

УДК 539.3:534.22

DOI: 10.32326/1814-9146-2021-83-4-391-414

**МЕХАНИКА И АКУСТИКА МЕТАМАТЕРИАЛОВ:
МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ,
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ,
ПЕРСПЕКТИВЫ ПРИМЕНЕНИЯ В МАШИНОСТРОЕНИИ***

© 2021 г.

Ерофеев В.И.^{1,2}, Павлов И.С.^{1,2}

*¹Институт проблем машиностроения РАН – филиал Федерального
исследовательского центра «Институт прикладной физики РАН»,
Нижний Новгород, Российская Федерация*

*²Национальный исследовательский Нижегородский государственный
университет им. Н.И. Лобачевского, Нижний Новгород, Российская Федерация*

erof.vi@yandex.ru

Поступила в редакцию 19.09.2021

Представлен обзор современных публикаций об акустических и механических метаматериалах. Важнейшей характерной особенностью класса метаматериалов является наличие в них запрещенных зон частот, на которых волны в материале не могут распространяться. Такая особенность сыграла главную роль в создании акустических метаматериалов, успешно применяющихся для поглощения звука, демпфирования вибрационных и ударных воздействий, создания устройств, блокирующих распространение волн заданной частоты в определенных направлениях.

Перспективными материалами для практического применения оказались и такие представители механических метаматериалов, как акустики – материалы, хотя бы один из коэффициентов Пуассона которых является отрицательным. Они отличаются высокой потребительской ценностью: низкая плотность, высокая прочность, хорошие изоляционные свойства.

Помимо интереса к акустическим и механическим метаматериалам в последние годы существенно вырос интерес к созданию материалов, позволяющих управлять потоком световых или электромагнитных волн. Разработка новых метаматериалов является востребованной для авиакосмической и автомобильной техники, а также для биомедицинских приложений.

Рассмотрено два основных способа моделирования метаматериалов: континуально-феноменологическое описание и структурное моделирование. Отмечены их достоинства и недостатки. Метод структурного моделирования позволяет установить взаимосвязь в аналитическом виде между макроконстантами среды и параметрами ее микроструктуры. В результате появляется возможность не только получить представление о качественном влиянии микроструктуры среды на ее эффективные модули упругости, но и количественно оценить эти величины, а также найти области значений параметров микро-

* Выполнено при поддержке РФФИ (грант №20-18-50167, конкурс «Экспансия»).

структуры, при которых среда обладает уникальными физико-механическими свойствами.

Ключевые слова: метаматериалы, микроструктура, структурное моделирование, фотонные и фононные кристаллы, ауксетики.

Введение

Метаматериалами принято называть класс материалов со сложно организованной внутренней структурой (микроструктурой), благодаря которой они обладают уникальными физико-механическими свойствами, не типичными для естественных природных материалов [1]. В частности, к числу метаматериалов можно отнести и многие наноматериалы на основе углерода: фуллериты, углеродные нанотрубки, графен [2]. Фуллериты – это твердотельные структуры, образованные на основе фуллеренов (как C_{60} , так и высших фуллеренов – C_{70} , C_{76} , C_{78} , C_{80} , C_{82} и т.д.) [3]. Принадлежность фуллеритов к кристаллам молекулярного типа позволяет рассматривать образующие их фуллерены как молекулы.

Обычно при формировании фуллеритов определяющими параметрами являются давление и температура [4]. Так, в случае формирования фуллеритов на основе фуллеренов C_{60} при давлении 1,5 ГПа уже при комнатной температуре образуются димеры $C_{60}=C_{60}$. При возрастании температуры начинает формироваться кристаллическая решетка, структурными единицами которой являются димеры.

Сверх- и ультратвердые фуллериты характеризуются уникально высокими значениями скоростей продольных упругих волн и широким диапазоном этих значений в пределах от 11 до 26 км/с в зависимости от их структуры, определяемой условиями синтеза [5, 6]. Измеренное в одной из фуллеритовых фаз значение скорости 26 км/с является рекордным – оно почти на 20% больше скорости продольных волн в графите вдоль атомных слоев, равной 21,6 км/с (до последнего времени это значение было наибольшим для всех известных веществ) и на 40% больше соответствующей скорости в алмазе (18,6 км/с). Скорости поперечных волн в твердых фуллеритовых фазах также высоки (их значения лежат в пределах от 7 до 9,7 км/с), но все же они меньше, чем скорости волн в алмазе (11,6–12,8 км/с), которые по-прежнему остаются рекордными среди известных в настоящее время веществ.

Как метаматериал можно рассматривать и лес углеродных нанотрубок [7], для синтеза которых разработан целый ряд высокопроизводительных методов [8, 9]. Бездефектные углеродные нанотрубки на 2 порядка прочнее стали и в 4 раза легче ее.

Важной особенностью графеновых sp^2 -структур является их стойкость по отношению к нагреву, при этом температура их плавления превышает 4500 К [10]. Это позволяет создавать на их основе материалы и наноустройства, работающие при необычайно высоких температурах.

Одной из характерных особенностей класса метаматериалов является наличие в них запрещенных зон частот, на которых волны в материале не могут распространяться. Ключевую роль в разработке искусственных материалов, обладающих такими свойствами, сыграли два фундаментальных результата, полученных более 50 лет назад.

Первый результат, касающийся явления отрицательной рефракции, был получен профессором В.Г. Веселаго, который рассмотрел электродинамику среды с отрицательным показателем преломления [11] и, по сути, предопределил появление структур с необычными волновыми свойствами, которые стали называть метаматериалами.

лами. Впоследствии этот результат получил экспериментальное подтверждение. В частности, была сконструирована и экспериментально изучена структура с отрицательной рефракцией [12].

Второй результат относится к теории поглощения, он был опубликован Л.Н. Захарьевым и А.А. Леманским в [13], где была впервые теоретически обоснована принципиальная возможность существования, как в электродинамике, так и в акустике, поглотителей, относительное сечение поглощения которых может быть сколь угодно большим, а в пределе бесконечным. Формальное решение задачи, полученное только для поглотителей сферической и цилиндрической геометрии относительно амплитуд входящих и уходящих волн, долгое время считалось практически нереализуемым, так как оно не определяло, как найденные поглотители должны быть устроены и какими физическими свойствами они должны обладать [14].

В начале 1990-х годов для сред, в которых имеется периодическая система диэлектрических неоднородностей, приводящая к возникновению зон непропускания для световых или электромагнитных волн, появился термин «фотонные кристаллы» [15, 16]. Уникальность свойств фотонных кристаллов позволяет использовать их во многих областях, в частности, в нанoeлектронике [17] и биофотонике [18, 19] – междисциплинарной области, изучающей взаимодействие между электромагнитным излучением и биологическими материалами (ткани, клетки, субклеточные структуры и молекулы в живых организмах), главной задачей которой является создание новых средств для клинической диагностики и лечения различных заболеваний.

Метаматериалы все чаще встречаются не только в оптике, но и в других областях применения [20]. В настоящей статье приводится обзор работ, посвященных экспериментальным исследованиям и технологическим применениям акустических и механических метаматериалов, а также их математическому моделированию.

1. Акустические метаматериалы и их экспериментальные исследования

Большинство результатов электродинамики и оптики, полученных к концу XX века, были практически сразу распространены на акустику. Так, по аналогии с фотонными кристаллами, появились фононные кристаллы – периодические структуры, в которых длина акустических волн соизмерима с периодом решетки (шагом чередования включений) [21, 22]. Самый простой вариант реализации фононного кристалла – это периодическая слойка из двух материалов с разными упругими свойствами (рис. 1).

