

УДК 539.3

DOI: 10.32326/1814-9146-2021-83-4-481-504

**ОЦЕНКА РЕСУРСНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК
ПОЛИКРИСТАЛЛИЧЕСКИХ КОНСТРУКЦИОННЫХ СПЛАВОВ
ПРИ ЦИКЛИЧЕСКОМ ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ***

© 2021 г.

**Волков И.А.^{1,2}, Игумнов Л.А.²,
Шишулин Д.Н.², Белов А.А.²**

¹*Волжский государственный университет водного транспорта,
Нижний Новгород, Российская Федерация*

²*Научно-исследовательский институт механики
Национального исследовательского Нижегородского государственного
университета им. Н.И. Лобачевского, Нижний Новгород, Российская Федерация*

pmptmvgavt@yandex.ru

Поступила в редакцию 30.07.2021

Рассматриваются основные физические закономерности сложного термо-вязкопластического деформирования и накопления повреждений в конструкционных материалах (металлах и их сплавах) при различных режимах циклического комбинированного термомеханического нагружения и математические модели указанных процессов.

Развита математическая модель механики поврежденной среды, позволяющая моделировать циклическое вязкоупругопластическое поведение и определять ресурсные характеристики поликристаллических конструкционных сплавов при совместном действии деградационных механизмов, сочетающих усталость и ползучесть материала. Модель базируется на совместном интегрировании уравнений, описывающих кинетику напряженно-деформированного состояния и процессов накопления повреждений. Завершающим модель соотношением является критерий прочности, выполнение которого соответствует образованию макротрещины.

Уравнения пластичности базируются на основных положениях теории течения. Для описания процесса ползучести в пространстве напряжений вводится семейство эквипотенциальных поверхностей ползучести соответствующего радиуса, имеющих общий центр. Связь уравнений ползучести с уравнениями термопластичности, описывающими «мгновенные» пластические деформации, осуществляется на этапе нагружения через девиатор напряжений и соответствующий алгоритм нахождения тензоров пластической деформации и деформации ползучести путем определенных соотношений между «временными» и «мгновенными» скалярными и тензорными величинами.

На стадии развития рассеянных по объему повреждений наблюдается влияние поврежденности на физико-механические характеристики материала. Это

*Численное исследование изотермических процессов проведено при финансовой поддержке Министерством науки и высшего образования (проект №0729-2020-0054). Численное моделирование неізотермических процессов проведено при финансовой поддержке РФФИ (грант №20-08-00450).

влияние может быть учтено введением эффективных напряжений. В общем случае напряжения, пластические деформации и деформации ползучести определяются интегрированием уравнений термоползучести четырехточечным методом Рунге – Кутты с коррекцией девиатора напряжений и последующим определением напряжений согласно уравнениям термопластичности с учетом средней скорости деформации ползучести в новый момент времени.

В основе соотношений, моделирующих накопление повреждений, лежит энергетический подход к определению ресурсных характеристик. Кинетика накопления усталостных повреждений основана на введении скалярного параметра поврежденности конструкционного материала и единой модельной форме представления механизма деградации в условиях усталости и ползучести. Влияние рассеянных по объему повреждений на физико-механические характеристики материала учитывается путем введения эффективных напряжений.

Приводятся результаты численного моделирования циклического термопластического деформирования и накопления усталостных повреждений в жаропрочных сплавах (Haynes188) при комбинированном термомеханическом нагружении. Особое внимание уделяется вопросам моделирования процессов циклического термопластического деформирования и накопления усталостных повреждений для сложных процессов деформирования, сопровождающихся вращением главных площадок тензоров напряжений и деформаций.

Ключевые слова: моделирование, термоциклическая прочность, сложное деформирование, пластичность, ползучесть, механика поврежденной среды, усталостная долговечность, прочность, разрушение, ресурс.

Введение

Тенденция развития конструкций и аппаратов современного машиностроения характеризуется увеличением их рабочих параметров, снижением металлоемкости за счет оптимального проектирования и применения новых высокопрочных материалов, значительным увеличением количества нестационарных режимов нагружения. Существенно усиливаются требования к надежности и длительности безаварийной эксплуатации как конструкций в целом, так и отдельных ее элементов. Указанные тенденции привели к тому, что в настоящее время одной из важных задач проектирования и эксплуатации конструкций и аппаратов новой техники является задача надежной оценки их ресурса. Особенно эта задача актуальна для объектов, срок службы которых составляет несколько десятков лет (атомные энергетические установки, авиационные газотурбинные двигатели, ракетные двигатели и др.). Как правило, эксплуатационные условия работы таких конструкций и аппаратов современной техники характеризуются циклическими многопараметрическими нестационарными термомеханическими нагрузками, воздействиями внешних полей, приводящими к деградации начальных прочностных свойств конструкционных материалов и, в конечном итоге, исчерпанию ресурса материала конструктивных узлов объекта [1–12].

Эффекты деформирования при термомеханическом нагружении определяются зависимостью физико-механических характеристик конструкционных материалов от температуры, наличием ограничений температурных деформаций и влиянием соотношения скоростей механической и температурной деформаций. В связи с тем, что частоты и фазы циклов изменения температуры и компонент тензора механической деформации, как правило, не совпадают, неизотермическое циклическое нагру-

жение является нерегулярным, непропорциональным, многоосным и сопровождается вращением главных площадок тензоров напряжений и деформаций.

Объемная температурная деформация приводит зачастую к многоосному процессу деформирования. Из этого следует, что циклическое неизотермическое деформирование материала, в отличие от изотермического деформирования, представляет собой несбалансированный циклический процесс: напряженно-деформированное состояние в любой точке цикла отличается от состояния в других точках.

Многоосность напряженно-деформированного состояния также является источником дисбалансов в термомеханических нагружениях. При одновременном действии механического и температурного воздействий возникает, как правило, существенное вращение главных площадок тензоров напряжений и деформаций (непропорциональное нагружение), которое при наличии пластического деформирования приводит к несоосности тензоров напряжений, полных и пластических деформаций. Для моделирования этих процессов необходимо иметь соответствующие модели циклической термопластичности.

Неизотермическое деформирование конструкционных материалов по сравнению с изотермическим деформированием характеризуется рядом специфических особенностей [1]:

- нелинейной зависимостью напряжение–деформация даже в упругой области вследствие зависимости модулей упругости от температуры;

- неуровненностью диаграмм при симметричных циклах изменения механической деформации и сильной зависимостью формы петли гистерезиса напряжение–деформация от сочетания фаз изменения температуры и механической деформации.

Термомеханическое усталостное циклирование может инициировать механизмы повреждения, которые не развиваются при изотермической усталости. Основными параметрами, определяющими темпы процессов термомеханической усталости, являются: перепад температур (температурные градиенты), максимальная температура цикла, геометрические характеристики и условия закрепления элементов конструкций, физико-механические характеристики материалов (особенно коэффициент линейного расширения), неоднородность (анизотропия) конструктивной композиции материалов.

Таким образом, несмотря на большое внешнее сходство явлений изотермической и неизотермической усталости, использовать результаты изотермической усталости для оценки неизотермической усталостной долговечности следует с большой осторожностью.

До настоящего времени ни процесс накопления повреждений в результате ползучести, ни процесс накопления повреждений в результате термоциклической усталости как следует не изучены, поэтому не удивительно, что процесс, при котором одновременно накапливаются и взаимодействуют оба вида поврежденности, также до конца не изучен. Тем не менее в ряде практически важных случаев эти процессы протекают одновременно, взаимодействуя друг с другом, значительно влияя на ресурс элемента конструкции. Обстоятельства осложняются тем, что во время эксплуатации такие элементы подвергаются действию переменных напряжений при постоянных температурах, переменных температур при постоянных напряжениях, или напряженно-деформированное состояние и температура (в большинстве случаев) меняются одновременно с различными периодами. Кроме того, экспериментальные факты

свидетельствуют о том, что взаимодействие процессов малоциклового усталости и ползучести синергично. В настоящее время не существует общей теории, которая бы позволяла предсказывать длительную прочность при циклическом изменении температуры в условиях действия постоянного напряжения, циклическом изменении напряжения с выдержками различной длительности при постоянной температуре и в условиях, когда и напряжение, и температура изменяются по различным законам. В реальных условиях эксплуатации конструктивных элементов энергетического оборудования длительности циклов термосилового нагружения могут составлять от нескольких секунд до десятков и сотен часов, причем знакопеременное вязкопластическое деформирование материала в области конструктивных или технологических концентраторов напряжений сопровождается температурно-временными эффектами и ползучестью. Деформации ползучести и инициируемый ими процесс повреждаемости могут развиваться как в процессе выдержки под нагрузкой, так и при монотонном процессе нагружения или разгрузке, происходящих с достаточно низкой скоростью. Одновременное развитие в цикле изменения нагрузки процессов повреждения в результате термоциклической усталости и ползучести оказывает заметное влияние на механизм термоциклического разрушения и долговечность материала, причем важными факторами являются форма цикла нагружения, асимметрия и знак напряжений, вид напряженного состояния, на фоне которых развиваются деформации ползучести.

Эти результаты выдвигают на первый план важность рассмотрения деталей формы цикла при любом подходе к оценке поврежденности при совместном действии ползучести и усталости.

Все это приводит к выводу, что линейный закон суммирования повреждений (гипотеза Пальмгрена–Майнера) по механизму деградации термоциклической усталости и ползучести не применим, поскольку это совершенно различные процессы, проявляющие нелинейное взаимодействие.

В настоящей статье с современных позиций механики поврежденной среды (МПС), механики разрушения развита математическая модель, описывающая процессы циклического вязкопластического деформирования и накопления усталостных повреждений в конструкционных материалах (металлах и их сплавах) при многоосных непропорциональных путях комбинированного термомеханического нагружения. В целях качественной и количественной оценки модели проведено исследование влияния законов изменения механической деформации и температуры (вида траектории деформирования) на усталостную долговечность жаропрочного сплава *Наупес 188* [11] при непропорциональных режимах термомеханического циклического нагружения [12]. Ранее эта задача решалась без учета возможного образования деформаций ползучести [13]. В настоящей статье эта задача решается с учетом возможного образования ограниченных деформаций ползучести.

1. Модель поврежденной среды

Модель поврежденной среды, развитая в [7–9, 14–20] состоит из трех взаимосвязанных составных частей:

- определяющих соотношений, описывающих вязкопластическое поведение материала с учетом зависимости от процесса разрушения;
- эволюционных уравнений, описывающих кинетику накопления повреждений;
- критерия прочности поврежденного материала.

