media. *J. Acoust. Soc. Am.* 1962. Vol. 34. No 5. Part 1. P. 1254–1264. DOI: 10.1121/1.1918315.
10. Biot M.A. Mechanics of deformational and acoustic propagation in porous media. *J. Appl. Phys.* 1962. Vol. 33. Iss. 4. P. 1482–1498. DOI: 10.1063/1.1728759.
11. Biot M.A., Willis D.G. The elastic coefficients of the theory of consolidation. *J. Appl. Mech.* 1957. Vol. 24. Iss. 4. P. 594–601. DOI: 10.1115/1.4011606.
12. Biot M.A. Theory of elasticity and consolidation for a porous anisotropic solid. *J. Appl. Physics*. 1955. Vol. 26. Iss. 2. P. 182–185. DOI: 10.1063/1.1721956.
13. Biot M.A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. I. Low-frequency range. *J. Acoust. Soc. Am.* 1956. Vol. 28. Iss. 2. P. 168–178. DOI: 10.1121/1.1908239.
14. Biot M.A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. II. Higher-frequency range. *J. Acoust. Soc. Amer.* 1956. Vol. 28. Iss. 2. P. 179–191. DOI:10.1121/1.1908241.
15. Burridge R., Vargas C.A. The fundamental solution in dynamic poroelasticity. *Geophys. J. Int.* 1979. Vol. 58. Iss. 1. P. 61–90. DOI: 10.1111/J.1365-246X.1979.TB01010.X.
16. Norris A.N. Radiation from a point source and scattering theory in a fluid-saturated porous solid. *J. Acoust. Soc. Amer.* 1985. Vol. 77. Iss. 6. P. 2012–2023. DOI: 10.1121/1.391773.
17. Manolis G.D., Beskos D.E. Integral formulation and fundamental solutions of dynamic poroelasticity and thermoelasticity. *Acta Mech.* 1989. Vol. 76. Iss. 1-2. P. 89–104. DOI: 10.1007/BF01175798.
18. Cheng A., Badmus T., Beskos D. Integral equation for dynamic poroelasticity in frequency domain with BEM solution. *J. Eng. Mech.* 1991. Vol. 117. Iss. 5. P. 1136–1157. DOI:10.1061/(ASCE)0733-9399(1991)117:5(1136).
19. Schanz M., Antes H. A new visco- and elastodynamic time domain boundary element formulation. *Comput. Mech.* 1997. Vol 20. Iss. 5. P. 452–459. DOI: 10.1007/S004660050265.
20. Schanz M. A boundary element formulation in time domain for viscoelastic solids. *Commun. Numer. Methods Eng.* 1999. Vol. 15. Iss. 11. P. 799–809. DOI: 10.1002/(SICI)1099-0887(199911)15:11<799::AID-CNM294>3.0.CO;2-F.
21. Schanz M. Application of 3D time domain boundary element formulation to wave propagation in poroelastic solids. *Eng. Anal. Bound. Elem.* 2001. Vol. 25. Iss. 4-5. P. 363–376. DOI: 10.1016/S0955-7997(01)00022-4.
22. Schanz M. Wave propagation in viscoelastic and poroelastic continua: A boundary element approach. In: *Lecture Notes in Applied Mechanics*. Vol. 2. Berlin. Springer. 2001. 180 p.
23. Schanz M., Diebels S. A comparative study of Biots theory and the linear theory of porous media for wave propagation problems. *Acta Mech.* 2003. Vol. 161. Iss. 3-4. P. 213–235. DOI: 10.1007/S00707-002-0999-5.
24. Schanz M., Pryl D. Dynamic fundamental solutions for compressible and incompressible modeled poroelastic continua. *Int. J. Solids Struct.* 2004. Vol. 41. Iss. 15. P. 4047–4073. DOI: 10.1016/J.IJSOLSTR.2004.02.059.
25. Schanz M. Poroelastodynamics: Linear models, analytical solutions and numerical methods. *Appl. Mech. Rev.* 2009. Vol. 62. Iss. 3. P. 1–15. DOI: 10.1115/1.3090831.
26. Gatmiri B., Jabbari E. Time-domain Green's functions for unsaturated soils. Part I: Two-dimensional solution. *Int. J. Solids Struct.* 2005. Vol. 42. Iss. 23. P. 5971–5990. DOI: 10.1016/J.IJSOLSTR.2005.03.039.
27. Gatmiri B., Jabbari E. Time-domain Green's functions for unsaturated soils. Part II: Three-dimensional solution. *Int. J. Solids Struct.* 2005. Vol. 42. Iss. 23. P. 5991–6002. DOI: 10.1016/J.IJSOLSTR.2005.03.039.
28. Cheng A.H.-D. Poroelasticity. In: *Theory and Applications of Transport in Porous Media*. 2016. Vol. 27. P. 475–773. DOI: 10.1007/978-3-319-25202-5.

