

УДК 539.4

DOI: 10.32326/1814-9146-2021-83-4-424-432

ФОРМИРОВАНИЕ СТРУКТУР ЯЧЕИСТОГО ТИПА ПРИ ПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ*

© 2021 г.

Сарафанов Г.Ф.

*Институт проблем машиностроения РАН – филиал Федерального
исследовательского центра «Институт прикладной физики РАН»,
Нижний Новгород, Российская Федерация*

gf.sarafanov@yandex.ru

Поступила в редакцию 12.09.2021

Проведено теоретическое исследование закономерностей эволюции и формирования дислокационных структур при пластической деформации кристаллов. Разработана нелинейная теория формирования дислокационных структур ячеистого типа в ансамбле винтовых дислокаций. Исследование нелинейной динамики ансамбля дислокаций проведено в двумерной области с учетом наложенных на исходное уравнение периодических граничных условий типа Борна – Кармана. Локальная кинетика дислокаций выбрана в виде размножения дислокаций посредством двойного поперечного скольжения и аннигиляции дислокаций. Найдено однородное стационарное решение системы (термодинамическая ветвь). Установлено, что при критическом отклонении от термодинамической ветви в системе возникает неустойчивость однородного состояния, обусловленная корреляционным взаимодействием дислокаций. Для получения решений в области неустойчивости система эволюционных уравнений преобразована к системе уравнений для коллективных (модовых) переменных. Целесообразность такого преобразования заключается в том, что такую систему можно разбить на подсистемы неустойчивых и затухающих мод и применить принцип адиабатического исключения неустойчивых переменных (принцип подчинения). С использованием малости величин, характеризующих инкременты неустойчивых мод, применен принцип подчинения для системы коллективных переменных. В этом случае показано, что систему можно свести к решению дифференциальных уравнений относительно небольшого числа переменных (параметров порядка). В окрестности точки бифуркации для параметров порядка получены два устойчивых решения. Первый параметр – следствие конкуренции мод, он приводит в режиме мягкого возбуждения к периодической одномерной структуре для плотности дислокаций; второй – результат кооперации неустойчивых мод и приводит к формированию гексагональной структуры в жестком режиме возникновения. Решен вопрос, какая из этих двух структур реализуется в момент достижения системой точки бифуркации. Уравнения для параметров порядка записаны в вариационной форме, и определена соответствующая потенциальная функция. Ее анализ в точках минимумов показал,

*Выполнено в рамках государственного задания ИПФ РАН на проведение фундаментальных научных исследований на 2021–2023 гг. по теме №0030-2021-0025.

что гексагональная конфигурация более вероятна в момент возникновения неустойчивости. По мере увеличения бифуркационного параметра более вероятной становится одномодовая структура. Таким образом, формирование диссипативной ячеистой структуры служит показателем достижения в локальном объеме неравновесных критических условий, когда деформируемый кристалл начинает изменять свою дефектную структуру, минимизируя свою упругую энергию.

Ключевые слова: дислокационный ансамбль, винтовые дислокации, корреляционная неустойчивость, нелинейная динамика, ячеистая структура.

Введение

Согласно теоретическим представлениям, пластическая деформация в металлах является термодинамически неравновесным и необратимым процессом [1, 2]. При относительно малых внешних нагрузках кристалл реагирует на внешние напряжения сдвиговой деформацией, обеспечиваемой носителями пластичности – дислокациями [3]. По мере увеличения степени деформации растет плотность дислокаций ρ и связанная с ними упругая энергия кристалла [4, 5]. Это приводит к упрочнению материала и повышению нагрузки для продолжения деформации в заданном режиме. При этом кристалл начинает реагировать на изменения таким образом, что изменяет дефектную структуру, минимизируя повышение своей упругой энергии [6, 7].

