УДК 539.3 DOI: 10.32326/1814-9146-2021-83-4-415-423

ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ МЕТОДА АВТОМАТИЧЕСКОЙ СЕГМЕНТАЦИИ В РЕШЕНИИ НЕЛИНЕЙНЫХ НАЧАЛЬНО-КРАЕВЫХ ЗАДАЧ МЕХАНИКИ МЯГКООБОЛОЧЕЧНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Коровайцева Е.А.

НИИ механики Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова, Москва, Российская Федерация

katrell@mail.ru

Поступила в редакцию 07.10.2021

Предложен способ усовершенствования алгоритма решения нелинейных начально-краевых задач механики тонкостенных конструкций. Алгоритм основан на использовании метода прямых и метода дифференцирования по параметру и ориентирован на анализ поведения составных конструкций при произвольной физической и геометрической нелинейности. Очевидно, что чем меньше ограничений налагает на постановку задачи вычислительный алгоритм, тем больше особенностей его реализации необходимо учитывать при разработке соответствующего программного модуля. Недостатком универсальности рассматриваемого в статье алгоритма является то, что его прямое применение в ряде случаев может привести либо к ошибочным результатам, либо к потере устойчивости счета. Для устранения упомянутых проблем предлагается использование метода автоматической сегментации как одного из этапов алгоритма. Суть метода заключается в проверке выполнения условия ортогональности нормированных интегральных матриц исходной и сопряженной систем дифференциальных уравнений задачи на этапе препроцессирования. В тех точках интервала интегрирования, в которых нарушается условие ортогональности, выполняется сегментация интервала. Для тестирования указанного подхода рассмотрены имеющие аналитическое решение задачи динамического раздувания бесконечного цилиндра из материала Муни – Ривлина и сферы из неогуковского материала внезапно приложенным давлением. Показано, что метод автоматической сегментации позволяет повысить точность определения периода и амплитуды колебаний, а также скорость сходимости итерационных процессов. Рассмотрена не имеющая аналитического решения задача динамического раздувания заделанной полусферы из неогуковского материала внезапно приложенным давлением. Выработаны критерии, на основе которых предлагается подход к назначению параметров вычислительного алгоритма, позволяющих получить корректное решение.

Ключевые слова: нелинейная динамика, метод дифференцирования по параметру, метод сегментации, мягкая оболочка, высокоэластичный материал.

Введение

Задачи динамики мягкооболочечных конструкций исследуются на протяжении более 60 лет. При этом, как правило, либо моделируется поведение конкретных судовых или парашютных конструкций [1, 2], либо рассматриваются частные задачи динамики мембран или оболочек вращения канонических форм меридиана при простейших условиях нагружения и закрепления для различных форм упругого потенциала материала оболочки [3–15].

В статье [16] был предложен алгоритм решения задачи осесимметричного динамического деформирования составной мягкой оболочки вращения, не предполагающий ограничений на форму меридиана оболочки, свойства материала, функцию нагрузки и диапазон деформирования. Однако практика вычислений показывает, что результат использования комплексного вычислительного алгоритма зависит от одновременного корректного назначения большого количества параметров алгоритма, то есть по сути от искусства расчетчика. Поэтому представляется естественным стремление уменьшить неопределенность получения достоверного результата расчета.

В [17] был предложен метод автоматического контроля точности решения одномерных линейных краевых задач строительной механики (метод автоматической сегментации), показавший свою высокую эффективность. В настоящей статье предпринята попытка использования указанного метода для повышения точности решения нелинейных задач динамического деформирования мягких оболочек вращения при больших перемещениях и деформациях.