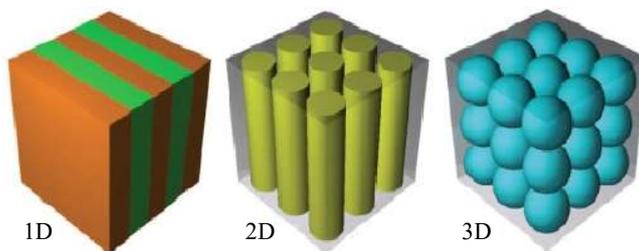


Рис. 1. Одно-, дву- и трехмерные периодические структуры с чередующимися упругими свойствами [22]

Поскольку границы раздела между слоями ярко выражены, звуковая волна хорошо отражается от них. Однако таких границ раздела очень много, поэтому отражения и многократные переотражения от всех границ интерферируют, то есть накладываются друг на друга. Это влияет на распространение звуковой волны сквозь периодическую структуру и приводит к тому, что среда начинает играть активную роль в управлении потоками звуковых волн.

В однородном материале закон дисперсии примерно линеен – длина волны примерно пропорциональна периоду колебания; коэффициент пропорциональности (скорость волны) практически постоянен для самых разных длин волн. В фоновом кристалле эта зависимость становится сильно нелинейной, а значит, скорость звуковой волны существенно зависит от длины волны. Более того, в спектре фононов появляется «запрещенная зона» частот (рис. 2).

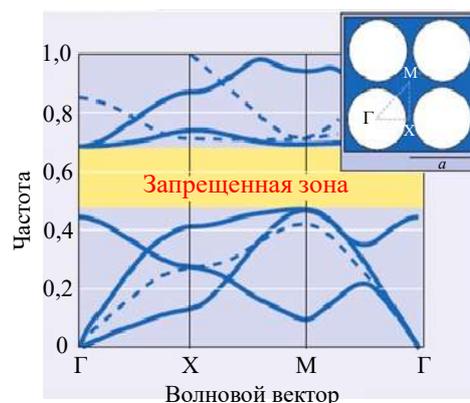


Рис. 2. Теоретически выявленный закон дисперсии (связь частоты волны с волновым вектором) [23]

На рисунке показана связь частоты волны с волновым вектором для нескольких типов упругих колебаний, распространяющихся в двумерной структуре с периодическими круглыми дырками (см. вставку). Желтым выделена запрещенная зона – область частот фононов, которые не могут распространяться в этой структуре [23]. Звуковая волна с частотой, попадающей в эту зону, не сможет проникнуть в кристалл: она частично отразится, а частично затухнет на глубине в несколько длин волн. Таким образом, кристалл не только меняет закон распространения звука, но и полностью заглушает его в определенном диапазоне частот. Этими свойствами фоновый кристалл очень напоминает обычный кристалл с его разрешенными и запрещенными зонами для электронов проводимости, а также упомянутый в предыдущем разделе фотонный кристалл – периодическую структуру из прозрачных слоев, которая блокирует свет в некотором диапазоне частот.

Интересно отметить, что один из первых объектов, обладающий свойствами фоновых кристаллов [24], был обнаружен учеными случайно в начале 1990-х годов. Он расположен в Мадриде (Испания) и представляет собой скульптурную композицию, состоящую из периодической системы цилиндров в воздухе (рис. 3). Структура и размеры этого объекта спроектированы таким образом, чтобы звуковые волны определенных частот сильно затухали, то есть имели запрещенные зоны. В частности, измерения показали, что этой конструкцией сильно поглощается звук с частотой 1670 Гц. С середины 1990-х годов физики принялись создавать и изучать такие

кристаллы целенаправленно, уменьшая размеры элементов и уходя все дальше в ультразвуковую область.



Рис. 3. Минималистская композиция «Органо» скульптора Эусебио Семпере [24]

Если в периодической структуре шаг чередования включений намного меньше длины звуковой волны, то такую среду называют акустическим метаматериалом (АММ) [21, 25–28]. В нем звуковая волна распространяется так, словно она не чувствует отдельные границы раздела, а вместо этого ощущает некую однородную «метасреду» с необычными упругими свойствами, которые можно настраивать. Отражения волна уже не испытывает, зато она может изгибаться, отклоняться или просто обладать необычным законом дисперсии. В зарубежной литературе акустические метаматериалы часто называют локально-резонансными (local resonant materials – LRM) [29–31].

Акустические метаматериалы в зависимости от волновых свойств разделяются на несколько основных типов: акустические черные дыры, акустические диоды, идеальные и совершенные поглотители, суперпоглотители и др. Они во многом совпадают, большая их часть заимствована из других областей науки и не всегда соответствует оригиналу. Тем не менее, с точки зрения эффективности поглощения, всех их можно свести к двум базовым концепциям поглотителей: черному телу Кирхгофа и оптимальному поглотителю [14].

В настоящее время теоретические и экспериментальные исследования АММ проводятся во многих странах мира. Большинство научных исследований АММ направлено на применение волновых эффектов в различных кристаллических структурах для радиоэлектроники, микроэлектроники и смежных отраслей промышленности. При этом, как правило, исследуются ультразвуковые диапазоны частот. В Технологическом институте Карлсруе (Германия), Калифорнийском и Техасском университетах (США) ведутся исследования по управлению рассеянием ультразвуковых волн на объектах, разрабатываются акустические маскировочные оболочки.

Существуют разработки АММ для применения в различных типах волноводов, а также для создания акустических линз. В частности, в Институте машиноведения им. А.А. Благоднарова РАН (Москва) под руководством Ю.И. Бобровницкого разработаны новые типы метаматериалов с различными волновыми показателями.

Значительный интерес вызывает применение АММ как акустических поглотителей. Идет поиск путей повышения эффективности существующих поглотителей, которые в рамках традиционных решений исчерпали свои возможности. По срав-

нению с традиционными материалами акустические метаматериалы имеют более высокую эффективность снижения шума при меньшей массе и меньшей толщине. Так, в Нижнем Новгороде разработаны и запатентованы новые типы многослойных звукоизолирующих ограждений, имеющих более высокую эффективность по сравнению с аналогами равной массы и толщины [32–34]. Результаты теоретических исследований подтверждены экспериментально путем измерений в реверберационных акустических камерах Нижегородского государственного архитектурно-строительного университета, а также в натуральных условиях. Камеры имеют по сравнению с российскими аналогами самый большой объем (259 м³, 211 м³) и самое большое значение собственной звукоизоляции (83 дБ) [35]. Внедрение полученных результатов позволит снизить массу ограждающих конструкций зданий на 40% и уменьшить их толщину на 70%.

Решению задачи совершенствования акустических поглотителей также способствует появление и быстрое развитие аддитивных (или порошковых) технологий создания метаматериалов. Поскольку метаматериалы являются конструктивно сложными структурами, то даже самые простые образцы метаматериалов изготавливаются на 3D-принтерах. Более сложные структуры метаматериалов являются более компактными, тонкостенными, с множеством мелких деталей, что заставляет совершенствовать аддитивные технологии, так что 3D-печать способствует развитию метаматериалов, но верно и обратное: метаматериалы стимулируют развитие аддитивных технологий [14, 36].

Далее рассмотрим еще один вид метаматериалов – механический метаматериал, который, в отличие от двух предыдущих, не влияет напрямую на особенности распространения в нем электромагнитных или акустических волн, но обладает уникальными механическими свойствами.

2. Ауксетические метаматериалы

В последнее время все более широкое применение находят материалы, хотя бы один из коэффициентов Пуассона которых является отрицательным [37–44]. Такие материалы называют ауксетическими или ауксетиками (от греческого *auxetos* – «разбухающий» [37]). Изотропный материал обладает единственным коэффициентом Пуассона, и его значения лежат в интервале $-1 \leq \nu \leq 0,5$ [38]. Верхний предел соответствует несжимаемым материалам (например, резине), сохраняющим в процессе деформации свой объем при значительном изменении формы. Нижний предел соответствует материалам, сохраняющим геометрические пропорции, но изменяющим объем при деформации. Анизотропный материал имеет несколько коэффициентов Пуассона, поскольку растяжение или сжатие вдоль одной оси может сильно отличаться от растяжения или сжатия вдоль другой. При этом значения некоторых коэффициентов Пуассона могут выходить за пределы известного интервала $[-1; 0,5]$ [38, 45], однако среднее значение коэффициентов Пуассона обязательно будет содержаться в этом интервале.