На структурном уровне это проявляется в том, что уже на второй стадии пластической деформации энергетически выгодным становится неоднородное распределение дислокаций в кристалле [8, 9]. Начиная с этого момента в дислокационном ансамбле возникает сильное взаимодействие, появляются коллективные эффекты (возникновение ячеистых структур), а характер перемещения дислокаций становится зависящим не только от внешнего напряжения σ_e , но и от изменения упругого поля окружающих дислокаций [10, 11]. Последнее приводит к корреляционному взаимодействию дислокаций [12, 13], которое, как известно из физики плазмopodobных сред с сильным взаимодействием, обуславливает в ряде случаев расслоение однородного состояния и возникновение ячеистых структур [14, 15].

Некоторые результаты, связанные с этим вопросом применительно к дислокационным ансамблям, содержатся в статьях [16, 17], где, исходя из эвристических соображений относительно радиуса корреляции дислокаций и феноменологически заданного корреляционного потока, предсказано развитие неоднородной структуры для плотности дислокаций. К сожалению, последовательный математический анализ корреляционного взаимодействия дислокаций отсутствует, что не позволяет судить о достоверности результатов, полученных в этих исследованиях. Сложность этого анализа заключается прежде всего в том, что соответствующие корреляционные потоки имеют форму нелокальных и нелинейных функционалов.

В [18, 19] для выявления эффектов, связанных с упругим полем дислокаций, динамика дислокационной системы была рассмотрена на модельном уровне, где в качестве модельного объекта был выбран ансамбль прямолинейных винтовых дислокаций. Это позволило сформулировать самосогласованные эволюционные уравнения динамики дислокаций с учетом их корреляционного взаимодействия и в рамках линейного анализа [19] системы определить область неустойчивости однородного распределения дислокаций. Поэтому в настоящей статье теоретическое исследование закономерностей формирования неоднородных дислокационных

структур ячеистого типа проводится на основе сформулированных в статье [19] нелинейных уравнений для плотности дислокаций.

1. Нелинейная динамика дислокационного ансамбля

Полученные на линейной стадии исследования результаты не позволяют выяснить характер эволюции дислокационного ансамбля за точкой бифуркации, поэтому необходимо исследовать нелинейные уравнения для суммарной плотности $\rho(\mathbf{r}, t) = \rho_+(\mathbf{r}, t) + \rho_-(\mathbf{r}, t)$ дислокаций [18, 19]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\mathbf{J} + \mathbf{J}_{\text{corr}}) = F(\rho), \quad (1)$$

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}, t) = -D_f \nabla \rho(\mathbf{r}, t), \quad (2)$$

$$\mathbf{J}_{\text{corr}}(\mathbf{r}, t) = M \rho(\mathbf{r}, t) \nabla \int \rho(\mathbf{r}', t) G(\mathbf{r} - \mathbf{r}') d\mathbf{r}' \quad (3)$$

или в виде одного уравнения:

$$\frac{\partial \rho(\mathbf{r}, t)}{\partial t} - D_f \nabla^2 \rho(\mathbf{r}, t) + M \nabla \left[\rho(\mathbf{r}, t) \nabla \int \rho(\mathbf{r}', t) G(\mathbf{r} - \mathbf{r}') d\mathbf{r}' \right] = F(\rho). \quad (4)$$

Здесь и далее интегрирование по координатам проводится по сечению цилиндра Ω ; $D_f = \bar{r}V/4\pi e$ – эффективный коэффициент диффузии, обусловленный релаксацией дислокационных зарядов [20], \bar{r} – среднее расстояние между дислокациями, $V = Mb\sigma_e$ – дрейфовая скорость дислокаций, M – подвижность дислокаций, b – модуль вектора Бюргерса. Функция Грина $G(r)$ может быть представлена в виде разложения [18]

$$G(r) = \frac{Gb^2}{4\pi\rho_0} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} (r_d^2 \Delta)^{n-1} \delta(r), \quad (5)$$

где G – модуль сдвига, r_d – радиус экранирования упругого поля дислокаций (радиус корреляции) [12], ρ_0 – стационарное однородное решение, которое находится из условия равенства нулю правой части уравнения (1) или (4).