1. Постановка задачи и алгоритм решения

Пусть система уравнений динамического деформирования мягкой оболочки вращения из высокоэластичного материала имеет вид

$$\frac{\partial \mathbf{y}}{\partial x} = \mathbf{f}(x, \mathbf{y}, \boldsymbol{\mu}, \mathbf{q}) + M\,\frac{\partial^2 \mathbf{y}}{\partial t^2} \qquad (1)$$

с начальными условиями

$$\mathbf{y}(x,0) = \mathbf{y}_0, \quad \mathbf{y}'(x,0) = \mathbf{y}'_0 \qquad (2)$$

и граничными условиями

$$\boldsymbol{\psi}_1(x_1, \mathbf{y}_1, \mathbf{q}, \boldsymbol{\mu}, t) = 0, \quad 1 \leftrightarrow 2. \qquad (3)$$

Здесь $\mathbf{y}$ – вектор-функция из n компонент разрешающих переменных, $\mathbf{f}(x, \mathbf{y}, \boldsymbol{\mu}, \mathbf{q})$ – вектор-функция из n компонент правых частей системы дифференциальных уравнений, $\mathbf{q}(x)$ – вектор-функция из l компонент поверхностных нагрузок, $\boldsymbol{\mu}$ – вектор параметров задачи, M – матрица инерционных свойств оболочки. При этом для мягкой оболочки в качестве компонент вектора $\boldsymbol{\mu}$ выбираются величины: $\mathbf{y} = \{T_{1x}\ T_{1z}\ u\ w\}^T$, где T_{1x}, T_{1z} – проекции равнодействующих усилий, действующих по граням элемента деформированной оболочки, на оси x, z системы координат, связанной с недеформированной оболочкой; u, w – проекции вектора перемещения точки поверхности оболочки на указанные оси.

Для формулирования алгоритма решения задачи (1)–(3) необходимо представить нагрузку, действующую на элемент конструкции, в виде суммы заданных поверхностных и инерционных нагрузок:

$$\mathbf{q}^*(t) = \mathbf{q}(t) + M\frac{\partial^2 \mathbf{y}}{\partial t^2}. \qquad (4)$$

Для решения задачи (1)–(3) сведем ее к одномерной при помощи метода прямых и используем метод дифференцирования по параметру. При этом запишем нагрузку (4) в виде $\mathbf{q}^{**}(t) = \alpha\mathbf{q}^*(t)$, где α – параметр нагрузки. Заменим вторую производную по времени ее конечно-разностным аналогом с использованием законтурных точек на первых шагах по времени. Тогда для k-го регулярного шага по времени получим нелинейную краевую задачу вида

$$\begin{gathered}\frac{\partial \mathbf{y}_k}{\partial x} = \mathbf{F}_k(x, \mathbf{y}_k, \mathbf{y}_{k-1}, \mathbf{y}_{k-2}, ..., \mathbf{y}_1, \boldsymbol{\mu}_k, \mathbf{q}_k, t_k),\\ \boldsymbol{\psi}_{1,k}(x_1, \mathbf{y}_{1,k}, \mathbf{q}_k, \boldsymbol{\mu}_k, t_k) = 0, \quad 1 \leftrightarrow 2.\end{gathered} \qquad (5)$$

Здесь индекс k соответствует номеру шага по времени. Тогда при дифференцировании по некоторому заранее выбранному параметру T системы уравнений (5) получим совокупность взаимосвязанных задач: квазилинейной краевой задачи, которую можно представить в виде

$$\begin{gathered}\frac{\partial \dot{\mathbf{y}}_k}{\partial x} = A_k(x, \mathbf{y}_k, \boldsymbol{\mu}_k, \mathbf{q}_k, \alpha)\dot{\mathbf{y}}_k + \mathbf{b}_k(x, \mathbf{y}_k, \boldsymbol{\mu}_k, \mathbf{q}_k, \mathbf{y}_{k-1}, ..., \mathbf{y}_1)\dot{\alpha},\\ B_{1,k}(x_1, \mathbf{y}_{1,k}, \boldsymbol{\mu}_{1,k}, \mathbf{q}_{1,k}, \alpha)\dot{\mathbf{y}}_1 + \mathbf{b}_{1,k}(x_1, \mathbf{y}_{1,k}, \boldsymbol{\mu}_{1,k}, \mathbf{q}_{1,k})\dot{\alpha} = \mathbf{0}, \quad 1 \leftrightarrow 2,\end{gathered} \qquad (6)$$

и нелинейной задачи Коши относительно искомых векторов разрешающих переменных и параметра нагрузки α:

$$\begin{gathered}\frac{\partial \dot{\mathbf{y}}_{k,j}}{\partial T} = \dot{\mathbf{y}}_{k,j}(\mathbf{y}_{k,j}, x_{k,j}, T),\\ \frac{\partial \alpha}{\partial T} = \dot{\alpha}.\end{gathered} \qquad (7)$$

Здесь $j \in [1, M]$, где M – число точек дискретизации меридиана оболочки.