Основные гипотезы и положения для рассматриваемой математической модели МПС заключаются в том, что: рассматривается начально изотропный материал; рассматривается только анизотропия, связанная с процессами пластического деформирования; процесс поврежденности материала носит изотропный характер; тензоры деформаций e_{ij} и их скоростей \dot{e}_{ij} являются суммой упругих e_{ij}^e, \dot{e}_{ij}^e и пластических e_{ij}^p, \dot{e}_{ij}^p компонент; поверхность пластического нагружения описывается уравнением Мизеса; процессы деформирования характеризуются малыми деформациями; рассматривается только упругое изменение элементарного объема материала (пластическая несжимаемость); вводится скалярная мера поврежденности конструкционного материала ω , изменяющаяся в диапазоне $\omega_o \leq \omega \leq \omega_f$; учитывается влияние поврежденности материала на процессы деформирования через тензор эффективных напряжений.

Математическая модель МПС состоит из соотношений, описывающих упруго-пластическое поведение конструкционного материала, уравнений накопления повреждений и критерия прочности поврежденного материала.

Определяющие соотношения пластичности

Принимается, что при упругом поведении материала девиаторная и шаровая составляющие тензоров напряжений и деформаций, а также их скоростей связаны обобщенным законом Гука:

$$\begin{aligned} \sigma = 3K[e - \alpha(T - T_0)], \quad \sigma_{ij} = 2Ge_{ij}^e, \quad \dot{\sigma} = 3K(\dot{e} - \dot{\alpha}T - \alpha\dot{T}) + \frac{\dot{K}}{K}\sigma, \\ \dot{\sigma}'_{ij} = 2G\dot{e}'_{ij} + \frac{\dot{G}}{G}\sigma'_{ij}, \end{aligned} \quad (1)$$

где $\alpha(T)$ – коэффициент линейного температурного расширения материала, $K(T)$ – модуль объемной упругости, $G(T)$ – модуль сдвига, T_0 – базовая температура, T – текущая температура.

Поверхность пластического нагружения описывается в виде:

$$F_{pl} = S_{ij}S_{ij} - C_{pl}^2 = 0, \quad S_{ij} = \sigma'_{ij} - p_{ij}. \quad (2)$$

В пространстве пластических деформаций вводится поверхность «памяти»:

$$a_e = (e_{ij}^p - \xi_{ij})(e_{ij}^p - \xi_{ij}) - a_{e \max}^2 = 0, \quad (3)$$

где $a_{e \max}$ – максимальное значение интенсивности тензора пластических деформаций e_{ij}^p в процессе нагружения, ξ_{ij} – тензор односторонне накопленных пластических деформаций.

При численном моделировании кинетики напряженно-деформированного состояния при пластическом деформировании необходимо максимально точно описывать процессы упрочнения и разупрочнения конструкционных материалов, так как эти механизмы играют определяющую роль в точности оценок ресурсных характеристик. При усталостном нагружении реализуется конкуренция процессов упрочнения и разупрочнения, вызванных в материале механизмами изменения фазового состава, микроструктурного состояния, изменением плотности дислокаций, а также влиянием изменения температуры [3]. Физические механизмы, протекающие в поликристаллических металлах и сплавах и влияющие на процессы упрочнения и разупрочнения, зависят от действующей температуры, вида траектории деформирования, длины пути пластического деформирования, действующих амплитуд интен-

сивности пластической деформации и степени стабилизации процесса деформирования.

Для учета эффектов упрочнения и разупрочнения, проявляющихся вследствие протекания различных физических механизмов в поликристаллических металлах и их сплавах [4, 5], скорость изменения радиуса поверхности пластического нагружения принимается в виде суммы скоростей изменений радиуса поверхности пластического нагружения при пластическом деформировании:

$$\dot{C}_{pl}(\chi, T) = \sum_{i=1}^h \dot{C}_{pl}^{(i)}(\chi) + \sum_{l=1}^k \dot{C}_{pl}^{(l)}(T), \quad (4)$$

где $\dot{C}_{pl}^{(i)}(\chi)$, $\dot{C}_{pl}^{(l)}(T)$ – скорости изменения радиуса поверхности пластического нагружения за счет вклада определенного физического механизма упрочнения либо разупрочнения конструкционного материала и изменения температуры. Суммарная скорость изменения радиуса поверхности пластического нагружения $\dot{C}_{pl}(\chi, T)$ определяется аналогично интегральным по объему материала механическим макрохарактеристикам (предел пропорциональности, предел упругости, предел текучести) с учетом вклада каждого физического механизма:

$$\dot{C}_{pl}(\chi, T) = \left[\sum_{i=1}^n q_{\chi}^{(i)} f_m^{(i)}(a_e, T) + \sum_{j=1}^m a_j (Q_s^{(j)} - C_{pl}^{(j)}) f_c^{(j)}(a_e, T) \right] \dot{\chi} + \left[\sum_{l=1}^k q_T^{(l)} \right] \dot{T}, \quad (5)$$

где $q_{\chi}^{(i)}$ – параметры монотонного упрочнения (разупрочнения) за счет вклада i -го физического механизма; a_j , $Q_s^{(j)}$ – параметры циклического упрочнения (разупрочнения) за счет вклада j -го физического механизма; $f_m^{(i)}(a_e, T)$ и $f_c^{(j)}(a_e, T)$ – функции, учитывающие характер пластического деформирования; $q_T^{(l)}$ – параметры скорости изменения радиуса поверхности пластического нагружения за счет вклада l -го физического механизма при изменении температуры.

Зависимость (5) описывает изотропное упрочнение (разупрочнение) при монотонном пластическом деформировании (первый член в скобке при $\dot{\chi}$), циклическом деформировании (второй член в скобке при $\dot{\chi}$) и от скорости изменения температуры \dot{T} . При пластическом деформировании конструкционного материала изменение фазового состава материала приводит либо только к эффекту упрочнения, либо к эффекту разупрочнения, а при изменении микроструктурного состояния и дислокационной картины может возникать как эффект упрочнения, так и эффект разупрочнения конструкционного материала в зависимости от вида текущей траектории деформирования, причем проявление эффекта существенно зависит от степени стабилизации процесса деформирования в пространстве пластических деформаций. Таким образом, в диапазоне температур T , при которых можно пренебречь эффектами отжига, конкретизируя параметры в зависимости (5), изотропное упрочнение (разупрочнение) можно записать как:

$$\begin{aligned} \dot{C}_{S_{\chi, SC}} &= a(Q_{S_{\chi, SC}} - C_{S_{\chi, SC}}) \dot{\chi}_C \text{ при } T = T_i, \\ \dot{C}_{SR} &= a(Q_{SR} - C_{SR}) \dot{\chi}_{\chi} \text{ при } T = T_i, \\ \dot{C}_{ST} &= \begin{cases} a(Q_{ST} - C_{ST}) \dot{\chi}_C A \text{ при } T > T_f \vee T > 0 \wedge A > A_f, \\ 0 \text{ при } T < T_f \vee T = 0 \wedge A < A_f, \end{cases} \end{aligned} \quad (6)$$

$$\dot{C}_{pl} = q^* \dot{\chi} + \dot{C}_{S\chi} + \dot{C}_{SC} + \dot{C}_{SR} + \dot{C}_{ST} + q_T \dot{T}, \quad C_{pl} = C_{pl}^0 + \int_0^t \dot{C}_{pl} dt, \quad (7)$$

$$\dot{\chi} = \left(\frac{2}{3} \dot{e}_{ij}^p \dot{e}_{ij}^p \right)^{1/2}, \quad \chi = \int_0^t \dot{\chi} dt, \quad \dot{\chi}_\xi = \left(\frac{2}{3} \dot{\xi}_{ij} \dot{\xi}_{ij} \right)^{1/2}, \quad \chi_\xi = \int_0^t \dot{\chi}_\xi dt, \quad (8)$$

$$\dot{\chi}_m = \begin{cases} 0 & \text{при } a_e < 0 \vee e_{ij}^p \dot{e}_{ij}^p \leq 0, \\ \dot{\chi} & \text{при } a_e = 0 \wedge e_{ij}^p \dot{e}_{ij}^p \geq 0, \end{cases} \quad \dot{\chi}_c = \begin{cases} 0 & \text{при } a_e < 0 \vee e_{ij}^p \dot{e}_{ij}^p \leq 0, \\ \dot{\chi} & \text{при } a_e = 0 \wedge e_{ij}^p \dot{e}_{ij}^p \geq 0, \end{cases} \quad (9)$$

$$q_\chi = q_2 A - (1 - A) q_1,$$

$$A = 1 - \cos^2 \Theta, \quad \cos \Theta = n_{ij}^e n_{ij}^s, \quad n_{ij}^e = \frac{\dot{e}_{ij}^p}{(\dot{e}_{ij}^p \dot{e}_{ij}^p)^{1/2}}, \quad n_{ij}^s = \frac{S_{ij}}{(S_{ij} S_{ij})^{1/2}}. \quad (10)$$

В зависимостях (6)–(10) введены обозначения: C_{pl}^0 – радиус поверхности пластического нагружения для конструкционного материала в исходном состоянии; q_1, q_2, q_T – модули монотонного изотропного упрочнения (разупрочнения) при монотонных нагружениях по лучевым путям, при изломе траектории деформирования на 90° и изменении температуры; $Q_{SC}, Q_{SR}, Q_{S\chi}, Q_{ST}$ – модули циклического изотропного упрочнения (разупрочнения); $\dot{\chi}_m$ – скорость изменения длины траектории пластического деформирования материала на монотонных участках; $\dot{\chi}_c$ – скорость изменения длины траектории пластического деформирования материала на участках стабилизированного циклического деформирования без смещения центра поверхности a_e ; $\dot{\chi}_\xi$ – скорость изменения длины траектории пластического деформирования материала на участках циклического деформирования со смещением центра поверхности a_e (нестабилизированные участки траектории циклического деформирования).

Уравнение (7) описывает локальную анизотропию пластического упрочнения в зависимости от параметра непропорциональности нагружения A . Первый член уравнения (7) описывает изотропное упрочнение в результате монотонного пластического деформирования, второй член – циклическое упрочнение (разупрочнение) материала на стабилизированных участках циклического деформирования, третий–пятый члены – циклическое разупрочнение (упрочнение) материала при нестабилизированном циклическом деформировании, шестой – изменение радиуса поверхности пластического нагружения при изменении температуры.