Соответствующую зависимость $F(\rho)$ для определенности выберем в стандартном виде

$$F(\rho) = \delta_0 \rho - \kappa \rho^2, \quad (6)$$

где δ_0 – коэффициент размножения дислокаций по механизму двойного поперечного скольжения, $\kappa = 2hV$ – коэффициент иммобилизации дислокаций ($h = Gb/(4\pi\sigma_e)$ – радиус захвата разноименных дислокаций в дипольные конфигурации) [4, 16].

С учетом сказанного из условия $F(\rho) = 0$ находим стационарное однородное решение $\rho_0 = \delta_0/\kappa$. При приближении системы к состоянию равновесия ρ_0 нелинейная функция $F(\rho)$, ответственная за кинетику, принимает релаксационную форму

$$F(\rho) \approx -\frac{\rho - \rho_0}{\tau}, \quad (7)$$

где $\tau = \kappa\rho_0$ – время релаксации к состоянию ρ_0 .

Исследуем в рамках уравнения (4) состояние равновесия $\rho = \rho_0$ на устойчивость. В итоге получаем характеристическое уравнение

$$\lambda\tau - \frac{\eta}{4\pi} \ln(1 + k^2 r_d^2) + k^2 r_d^2 + 1 = 0,$$

откуда следует, что неустойчивость однородного состояния ($\lambda > 0$) возможна, если

$$L(k^2) = 1 + k^2 r_d^2 - \frac{\eta}{4\pi} \ln(1 + k^2 r_d^2) < 0, \quad (8)$$

где $\eta = G^2 b^2 \rho_0 / \sigma_e^2$ – параметр, контролирующий процессы корреляционного взаимодействия в дислокационном ансамбле и играющий роль управляющего бифуркационного параметра.

Из анализа (8) непосредственно следует, что при непрерывном увеличении параметра η неустойчивость возникает в точке $\eta = \eta_c = 4\pi e$ при значении волнового вектора $|\mathbf{k}| = k_c$, где $k_c = \sqrt{e - 1/r_d}$. Неустойчивость имеет пороговый характер и реализуется при $\eta > \eta_c$ в интервале волновых чисел $|\mathbf{k}| \in (k_{\min}, k_{\max})$. Бифуркационная диаграмма, иллюстрирующая возникновение неустойчивости однородного состояния, показана на рис. 1.

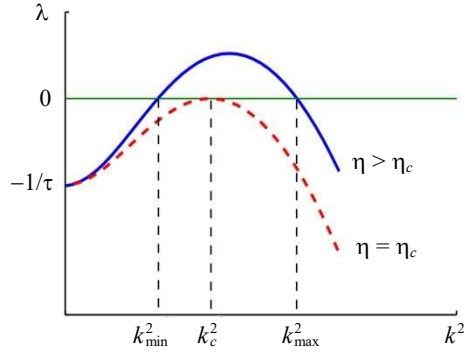


Рис. 1. Возникновение неустойчивости однородного состояния в ансамбле винтовых дислокаций

Исследование нелинейной динамики ансамбля дислокаций будем проводить в двумерной области $\Omega = L_1 L_2$ с учетом наложенных на уравнение (4) периодических граничных условий

$$\rho(\mathbf{r}, t) = \rho(\mathbf{r} + L, t), \quad (9)$$

где $L = L_1 e_x + L_2 e_y$ – вектор трансляции. Физически естественно предположить, что L_1 и L_2 имеют характерный масштаб порядка размера зерна для поликристаллов и порядка размера образца для монокристаллов.

Представим искомое решение уравнения (4) в виде

$$\rho(\mathbf{r}, t) = \rho_0 + \sum_{\mathbf{k}} [\xi_{\mathbf{k}}(t) \psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) + \text{к.с.}]. \quad (10)$$

В разложении (10) коллективные переменные $\xi_{\mathbf{k}}(t)$ – неизвестные пока функции времени, $\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r})$ – ортогональные собственные функции оператора $L(\Delta)$, а волновой вектор \mathbf{k} с учетом граничных условий (9) принимает дискретные значения

$$\mathbf{k} = \begin{pmatrix} k_x \\ k_y \end{pmatrix} = 2\pi \begin{pmatrix} n_1/L_1 \\ n_2/L_2 \end{pmatrix}, \quad (11)$$

где $n_{1,2}$ – целые числа.