Первое достоверное упоминание об экспериментально наблюдаемых отрицательных значениях коэффициента Пуассона (кристаллы кварца в области высоких температур) относится к 1962 году [46]. К настоящему времени обнаружены ауксетические свойства у некоторых полимеров, композитов, гранулированных, кристаллических и пористых сред, а также наноматериалов [2, 27, 39–41, 47, 48]. Кроме того, обладают отрицательным коэффициентом Пуассона и многие горные породы.

Так, обработка данных для примерно 100 образцов трещиноватых материалов (горных пород), проведенная в [49], выявила, что около 40% рассмотренных образцов имеют считающийся редким исключением отрицательный коэффициент Пуассона. Обзору опубликованной к началу XXI века литературы по этой тематике посвящена статья [38].

Ауксетики зарекомендовали себя как перспективные материалы для практического применения. Они отличаются высокой потребительской ценностью (низкая плотность, высокая прочность, хорошие изоляционные свойства). Уникальность свойств ауксетиков имеет преимущество при использовании их в спортивном оборудовании и защитном снаряжении (например, подушках безопасности в автомобилях). Они прекрасно проявляют себя при использовании в качестве крепежа, демонстрируя увеличенное в сравнении с обычными материалами сопротивление извлечению, в частности, из них делают заклепки и гвозди. Широкое применение находят материалы с отрицательным коэффициентом Пуассона в качестве артериальных протезов, стентов, искусственных межпозвоночных дисков и прочих протезов, а также прокладок для лежащих больных, поскольку они предотвращают образование пролежней.

Ауксетические материалы обладают лучшей в сравнении с обычными материалами способностью абсорбировать механическую энергию. Из метаматериалов с отрицательным коэффициентом Пуассона или ткани, содержащей ауксетические волокна, получают умные фильтры, чей размер пор изменяется в результате приложения механической нагрузки. Это позволяет изменять размер фильтруемых частиц, облегчая тем самым очистку фильтров.

Очевидно, что как для прогноза физико-механических свойств создаваемых метаматериалов, так и для исследования различных процессов, протекающих в них, необходимы математические модели метаматериалов. Эти модели должны адекватно описывать не только упругие, термоупругие и пластические свойства материала, но и изменение этих свойств под влиянием внешних полей (в частности, электромагнитного) и в процессе эксплуатации, например, при изменении температуры вплоть до достижения значений, близких к абсолютному нулю, либо, наоборот, при нагреве. Рассмотрим основные подходы к моделированию метаматериалов.

3. Математическое моделирование метаматериалов

Как уже отмечалось во введении, отличительной особенностью метаматериалов является наличие микроструктуры, оказывающей существенное влияние на их физико-механические свойства. Частицы, составляющие метаматериал, нельзя считать точечными, поэтому описание волновых свойств таких материалов в рамках классической теории упругости невозможно. Необходимо учитывать размеры частиц, нецентральные и моментные взаимодействия между частицами, а также связанные с ними ротационные степени свободы.

Одним из широко применяемых в настоящее время способов моделирования сред с микроструктурой является континуально-феноменологическое описание, опирающееся на законы классической физики и расширяющее понятие представительного объема среды [50, 51]. Такое описание заключается в построении обобщенных континуальных моделей (обобщенных континуумов) механики деформируемого твердого тела с учетом ротационных степеней свободы микрочастиц. Континуальные теории строятся как дедуктивные, то есть таким образом, чтобы все результаты высту-

пали как следствия единой системы фундаментальных предположений – аксиом (или постулатов). Преимуществом такого построения являются логическая непротиворечивость, строгость вывода различных частных вариантов моделей и возможность последовательной классификации теорий по выбранным признакам.

Одной из первых континуально-феноменологических моделей является ставшая уже классической модель континуума, состоящего из твердых недеформируемых тел-частиц, предложенная братьями Э. и Ф. Коссера в 1909 году. В настоящее время широкое распространение получили различные обобщения этой модели (обобщенные континуумы) [52]. Однако в эти теории входит большое количество материальных констант, которые требуют экспериментального определения и связь которых со структурой материала не ясна.

Достойной альтернативой континуально-феноменологическому описанию является метод структурного моделирования [53–56]. Этот метод предполагает выделение в массиве материала некоторого минимального объема – структурной ячейки, отображающей основные черты макроскопического поведения материала. Ячейка рассматривается как конструкция, функционирование которой обеспечивается ее внутренним устройством и условиями сопряжения с окружением [53, 57]. Структурное моделирование отличается от стандартной теории кристаллических решеток тем, что в узлах кристаллической решетки располагаются не точечные материальные частицы, а тела с малыми, но конечными размерами, имеющие внутренние степени свободы. Такими телами могут быть гранулы, домены, фуллерены, нанотрубки или молекулярные кластеры. Учет микродвижений тел-частиц приводит к появлению новых типов движений. Например, учет микроповоротов относительно центров масс частиц приводит к появлению в зернистых средах волн микро-вращений.

В рамках этого метода моделирование начинается от дискретной модели, учитывающей тип кристаллической решетки и ее параметры, размеры частиц среды, их форму и константы силовых и моментных взаимодействий между ними. Учет дискретности среды можно осуществить двумя способами. В одном из них среда представляется как регулярная решетка, в узлах которой расположены не материальные точки, а тела конечных размеров [58–65]. Тела, в отличие от точек, обладают не только трансляционными, но и вращательными (ротационными) степенями свободы, что значительно расширяет кинематические возможности модели. При втором способе [66–68] представительный объем среды рассматривается как ансамбль из N соприкасающихся тел. Вводятся тангенциальные и нормальные силы в области контактов, из законов Ньютона выводятся уравнения движения частицы. В результате движение представительного объема среды описывается системой из N взаимосвязанных уравнений, которые с помощью процедуры усреднения сводятся к уравнениям в частных производных.

Силовое взаимодействие между элементами описывается с помощью модельных потенциалов, используемых в молекулярной механике и физике твердого тела. Но для наглядности и удобства дальнейших вычислений при структурном моделировании часто вводят эквивалентную силовую схему в виде системы связей, осуществляющих передачу сил и моментов между элементами структуры (частицами среды). Такие связи моделируются стержнями [53], балками [69] или пружинами [70–72]. Чаще всего при моделировании берутся частицы круглые [73], квадратные [72, 74], шестиугольные [63, 64], эллипсоидные [60] или в виде стержней [55, 59]. Однако

при введении схемы силовых взаимодействий круглые частицы для удобства заменяются вписанными многоугольниками, форма которых повторяет форму ячейки (рис. 4, 5). Пружины, моделирующие передачу силовых взаимодействий между частицами, считаются закрепленными в вершинах многоугольников и имеют различные коэффициенты упругости [55, 60, 65, 73].