Поиск решения задач (6), (7) проводится последовательно на каждом шаге по времени при значениях параметра $\alpha \in [0, 1]$, где решение при $\alpha = 1$ соответствует решению исходной задачи (1)–(3).

2. Способ контроля точности решения задачи

Одной из причин, по которой результат численного решения задачи (1)–(3) с помощью предложенного алгоритма может оказаться некорректным, является плохая обусловленность квазилинейной краевой задачи, формируемой на одном из этапов алгоритма. Для устранения этой проблемы в практике вычислений используется метод сегментации [18]. Для этого интервал интегрирования краевой задачи разбивается на некоторое количество сегментов, назначаемое вычислителем произвольно либо методом перебора, продолжающегося до получения удовлетворительного с каких-либо позиций решения. Однако, как было показано в статье [16], для получения достоверного численного решения нелинейной начально-краевой задачи необходимо одновременное корректное назначение, помимо количества сегментов на интервале интегрирования, целого ряда параметров вычислительного алгоритма. До сих пор такое назначение осуществлялось методом перебора, поэтому для минимизации необоснованных действий вычислителя в настоящей статье предлагается при решении краевой задачи (6) использовать алгоритм автоматизации расчета необходимого количества сегментов разбиения интервала интегрирования [19]. Принцип работы алгоритма заключается в проверке выполнения равенства, строго доказанного в теории дифференциальных уравнений. Известно, что если в начальной точке расчета фундаментальных матриц $M(x)$, $N(x)$ исходной и сопряженной систем дифференциальных уравнений выполнено условие их ортогональности, то оно должно быть выполнено и при любом значении аргумента x_j интегрирования этих систем [20]. Тогда для автоматического определения необходимого для разбиения интервала интегрирования количества сегментов предлагается проверка выполнения условия ортогональности фундаментальных матриц исходной и сопряженной систем дифференциальных уравнений, определяемых численно в программном модуле на этапе препроцессирования задачи. Сегментация интервала интегрирования выполняется в тех точках, в которых норма произведения указанных матриц отличается от единицы с некоторой назначаемой вычислителем погрешностью.

3. Примеры

3.1. Динамическое раздувание цилиндра внезапно приложенным давлением. Рассмотрим задачу о раздувании равномерно распределенным по меридиану внезапно приложенным давлением цилиндра длиной $L_0 = 2R_0$, где R_0 – радиус недеформированного цилиндра, из несжимаемого гиперупругого материала Муни – Ривлина. Физические соотношения для него выводятся на основании связи между напряжениями и функцией упругого потенциала материала, в которой несжимаемость материала учитывается введением функции гидростатического давления, определяемой с использованием статической гипотезы Кирхгофа, и исключением кратности удлинения λ_3 на основании условия несжимаемости $\lambda_1\lambda_2\lambda_3 = 1$ [15]:

$$T_1 = 2\left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1^3\lambda_2^3}\right)\left(C_{10} + C_{01}\lambda_2^2\right), \quad 1 \leftrightarrow 2.$$

Здесь $\lambda_i = 1 + e_i$ $(i = 1, 2)$; T_1, e_1 – меридиональные, T_2, e_2 – окружные усилия и деформации соответственно. Примем коэффициенты $C_{10} = C_0$, $C_{01} = 0{,}18C_0$, где C_0 – некоторая упругая постоянная материала. Пусть отношение радиуса к толщине недеформированного цилиндра $R_0/h_0 = 100$. Граничные условия обеспечивают возможность свободного перемещения торцов цилиндра по нормали к его меридиану, что приводит к независимости компонент напряженно-деформированного состояния от осевой координаты и позволяет сравнить результаты расчета с аналитическим решением задачи [3, 12]. Пусть величина давления $p = 0{,}02C_0$.