Подставим разложение (10) для переменной $\rho(\mathbf{r}, t)$ в уравнение (4), используя ортогональность функций $\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})$:

$$(\psi_{\mathbf{k}}, \psi_{\mathbf{k}'}) = \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} \psi_{\mathbf{k}}^*(\mathbf{r}) \psi_{\mathbf{k}'}(\mathbf{r}) dx dy = \delta_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}, \quad (12)$$

получим систему уравнений для переменных $\xi_{\mathbf{k}}(t)$ в модовом представлении. Эту систему можно разбить на подсистемы нарастающих в интервале $|\mathbf{k}| \in (k_{\min}, k_{\max})$ мод и затухающих (для которых $\lambda_{\mathbf{k}} < 0$) мод. Затухающие моды вблизи точки бифуркации адиабатически следуют за незатухающими модами, поэтому их можно исключить из рассмотрения, алгебраически выразив через нарастающие моды [21].

В результате получаем резонансные уравнения для параметров порядка $\xi_{\mathbf{k}}(t)$, которые при условии слабой надкритичности ($\rho_0 \sim \rho_c$, $|\mathbf{k}| \sim k_c$, $\lambda_u \sim \lambda_{k_c}$) принимают вид:

$$\frac{\partial \xi_{\mathbf{k}}}{\partial t} = \lambda_u \xi_{\mathbf{k}} + A \sum_{|\mathbf{k}'|, |\mathbf{k}''|=k_c} \xi_{\mathbf{k}'} \xi_{\mathbf{k}''} \delta_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'+\mathbf{k}''} - B \sum_{|\mathbf{k}'|=k_c} \xi_{\mathbf{k}} |\xi_{\mathbf{k}'}|^2. \quad (13)$$

Здесь $\lambda_u = -L(k^2)/\tau \approx [(\eta - \eta_c) - \gamma(k^2 - k_c^2)^2]/\tau$, величины A , B и γ являются положительными величинами.

Система (13) допускает спектр различных стационарных решений, определив которые можно по формуле (10) построить решения для исходной переменной $\rho(\mathbf{r}, t)$. Далее ограничимся изучением структур, для которых векторы \mathbf{k} по модулю равны k_c .

2. Диссипативные дислокационные структуры

Исследуем систему уравнений (13) на предмет существования нетривиальных устойчивых решений, соответствующих неоднородным состояниям для исходной распределенной системы (4).

Из уравнений (13) непосредственно следует, что тривиальное состояние равновесия, соответствующее однородному состоянию исходной системы, является устойчивым только в отсутствие неустойчивости ($\lambda_u < 0$). При $\lambda_u > 0$ всегда устойчивым является одномодовое решение. Здесь все моды, за исключением одной, параметризуемой волновым вектором k_1 , подавлены. Вид получающейся в этом случае пространственной структуры (рис. 2) определяется выражением

$$\rho(\mathbf{r}) = \rho_0 + 2\xi_0 \cos(\mathbf{k}_1 \mathbf{r}), \quad (14)$$

где $\xi_0 = \sqrt{2\lambda_u/B}$.

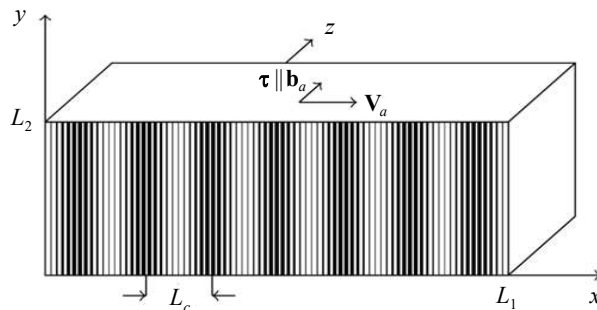


Рис. 2. Одномерно-периодическая дислокационная структура

Трехмодовое решение реализуется при $\xi_{k_1} = \xi_{k_2} = \xi_{k_3} = \xi_0$, когда $\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 + \mathbf{k}_3 = 0$. При этом величина ξ_0 принимает значение $\xi_0 = A/5B$, что характеризует возникновение структуры в режиме жесткого возбуждения. Здесь ориентация тройки векторов, образующих правильный треугольник, произвольна. Реализация той или иной ориентации так же, как в предыдущем случае, связана со спонтанным нарушением симметрии.