Эволюция тензора микронапряжений ρ_{ij} принимается в виде:

$$\dot{\rho}_{ij} = f(\chi)(\dot{\rho}_{ij}^m + \dot{\rho}_{ij}^p + \dot{\rho}_{ij}^r), \quad \rho_{ij} = \int_0^t \dot{\rho}_{ij} dt, \quad (11)$$

$$\dot{\rho}_{ij}^m = g_1^m \dot{e}_{ij}^p - g_2^m \rho_{ij}^m \dot{\chi} + g_T^m \rho_{ij}^m \dot{T}, \quad (12)$$

$$\dot{\rho}_{ij}^p = g_1^p \dot{e}_{ij}^p - g_2^p \rho_{ij}^p \dot{\chi} + g_T^p \rho_{ij}^p \dot{T}, \quad (13)$$

$$\dot{\rho}_{ij}^r = g_1^r \dot{e}_{ij}^p - g_2^r \left(\frac{\rho_{\min}^r - \rho_u^r}{\rho_u^r} \right) \rho_{ij}^r \dot{\chi} \cos \gamma + g_T^r \rho_{ij}^r \dot{T}, \quad (14)$$

$$\cos \gamma = \begin{cases} \left| \frac{\dot{\rho}_{ij}^p \rho_{ij}^r}{(\dot{\rho}_{ij}^p \dot{\rho}_{ij}^p)^{1/2} (\rho_{ij}^r \rho_{ij}^r)^{1/2}} \right| & \text{при } \cos \gamma < 0, \\ 0 & \text{при } \cos \gamma > 0, \end{cases} \quad \rho_u^r = (\rho_{ij}^r \rho_{ij}^r)^{1/2}, \quad (15)$$

$$g_T^{m,p,r} = \frac{1}{g_1^{m,p,r}} \left[\frac{\partial g_1^{m,p,r}}{\partial T} \right], \quad (16)$$

$$f(\chi) = f(\chi_m) + f(\chi_c) + f(\chi_\xi), \quad (17)$$

$$f(\chi_{m,c,\xi}) = 1 + k_1^{m,c,\xi} (1 - \exp(-k_2^{m,c,\xi} \chi_{m,c,\xi})), \quad (18)$$

где $g_1^{m,p,r}$, $g_2^{m,p,r}$, $k_1^{m,c,\xi}$, $k_2^{m,c,\xi}$ – материальные параметры, определяемые экспериментально.

В формуле (11) первый член, указанный в скобках, описывает эволюцию ρ_{ij} , связанную с образованием и эволюцией микропластических деформаций; второй член связан с образованием макроскопических пластических деформаций; третий – с односторонне накапливаемыми пластическими деформациями ξ_{ij} . Зависимость (11) позволяет описывать основные эффекты анизотропии, вызванной неупругим деформированием при знакопеременном нагружении, а также эффекты, возникающие при реализации жестких («посадка» петли гистерезиса) и мягких режимов нагружения («вышагивание» петли гистерезиса).

Функция $f(\chi)$ описывает изменение ρ_{ij} в случае зависимости параметров $g_1^{m,p,r}$, $g_2^{m,p,r}$ от длины пути пластического деформирования χ при монотонном, циклическом стабилизированном и нестабилизированном деформировании и связана с физическими механизмами, протекающими в процессе пластического нагружения, изменяющими фазовый состав конструкционного материала, дислокационную плотность и др.

Тензор скоростей пластических деформаций \dot{e}_{ij}^p определяется на основе ассоциированного с поверхностью активного нагружения закона течения:

$$\dot{e}_{ij}^p = \lambda_p S_{ij}. \quad (19)$$

Определяющие соотношения ползучести

Для описания процессов ползучести вводим в пространстве напряжений эквивалентные поверхности ползучести F_c , имеющие общий центр ρ_{ij}^c и различные радиусы C_c , определяемые текущим напряженным состоянием:

$$F_c^{(i)} = S_{ij}^c S_{ij}^c - C_c^2 = 0, \quad S_{ij}^c = \sigma'_{ij} - \rho_{ij}^c, \quad i = 0, 1, 2, \dots \quad (20)$$

Согласно ассоциированному закону,

$$\dot{e}_{ij}^c = \lambda_c \frac{\partial F_c^{(i)}}{\partial S_{ij}^c} = \lambda_c S_{ij}^c, \quad (21)$$

где λ_c соответствует текущей поверхности $F_c^{(i)}$, определяющей текущее напряженное состояние S_{ij}^c .

Среди этих эквивалентных поверхностей можно выделить поверхность с радиусом \bar{C}_c , соответствующую нулевой скорости ползучести:

$$F_c^{(0)} = \bar{S}_{ij}^c \bar{S}_{ij}^c - \bar{C}_c^2 = 0, \quad \bar{S}_{ij}^c = \bar{\sigma}'_{ij} - \rho_{ij}^c,$$

где \bar{S}_{ij}^c и $\bar{\sigma}'_{ij}$ – совокупность напряженных состояний, отвечающих (с определенным допуском) нулевой скорости ползучести.

Принимаем, что

$$\bar{C}_c = \bar{C}_c(\chi_c, T), \quad \dot{\chi}_c = \left(\frac{2}{3} \dot{e}_{ij}^c \dot{e}_{ij}^c \right)^{1/2}, \quad \chi_c = \int_0^t \dot{\chi}_c dt,$$

$$\lambda_c = \lambda_c(\psi_c, T), \quad \psi_c = \left[\frac{(S_{ij}^c S_{ij}^c)^{1/2} - \bar{C}_c}{C_c} \right],$$

$$\lambda_c = \begin{cases} 0, & \psi_c \leq 0, \\ \lambda_c & \psi_c > 0, \end{cases} \quad (22)$$

где \bar{C}_c и λ_c – экспериментально определяемые функции температуры T .

Эволюционное уравнение для изменения координат центра поверхности ползучести имеет вид [12]:

$$\dot{\rho}_{ij}^c = g_1^c \dot{\epsilon}_{ij}^c - g_2^c \rho_{ij}^c \dot{\chi}_c,$$

где $g_1^c > 0$ и $g_2^c > 0$ – экспериментально определяемые материальные параметры.

Конкретизируя соотношение (21), закон градиентальности можно представить в виде:

$$\dot{\epsilon}_{ij}^c = \lambda_c(\psi_c, T) S_{ij}^c = \lambda_c \psi_c S_{ij}^c = \lambda_c \left(\frac{\sqrt{S_{ij}^c S_{ij}^c} - \bar{C}_c}{C_c} \right) S_{ij}^c.$$

Интенсивность тензора скорости деформации ползучести записывается в виде:

$$\dot{\epsilon}_{ij}^c = \lambda_c \left(\frac{\sqrt{S_{ij}^c S_{ij}^c} - \bar{C}_c}{C_c} \right) S_{ij}^c. \quad (23)$$

С учетом (23) выражение для длины траектории деформаций ползучести примет вид:

$$\dot{\chi}_c = \sqrt{\frac{2}{3}} \dot{\epsilon}_u^c = \sqrt{\frac{2}{3}} \lambda_c (\sqrt{S_{ij}^c S_{ij}^c} - \bar{C}_c),$$

откуда

$$\lambda_c = \frac{\dot{\chi}_c}{\sqrt{2/3} (\sqrt{S_{ij}^c S_{ij}^c} - \bar{C}_c)}. \quad (24)$$

Зависимость χ_c от времени процесса t при $S_u^c = \text{const}$ при многоосном деформировании по лучевой траектории представлена на рис. 1.

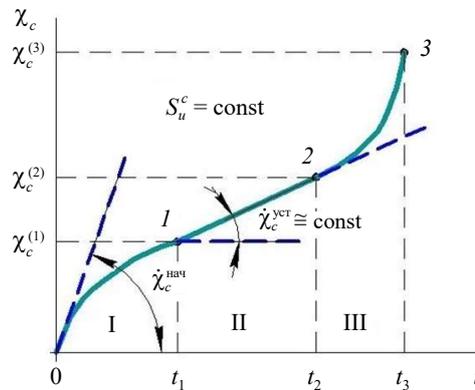


Рис. 1

На кривой $\chi_c \sim t$ (см. рис. 1) с определенной долей условности можно выделить три участка:

I – участок неустановившейся ползучести ($0 - \chi_c^{(1)}$) – скорость деформации ползучести $\dot{\chi}_c$ убывает;

II – участок установившейся ползучести ($\chi_c^{(1)} - \chi_c^{(2)}$) – скорость деформации ползучести $\dot{\chi}_c$ приблизительно постоянна $\dot{\chi}_c \cong \text{const}$;

III – участок неустановившейся ползучести ($\chi_c > \chi_c^{(2)}$) – деформации ползучести быстро растут (предшествует разрушению) и $\dot{\chi}_c$ резко возрастает.

Длины участков существенно зависят от величины $S_u^c = \text{const}$.

При одноосном напряженном состоянии лабораторного образца

$$\begin{aligned}\dot{\chi}_c &= \dot{e}_{11}^c, \quad \bar{C}_c = \sqrt{\frac{2}{3}} \bar{\sigma}_c, \\ \sqrt{S_{ij}^c S_{ij}^c} - \bar{C}_c &= \sqrt{\frac{2}{3}} \left(\sigma'_{11} - \frac{3}{2} \rho_{11}^c - \bar{\sigma}_c \right), \\ \dot{e}_{11}^c &= \frac{2}{3} \lambda_c \left(\sigma'_{11} - \frac{3}{2} \rho_{11}^c - \bar{\sigma}_c \right), \\ \dot{\chi}_c &= \dot{e}_{11}^c, \quad \chi_c^{(1)} = e_{11}^{c(1)}, \quad \chi_c^{(2)} = e_{11}^{c(2)}, \quad \chi_c^{(3)} = e_{11}^{c(3)},\end{aligned}$$

где $\bar{\sigma}_c = \bar{\sigma}_c(e_{11}^c, T)$ – предел ползучести материала, соответствующий нулевой скорости ползучести, диаграмма $\chi_c \sim t$ эквивалентна диаграмме $e_{11}^c \sim t$.