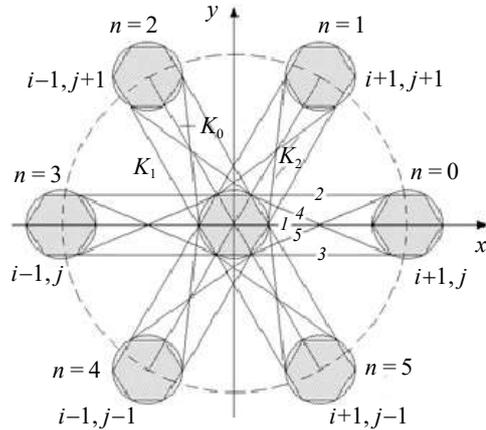


Рис. 4. Гексагональная решетка из круглых частиц [62]

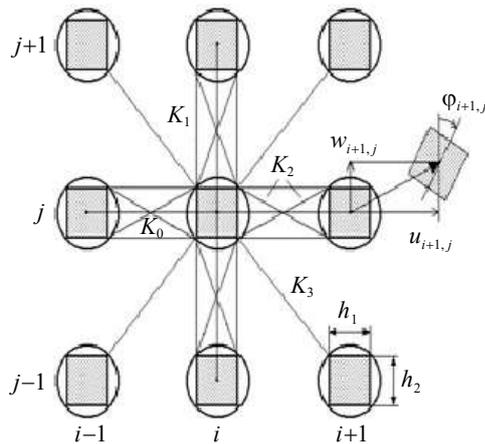


Рис. 5. Прямоугольная решетка из эллипсов [61]

Если пружины с одинаковой жесткостью расположены симметрично (см. рис. 4 и 5), то и моделируемый материал является средой с обычной микроструктурой [55]. Однако в некоторых моделях симметричные пружины одного вида имеют разную жесткость. В статье [74] симметричные диагональные пружины имеют разные жесткости: в общем случае $e_2 \neq e_3$ (рис. 6).

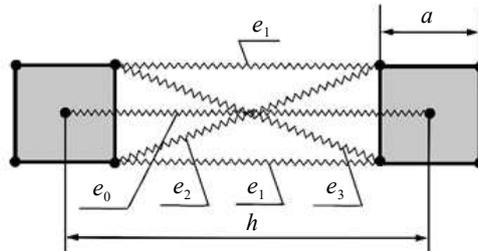


Рис. 6. Схема силовых взаимодействий между частицами [74]

Такая среда называется средой с хиральной микроструктурой, причем в предельном случае некоторые из пружин одного вида могут полностью отсутствовать в модели [74]. На рис. 7 представлена квадратная решетка с симметричной (рис. 7а) и тетрахиральной (рис. 7б) микроструктурой. В последние годы среды с хиральной микроструктурой вызывают большой интерес среди исследователей, поскольку они являются подходящими моделями ауксетических материалов [75–77], учитывающих анизотропию упругих свойств материала. Объяснение этому дано в [63, 64], где было показано, что если среда имеет обычную микроструктуру, то средний слой гексагональной ячейки симметрично без вертикальных смещений сжимается при растяжении частиц верхней и нижней граней. А при их сжатии, напротив, растягивается. Однако для материала с хиральной микроструктурой ситуация противополож-

ная – средний слой сжимается при сжатии и растягивается при растяжении ячейки, то есть ячейка с хиральной микроструктурой обладает свойством ауксетичности.

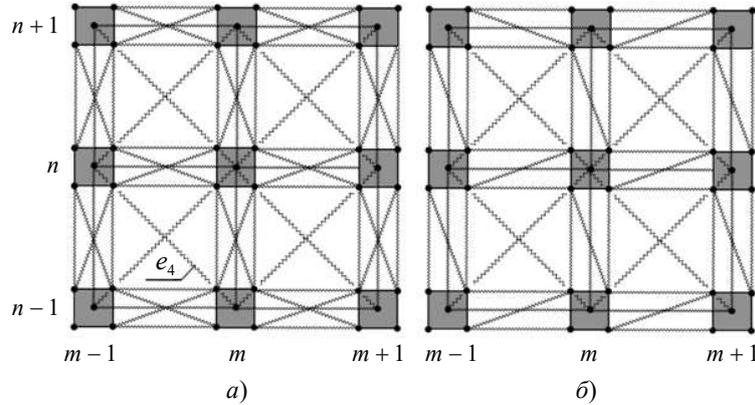


Рис. 7. Квадратная решетка с симметричной (а) и тетрахиальной (б) микроструктурой [74]

В статье [78] показано, что даже в симметричной модели коэффициент Пуассона может быть отрицательным при определенных значениях параметров микроструктуры материала, к которым относятся размер частиц среды и параметры силовых и моментных взаимодействий между ними. Кроме того, в моделях, описанных в современных публикациях, коэффициент Пуассона может принимать отрицательное значение благодаря наличию вращающихся жестких звеньев [79, 80], полидисперсности [81], фрактальной структуры [82], приложения отрицательного гидростатического давления [83, 84].

После введения кинематической схемы и схемы силовых и моментных взаимодействий между частицами записываются выражения для кинетической и потенциальной энергии кристаллической решетки, а также составляется функция Лагранжа для дискретной модели, равная разности кинетической и потенциальной энергии. При изучении длинноволновых процессов имеет смысл перейти от дискретной модели к континуальной [55, 73, 74]. В этом случае становится возможным сравнение полученной модели с известными моделями из континуальных теорий. Переход от дискретной модели к континуальной проводится путем экстраполяции функций, заданных в дискретных точках, непрерывными полями смещений и микроповоротов. При этом функции, заданные в дискретных точках, интерполируются непрерывными функциями и их частными производными. В зависимости от количества интерполяционных слагаемых можно рассматривать различные приближения дискретной модели среды с микроструктурой и строить иерархию квазиконтинуальных моделей.

Стандартный способ такой экстраполяции – это разложения функций перемещения в ряд Тейлора [55]. Но существуют и другие варианты получения квазиконтинуальных моделей, например, на базе Паде-аппроксимаций [85] или в рамках многополевого подхода [72]. Дискретные и квазиконтинуальные модели необходимы при исследовании коротковолновых процессов. Анализ дисперсионных свойств таких моделей акустических и оптических метаматериалов позволяет найти запрещенные зоны частот в зависимости от значений параметров их микроструктуры [61, 62, 74].

В низкочастотном коротковолновом диапазоне ротационные волны, соответствующие микровращениям частиц среды, являются нераспространяющимися. В этом

случае микроповороты частиц среды не являются независимыми и определяются полем смещений, а связь между микроповоротами Ψ и смещениями U определяется соотношением, соответствующим континууму Коссера со стесненным вращением частиц [86]:

$$\Psi = \frac{1}{2} \text{rot } U.$$

В уравнениях динамики среды в таком приближении появляются производные четвертого порядка, а сами уравнения называются уравнениями моментной (градиентной) теории упругости [87]. В явном виде эти уравнения не учитывают ротационные степени свободы частиц, однако их коэффициенты перед производными второго порядка по координатам, в отличие от уравнений классической теории упругости, приобретают зависимость от размеров частиц.

В статье [88] рассмотрены три типа линейного континуума Коссера со стесненным вращением частиц: упругий изотропный, упругий со специфической поперечно изотропной связью между объемными и сдвиговыми деформациями и вязкоупругий изотропный. Такие континуумы, в которых напряжения не влияют на скорость градиентов микровращения, ведут себя как акустические метаматериалы для чисто поперечных волн, а также для одной ветви смешанной волны в рассматриваемом анизотропном материале. В этой статье продемонстрирована возможность управления свойствами акустического метаматериала с помощью вязкости.

Для описания свойств локально-резонансного материала широко используются дискретные системы «масса – в массе» [29, 30, 89–91] (рис. 8).

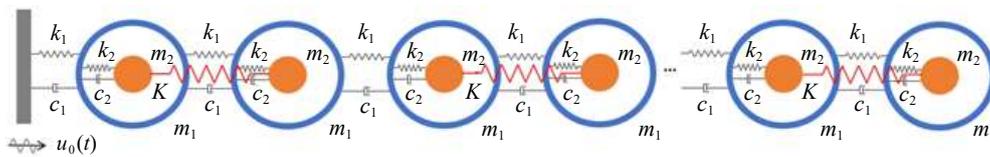


Рис. 8. Цепочка парных осцилляторов «масса – в массе» [30]

В статье [29] отмечено, что такая одномерная решетка представляет собой гибридный метаматериал, который может вести себя либо как фоновый кристалл, либо как локально-резонансный материал. На способность гашения волн в цепочке «масса – в массе» влияет соотношение жесткостей и масс. Изменение положения и ширины запрещенных зон обусловлено активацией механизмов брэгговского рассеяния или локального резонанса.