Стационарному трехмодовому решению ξ_0 отвечает пространственная структура гексагонального вида (рис. 3), получающаяся подстановкой ξ_0 в (10):

$$\rho(\mathbf{r}) = \rho_0 + \frac{2A}{5B} \left[\cos k_c x + \cos k_c \left(\frac{x}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} y \right) + \cos k_c \left(\frac{x}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} y \right) \right]. \quad (15)$$

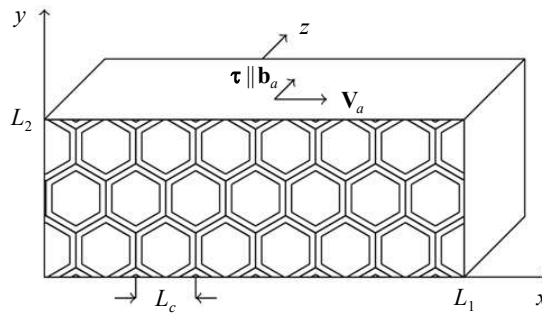


Рис. 3. Гексагональная дислокационная структура

Заключение

Получен результат, из которого следует, что в системе локально устойчивыми являются как одномодовый, так и трехмодовый режимы. Первый есть следствие конкуренции мод и приводит к структуре одномерно-неоднородной, второй – результат кооперации неустойчивых мод, приводит к возникновению гексагональной структуры. Возникает вопрос: какая из этих двух структур реализуется в момент достижения системой точки бифуркации, соответствующей неустойчивости однородного состояния? Решить этот вопрос можно, если учесть в системе флуктуации и вычислить вероятность нахождения системы в том и другом состояниях. Наиболее вероятным будет состояние, обладающее более глубоким минимумом потенциальной функции для системы (13). Ее можно ввести, записав систему уравнений (13) в вариационном виде:

$$\frac{\partial \xi_{\mathbf{k}}}{\partial t} = - \frac{\delta V}{\delta \xi_{\mathbf{k}}^*}, \quad (16)$$

где потенциальная функция V имеет вид

$$V = - \sum_{|\mathbf{k}|=k_c} \left[\lambda_u |\xi_{\mathbf{k}}|^2 + \frac{A}{2} \left(\sum_{\mathbf{k}'+\mathbf{k}''=\mathbf{k}} \xi_{\mathbf{k}'} \xi_{\mathbf{k}''} \xi_{\mathbf{k}}^* + \text{к.с.} \right) - B |\xi_{\mathbf{k}}|^2 \sum_{|\mathbf{k}|=k_c} |\xi_{\mathbf{k}}|^2 \right].$$

Анализ системы (16) показывает, что гексагональная конфигурация более вероятна в момент возникновения неустойчивости при $0 < \lambda_u(\eta) < \lambda_0 \approx 0,0518 A^2/B$. По мере увеличения бифуркационного параметра в области $\lambda_u(\eta) > \lambda_0$ более вероятным является режим установления одномодовой конфигурации.

Такая эволюция дислокационных структур при пластической деформации металлов наблюдается экспериментально [22]. Отмечается, что при разных условиях нагружения в различных металлах и сплавах для дислокационных субструктур с ростом деформации характерно разрушение исходной структуры и создание новой. Переходной структурой в этой эволюции является ячеистая структура, формирование которой служит показателем достижения в локальном объеме неравновесных критических условий, когда начальная однородная структура уже не обеспечивает эффективной диссипации энергии [11].