В представляемых ниже результатах безразмерные величины амплитуды прогиба A, времени t и периода колебаний T связаны с размерными величинами соотношениями:

$$A = \frac{A^*}{R_0}, \quad \tau = t\sqrt{\frac{C_0}{R_0^2\rho}}, \quad T = T^*\sqrt{\frac{C_0}{R_0^2\rho}},$$

где ρ – плотность материала оболочки.

Рассмотрим величины шагов по времени: $\Delta\tau = 0{,}25$, $\Delta\tau = 0{,}125$, $\Delta\tau = 0{,}11$. Было установлено, что при использовании метода автоматической сегментации число сегментов, на которое нужно разбить интервал интегрирования, зависит от выбора шага по времени решения задачи. Для перечисленных величин шагов по времени в соответствии с описанным алгоритмом были получены следующие рекомендации по сегментации цилиндра: $N_{\text{сегм}} = 5$, $N_{\text{сегм}} = 10$, $N_{\text{сегм}} = 11$.

В случае отсутствия сегментации меридиана решение сопровождалось потерей устойчивости счета уже на первом шаге по времени. Таким образом, сегментация является необходимым условием получения решения задачи.

В таблице 1 приведены значения погрешности расчета периода δ_T и амплитуды δ_A колебаний цилиндра для различных вариантов сегментации. Черточки в таблицах здесь и далее соответствуют случаям, когда получение результата оказалось невозможным вследствие потери устойчивости счета.

Таблица 1

Погрешности расчета периода δ_T и амплитуды δ_A колебаний цилиндра, %

$\Delta\tau$	$N_{\text{сегм}} = 20$		Автоматическая сегментация		$N_{\text{сегм}} = 2$	
	δ_T	δ_A	δ_T	δ_A	δ_T	δ_A
0,25	17,6	4,15	19,2	2,93	23,7	20,9
0,125	6,36	1,97	1,9	0,65	–	–
0,11	6,36	2,93	–	–	–	–

Анализируя представленные в таблице 1 данные, можно сделать вывод, что разбиение оболочки на сегменты не должно быть произвольным, так как в противном случае возможно возникновение вычислительных сложностей, приводящих к потере устойчивости счета. Вместе с этим при использовании автоматической сегментации также возможно возникновение подобных проблем в случае чрезмерно малого значения шага по времени. Однако именно при использовании автоматической сегментации удалось получить минимальные значения погрешности расчета при оптимальном значении шага по времени.

При анализе экономичности алгоритма было установлено, что наивысшая скорость сходимости итерационных процессов соответствует случаю $N_{\text{сегм}} = 2$, который, однако, нельзя рекомендовать для проведения вычислений, так как при этом получается наибольшая погрешность расчетов. Таким образом, для одновременного обеспечения наилучшей точности и сходимости итерационных процессов оптимальным вариантом сегментации меридиана оболочки является вариант, соответствующий автоматической сегментации.

3.2. Динамическое раздувание полусферы, закрепленной на экваторе подвижным шарниром, внезапно приложенным давлением. Рассмотрим задачу о раздувании равномерно распределенным по меридиану внезапно приложенным давлением полусферы из неогуковского материала, закрепленной на экваторе подвижным шарниром. Примем отношение радиуса к толщине недеформированной оболочки $R_0/h_0 = 100$. Пусть величина давления $p = 0{,}02C_0$, где C_0 – некоторая упругая постоянная материала. Аналитическое решение этой задачи представлено в [10].

Отметим, что использовать метод автоматической сегментации для сферической оболочки оказалось невозможным в связи с тем, что в полюсе такой оболочки матрица Якоби разрешающей системы уравнений имеет сингулярные элементы, что приводит к нарушению выполнения условия ортогональности фундаментальных матриц исходной и сопряженной систем дифференциальных уравнений на достаточно большом участке в окрестности полюса. Поэтому для данной задачи, помимо описанного выше варианта сегментации меридиана полусферы, было предложено назначить число сегментов разбиения интервала интегрирования с использованием метода автоматической сегментации применительно к оболочке вращения, имеющей те же длину меридиана, параметр тонкостенности и свойства материала, что и рассматриваемая сферическая оболочка, но иной формы меридиана, исключающей появление сингулярных элементов в матрице Якоби системы уравнений, то есть к цилиндру. Описанный вариант сегментации назван «сфера как цилиндр».