Заключение

В настоящее время метаматериалы успешно применяются для поглощения звука, демпфирования вибрационных и ударных воздействий, создания устройств, блокирующих распространение волн заданной частоты в определенных направлениях. Разработка новых метаматериалов является перспективной и востребованной для авиакосмической и автомобильной техники, а также для биомедицинских приложений.

В последние годы существенно вырос интерес к созданию материалов, позволяющих управлять потоком световых или электромагнитных волн [92]. Так, в 2006 году был создан метод преобразовательной оптики [93, 94], позволивший получить теоретические решения для задачи о «шапке-невидимке», о «суперлинзе» и для других задач, ранее считавшихся неразрешимыми [14].

На основе идеи В.Г. Веселаго Джон Пендри впервые практически реализовал такой метаматериал, отрицательный коэффициент преломления которого обеспечивался благодаря возникновению отрицательной магнитной проницаемости в периодической решетке разрезных кольцевых резонаторов (SRR – Split Ring Resonators) и отрицательной диэлектрической проницаемости на конечной частоте в тонких металлических проволочках [95].

Последующие исследования расширили применение метаматериалов, продемонстрировав возможность достижения таких свойств, как эффект сверхразрешения (преодоление дифракционного предела), возбуждение плазмонов, эффект клокинга или маскировки и многие другие [96–98].

В настоящее время совершенствование детекторов и систем связи происходит на основе применения поверхностных плазмон-поляритонов (ППП). Поверхностные плазмон-поляритоны – это электромагнитные волны, которые распространяются вдоль границы между двумя средами: металл – диэлектрик или металл – воздух практически в инфракрасном или видимом диапазоне частот. Такие волны существуют в каждой из этих сред, а сам термин «поверхностный плазмон-поляритон» объясняет, что волна включает в себя как движение заряда в металле («поверхностный плазмон»), так и электромагнитные волны в воздухе или диэлектрике («поляритоны») [99]. Плазмон-поляритон распространяется вдоль границы раздела двух сред до тех пор, пока его энергия не будет рассеяна в одной из этих двух сред. Поверхностные плазмонные схемы, включающие как ППП, так и локализованные плазмонные резонансы, были предложены в качестве средства преодоления размерных ограничений фотонных схем для использования в высокопроизводительных наноустройствах обработки данных [100]. Возможность динамического управления плазмонными свойствами материалов в этих наноустройствах является ключевой для их развития [101].

Особо следует выделить одноосные фотонные кристаллы с периодически расположенными в диэлектрической основе с диэлектрической проницаемостью включениями – слоями (пленками) или цилиндрами. В случае металлических (проводящих) или ферритовых включений (метаатомов) кристалл такого вида получил название «гиперболический метаматериал» [102]. Гиперболические метаматериалы обладают замечательным свойством – поддерживают распространение на определенной частоте электромагнитных волн с чрезвычайно большими волновыми векторами [103–105]. Такие материалы обладают уникальными оптическими свойствами: отрицательным преломлением, усилением спонтанного излучения, управлением излучательной теплопередачей и удержанием света в наномасштабе [106]. Гиперболические метаматериалы ранее реализовывались для оптического, инфракрасного и микроволнового диапазонов частот. Для терагерцевого частотного диапазона в средах на основе графена и висмута только теоретически предсказывалось наличие гиперболической дисперсии, но экспериментального подтверждения не было. В 2020 году в Санкт-Петербурге научным коллективом под руководством М. Ходзицкого (университет ИТМО) этот эффект был впервые показан в материалах на основе висмута на терагерцевых частотах [107]. Информация, полученная при разработке и изучении гиперболического материала, окажет значительное влияние на развитие терагерцевой фотоники. Излучение терагерцевого диапазона частот перспективно для решения практически важных задач: его можно использовать в системах спектроскопии, визуализации, детектирования, передачи данных, а также при разработке биосенсоров. В частности, на основе такого материала разрабатывается прототип компактного, быстро-

действующего, высокочувствительного терагерцового детектора, который будет недорогой альтернативой существующим детекторам, используемым для обнаружения излучения при комнатной температуре. Кроме того, представляются актуальными исследования в широком диапазоне температур прочностных свойств твердых тел. Полученные результаты можно будет применить для создания датчиков температуры, использования метаматериалов в криогенной технике, для разработки жаропрочных материалов, наномоторов и других устройств.

Для создания новых конструкционных материалов с заранее заданными свойствами требуются математические модели, адекватно описывающие их свойства. Решение этой задачи имеет смысл осуществлять методом структурного моделирования, поскольку построенные таким методом математические модели метаматериалов позволяют не только получить представление о качественном влиянии микроструктуры среды на ее эффективные модули упругости, но и проводить количественные оценки этих величин, а также находить области значений параметров микроструктуры, при которых среда обладает уникальными физико-механическими свойствами.

Список литературы

1. Гуляев Ю.В., Лагарьков А.Н., Никитов С.А. Метаматериалы: фундаментальные исследования и перспективы применения. *Вестник Российской академии наук*. 2008. Т. 78. №5. С. 438–457.
2. Vaimova J.A., Rysaeva L.Kh., Dmitriev S.V., Lisovenko D.S., Gorodtsov V.A., Indeitsev D.A. Auxetic behaviour of carbon nanostructures. *Materials Physics and Mechanics*. 2017. Vol. 33. Iss.1. P. 1–11. DOI: 10.18720/MPM.3312017_1.
3. Сидоров Л.Н., Юровская М.А., Борщевский А.Я. и др. *Фуллерены*. М.: Экзамен, 2005. 688 с.
4. Суздаев И.П. *Нанотехнология: физико-химия нанокластеров, наноструктур и наноматериалов*. М.: КД «ЛИБРОКОМ», 2006. 592 с.
5. Бланк В.Д., Левин В.М., Прохоров В.М., Буга С.Г., Дубицкий Г.А., Серебряная Н.Р. Упругие свойства ультратвердых фуллеритов. *ЖЭТФ*. 1998. Т. 114. №4. С. 1364–1374.
6. Буга С.Г. Физические свойства углеродных наноматериалов и легированных синтетических монокристаллов алмаза: *Дисс. ... доктора физ.-мат. наук*. М., 2011. 354 с.
7. Раков Э.Г. Материалы из углеродных нанотрубок. «Лес». *Успехи химии*. 2013. Т. 82. Вып. 6. С. 538–566.
8. Chen H., Roy A., Baek J.-B., Zhu L., Qu J., Dai L. Controlled growth and modification of vertically-aligned carbon nanotubes for multifunctional applications. *Materials Science and Engineering: R: Reports*. 2010. Vol. 70. Iss. 3–6. P. 63–91. DOI:10.1016/J.MSER.2010.06.003.
9. Lan Y., Wang Y., Ren Z.F. Physics and applications of aligned carbon nanotubes. *Advances in Physics*. 2011. Vol. 60. Iss. 4. P. 553–678. DOI: 10.1080/00018732.2011.599963.
10. Los J., Zakharchenko K., Katsnelson M., Fasolino A. Melting temperature of grapheme. *Physical Review B*. 2015. Vol. 91. P. 045415-1 – 045415-7. DOI: 10.1103/PhysRevB.91.045415.
11. Веселаго В.Г. Электродинамика веществ с одновременно отрицательными значениями ϵ и μ . *УФН*. 1967. Т. 92. Вып. 3. С. 517–526.
12. Shelby R.A., Smith D.R., Schultz S. Experimental verification of a negative index of refraction. *Science*. 2001. Vol. 292. Iss. 5514. P. 77–79. DOI: 10.1126/science.1058847.
13. Захарьев Л.Н., Леманский А.А. К задаче дифракции на «черном» теле. *Радиотехника и электроника*. 1969. Т. 14. №11. С. 1930–1932; Захарьев Л.Н. *Рассеяние волн «черными» телами*. М.: Советское радио, 1972. 288 с.
14. Бобровницкий Ю.И., Томилина Т.М. Поглощение звука и метаматериалы (обзор). *Акустический журнал*. 2018. Т. 64. №5. С. 517–525. DOI: 10.1134/S0320791918040020.
15. Yablonovitch E., Gmitter T.J., Leung K.M. Photonic band structure: The face-centered-cubic case employing nonspherical atoms. *Physical Review Letters*. 1991. Vol. 67. No 17. P. 2295–2299. DOI: 10.1103/PHYSREVLETT.63.1950.