На втором участке ($e_{11}^{c(1)} \leq e_{11}^c \leq e_{11}^{c(2)}$) λ_c определяется из соотношения (24):

$$\lambda_c^{\text{II}} = \frac{3}{2} \cdot \frac{\dot{e}_{11}^{\text{уст}}}{\sigma'_{11} - (3/2)\rho_{11}^c - \bar{\sigma}_c}. \quad (25)$$

На первом участке ($0 \leq e_{11}^c \leq e_{11}^{c(1)}$)

$$\dot{e}_{11}^c = \begin{cases} \dot{e}_{11}^{c(\text{нач})} & \text{при } e_{11}^c = 0, \\ \dot{e}_{11}^{c(\text{уст})} & \text{при } e_{11}^c = e_{11}^{c(1)}. \end{cases}$$

Учитывая эти условия, выражение для λ_c^{I} на первом участке кривой ползучести можно представить в виде:

$$\lambda_c^{\text{I}} = \lambda_c^{(0)} \left(1 - \frac{e_{11}^c}{e_{11}^{c(1)}} \right) + \lambda_c^{(1)} \frac{e_{11}^c}{e_{11}^{c(1)}}, \quad (26)$$

где

$$\lambda_c^{(0)} = \frac{3}{2} \cdot \frac{\dot{e}_{11}^{c(\text{нач})}}{\sigma'_{11} - \bar{\sigma}_c}, \quad \lambda_c^{(1)} = \frac{3}{2} \cdot \frac{\dot{e}_{11}^{c(\text{уст})}}{\sigma'_{11} - (3/2)\rho_{11}^c - \bar{\sigma}_c} \quad (27)$$

– значения параметра λ_c в точках «0» и «1» первого участка кривой ползучести материала (см. рис. 1).

На третьем участке ($e_{11}^{c(2)} < e_{11}^c \leq e_{11}^{c(3)}$), предшествующем разрушению,

$$\lambda_c^{\text{III}} = \lambda_c^{\text{II}}(\omega), \quad (28)$$

где ω – величина поврежденности.

Обобщая полученные соотношения на неодномерный случай, получим:

$$\lambda_c = \begin{cases} 0, & \psi_c \leq C_c \vee \chi_c = 0, \\ \lambda_c^I, & 0 \leq \chi_c \leq \chi_c^{(1)}, \\ \lambda_c^{II}, & \chi_c^{(1)} \leq \chi_c \leq \chi_c^{(2)}, \\ \lambda_c^{III}, & \chi_c^{(2)} \leq \chi_c \leq \chi_c^{(3)}. \end{cases} \quad (29)$$

Уравнения (20)–(29) описывают неустановившиеся и установившиеся участки кривой ползучести при разных уровнях напряжений и основные эффекты процесса ползучести при знакопеременном напряжении. Связь уравнений ползучести (20)–(29) с уравнениями термопластичности (1)–(19), описывающими «мгновенные» пластические деформации, осуществляется на этапе нагружения через девиатор напряжений σ'_{ij} и соответствующий алгоритм нахождения e_{ij}^c и e_{ij}^p путем определенных соотношений между «временными» и «мгновенными» скалярными и тензорными величинами.

На стадии развития рассеянных по объему повреждений наблюдается влияние поврежденности на физико-механические характеристики материала. Это влияние может быть учтено введением эффективных напряжений [7, 14]:

$$\tilde{\sigma}'_{ij} = F_1(\omega)\sigma'_{ij} = \frac{G}{\tilde{G}}\sigma'_{ij} = \frac{\sigma'_{ij}}{(1-\omega)[1-(6K+12G)\omega/(9K+8G)]}, \quad (30)$$

$$\tilde{\sigma} = F_2(\omega)\sigma = \frac{K}{\tilde{K}}\sigma = \frac{\sigma}{4G(1-\omega)/(4K+3K\omega)}, \quad (31)$$

где \tilde{G}, \tilde{K} – эффективные модули упругости, определяемые по формулам Маккензи [14].

Аналогично определяется эффективная переменная $\tilde{\rho}_{ij}$:

$$\tilde{\rho}_{ij}^i = F_1(\omega)\rho_{ij}^i, \quad i = p, c, m. \quad (32)$$

Эволюционные уравнения накопления повреждений

Уравнения накопления повреждений базируются на связи величины поврежденности с макроскопическими параметрами, которые могут быть экспериментально определены. Наиболее физически обоснованным и апробированным является энергетический подход [1, 2, 6] при определении ресурсных характеристик поликристаллических тел:

$$\dot{W} = \rho_{ij}\dot{e}_{ij}^H, \quad W = \int \rho_{ij}de_{ij}^H, \quad \rho_{ij} = \sum \rho_{ij}^{(i)}, \quad i = p, c. \quad (33)$$

В задачах оценки ресурсных характеристик необходимо учитывать влияние многоосности нагружения, наличие которой существенно снижает ресурс как за счет увеличения действующих компонент тензора деформаций и напряжений при пропорциональном нагружении, так и за счет вращения главных площадок тензоров напряжений и деформаций при непропорциональном нагружении.

Многочисленные исследования влияния многоосности нагружения при различных видах напряженных состояний, таких как двухосное растяжение-сжатие, трехосное растяжение и др., позволяют сделать вывод, что на ресурс оказывает существенное влияние «объемность» напряженного состояния $\beta = \sigma/\sigma_u$, где σ – гидростатическая компонента тензора напряжений, σ_u – интенсивность тензора напряжений.

Учет влияния «объемности» напряженного состояния на скорость роста поврежденности $\dot{\omega}$ производится за счет введения в уравнение скорости накопления повреждения функции $f_1(\beta)$, которая увеличивает скорость накопления повреждений $\dot{\omega}$

при нагружениях с $\beta \rightarrow +\infty$ и уменьшает ее скорость при $\beta \rightarrow -\infty$. При нагружениях с $\beta \rightarrow -\infty$ в некоторых поликристаллических металлах и сплавах возможно частичное уменьшение накопленной поврежденности (эффект «залечивания»). При нагружениях $\beta = 0$ (чистый сдвиг) функция $f_1(\beta) = 1$.

В условиях непропорционального нагружения, при котором направляющие тензоры напряжений и деформаций не соосны, реализуемая траектория деформирования существенно влияет на кинетику напряженно-деформированного состояния и на ресурсные характеристики конструкционного материала.

Учитывая рассмотренные эффекты, влияющие на ресурсные характеристики, уравнение для скорости накопления усталостных повреждений в условиях малоциклового и многоциклового нагружения можно представить в виде:

$$\dot{\omega} = f_1(\beta)f_2(\omega)f_3(\Theta)f_4(W)\dot{W}. \quad (34)$$

В (34) введены следующие обозначения для функций: $f_1(\beta)$ – учет влияния «объемности» напряженного состояния; $f_2(\omega)$ – учет влияния накопленного уровня поврежденности на скорость накопления повреждений; $f_3(\Theta)$ – учет изменения скорости накопления повреждений при изломе траектории деформирования; $f_4(W)$ – учет текущего относительного уровня рассеянной энергии, идущей на образование микродефектов;

$$\begin{aligned} f_1(\beta) &= \exp(k_p \beta), \\ f_2(\omega) &= \begin{cases} 0 & \text{при } W \leq W_a, \\ c\omega^{-1/3}(1-\omega)^{-2/3} & \text{при } W > W_a, \end{cases} \\ f_3(\Theta) &= (1 - \cos^2 \theta)\beta + \cos^2 \theta, \\ f_4(W) &= \frac{W - W_a}{W_f - W_a}, \end{aligned} \quad (35)$$

где c – константа интегрирования $c \cong 0,806$.

Принимается, что кинетика накопления повреждений состоит из двух последовательных стадий – зарождения микродефектов и их слияния. Эти стадии разграничиваются значением величины рассеянной энергии W_a . Образование макродефекта происходит при достижении величиной рассеянной энергии значения W_f .

Критерий прочности поврежденного материала

В качестве критерия прочности поврежденного материала принимается достижение накопленной поврежденностью ω критического значения

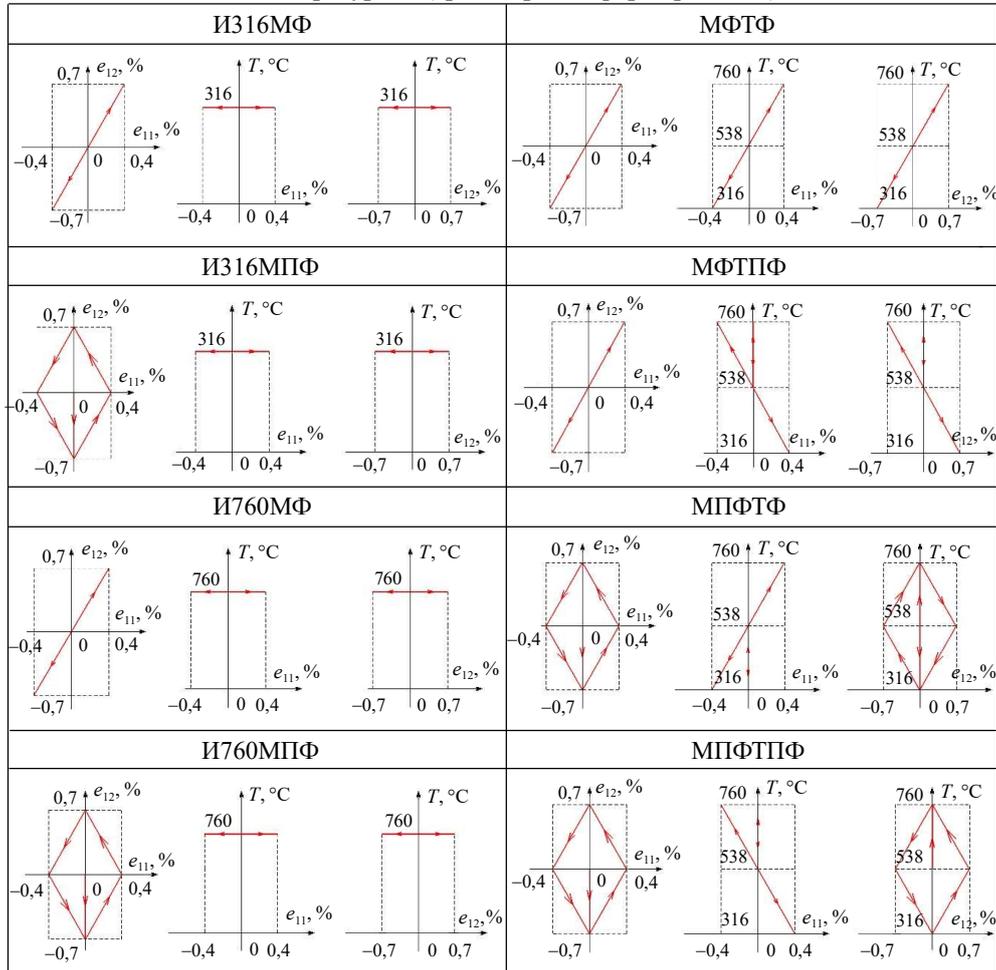
$$\omega = \omega_f \leq 1. \quad (36)$$

2. Численные результаты

В таблице 1 представлены результаты сопоставления численных и экспериментальных данных по термоциклическому деформированию тонкостенных трубчатых образцов из жаропрочного кобальтового сплава Haynes 188 в интервале температур 316–760 °С. Изотермические и неизотермические эксперименты проводились при жестком нагружении: амплитуда осевой деформации e_{11} составляла 0,4%, а амплитуда сдвиговой деформации $e_{12} = 0,35\%$ [12].