Список литературы

1. Cottrell A.H. *Dislocations and Plastic Flow in Crystals*. London: Oxford, 1953. 223 p.
2. Friedel J. *Dislocations*. Oxford: Pergamon, 1964. 512 p.
3. Hirth J.P., Lothe J. *Theory of Dislocations*. New York: John Wiley, 1968. 780 p.
4. Estrin Y., Kubin L.P. Micro- and macroscopic aspects of unstable plastic flow. *Phase Transform*. London – New York, 2006. P. 185–202.
5. Boyko Y.I., Volosyuk M.A., Kononenko V.G. Kinetics for dislocation structure formation in contact area of squeezed crystalline solids. *Functional Materials*. 2013. Vol. 20. No 1. P. 44–51. DOI: 10.15407/fm20.01.044.
6. Seefeldt M. Dislocations in large-strain plastic deformation and work-hardening. *Reviews on Advanced Materials Science*. 2001. No 2. P. 44–79.
7. Kratochvil J. Dislocation pattern formation in metals. *Revue de Physique Appliquee*. 1988. Vol. 23. No 4. P. 419–429. DOI: 10.1051/rphysap:01988002304041900.
8. Kratochvil J. Derivation of Mughrabi's cellular structure model from synergetics of dislocation. *Scripta Metallurgica et Materialia*. 1990. Vol. 24. Iss. 5. P. 891–894. [https://doi.org/10.1016/0956-716X\(90\)90131-Y](https://doi.org/10.1016/0956-716X(90)90131-Y).
9. Мальгин Г.А. Процессы самоорганизации дислокаций и пластичность кристаллов. *Успехи физических наук*. 1999. Т. 169. Вып. 9. С. 979–1010.
10. Rybin V.V. Regularities of mesostructures development in metals in the course of plastic deformation. *Problems of Material Science*. 2003. No 1(33). P. 9–28.
11. Kuhlmann-Wilsdorf D. Theory of dislocation cell sizes in deformed metals. *Materials Science and Engineering A*. 1982. Vol. 55. Iss. 1. P. 79–83. [https://doi.org/10.1016/0025-5416\(82\)90086-6](https://doi.org/10.1016/0025-5416(82)90086-6).
12. Сарафанов Г.Ф. Механизмы пространственного упорядочивания дислокаций при пластической деформации кристаллов. *Кристаллография*. 2004. Т. 49. Вып. 5. С. 905–908.
13. Сарафанов Г.Ф. Корреляционные эффекты в ансамбле краевых дислокаций. *Физика твердого тела*. 2008. Т. 50. Вып. 10. С. 1793–1799.
14. Sarafanov G.F., Mareev E.A. On the formation of Coulomb lattice in dusty plasmas (invited paper). *Proceedings of XXV General Assembly of URSI*. Lille, France. 28 Aug. – 5 Sept. 1996. P. 207.
15. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Статистическая физика*. Изд. 3-е. М.: Наука, 1976. 584 с.
16. Walgraef D., Aifantis E.C. On the formation and stability of dislocation patterns. II. Two dimensional considerations. *International Journal of Engineering Science*. 1985. Vol. 23. No 12. P. 1359–1364.
17. Walgraef D., Aifantis E.C. On the formation and stability of dislocation patterns. III. Three dimensional considerations. *International Journal of Engineering Science*. 1985. Vol. 23. No 12. P. 1365–1370.
18. Сарафанов Г.Ф., Перевезенцев В.Н., Рыбин В.В. *Коллективные процессы в ансамбле дислокаций и фрагментация металлов при пластической деформации*. Нижний Новгород: Изд-во ИПФ РАН, 2017. 186 с.
19. Сарафанов Г.Ф. Неустойчивость в дислокационном ансамбле при пластической деформации металлов. *Проблемы прочности и пластичности*. 2021. Т. 83. №2. С. 198–206. DOI: 10.32326/1814-9146-2021-83-2-198-206.
20. Сарафанов Г.Ф. К теории образования неоднородных дислокационных структур: I.