В таблице 2 приведены значения погрешности расчета периода δ_T и амплитуды δ_A колебаний полусферы, полученные в разных случаях сегментации при различных значениях шагов по времени.

Таблица 2

Погрешности расчета периода δ_T и амплитуды δ_A колебаний полусферы, %

$\Delta\tau$	$N_{сегм} = 3$		$N_{сегм} = 10$		«Сфера как цилиндр»		«Сфера как сфера»	
	δ_T	δ_A	δ_T	δ_A	δ_T	δ_A	δ_T	δ_A
0,25	19,7	14,5	16	18,1	16	17,9	20	16
0,125	–	–	13,7	1,04	9,13	3,68	35,2	24,5
0,11	–	–	13,7	3,31	5,98	4,47	–	–

Представленные в таблице 2 данные вновь подтверждают необходимость обоснованной сегментации меридиана оболочки при проведении вычислений. В случае сегментации «сфера как цилиндр» удалось добиться точности определения периода колебаний полусферы в 2 раза выше, чем при произвольном назначении числа сегментов. Случай «сфера как сфера» оказался наихудшим, приводя к наибольшей погрешности, увеличивающейся с уменьшением шага по времени.

После проведения анализа скорости сходимости итерационных процессов было установлено, что вариант сегментации «сфера как цилиндр» является наилучшим, так как он обеспечивает наивысшую точность расчета периода колебаний при наивысшей скорости сходимости без принципиального снижения точности расчета амплитуды колебаний.

3.3. Динамическое раздувание полусферы, закрепленной на экваторе неподвижным шарниром, внезапно приложенным давлением. Задача выбрана в связи с тем, что у нее отсутствует аналитическое решение, и необходима выработка критериев, на основе которых можно рекомендовать выбор параметров вычислительного алгоритма, а также судить о достоверности получаемых результатов расчета. Геометрические и физические параметры оболочки примем такими же, что и в предыдущей задаче. Рассмотрим те же случаи сегментации оболочки.

В таблице 3 представлены значения периода колебаний T и амплитуды колебаний A полюса полусферы для различных случаев величин шага по времени и числа сегментов. Получить решение задачи для случая сегментации «сфера как сфера» оказалось невозможным вследствие потери устойчивости счета. Таким образом, как и в предыдущем примере, вычисления с использованием слишком большого числа сегментов приводят к неудовлетворительному результату. Судя по результатам, представленным в таблице 3, можно заключить, что наиболее предпочтительным является вариант сегментации «сфера как цилиндр» при значении шага по времени $\Delta\tau = 0{,}11$, так как уменьшение амплитуды, вызванное особенностями вычислительного процесса, является наименьшим в этом случае, в то время как конечно-разностная аппроксимация ускорения является наиболее точной.

Таблица 3

Период колебаний T и амплитуда колебаний A полюса полусферы с неподвижным экватором

$\Delta\tau$	$N_{сегм} = 3$		$N_{сегм} = 10$		«Сфера как цилиндр»		«Сфера как сфера»	
	T	A	T	A	T	A	T	A
0,25	2,33	0,2702	2,33	0,271	2,33	0,269	–	–
0,125	–	–	2,25	0,323	2,25	0,316	–	–
0,11	–	–	–	–	2,2	0,319	–	–

Скорости сходимости итерационных процессов в разных случаях сегментации для рассматриваемой задачи принципиально не различаются, и, следовательно, единственным критерием выбора решения среди различных полученных результатов является описанный критерий, основанный на сравнении характеристик параметров колебательного процесса.