Таблица 1

Законы изменения осевой деформации e_{11} , сдвиговой деформации e_{12} и температуры T (траектории деформирования)



В экспериментах [12] варьировались:

– угол сдвига фаз θ между осевой деформацией e_{11} и деформацией сдвига e_{12} (при изотермическом деформировании при $\theta = 0$ – пропорциональное нагружение; при $\theta = 90^\circ$ осевая и сдвиговая деформации меняются в противофазе);

– угол сдвига фаз ψ между амплитудами осевой деформации e_{11} и температурой T (при неизотермическом нагружении при $\psi = 0$ осевая деформация и температура меняются в фазе, при $\psi = 180^\circ$ – в противофазе).

В [12] при сложном изотермическом и неизотермическом деформировании реализовано восемь типов испытаний:

– эксперимент ИЗ16МФ: механические деформации меняются в фазе ($\theta = 0$), а температура $T = 316^\circ\text{C}$ – постоянная (изотермические испытания);

– эксперимент ИЗ16МПФ: механические деформации меняются в противофазе ($\theta = 90^\circ$), а температура $T = 316^\circ\text{C}$ – постоянная (изотермические испытания);

– эксперимент И760МФ: механические деформации меняются в фазе ($\theta = 0$), а температура $T = 760^\circ\text{C}$ – постоянная (изотермические испытания);

- эксперимент И760МПФ: механические деформации меняются в противофазе ($\theta = 90^\circ$), а температура $T = 760^\circ\text{C}$ – постоянная (изотермические испытания);
- эксперимент МФТФ: механические деформации и температура меняются в фазе ($\theta = 0$ и $\psi = 0$) – неизотермические испытания;
- эксперимент МФТПФ: механические деформации меняются в фазе, а температура в противофазе ($\theta = 0$ и $\psi = 180^\circ$) – неизотермические испытания;
- эксперимент МПФТФ: механические деформации меняются в противофазе, а температура в фазе ($\theta = 90^\circ$ и $\psi = 0$) – неизотермические испытания;
- эксперимент МПФТПФ: механические деформации и температура меняются в противофазе ($\theta = 90^\circ$ и $\psi = 180^\circ$) – неизотермические испытания.

Задавая различные законы изменения осевой деформации e_{11} , деформации сдвига e_{12} и температуры T , можно реализовать различные траектории деформирования (см. табл. 1).

Физико-механические характеристики жаропрочного кобальтового сплава Haynes 188 [11] и материальные параметры модели поврежденной среды [14–17] приведены в таблицах 2–6.

Таблица 2

Физико-механические характеристики и материальные параметры модели МПС жаропрочного сплава Haynes 188

Характеристики	$T = 316^\circ\text{C}$	$T = 760^\circ\text{C}$
K , МПа	167916	138400
G , МПа	77500	63680
α , 1/град	0,00001319	0,00001531
C_p^o , МПа	363	221
\bar{C}_s , МПа	161 (const для всех χ_c)	45,2 (const для всех χ_c)
g_1^p , МПа	18170	15770
g_2^p	2,74	182,67
g_1^c , МПа	14000	221
g_2^c	0	400
a	5	5
W_f , МДж/м ³	3855	250

Таблица 3

Модуль монотонного изотропного упрочнения q_1 жаропрочного сплава Haynes 188

$T = 316^\circ\text{C}$									
χ_m	0	0,0002	0,0004	0,0005	0,001	0,002	0,003	0,005	0,01
q_1 , МПа	-2401	-2716	-3032	-3190	-3979	-5296	-6089	-6186	-2133
$T = 760^\circ\text{C}$									
χ_m	0	0,0002	0,0004	0,0005	0,001	0,002	0,003	0,005	0,01
q_1 , МПа	-2124	-2129	-2135	-2138	-2152	-2470	-3367	-5207	-1471

Таблица 4

Модуль циклического упрочнения $Q_1(a_{e\max})$ жаропрочного сплава Haynes 188

$T, ^\circ\text{C}$	$a_{e\max} = 0$	$a_{e\max} = 0,004$	$a_{e\max} = 0,01$
l	2	3	4
20	0	85	85
100	0	90	90
200	0	95	95
316	0	110	110

Таблица 4 (продолжение)

1	2	3	4
400	0	130	130
538	0	155	155
700	0	175	175
760	0	100	100

Таблица 5

Модули циклического упрочнения $Q_{ST}(T)$ и функции влияния траектории нагружения на кинетику поврежденности $\beta(T)$ жаропрочного сплава Haynes 188

$T, ^\circ\text{C}$	$Q_{ST}(T), \text{МПа}$	$\beta(T)$
316	185	250
400	180	248
500	160	245
600	110	227
760	0	40

Таблица 6

Зависимость коэффициентов пропорциональности λ_c^0 и λ_c^{II} от интенсивности напряжения σ_u

$T = 316 \text{ } ^\circ\text{C}$						
$\sigma_u, \text{МПа}$	0	80	160	245	290	410
$\lambda_c^0 (= \lambda_c^{\text{II}}) 1/\text{МПа}\cdot\text{час}$	0	$5,65 \cdot 10^{-7}$				
$T = 538 \text{ } ^\circ\text{C}$						
$\sigma_u, \text{МПа}$	0	80	160	245	290	410
$\lambda_c^0 (= \lambda_c^{\text{II}}) 1/\text{МПа}\cdot\text{час}$	0	$8,82 \cdot 10^{-7}$	$8,82 \cdot 10^{-7}$	$8,82 \cdot 10^{-7}$	$9,00 \cdot 10^{-7}$	$3,50 \cdot 10^{-6}$
$T = 760 \text{ } ^\circ\text{C}$						
$\sigma_u, \text{МПа}$	0	80	160	245	290	410
$\lambda_c^0 (= \lambda_c^{\text{II}}) 1/\text{МПа}\cdot\text{час}$	0	$2,50 \cdot 10^{-6}$	$1,14 \cdot 10^{-5}$	$2,00 \cdot 10^{-4}$	$3,00 \cdot 10^{-4}$	$5,55 \cdot 10^{-4}$

На рис. 2 приведено сравнение результатов численного моделирования и экспериментальных данных петель циклического гистерезиса для первых пятидесяти циклов нагружения при изотермических режимах нагружения (эксперименты И316МФ, И316МПФ, И760МФ, И760МПФ), а на рис. 3 представлены соответствующие петли пластического гистерезиса при неизотермическом нагружении (эксперименты МФТФ, МФТПФ, МПФТФ, МПФТПФ). Здесь и далее сплошными линиями отмечены результаты численного моделирования с использованием определяющих соотношений МПС [8–11], а красными маркерами – соответствующие экспериментальные данные (сравнение проводилось по всем опытным данным, приведенным в [12]). При изотермическом циклическом нагружении (эксперименты И316МФ, И316МПФ, И760МФ, И760МПФ) наблюдается стабилизация петель циклического термопластического гистерезиса (см. рис. 2).

При неизотермическом термоциклическом нагружении (эксперименты МФТФ, МФТПФ, МПФТФ, МПФТПФ) форма осевых $\sigma_{11} \sim e_{11}$ и сдвиговых $\sigma_{12} \sim e_{12}$ петель термопластического гистерезиса зависит от сдвига фаз θ между амплитудами осевой деформации e_{11} и деформацией сдвига e_{12} . Так, в эксперименте МФТФ в пятидесятом цикле наблюдается снижение действующих напряжений (как нормальных, так и касательных) вблизи максимальной температуры цикла (см. рис. 3).

Петли термопластического гистерезиса в эксперименте МФТПФ подобны пет-

лям, наблюдаемым в опыте МФТФ, за исключением того, что снижение действующих напряжений произошло на «холодной» фазе цикла (при отрицательных значениях e_{11} и e_{12}). Петли упругопластического гистерезиса в эксперименте МПФТПФ качественно отличаются от петель в синфазных механических испытаниях МФТФ и МФТПФ. Петли гистерезиса в эксперименте МПФТФ подобны наблюдаемым в опыте МПФТПФ за исключением того, что снижение как осевых, так и сдвиговых напряжений произошло только вблизи максимальной температуры цикла (при положительных значениях e_{11} и e_{12}).