16. Богомолов В.Н., Парфеньева Л.С., Смирнов И.А., Мисиорек Х., Ежовский А. Прохождение фононов через фотонные кристаллы – среды с пространственной модуляцией акустических свойств. *ФТТ*. 2002. Т. 44. Вып. 1. С. 175–179.
17. Beaumont S.P. III-V Nanoelectronics. *Microelectronic Engineering*. 1996. Vol. 32. No 1–4. P. 283–295.
18. *Handbook of Biophotonics*. Eds. J. Popp, V. Tuchin, A. Chiou, S.H. Heinemann. Vol. 1. *Basics and Techniques*. Weinheim: Wiley-VCH, 2011. 665 p.
19. Goda K. Biophotonics and beyond. *APL Photonics*. 2019. Vol. 4. No 5. P. 050401-1 – 050401-4. DOI: 10.1063/1.5100614.
20. Shining Zhu, Xiang Zhang. Metamaterials: Artificial materials beyond nature. *National Science Review*. 2018. Vol. 5. Iss. 2. P. 131. DOI: 10.1093/nsr/nwy026.
21. *Acoustic Metamaterials and Phononic Crystals*. Ed. P.A. Deymier. Berlin–Heidelberg: Springer, 2013. 392 p.
22. Maldovan M. Sound and heat revolutions in phononics. *Nature*. 2013. Vol. 503. No 7475. P. 209–217. DOI: 10.1038/nature12608.
23. https://elementy.ru/novosti_nauki/432142/Fononika_otkryvaet_novye_vozmozhnosti_dlya_upravleniya_zvukom_i_teplovymi_potokami
24. Gorishnyy T., Maldovan M., Ullal Ch., Thomas E. Sound ideas. *Physics World*. 2005. Vol. 18. No 12. P. 24. DOI: 10.1088/2058-7058/18/12/30.
25. Бобровницкий Ю.И. Акустический метаматериал с необычными волновыми свойствами. *Акустический журнал*. 2014. Т. 60. №4. С. 347–355. DOI: 10.7868/S0320791914040017.
26. Бобровницкий Ю.И. Модели и общие волновые свойства двумерных акустических метаматериалов и сред. *Акустический журнал*. 2015. Т. 61. №3. С. 283–294. DOI: 10.7868/S0320791915030041.
27. Федотовский В.С. Пористая среда как акустический метаматериал с отрицательными инерционными и упругими свойствами. *Акустический журнал*. 2018. Т. 64. №5. С. 547–553. DOI: 10.1134/S0320791918050027.
28. Cumber S.A., Christensen J., Alu A. Controlling sound with acoustic metamaterials. *Nature Reviews Materials*. 2016. Vol. 1. P. 16001-1 – 16001-13. DOI: 10.1038/natrevmats.2016.1.
29. Moscatelli M., Comi C., Marigo J.J. On the dynamic behaviour of discrete metamaterials: From attenuation to energy localization. *Wave Motion*. 2021. Vol. 104. Article No 102733. DOI: 10.1016/j.wavemoti.2021.102733.
30. Guobiao Hu, Lihua Tang, Raj Das, Shiqiao Gao, Haipeng Liu. Acoustic metamaterials with coupled local resonators for broadband vibration suppression. *AIP Advances*. 2017. Vol. 7. P. 025211-1 – 025211-14. DOI: 10.1063/1.4977559.
31. Goffaux C., Sánchez-Dehesa J., Yeyati A.L., Lambin P., Khelif A., Vasseur J.O., Djafari-Rouhani B. Evidence of Fano-like interference phenomenon in locally resonant materials. *Physical Review Letters*. 2002. Vol. 88. No 22. P. 225502-1 – 225502-4. DOI: 10.1103/PhysRevLett.88.225502.
32. Бобылев В.Н., Гребнев П.А., Ерофеев В.И., Кузьмин Д.С., Монич Д.В. Звукоизоляция бескаркасных сэндвич-панелей с пазогребневым соединением среднего слоя. *Приволжский научный журнал*. 2020. №3. С. 9–18.
33. *Патент на полезную модель № 171102*. Звукоизолирующее ограждение пониженной пожарной опасности. В.Н. Бобылев, П.А. Гребнев, Д.В. Монич, В.А. Тишков, М.А. Печников, А.В. Печников. Заявл. 08.06.2016. Оpubл. 22.05.2017. Бюл. №15. 5 с.
34. *Патент на полезную модель № 194663*. Звукоизолирующее ограждение. В.Н. Бобылев, П.А. Гребнев, Д.В. Монич, С.Р. Попов. Заявл. 18.12.2019. Оpubл. 22.04.2019. Бюл. №35. 11 с.
35. *Патент на изобретение № 2729945*. Устройство для определения уровня изоляции воздушного шума ограждающей конструкцией. В.Н. Бобылев, П.А. Гребнев, А.Г. Боганик, Ю.С. Григорьев, А.А. Лапшин, А.Я. Лившиц, А.А. Родин, В.А. Тишков, В.В. Фатеев, Д.В. Монич, Д.Л. Щеголев. Заявл. 30.01.2019. Оpubл. 13.08.2020. Бюл. №23. 9 с.
36. Томилина Т.М., Бахтин Б.Н., Афанасьев К.М., Бобровницкий Ю.И. Теоретическая модель и экспериментальное исследование эффективного звукопоглотителя резонансного типа для средних частот. *Изв. РАН. Сер. Физическая*. 2018. Т. 82. №5. С. 613–615. DOI: 10.7868/S0367676518050186.