Заключение

Исследованы возможности применения метода автоматической сегментации интервала интегрирования для решения задач о динамическом деформировании оболочек вращения из высокоэластичных материалов при полной постановке начально-краевой задачи. Выявлено, что сегментация интервала интегрирования является необходимой для получения решения. Показано, что метод автоматической сегментации может быть рекомендован для минимизации необоснованных действий вычислителя при назначении параметров вычислительного алгоритма, а также для повышения его точности и экономичности.

Список литературы

1. Друзь Б.И., Друзь И.Б. *Теория мягких оболочек*. Владивосток: Изд-во МГУ, 2003. 381 с.

2. Ридель В.В., Гулин Б.В. *Динамика мягких оболочек*. М.: Наука, 1990. 204 с.

3. Knowles J.K. On a class of oscillations in the finite deformation theory of elasticity. *Journal of Applied Mechanics*. 1962. Vol. 29. Iss. 2. P. 283–286. DOI: 10.1115/1.3640542.

4. Calderer C. The dynamical behavior of nonlinear elastic spherical shells. *Journal of Elasticity*. 1983. Vol. 13. Iss. 1. P. 17–47. DOI: 10.1007/BF00041312.

5. Verron E., Khayat R.E., Derdouri A., Peseux B. Dynamic inflation of hyperelastic spherical membranes. *Journal of Rheology*. 1999. Vol. 43. Iss. 5. P. 1083–1097. DOI: 10.1122/1.551017.

6. Ren J.-s. Dynamical response of hyper-elastic cylindrical shells under periodic load. *Applied Mathematics and Mechanics*. 2008. Vol. 29. Iss. 10. P. 1319–1327. DOI: 10.1007/s10483-008-1007-x.

7. Ren J.-s. Dynamics and destruction of internally pressurized incompressible hyper-elastic shells. *International Journal of Engineering Science*. 2009. Vol. 47. Iss. 7-8. P. 745–753. DOI: 10.1016/J.IJENGSCI.2009.02.001.

8. Yong H., He X., Zhou Y. Dynamics of a thick-walled dielectric elastomer spherical shell. *International Journal of Engineering Science*. 2011. Vol. 49. No 8. P. 792–800. DOI: 10.1016/j.ijengsci.2011.03.006.

9. Ju Y., Niu D. On a class of differential equations of motion of hyperelastic spherical membranes. *Applied Mathematical Sciences*. 2012. Vol. 6. No 83. P. 4133–4136.

10. Rodriguez-Martinez J.A., Fernandez-Saez J., Zaera R. The role of constitutive relation in the stability of hyper-elastic spherical membranes subjected to dynamic inflation. *International Journal of Engineering Science*. 2015. Vol. 93. P. 31–45. DOI: 10.1016/j.ijengsci.2015.04.004.

11. Zhao Zh., Zhang W., Zhang H., Yuan X. Some interesting nonlinear dynamic behaviors of hyperelastic spherical membranes subjected to dynamic loads. *Acta Mechanica*. 2019. Vol. 230. Iss. 8. P. 3003–3018. DOI: 10.1007/s00707-019-02467-y.

12. Shahinpoor M., Balakrishnan R. Large amplitude oscillations of thick hyperelastic cylindrical shells. *International Journal of Non-Linear Mechanics*. 1978. Vol. 13. Iss. 5-6. P. 295–301.

13. Akyuz U., Ertepinar A. Stability and asymmetric vibrations of pressurized compressible hyperelastic cylindrical shells. *International Journal of Non-Linear Mechanics*. 1999. Vol. 34. No 3. P. 391–404.

14. Zhu Y., Luo X.Y., Wang H.M., Ogden R.W., Berry C. Three-dimensional non-linear buckling of thick-walled elastic tubes under pressure. *International Journal of Non-Linear Mechanics*. 2013. Vol. 48. P. 1–14. DOI: 10.1016/j.ijnonlinmec.2012.06.013.

15. Soares R.M., Gonsalves P.B. Large-amplitude nonlinear vibrations of a Mooney – Rivlin rectangular membrane. *Journal of Sound and Vibration.* 2014. Vol. 333. Iss. 13. P. 2920–2935. DOI: 10.1016/j.jsv.2014.02.007.