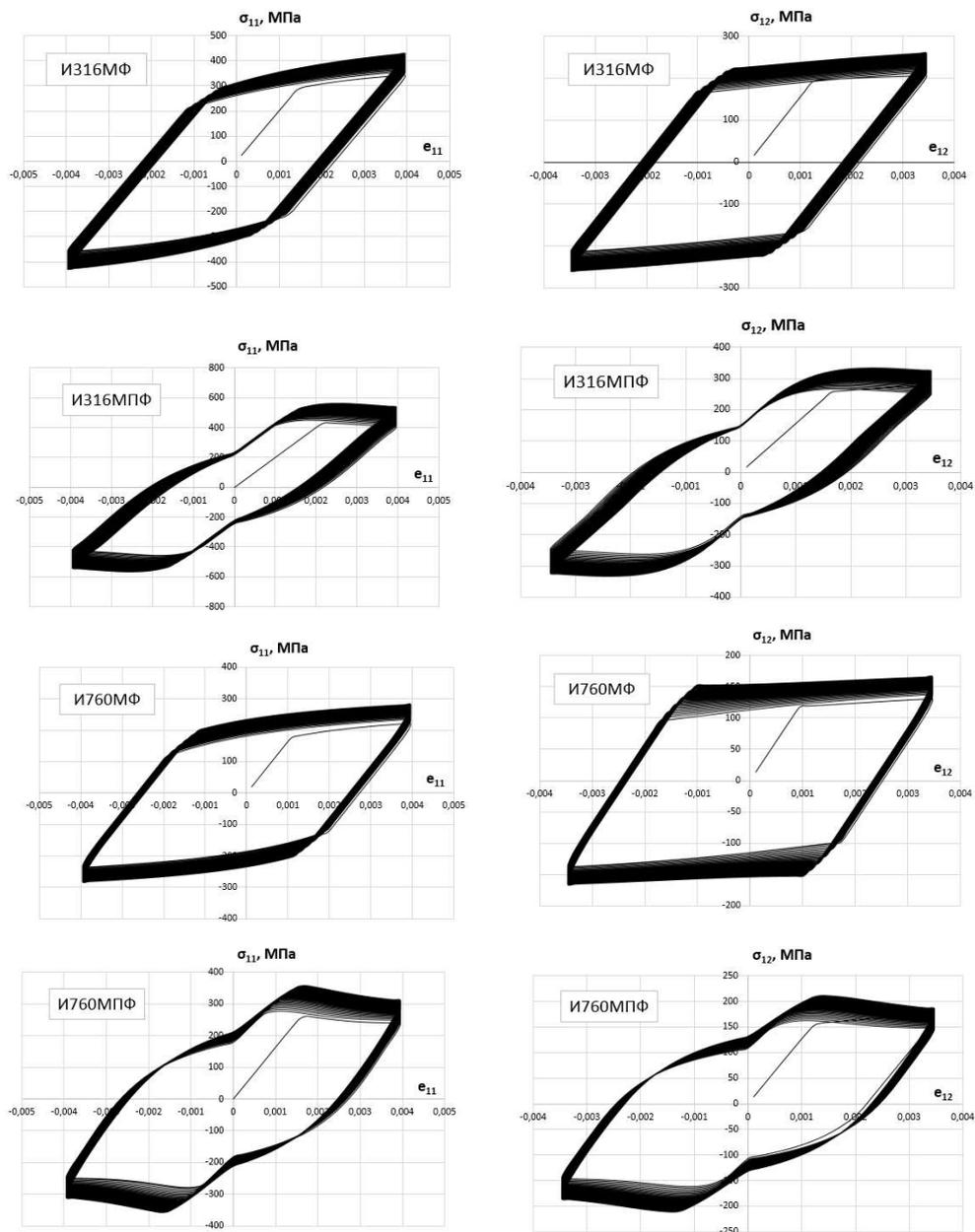


Рис. 2

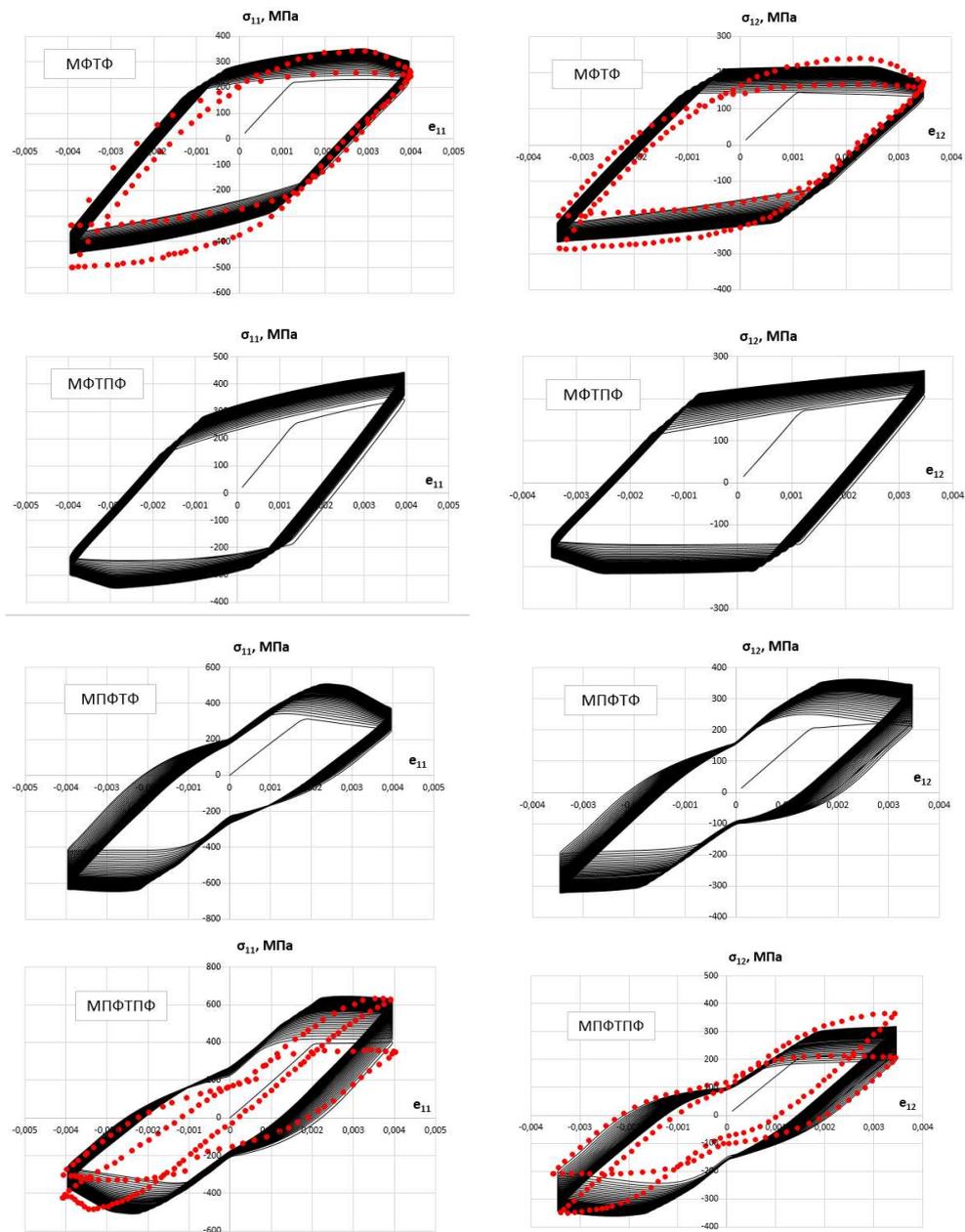


Рис. 3

Таким образом, местоположение и степень снижения как осевых, так и сдвиговых петель термовязкопластического гистерезиса в значительной мере определяются углом сдвига фаз ψ между осевой деформацией e_{11} и температурой T .

На рис. 4, 5 показаны истории изменения компонент тензора напряжений для пятидесяти циклов траекторий нагружения в изотермических (эксперименты И316МФ, И316МПФ, И760МФ, И760МПФ) и неизотермических (эксперименты МФТФ, МФТПФ, МПФТФ, МПФТПФ) режимах комбинированного термомехани-

ческого нагружения соответственно. Анализ графиков показывает наличие вращения главных площадок тензоров (непропорциональность изменения компонент тензоров напряжений и деформаций) и несоосность тензоров напряжений, полных и пластических деформаций.

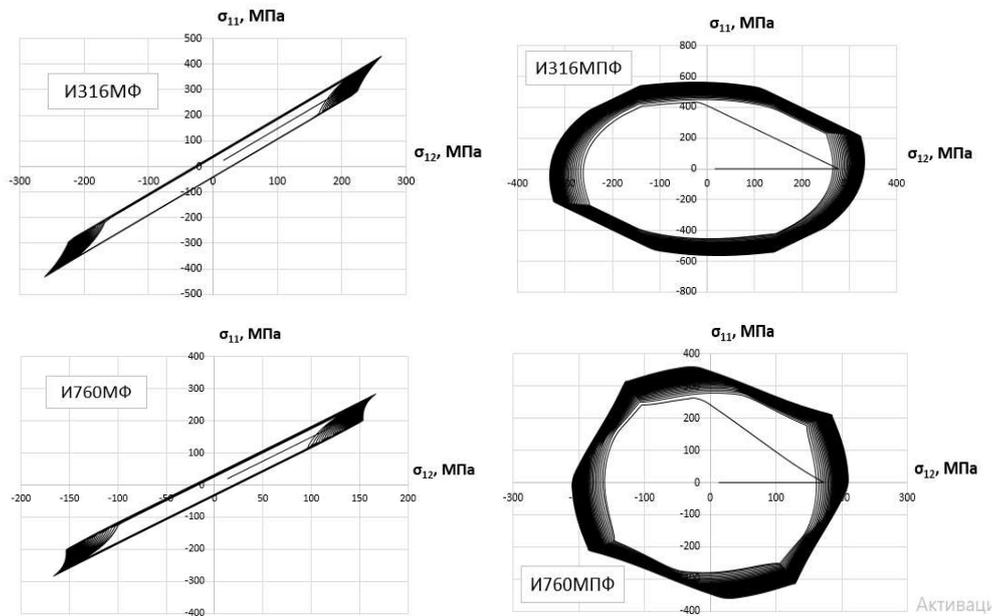


Рис. 4

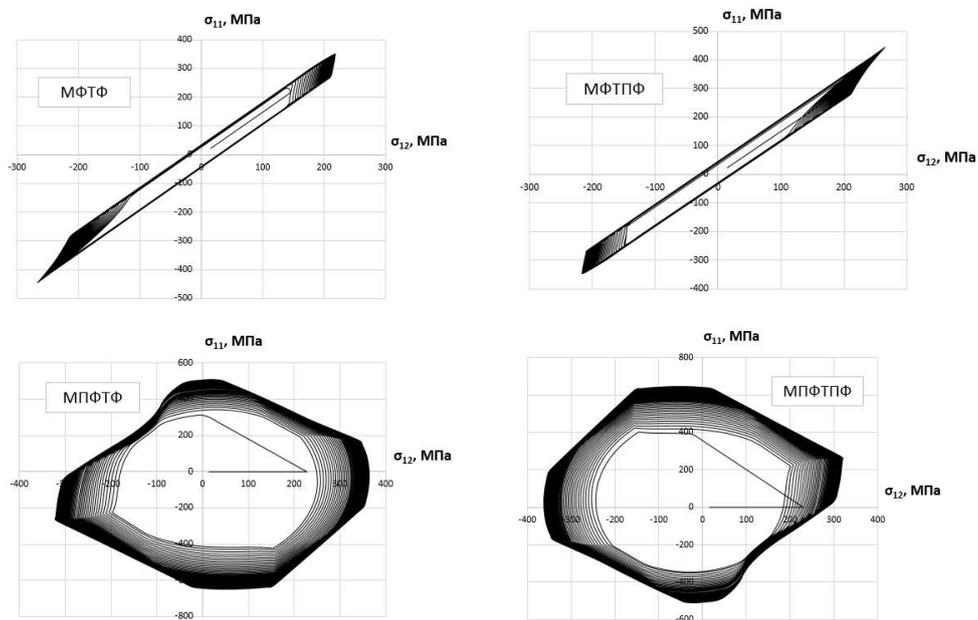


Рис. 5

На рис. 6, 7 представлены расчетные и экспериментальные зависимости амплитуд осевых σ_{11} и сдвиговых σ_{12} напряжений в зависимости от числа циклов нагружения. Сплошными линиями отмечены результаты численного моделирования, а маркерами – соответствующие экспериментальные данные. Видно, что степень циклического упрочнения при неизо термическом термоциклическом нагружении значительно больше, чем наблюдаемая в изотермических испытаниях при температурах 316 и 760 °С. Эти закономерности показывают, что механизм неизо термического термоциклического деформирования качественно отличается от изотермического. На рис. 6 черными линиями приведены зависимости максимальных значений изменения степени циклического упрочнения без учета ползучести для режимов МПФТПФ и МПФТФ. Видно, что влияние ползучести материала снижает степень циклического упрочнения и расчетные кривые с учетом ползучести более близко находятся от экспериментальных кривых.