Особенности эволюции ансамбля винтовых и краевых дислокаций. *Физика металлов и металловедение*. 1998. Т. 85. №3. С. 46–53.

21. Swift J.S., Hohenberg P.C. Hydrodynamic fluctuation at the convective instability. *Physical Review A*. 1977. Vol. 15. No 1. P. 319–328. DOI: 10.1103/PhysRevA.15.319.

22. Staker M.R., Holt D.L. The dislocation cell size and dislocation density in copper deformed at temperatures between 25 and 700 °C. *Acta Metallurgica*. 1972. Vol. 20. No 4. P. 569–580.

References

1. Cottrell A.H. *Dislocations and Plastic Flow in Crystals*. London. Oxford. 1953. 223 p.
2. Friedel J. *Dislocations*. Oxford. Pergamon. 1964. 512 p.
3. Hirth J.P., Lothe J. *Theory of Dislocations*. New York. John Wiley. 1968. 780 p.
4. Estrin Y., Kubin L.P. Micro- and macroscopic aspects of unstable plastic flow. *Phase Transform*. London. New York. 2006. P. 185–202.
5. Boyko Y.I., Volosyuk M.A., Kononenko V.G. Kinetics for dislocation structure formation in contact area of squeezed crystalline solids. *Funct. Mater*. 2013. Vol. 20. No 1. P. 44–51. DOI:10.15407/fm20.01.044.
6. Seefeldt M. Dislocations in large-strain plastic deformation and work-hardening. *Rev. Adv. Mater. Sci*. 2001. No 2. P. 44–79.
7. Kratochvil J. Dislocation pattern formation in metals. *Rev. Phys. Applique*. 1988. Vol. 23. No 4. P. 419–429. DOI: 10.1051/rphysap:01988002304041900.
8. Kratochvil J. Derivation of Mughrabi's cellular structure model from synergetics of dislocation. *Scripta Metall*. 1990. Vol. 24. Iss. 5. P. 891–894. [https://doi.org/10.1016/0956-716X\(90\)90131-Y](https://doi.org/10.1016/0956-716X(90)90131-Y).
9. Malygin G.A. Dislocation self-organization processes and crystal plasticity. *Physics-Uspekhi*. 1999. Vol. 42. No 9. P. 887–916. DOI: 10.1070/PU1999v042n09ABEH000563.
10. Rybin V.V. Regularities of mesostructures development in metals in the course of plastic deformation. *Problems of Material Science*. 2003. No 1(33). P. 9–28.
11. Kuhlmann-Wilsdorf D. Theory of dislocation cell sizes in deformed metals. *Mater. Sci. Eng*. 1982. Vol. 55. Iss. 1. P. 79–83. [https://doi.org/10.1016/0025-5416\(82\)90086-6](https://doi.org/10.1016/0025-5416(82)90086-6).
12. Sarafanov G.F. Mechanism of spatial ordering of dislocations during plastic deformation of crystals. *Crystallography Reports*. 2004. Vol. 49. No 5. P. 816–819. DOI: 10.1134/1.1803312.
13. Sarafanov G.F. Correlation effects in an ensemble of edge dislocations. *Physics of the Solid State*. 2008. Vol. 50. No 10. P. 1868–1874. DOI: 10.1134/S1063783408100144.
14. Sarafanov G.F., Mareev E.A. On the formation of Coulomb lattice in dusty plasmas (invited paper). *Proc. XXV General Assembly of URSI*. Lille. France. 28 Aug. – 5 Sept. 1996. P. 207.
15. Landau L.D., Lifshitz E.M. *Statistical Physics*. London. Elsevier. 1969. 544 p.
16. Walgraef D., Aifantis E.C. On the formation and stability of dislocation patterns. II. Two dimensional considerations. *Intern. J. Eng. Sci*. 1985. Vol. 23. No 12. P. 1359–1364.
17. Walgraef D., Aifantis E.C. On the formation and stability of dislocation patterns. III. Three dimensional considerations. *Intern. J. Eng. Sci*. 1985. Vol. 23. No 12. P. 1365–1370.
18. Sarafanov G.F., Perevezentsev V.N., Rybin V.V. *Kollektivnye protsessy v ansamble dislokatsiy i fragmentatsiya metallov pri plasticheskoy deformatsii [Collective Processes in the Ensemble of Dislocations and Fragmentation of Metals during Plastic Deformation]*. Nizhny Novgorod. IPF RAN Publ. 2017. 186 p. (In Russian).
19. Sarafanov G.F. Neustoychivost v dislokatsionnom ansamble pri plasticheskoy deformatsii metallov [Instability in a dislocation ensemble at plastic deformation in metals]. *Problemy prochnosti i plastichnosti [Problems of Strength and Plasticity]*. 2021. Vol. 83. No 2. P. 198–206. DOI: 10.32326/1814-9146-2021-83-2-198-206 (In Russian).
20. Sarafanov G.F. On the theory of dislocation patterning: I. Evolution of an ensemble of screw and edge dislocations. *The Physics of Metals and Metallography*. 1998. Vol. 85. No 3. P. 276–281.
21. Swift J.S., Hohenberg P.C. Hydrodynamic fluctuation at the convective instability. *Phys. Rev. A*. 1977. Vol. 15. No 1. P. 319–328. DOI: 10.1103/PhysRevA.15.319.
22. Staker M.R., Holt D.L. The dislocation cell size and dislocation density in copper deformed at temperatures between 25 and 700 °C. *Acta Metall*. 1972. Vol. 20. No 4. P. 569–580.