16. Коровайцева Е.А. Применение метода дифференцирования по параметру в решении нелинейных задач стационарной динамики осесимметричных мягких оболочек. *Вестник СамГТУ. Сер. Физ.-мат.науки*. 2021. Т. 25. №3. С. 556–570. DOI: https://doi.org/10.14498/vsgtu1855.

17. Григолюк Э.И., Шалашилин В.И. *Проблемы нелинейного деформирования*. М.: Наука, 1988. 230 с.

18. Kalnins A., Lestingi J. On nonlinear analysis of elastic shells of revolution. *Journal of Applied Mechanics*. 1967. Vol. 34. Iss. 1. P. 59–64. DOI: 10.1115/1.3607669.

19. Коровайцев А.В., Коровайцева Е.А., Ломовской В.А. Решение прикладных линейных одномерных краевых задач с автоматической точностью. *Вестник МИТХТ.* 2012. Т. 7. №6. С. 41–45.

20. Стражева И.В., Мелкумов В.С. *Векторно-матричные методы в механике полета*. М.: Машиностроение, 1973. 260 с.

References

1. Druz' B.I., Druz' I.B. *Teoriya myagkikh obolochek* [*Theory of Soft Shells*]. Vladivostok. MGU Publ. 2003. 381 p. (In Russian).

2. Ridel' V.V., Gulin B.V. *Dinamika myagkikh obolochek* [*Dynamics of Soft Shells*]. Moscow. Nauka Publ. 1990. 204 p. (In Russian).

3. Knowles J.K. On a class of oscillations in the finite deformation theory of elasticity. *J. Appl. Mech-T*. 1962. Vol. 29. Iss. 2. P. 283–286. DOI: 10.1115/1.3640542.

4. Calderer C. The dynamical behavior of nonlinear elastic spherical shells. *J. Elast*. 1983. Vol. 13. Iss. 1. P. 17–47. DOI:10.1007/BF00041312.

5. Verron E., Khayat R.E., Derdouri A., Peseux B. Dynamic inflation of hyperelastic spherical membranes. *J. Rheol*. 1999. Vol. 43. Iss. 5. P. 1083–1097. DOI: 10.1122/1.551017.

6. Ren J.-s. Dynamical response of hyper-elastic cylindrical shells under periodic load. *Appl. Math. Mech-Engl*. 2008. Vol. 29. Iss. 10. P. 1319–1327. DOI: 10.1007/s10483-008-1007-x.

7. Ren J.-s. Dynamics and destruction of internally pressurized incompressible hyper-elastic shells. *Int. J. Eng. Sci*. 2009. Vol. 47. Iss. 7-8. P. 745–753. DOI: 10.1016/J.IJENGSCI.2009.02.001.

8. Yong H., He X., Zhou Y. Dynamics of a thick-walled dielectric elastomer spherical shell. *Int. J. Eng. Sci.* 2011. Vol. 49. No 8. P. 792–800. DOI: 10.1016/j.ijengsci.2011.03.006.

9. Ju Y., Niu D. On a class of differential equations of motion of hyperelastic spherical membranes. *Appl. Math. Sciences*. 2012. Vol. 6. No 83. P. 4133–4136.

10. Rodriguez-Martinez J.A., Fernandez-Saez J., Zaera R. The role of constitutive relation in the stability of hyper-elastic spherical membranes subjected to dynamic inflation. *Int. J. Eng. Sci.* 2015. Vol. 93. P. 31–45. DOI: 10.1016/j.ijengsci.2015.04.004.

11. Zhao Zh., Zhang W., Zhang H., Yuan X. Some interesting nonlinear dynamic behaviors of hyperelastic spherical membranes subjected to dynamic loads. *Acta Mech*. 2019. Vol. 230. P. 3003–3018. DOI: 10.1007/s00707-019-02467-y.

12. Shahinpoor M., Balakrishnan R. Large amplitude oscillations of thick hyperelastic cylindrical shells. *Int. J. NonLin. Mech*. 1978. Vol. 13. Iss. 5-6. P. 295–301.

13. Akyuz U., Ertepinar A. Stability and asymmetric vibrations of pressurized compressible hyperelastic cylindrical shells. *Int. J. NonLin. Mech*. 1999. Vol. 34. No 3. P. 391–404.