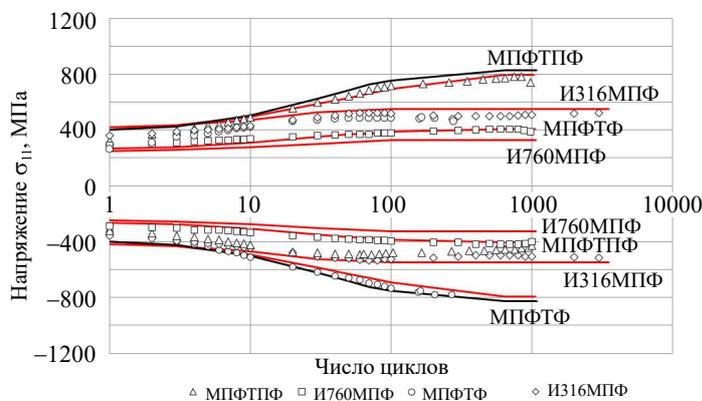


Рис. 6

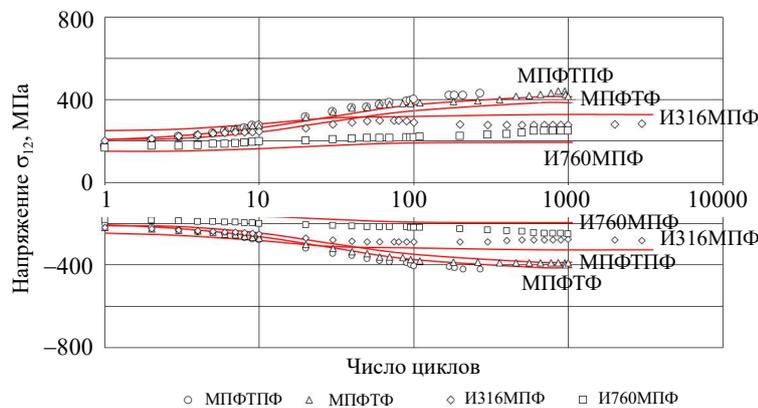


Рис. 7

Анализ полученных результатов позволяет сделать вывод, что представленная модель циклического термопластического деформирования достоверно описывает экспериментальные результаты и может в дальнейшем быть применена для расчета кинетики процесса накопления усталостных повреждений при циклических термо-механических воздействиях.

Результаты расчетов числа циклов нагружения до разрушения и их сравнение с имеющимися опытными данными приведены на рис. 8.

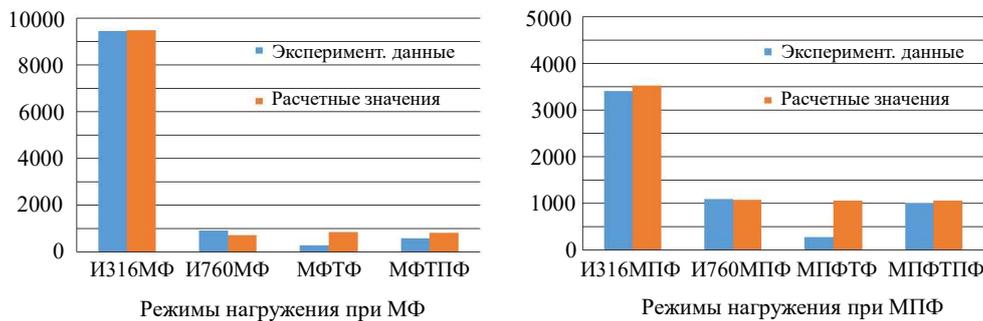


Рис. 8

Сравнение и анализ результатов расчета и экспериментальных данных показывают, что:

- развитая в [14–17] модель поврежденной среды с достаточной для инженерных расчетов точностью описывает процессы циклического изотермического и неизотермического деформирования и накопления усталостных повреждений при комбинированном термомеханическом нагружении и позволяет рассчитывать малоцикловую усталостную долговечность жаропрочных сплавов при произвольных траекториях деформирования (при сравнении опытных и расчетных данных следует иметь в виду, что информация в [17] представлена без учета разброса экспериментальных данных в пределах каждого отдельного опыта);

- при изотермическом циклическом термопластическом деформировании с $T = 316\text{ }^{\circ}\text{C}$ механическое непропорциональное деформирование (тест ИЗ16МПФ) приводит к снижению усталостной долговечности по сравнению с пропорциональным деформированием (тест ИЗ16МФ) практически в три раза. С ростом температуры $T = 760\text{ }^{\circ}\text{C}$ эта зависимость не проявляется;

- неизотермическое циклическое термопластическое деформирование приводит к снижению усталостной долговечности по сравнению с деформированием изотермическим.

Заключение

Проведена оценка достоверности модели поврежденной среды [14–17] путем сопоставления результатов численных расчетов с известными из литературы опытными данными по малоцикловой усталостной долговечности при изотермических и неизотермических режимах комбинированного термомеханического деформирования, которые подтверждают правильность моделирования процессов сложного циклического термомеханического деформирования и усталостной долговечности жаропрочных сплавов.

Список литературы

1. Hulford G.R. Low cycle thermal fatigue. *Mechanics and Mathematical Methods*. F Thermal stress II. Chapter 6. Elsevier Science Publishers B.V. 1987. P. 329–428.
2. *Исследование малоцикловой прочности при высоких температурах*. Под ред. С.В. Серенсена. М.: Наука, 1975. 124 с.
3. Коллинз Дж. *Повреждение материалов в конструкциях. Анализ, предсказание, предотвращение*. М.: Мир, 1984. 624 с.

4. Chaboche J.L. Constitutive equation for cyclic plasticity and cyclic viscoplasticity. *International Journal of Plasticity*. 1989. Vol. 5. No 3. P. 247–302. [https://doi.org/10.1016/0749-6419\(89\)90015-6](https://doi.org/10.1016/0749-6419(89)90015-6).
5. Корум, Сартори. Оценка современной методологии проектирования высокотемпературных элементов конструкций на основе экспериментов по их разрушению. *Теоретические основы инженерных расчетов*. 1988. №1. С. 104–118.
6. Bernard-Connolly M., Biron A., Bue-Quic T. Low-cycle fatigue behaviour and cumulated damage effect of SA-516-70 steel at room and high temperature. *Journal Random Fatigue Life Predictions ASME Publ*. 1980. P. 297–302.
7. Гусенков А.П., Казанцев А.Г. Прочность при малоцикловом и длительном циклическом нагружении и нагреве. *Машиноведение*. 1979. №3. С. 59–65.
8. Коротких Ю.Г., Волков И.А., Игумнов Л.А., Шишулин Д.Н., Тарасов И.С. Моделирование процессов неупругого деформирования и разрушения жаропрочных сплавов при циклическом термомеханическом нагружении. *Проблемы прочности и пластичности*. 2015. Т. 77. №4. С. 329–343.
9. Сентоглу. Влияние ограничений на термомеханическую усталость. *Теоретические основы инженерных расчетов*. 1985. №3. С. 74–83.
10. Liang Jin, Pellox R.M., Xie Xishan. Thermomechanical fatigue behavior of a nickel base-super alloy. *Journal of Materials Science & Technology*. 1989. Vol. 5. P. 1–7. <https://www.jmst.org/EN/Y1989/V5/I1/1>.
11. HAYNES® 188 ALLOY. STANDART PRODUCTS by Brand or Alloy Designation H-3001B / Global Headquarters 1020 West Park Avenue, P.O. Box 9013. Kokomo, Indiana 46904-9013 (USA).
12. Kalluri S., Bonacuse P.J. An axial-torsional thermomechanical fatigue testing technique. *Preparade for the Symposium on Multiaxial Fatigue and Deformation Testing Techniques*. May 15, 1995. Denver, Colorado. 25 p.
13. Волков И.А., Игумнов Л.А., Шишулин Д.Н., Тарасов И.С., Гусева М.А. Оценка усталостной долговечности компактного образца с концентраторами при термоциклическом нагружении в условиях неоднородного напряженного состояния. *Проблемы прочности и пластичности*. 2016. Т. 78. №3. С. 333–349.
14. Волков И.А., Коротких Ю.Г. *Уравнения состояния вязкоупругопластических сред с повреждениями*. М.: Физматлит, 2008. 424 с.
15. Волков И.А., Коротких Ю.Г., Тарасов И.С. Моделирование сложного пластического деформирования и разрушения металлов при многоосном непропорциональном нагружении. *ПМТФ*. 2009. Т. 50. №5. С. 193–205.
16. Волков И.А., Коротких Ю.Г., Тарасов И.С. Численное моделирование накопления повреждений при сложном пластическом деформировании. *Вычислительная механика сплошных сред*. 2009. Т. 2. №1. С. 5–18.
17. Шишулин Д.Н., Волков И.А., Казаков Д.А., Пичков С.Н. Моделирование основных закономерностей процесса деформирования и накопления повреждений в конструкционных материалах на базе концепции механики поврежденной среды. *Проблемы прочности и пластичности*. 2012. Вып. 74. С. 16–27. <https://doi.org/10.32326/1814-9146-2012-74-1-16-27>.
18. Боднер С.Р., Линдхолм У.С. Критерий приращения повреждения для зависящего от времени разрушения материалов. *Труды Америк. об-ва инж.-мех. Сер. Д. Теоретические основы инженерных расчетов*. 1976. Т. 100. №2. С. 51–58.
19. Леметр Ж. Континуальная модель повреждения, используемая для расчета разрушения пластических материалов. *Труды Американского общества инженеров-механиков. Серия Д. Теоретические основы инженерных расчетов*. 1985. Т. 107. №1. С. 90–98.
20. Murakami S., Imaizumi T. Mechanical description of creep damage and its experimental verification. *Journal de Mécanique Théorique et Appliquée*. 1982. Vol. 1. P. 743–761.