37. Evans K.E. Auxetic polymers: A new range of materials. *Endeavour*. 1991. Vol. 15. Iss. 4. P. 170–174. DOI: 10.1016/0160-9327(91)90123-S.
38. Конек Д.А., Войцеховски К.В., Плескачевский Ю.М., Шилько С.В. Материалы с отрицательным коэффициентом Пуассона (обзор). *Механика композиционных материалов и конструкций*. 2004. Т. 10. №1. С. 35–69.
39. Гольдштейн Р.В., Городцов В.А., Лисовенко Д.С. Ауксетическая механика кристаллических материалов. *Изв. РАН. МТТ*. 2010. №4. С. 43–62.
40. Гольдштейн Р.В., Городцов В.А., Лисовенко Д.С. Кубические ауксетики. *Докл. РАН*. 2011. Т. 439. №2. С. 184–187.
41. Гольдштейн Р.В., Городцов В.А., Лисовенко Д.С. Модули Юнга и коэффициенты Пуассона криволинейно-анизотропных гексагональных и ромбоэдрических нанотрубок. Нанотрубки-ауксетики. *Докл. РАН. Механика*. 2013. Т. 452. №3. С. 279–283. DOI: 10.7868/S0869565213280098.
42. Гольдштейн Р.В., Городцов В.А., Лисовенко Д.С. Поверхностные волны Релея и Лява при отрицательном коэффициенте Пуассона изотропных сред. *Изв. МТТ*. 2014. №4. С. 74–89.
43. Krasavin V.V., Krasavin A.V. Auxetic properties of cubic metal single crystals. *Physica Status Solidi B*. 2014. Vol. 251. No 11. P. 2314–2320. DOI: 10.1002/pssb.201451129.
44. Zhou L., Jiang H. Auxetic composites made of 3D textile structure and polyurethane foam. *Physica Status Solidi B*. 2016. Vol. 253. No 7. P. 1331–1341. DOI: 10.1002/pssb.201670544.
45. Lethbridge Z.A.D., Walton R.I., Marmier A., Smith C.W., Evans K.E. Elastic anisotropy and extreme Poisson's ratios in single crystals. *Acta Materialia*. 2010. Vol. 58. Iss. 19. P. 6444–6451. DOI: 10.1016/j.actamat.2010.08.006.
46. Зубов В.Г., Фирсова М.М. Об особенностях упругого поведения кварца в области α - β -перехода. *Кристаллография*. 1962. Т. 7. №3. С. 469–471.
47. Yang W. Review on auxetic materials. *Journal of Materials Science*. 2004. Vol. 39. Iss. 10. P. 3269–3279. DOI: 10.1023/B:JMASC.0000026928.93231.E0.
48. Hall L.J., Coluci V.R., Galvo D.S., Kozlov M.E., Zhang M., Dantas S.O., Baughman R.H. Sign change of Poisson's ratio for carbon nanotube sheets. *Science*. 2008. Vol. 320. No 5875. P. 504–507. DOI: 10.1126/science.1149815.
49. Zaitsev V.Yu., Radostin A.V., Pasternak E., Dyskin A.V. Extracting real-crack properties from non-linear elastic behavior of rocks: Abundance of cracks with dominating normal compliance and rocks with negative Poisson ratios. *Nonlinear Processes in Geophysics*. 2017. Vol. 24. Iss. 3. P. 543–551. DOI: 10.5194/npg-24-543-2017.
50. Eringen A.C. *Microcontinuum Field Theories*. Vol. 1. *Foundation and Solids*. New York: Springer, 1999. 325 p.
51. Лисина С.А., Потапов А.И. Обобщенные модели сплошной среды в наномеханике. *Доклады Академии наук*. 2008. Т. 420. №3. С. 328–330.
52. *Mechanics of Generalized Continua. One Hundred Years After the Cosserats*. Eds: G.A. Maugin, A.V. Metrikine. New York: Springer-Verlag, 2010. 358 p.
53. Berglund K. Structural models of micropolar media. In: *Mechanics of Micropolar Media*. Eds. O. Brulin, R.K.T. Hsieh. Singapore: World Scientific, 1982. P. 35–86. https://doi.org/10.1142/9789812797247_0002.
54. Павлов И.С., Потапов А.И. Структурные модели в механике нанокристаллических сред. *Докл. РАН*. 2008. Т. 421. №3. С. 348–352.
55. Erofeev V.I., Pavlov I.S. Structural modeling of metamaterials. *Advanced Structured Materials*. 2021. Vol. 144. P. 209–222.
56. Ерофеев В.И., Павлов И.С., Леонтьев Н.В. Математическая модель для исследования нелинейных волновых процессов в двумерной зернистой среде из сферических частиц. *Механика композиционных материалов и конструкций*. 2013. Т. 19. №3. С. 299–313.
57. Broberg K.B. The cell model of materials. *Computational Mechanics*. 1997. Vol. 19. Iss. 6. P. 447–452.
58. Pouget J., Askar A., Maugin G.A. Lattice model for elastic ferroelectric crystals: microscopic approach. *Physical Review B*. 1986. Vol. 33. No 9. P. 6304–6325.
59. Pouget J., Maugin G.A. Nonlinear dynamics of oriented elastic solid. Part 1. Basic equations. *Journal of Elasticity*. 1989. Vol. 22. Iss. 1-2. P. 135–155; Pouget J., Maugin G.A. Nonlinear dynamics

of oriented elastic solid. Part 2. Propagation of solitons. *Journal of Elasticity*. 1989. Vol. 22. P. 157–183.

60. Pavlov I.S. Acoustic identification of the anisotropic nanocrystalline medium with non-dense packing of particles. *Acoustical Physics*. 2010. Vol. 56. No 6. P. 924–934. DOI:10.1134/S1063771010060175.

61. Pavlov I.S., Vasiliev A.A., Porubov A.V. Dispersion properties of the phononic crystal consisting of ellipse-shaped particles. *Journal of Sound and Vibration*. 2016. Vol. 384. P. 163–176. DOI: 10.1016/j.jsv.2016.08.012.

62. Erofeev V.I., Pavlov I.S., Vasiliev A.A., Porubov A.V. Dispersion properties of a closed-packed lattice consisting of round particles. In: *Generalized Models and Non-classical Approaches in Complex Materials 2*. Eds. H. Altenbach, J. Pouget, M. Rousseau et al. Springer International Publishing AG, 2018. P. 101–117.

63. Васильев А.А., Павлов И.С. Модели и некоторые свойства треугольных решеток Коссера с хиральной микроструктурой. *Письма о материалах*. 2019. Т. 9. №1(33). С. 45–50. DOI: 10.22226/2410-3535-2019-1-45-50.

64. Vasiliev A.A., Pavlov I.S. Auxetic properties of hiral hexagonal Cosserat lattices composed of finite-sized particles. *Physica Status Solidi B: Basic Solid State Physics*. 2020. Vol. 257. No 3. P. 1900389-1 – 1900389-5. DOI: 10.1002/pssb.201900389.

65. Павлов И.С., Ерофеев В.И., Муравьева А.В., Васильев А.А. Об оценке скорости ротационных волн в простой кубической решетке кристалла фуллерита. *Изв. РАН. Сер. Физическая*. 2021. Т. 85. №6. С. 895–900. DOI: 10.31857/S0367676521060193.

66. Богданов А.Н., Скворцов А.Т. Нелинейные сдвиговые волны в зернистой среде. *Акустический журнал*. 1992. Т. 38. №3. С. 408–412. DOI: 10.31857/S0367676521060193.

67. Chang C.S., Ma L. A micromechanical-based micropolar theory for deformation of granular solids. *International Journal of Solids and Structures*. 1994. Vol. 28. Iss. 1. P. 67–87. DOI:10.1016/0020-7683(91)90048-K.

68. Christoffersen J., Mehrabadi M.M., Nemat-Nasser S.A. A micromechanical description of granular material behavior. *Journal of Applied Mechanics*. 1981. Vol. 48. No 2. P. 339–344. DOI: 10.1115/1.3157619.

69. Sargsyan S.H. Micropolar beam model for nanocrystalline material consisting of linear chains of atoms. *Physical Mesomechanics*. 2017. Vol. 20. No 4. P. 425–431. DOI: 10.1134/S1029959917040075.

70. Ostoja-Starzewski M., Sheng P.Y., Alzebedeh K. Spring network models in elasticity and fracture of composites and polycrystals. *Computational Materials Science*. 1996. Vol. 7. Iss. 1-2. P. 82–93. DOI:10.1016/S0927-0256(96)00064-X.

71. Suiker A.S.J., Metrikine A.V., de Borst R. Comparison of wave propagation characteristics of the Cosserat continuum model and corresponding discrete lattice models. *International Journal of Solids and Structures*. 2001. Vol. 38. Iss. 9. P. 1563–1583. DOI: 10.1016/S0020-7683(00)00104-9.

72. Vasiliev A.A., Miroshnichenko A.E., Dmitriev S.V. Multi-field modeling of a Cosserat lattice: models, wave filtering, and boundary effects. *European Journal of Mechanics – A/Solids*. 2014. Vol. 46. P. 96–105. DOI: 10.1016/j.euromechsol.2014.02.011.

73. Potapov A.I., Pavlov I.S., Lisina S.A. Acoustic identification of nanocrystalline media. *Journal of Sound and Vibration*. 2009. Vol. 322. Iss. 3. P. 564–580. DOI: 10.1016/j.jsv.2008.09.031.

74. Vasiliev A.A., Pavlov I.S. Discrete and generalized continuum dynamical models of tetrachiral Cosserat lattices with finite-sized particles. *Mechanics Research Communications*. 2021. Vol. 115. P. 103732-1 – 103732-18. DOI: 10.1016/j.mechrescom.2021.103732.