29. Dominguez J. An integral formulation for dynamic poroelasticity. *J. Appl. Mech.* 1991. Vol. 58. Iss. 2. P. 588–591. DOI: 10.1115/1.2897229.
30. Dominguez J. Boundary element approach for dynamic poroelasticity problems. *Int. J. Numer. Methods Eng.* 1992. Vol. 35. Iss. 2. P. 307–324. DOI: 10.1002/NME.1620350206.
31. Lo W.-C. Propagation and attenuation of Rayleigh waves in a semi-infinite unsaturated poroelastic medium. *Adv. Water Resour.* 2008. Vol. 31. Iss. 10. P. 1399–1410. DOI: 10.1016/J.ADVWATRES.2008.07.008.
32. Xu M. Investigation on dynamic response of unsaturated soils and foundations. *Ph. D. Thesis.* South China University Technology. Guangzhou, China. 2010. (In Chinese).
33. Zhang M., Wang X., Yang G., Xie L. Solution of dynamic Green's function for unsaturated soil under internal excitation. *Soil Dyn. Earthq. Eng.* 2014. Vol. 64. P. 63–84. DOI: 10.1016/J.SOILDYN.2014.05.001.
34. Gatmiri B., Kamalian M. On the fundamental solution of dynamic poroelastic boundary integral equations in time domain. *Int. J. Geomech.* 2002. Vol. 2. Iss. 4. P. 381–398. DOI:10.1080/15323640208500189.
35. Gatmiri B., Nguyen K.V. Time 2D fundamental solution for saturated porous media with incompressible fluid. *Commun. Numer. Methods Eng.* 2005. Vol. 21. Iss. 3. P.119–132. DOI: 10.1002/CNM.732.
36. Seyrafiyan S., Gatmiri B., Nourzad A. Green functions for a continuously nonhomogenous saturated media. *Computational Methods in Engineering Science.* 2006. Vol. 15. No 2. P. 115–125. DOI: 10.3970/cmcs.2006.015.115.
37. Gatmiri B., Eslami H. Scattering of harmonic waves by a circular cavity in a porous medium: Complex functions theory approach. *Int. J. Geomech.* 2007. Vol. 7. Iss. 5. P. 371–381. DOI: 10.1061/(ASCE)1532-3641(2007)7:5(371).
38. Pan E., Maier G. A symmetric boundary integral approach to transient poroelastic analysis. *Comput. Mech.* 1997. Vol. 19. Iss. 3. P.169–178.
39. Li P., Schanz M. Time domain boundary element formulation for partially saturated poroelasticity. *Eng. Anal. Boundary Elem.* 2013. Vol. 37. Iss. 11. P. 1483–1498. DOI: 10.1016/J.ENGANABOUND.2013.08.002.
40. Bonnet G. Basic singular solutions for a poroelastic medium in the dynamic range. *J. Acoust. Soc. Am.* 1987. Vol. 82. Iss. 5. P. 1758–1762. DOI: 10.1121/1.395169.
41. Bazhenov V.G., Igumnov L.A. *Metody granichnykh integralnykh uravneniy i granichnykh elementov v reshenii zadach trekhmernoy dinamicheskoy teorii uprugosti s sopryazhennymi polyami [Boundary Integral Equations & Boundary Element Methods in Treating the Problems of 3D Elastodynamics with Coupled Fields]*. Moscow. Physmathlit Publ. 2008. 352 p. (In Russian).
42. Goldstein R.V. K voprosu o primenenii metoda granichnykh integralnykh uravneniy dlya resheniya zadach mekhaniki sploshnykh sred [On the application of the method of boundary integral equations for solving problems of continuummechanics]. V kn.: *Metod granichnykh integralnykh uravneniy: Vychislitelnye aspekty i prilozheniya v mekhanike [In: Boundary-Integral Equation Method: Computational Applications in Applied Mechanics]*. Moscow. Mir Publ. 1978. Vol. 30. Iss. 2. P. 183–209 (In Russian).
43. Lubich C. Convolution quadrature and discretized operational calculus. I. *Numerische Mathematik.* 1988. Vol. 52. Iss. 2. P. 129–145. DOI: 10.1007/BF01398686.
44. Lubich C. Convolution quadrature and discretized operational calculus. II. *Numerische Mathematik.* 1988. Vol. 52. Iss. 4. P. 413–425. DOI: 10.1007/BF01462237.
45. Lubich C. On the multistep time discretization of linear/newline initial-boundary value problems and their boundary integral equations. *Numerische Mathematik.* 1994. Vol. 67. Iss. 3. P. 365–389. DOI: 10.1007/S002110050033.
46. Lubich C., Schneider R. Time discretization of parabolic boundary integral equations. *Numerische Mathematik.* 1992. Vol. 63. Iss. 1. P. 455–481. DOI: 10.1007/BF01385870.

CALCULATIONS OF THE ACTION OF A FORCE ON A POROELASTIC THREE-PHASE HALF-SPACE

Grigoriev M.V., Igumnov L.A.

*Research Institute for Mechanics, National Research Lobachevsky State University
of Nizhny Novgorod, Nizhny Novgorod, Russian Federation*

The mathematical formulation of the boundary value problem in the images of the linear three-dimensional isotropic dynamic theory of poroelasticity is given when the material of the medium is partially saturated. The poroelastic medium is represented by a model of a heterogeneous material consisting of a phase of an elastic matrix and two phases of fillers – liquid and gas filling the pore system. A method for the numerical inversion of the Laplace transform is described. The description of the boundary-element approach is given. A regularized boundary integral equation is given. A discrete analogue of the boundary integral equation is written down. The discrete analog is parametrized by the complex variable of the Laplace integral transform. As an example, the problem of the action of a vertical force uniformly distributed on a square area on a partially saturated poroelastic half-space is considered. The choice of the computational boundary-element model made it possible to obtain verified numerical results. The effect of saturation on the amplitudes of the nonstationary wave response and on the velocities of the response waves is noted. The behavior of the wave response with an isotropic, homogeneous, poroelastic half-space moving away from the loading source is demonstrated. The problem of the action of a vertical force on a partially saturated poroelastic half-space weakened by a cubic cavity is considered. The influence of half-space attenuation on the wave surface response is analyzed. There is an analysis of the influence of depth on the dynamic wave response, as well as the influence of the phase of the poroelastic material.

Keywords: poroelasticity, partially saturated material, cavity, method of boundary integral equations, numerical inversion of the Laplace transform.