References

1. Hulford G.R. Low cycle thermal fatigue. *Mechanics and Mathematical Methods*. F Thermal stress II. Chapter 6. Elsevier Science Publishers B.V. 1987. P. 329–428.

2. *Issledovanie malotsiklovoy prochnosti pri vysokikh temperaturakh [Investigation of Low-Cycle Strength at High Temperatures]*. Ed. S.V. Serensen. Moscow. Nauka Publ. 1975. 124 p. (In Russian).
3. Collins J. *Failure of Materials in Mechanical Design: Analysis, Prediction, Prevention*. New York. John Wiley & Sons. 1981. 672 p.
4. Chaboche J.L. Constitutive equation for cyclic plasticity and cyclic viscoplasticity. *Int. J. Plasticity*. 1989. Vol. 5. No 3. P. 247–302. [https://doi.org/10.1016/0749-6419\(89\)90015-6](https://doi.org/10.1016/0749-6419(89)90015-6).
5. Korum, Sartori. Otsenka sovremennoy metodologii proektirovaniya vysokotemperaturnykh elementov konstruktsiy na osnove eksperimentov po ikh razrusheniyu [Evaluation of modern methodology for designing high-temperature structural elements based on experiments on their destruction]. *Teoreticheskie osnovy inzhenernykh raschetov [Journal of Engineering for Industry. Transactions of the ASME. Series B]*. 1988. No 1. P. 104–118 (In Russian).
6. Bernard-Connolly M., Biron A., Bue-Quic T. Low-cycle fatigue behaviour and cumulative damage effect of SA-516-70 steel at room and high temperature. *Journal Random Fatigue Life Predictions ASME Publ*. 1980. P. 297–302.
7. Gusenkov A.P., Kazantsev A.G. Prochnost pri malotsiklovom i dlitelnom tsiklicheskom nagruzhenii i nagreve [Strength at low-cycle and long cyclic loading and heating]. *Mashinovedenie [Machine Science]*. 1979. No 3. P. 59–65 (In Russian).
8. Korotkikh Yu.G., Volkov I.A., Igumnov L.A., Shishulin D.N., Tarasov I.S. Modelirovanie protsessov neuprugogo deformirovaniya i razrusheniya zharoprochnykh splavov pri tsiklicheskom termomekhanicheskom nagruzhenii [Modeling processes of inelastic deformation and failure of heat-resistant alloys under cyclic thermal-mechanical loading]. *Problemy prochnosti i plastichnosti [Problems of Strength and Plasticity]*. 2015. Vol. 77. No 4. P. 329–343 (In Russian).
9. Sentoglu. Vliianie ogranichenii na termomekhanicheskuiu ustalost [Effect of restrictions on thermomechanical fatigue]. *Trudy Amerikanskogo obshchestva inzhenerov-mekhanikov. Teoreticheskie osnovy inzhenernykh raschetov [American Society of Mechanical Engineers. Series. Theoretical Foundations of Engineering Calculations]*. 1985. No 3. P. 74–83 (In Russian).
10. Liang Jin, Pellox R.M., Xie Xishan. Thermomechanical fatigue behavior of a nickel base superalloy. *Chin. J. Met. Sci. Technol*. 1989. Vol. 5. P. 1–7. <https://www.jmst.org/EN/Y1989/V5/I1/1>.
11. HAYNES® 188 ALLOY. STANDART PRODUCTS by Brand or Alloy Designation H-3001B / Global Headquarters 1020 West Park Avenue, P.O. Box 9013. Kokomo, Indiana 46904-9013 (USA).
12. Kalluri S., Bonacuse P.J. An axial-torsional thermomechanical fatigue testing technique. *Preparade for the Symposium on Multiaxial Fatigue and Deformation Testing Techniques*. May 15, 1995. Denver, Colorado. 25 p.
13. Volkov I.A., Igumnov L.A., Shishulin D.N., Tarasov I.S., Guseva M.A. Otsenka ustalostnoy dolgovechnosti kompaktnogo obratztsa s kontsentratorami pri termotsiklicheskom nagruzhenii v usloviyakh neodnorodnogo napryazhennogo sostoyaniya [Assessment of the fatigue life of the compact sample concentrators at temperature cycling conditions of loading in inhomogeneous stress state]. *Problemy prochnosti i plastichnosti [Problems of Strength and Plasticity]*. 2016. Vol. 78. No 3. P. 333–349 (In Russian).
14. Volkov I.A., Korotkikh Yu.G. *Uravneniya sostoyaniya vyazkouprugoplasticheskikh sred spovrezhdeniyami [Equations of State of Viscoelastic Plastic Media with Damage]*. Moscow. Fizmatlit Publ. 2008. 424 p. (In Russian).
15. Volkov I.A., Korotkikh Yu.G., Tarasov I.S. Modeling complex plastic deformation and fracture of metals under disproportionate loading. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. 2009. Vol. 50. No 5. P. 891–900. DOI: 10.1007/s10808-009-0121-z.
16. Volkov I.A., Korotkikh Yu.G., Tarasov I.S. Chislennoe modelirovanie nakopleniya povrezhdeniy pri slozhnom plasticheskom deformirovanii [Numerical modeling of damage accumulation under complex plastic deformation]. *Vychislitel'naya mekhanika sploshnykh sred [Computational Continuum Mechanics]*. 2009. Vol. 2. No 1. P. 5–18 (In Russian).
17. Shishulin D.N., Volkov I.A., Kazakov D.A., Pichkov S.N. Modelirovanie osnovnykh zakonov protsessov deformirovaniya i nakopleniya povrezhdeniy v konstruktsionnykh materialakh na baze kontseptsii mekhaniki povrezhdennoy sredy [Modeling the basic laws of the process

of deformation and damage accumulation in structural materials based on the concept of the mechanics of damaged media]. *Problemy prochnosti i plastichnosti [Problems of Strength and Plasticity]*. 2012. Pt. 74. P. 16–27. <https://doi.org/10.32326/1814-9146-2012-74-1-16-27> (In Russian).

18. Bodner S.R., Lindholm W.S. Kriteriy prirashcheniya povrezhdeniya dlya zavisyashchegoot vremeni razrusheniya materialov [Damage increment criterion for time-dependent fracture of materials]. *Trudy Amerikanskogo obshchestva inzhenerov-mekhanikov. Teoreticheskie osnovy inzhenernykh raschetov [American Society of Mechanical Engineers. Series. Theoretical Foundations of Engineering Calculations]*. 1976. Vol. 100. No 2. P. 51–58 (In Russian).

19. Lemaitre J. Damage modelling for prediction of plastic or creep fatigue failure in structures. *Trans. 5th Int. Conf. SMRiT*. North Holland. 1979. Paper No L5/1b.20.

20. Murakami S., Imaizumi T. Mechanical description of creep damage and its experimental verification. *J. Méc. Théor. Appl.* 1982. Vol. 1. P. 743–761.

EVALUATION OF THE RESOURCE CHARACTERISTICS OF POLYCRYSTALLINE STRUCTURAL ALLOYS UNDER CYCLIC THERMOMECHANICAL LOADING

Volkov I.A.^{1,2}, Igumnov L.A.², Shishulin D.N.², Belov A.A.²

¹*Volga State University of Water Transport, Nizhny Novgorod, Russian Federation*

²*Research Institute for Mechanics, National Research Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod, Nizhny Novgorod, Russian Federation*

The main physical regularities of complex thermoviscoplastic deformation and accumulation of damage in structural materials (metals and their alloys) under various modes of cyclic combined thermomechanical loading and mathematical models of these processes are considered.

A mathematical model of the mechanics of a damaged medium has been developed, which makes it possible to simulate the cyclic viscoelastoplastic behavior and determine the resource characteristics of polycrystalline structural alloys under the combined action of degradation mechanisms that combine material fatigue and creep. The model is based on the joint integration of equations describing the kinetics of the stress-strain state and damage accumulation processes. The final relation to the model is the strength criterion, the fulfillment of which corresponds to the formation of a macrocrack.

The plasticity equations are based on the basic principles of the flow theory. To describe the creep process in the stress space, a family of equipotential creep surfaces of the corresponding radius and having a common center is introduced. The relationship between the creep equations and the thermoplasticity equations describing “instantaneous” plastic deformations is carried out at the loading stage through the stress deviator and the corresponding algorithm for determining and at the loading stage by means of certain relationships between “temporary” and “instantaneous” scalar and tensor quantities.

At the stage of development of damage scattered throughout the volume, the effect of damage on the physical and mechanical characteristics of the material is observed. This influence can be taken into account by introducing effective stresses. In the general case, stresses, plastic strains, and creep strains are determined by integrating the thermal creep equations by the four-point Runge-Kutta method with correction of the stress deviator and subsequent determination of stresses according to the thermoplasticity equations, taking into account the average creep strain rate at a new time.

The relationships that simulate the accumulation of damage are based on the energy approach to determining the resource characteristics. The kinetics of fatigue damage accumulation is based on the introduction of a scalar parameter of damage to a structural material and a unified model form for representing the degradation mechanism under fatigue and creep conditions. The influence of

scattered damage on the physical and mechanical characteristics of the material is taken into account by introducing effective stresses.

The results of numerical simulation of cyclic thermoplastic deformation and accumulation of fatigue damage in heat-resistant alloys (Haynes188) under combined thermomechanical loading are presented. Particular attention is paid to the issues of modeling the processes of cyclic thermoplastic deformation and the accumulation of fatigue damage for complex deformation processes accompanied by the rotation of the main areas of stress and strain tensors.

Keywords: modeling, thermal cyclic strength, complex deformation, plasticity, creep, mechanics of damaged medium, fatigue life, strength, fracture, resource.