14. Zhu Y. , Luo X.Y. , Wang H.M. , Ogden R.W. , Berry C. Three-dimensional nonlinear buck-

ling of thick-walled elastic tubes under pressure. *Int. J. NonLin. Mech*. 2013. Vol. 48. P. 1–14. DOI: 10.1016/j.ijnonlinmec.2012.06.013.

15. Soares R.M., Gonsalves P.B. Large-amplitude nonlinear vibrations of a Mooney–Rivlin rectangular membrane. *J. Sound Vib*. 2014. Vol. 333. Iss. 13. P. 2920–2935.

16. Korovaytseva E.A. Primenenie metoda differentsirovaniya po parametru v reshenii nelineynykh zadach statsionarnoy dinamiki osesimmetrichnykh myagkikh obolochek [Parameter differentiation method in solution of axisymmetric soft shells stationary dynamics nonlinear problems]. *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universitete. Seriya Fiziko-matematicheskie nauki* [*J. Samara State Tech. Univ. Ser. Phys. Math. Sci.*]. 2021. Vol. 25. No 3. P. 556–570 (In Russian).

17. Grigolyuk E.I., Shalashilin V.I. *Problemy nelinejnogo deformirovania* [*Problems of Nonlinear Deforming*]. Moscow. Nauka Publ. 1988. 232 p. (In Russian).

18. Kalnins A., Lestingi J. On nonlinear analysis of elastic shells of revolution. *J. Appl. Mech-T.* 1967. Vol. 34. Iss. 1. P. 59–64. DOI: 10.1115/1.3607669.

19. Korovaytsev A.V., Korovaytseva E.A., Lomovskoy V.A. Reshenie prikladnykh lineynykh odnomernykh kraevykh zadach s avtomaticheskoy tochnostyu [Solution of applied one-dimensional linear boundary-value problems with automatic accuracy]. *Vestnik MITKHT*. 2012. Vol. 7. No 6. P. 41–45 (In Russian). DOI: 10.1115/1.3607669.

20. Strazheva I.V., Melkumov V.S. *Vektorno-matrichnye metody v mekhanike poleta* [*Vector-Matrix Methods in Flight Mechanics*]. Moscow. Mashinostroenie Publ. 1973. 260 p. (In Russian).

ON AUTOMATIC SEGMENTATION METHOD USING IN SOLVING NONLINEAR INITIAL BOUNDARY VALUE PROBLEMS OF MECHANICS OF SOFT-SHELL STRUCTURES

Korovaytseva E.A.

Lomonosov Moscow State University, Institute of Mechanics, Moscow, Russian Federation

An approach to improving nonlinear initial boundary value problems of thin-walled structures solution algorithm is represented in the work. The algorithm is based on using line method and parameter differentiation method and is oriented to analysis of composite structures behavior at arbitrary physical and geometrical nonlinearity. Obviously, the less restrictions the calculation algorithm imposes on problem statement, the more features of its realization must be taken into account when developing corresponding software module. The drawback of universality of the algorithm represented is that its direct implementation in some cases can lead either to wrong results, or to loss of calculation stability. To avoid these problems we suggest automatic segmentation method using as a step of the algorithm developed. The essence of the method lies in testing fulfillment of the condition of normalized integral matrices of initial and conjugate differential equation systems orthogonality at the step of problem preprocessing. In the points of integration interval where orthogonality condition is not fulfilled segmentation of the interval is carried out. For testing this approach we select nonlinear problems of dynamic inflation of an infinite cylinder of Mooney-Rivlin material and a sphere of neo-Hookean material by suddenly applied pressure. It is shown that automatic segmentation method allows improving period and amplitude calculation accuracy, as well as increasing iteration process convergence rate. A problem of dynamic inflation of a hinged hemisphere of neo-Hookean material by suddenly applied pressure is considered. On the basis of its solution results we suggest the approach to determining parameters of calculation algorithm which allow obtaining correct solution.

Keywords: dynamics, parameter differentiation method, segmentation method, soft shell, hyper-elastic material.