FORMATION OF CELLULAR-TYPE STRUCTURES DURING PLASTIC DEFORMATION

Sarafanov G.F.

*Mechanical Engineering Research Institute of the Russian Academy of Sciences –
Branch of Federal Research Center “Institute of Applied Physics of the RAS”,
Nizhny Novgorod, Russian Federation*

A theoretical study of patterns of the evolution and formation of dislocation structures during the plastic deformation of crystals is carried out. A nonlinear theory of the formation of cellular dislocation structures in an ensemble of screw dislocations has been developed. The nonlinear dynamics of an ensemble of dislocations is investigated in a two-dimensional domain, taking into account periodic boundary conditions of the Born – Karman type imposed on the initial equation. The local kinetics of dislocations is chosen in the form of multiplication of dislocations by means of their double transverse sliding and annihilation. A homogeneous stationary solution of the system (thermodynamic branch) is found. It is established that at a critical deviation from the thermodynamic branch, an instability of the homogeneous state occurs in the system due to the correlation interaction of dislocations. To obtain solutions in the domain of instability, the system of evolutionary equations is transformed to a system of equations for collective (mode) variables. The expediency of such transformation lies in the fact that the system can be divided into subsystems of unstable and damped modes and it makes possible to apply the principle of adiabatic exclusion of unstable variables (the principle of subordination). Using the smallness of the values characterizing the increments of unstable modes, the principle of subordination is applied for the system of collective variables. In this case, it is shown that the system can be reduced to solving differential equations for a relatively small number of variables (order parameters). In the vicinity of the bifurcation point, two stable solutions are obtained for the order parameters. The first one is a consequence of the competition of modes and it leads, in the soft excitation regime, to a periodic one-dimensional structure for the dislocation density, the second parameter is a result of the cooperation of unstable modes and it leads to the formation of a hexagonal structure in the hard regime of emergence. The question is solved, which of these two structures is implemented, when the system reaches the bifurcation point. The equations for the order parameters are written in the variational form and the corresponding potential function is determined. Its analysis at the points of minima showed that the hexagonal configuration is more likely at the moment of instability occurrence. As the bifurcation parameter increases, the single-mode structure becomes more likely. Thus, the formation of a dissipative cellular structure serves as an indicator of the attaining of non-equilibrium critical conditions in a local volume, when a deformable crystal begins to change its defective structure minimizing its elastic energy.

Keywords: dislocation ensemble, screw dislocations, correlation instability, nonlinear dynamics, cellular structure.