75. Tee K.F., Spadoni A., Scarpa F., Ruzzene M. Wave propagation in auxetic tetrachiral honeycombs. *Journal of Vibration and Acoustics*. 2010. Vol. 132. No 3. P. 031007-1 – 031007-8.

76. Spadoni A., Ruzzene M. Elasto-static micropolar behavior of a chiral auxetic lattice. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2012. Vol. 60. Iss. 1. P. 156–171. DOI: 10.1016/j.jmps.2011.09.012.

77. Bryukhanov I.A., Gorodtsov V.A., Lisoventko D.S. Chiral Fe nanotubes with both negative Poisson's ratio and Poynting's effect. Atomistic simulation. *Journal of Physics: Condensed Matter*. 2019. Vol. 31. No 47. P. 475304. DOI: 10.1088/1361-648X/ab3a04.

78. Ерофеев В.И., Павлов И.С. Параметрическая идентификация кристаллов, имеющих

- кубическую решетку, с отрицательными коэффициентами Пуассона. *Прикладная механика и техническая физика*. 2015. Т. 56. №6(334). С. 94–101. DOI: 10.15372/PMTF20150611.
79. Attard D., Grima J.N. Auxetic behaviour from rotating rhombi. *Physica Status Solidi B*. 2008. Vol. 245. No 11. P. 2395–2404. DOI: 10.1002/pssb.200880269.
80. Grima J.N., Farrugia P.-S., Gatt R., Attard D. On the auxetic properties of rotating rhombi and parallelograms: a preliminary investigation. *Physica Status Solidi B*. 2008. Vol. 245. No 3. P. 521–529. DOI: 10.1002/pssb.200777705.
81. Narojczyk J.W., Wojciechowski K.W. Elastic properties of degenerate f.c.c. crystal of polydisperse soft dimers at zero temperature. *Journal of Non-Crystalline Solids*. 2010. Vol. 356. No 37–40. P. 2026–2032. DOI: 10.1016/j.jnoncrysol.2010.05.080.
82. Novikov V.V., Wojciechowski K.W. Negative Poisson coefficient of fractal structures. *Physics of the Solid State*. 1999. Vol. 41. No 12. P. 1970–1975. DOI: 10.1134/1.1131137.
83. Goldstein R.V., Gorodtsov V.A., Lisovenko D.S. The elastic properties of hexagonal auxetics under pressure. *Physica Status Solidi B*. 2016. Vol. 253. No 7. P. 1261–1269. DOI: 10.1002/pssb.201600054.
84. Wojciechowski K.W. Negative Poisson ratios at negative pressures. *Molecular Physics Reports*. 1995. Vol. 10. P. 129–136.
85. Andrianov I.V., Kholod E.G., Weichert D. Application of quasi-continuum models for perturbation analysis of discrete kinks. *Nonlinear Dynamics*. 2012. Vol. 68. P. 1–5. DOI: 10.1007/s11071-011-0198-9.
86. Новацкий В. *Теория упругости*. М.: Мир, 1975. 872 с.
87. Askes H., Aifantis E.C. Gradient elasticity in statics and dynamics: An overview of formulations, length scale identification procedures, finite element implementations and new results. *International Journal of Solids and Structures*. 2011. Vol. 48. Iss. 13. P. 1962–1990. DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2011.03.006.
88. Grekova E., Porubov A., Dell'Isola F. Reduced linear constrained elastic and viscoelastic homogeneous Cosserat media as acoustic metamaterials. *Symmetry*. 2020. Vol. 12. No 4. P. 521–543. DOI: 10.3390/SYM12040521.
89. Bigoni D., Guenneau S., Movchan A.B., Brun M. Elastic metamaterials with inertial locally resonant structures: Application to lensing and localization. *Physical Review B*. 2013. Vol. 87. P. 174303-1 – 174303-6. DOI: 10.1103/PhysRevB.87.174303.
90. Zhou X., Liu X., Hu G. Elastic metamaterials with local resonances: An overview. *Theoretical and Applied Mechanics Letters*. 2012. Vol. 2. Iss. 4. P. 041001-1 – 041001-12. DOI: 10.1063/2.1204101.
91. di Cosmo F., Laudato M., Spagnuolo M. Acoustic metamaterials based on local resonances: Homogenization, optimization and applications. In: *Generalized Models and Non-Classical Approaches in Complex Materials 1*. 2018. P. 247–274. DOI: 10.1007/978-3-319-72440-9_12.
92. Cai W., Shalaev V. Optical properties of metal-dielectric composites. In: *Optical Metamaterials: Fundamentals and Applications*. New York: Springer, 2010. P. 11–37. DOI: 10.1007/978-1-4419-1151-3.
93. Pendry J.B., Schurig D., Smith D.R. Controlling electromagnetic fields. *Science*. 2006. Vol. 312. Iss. 5781. P. 1780–1782. DOI: 10.1126/science.1125907.
94. Leonhardt U. Optical conforming mapping. *Science*. 2006. Vol. 312. Iss. 5781. P. 1777–1780. DOI: 10.1126/science.1126493.
95. Pendry J.B., Smith D.R. Reversing light with negative refraction. *Physics Today*. 2004. Vol. 57. Iss. 6. P. 37–43. DOI: 10.1063/1.1784272.
96. Pendry J.B. Negative refraction makes a perfect lens. *Physical Review Letters*. 2000. Vol. 85. No 18. P. 3966–3969. DOI: 10.1103/PhysRevLett.85.3966.
97. Fedotov V.A., Rose M., Prosvirnin S.L., Papasimakis N., Zheludev N.I. Sharp trapped-mode resonances in planar metamaterials with a broken structural symmetry. *Physical Review Letters*. 2007. Vol. 99. P. 147401-1 – 147401-4. DOI: 10.1103/PhysRevLett.99.147401.
98. Alu A. Mantle cloak: Invisibility induced by a surface. *Physical Review B. Condensed Matter*. 2009. Vol. 80. No 24. P. 245115-1 – 245115-5. DOI: 10.1103/PhysRevB.80.245115.
99. Zeng S., Baillargeat D., Ho-Pui H., Yong K.-T. et al. Nanomaterials enhanced surface

plasmon resonance for biological and chemical sensing applications. *Chemical Society Reviews*. 2014. Vol. 43. No 10. P. 3426–3452. DOI: 10.1039/c3cs60479a.

100. Ozbay E. Plasmonics: merging photonics and electronics at nanoscale dimensions. *Science*. 2006. Vol. 311. P. 189–193. DOI: 10.1126/science.1114849.

101. Barnes W.L., Dereux A., Ebbesen T.W. Surface plasmon subwavelength optic. *Nature*. 2003. Vol. 424. P. 824–830. DOI: 10.1038/nature01937.

102. Давидович М.В. Гиперболические метаматериалы: получение, свойства, применения, перспективы. *УФН*. 2019. Т. 189. №12. С. 1249–1284. DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2019.08.038643>.

103. Zhukovsky S.V., Andryieuski A., Sipe J.E., Lavrinenko A.V. From surface to volume plasmons in hyperbolic metamaterials: General existence conditions for bulk high-k waves in metal-dielectric and graphene-dielectric multilayers. *Physical Review B*. 2014. Vol. 90. No 264. P. 155429-1 – 155429-9. DOI: 10.1103/PhysRevB.90.155429.

104. Mahmoodi M., Tavassoli S.H., Takayama O., Sukham J., Malureanu R., Lavrinenko A.V. Existence conditions of high-k modes in finite hyperbolic metamaterials. *Laser & Photonics Review*. 2019. Vol. 13. Iss. 3. P. 1800253-1 – 1800253-13. DOI: 10.1002/lpor.201800253.

105. Takayama O., Lavrinenko A.V. Optics with hyperbolic materials. *Journal of the Optical Society of America B*. 2019. Vol. 36. Iss. 8. P. F36–F48. DOI: 10.1364/JOSAB.36.000F38.

106. Thongrattanasiri S. Computational nanooptics in hyperbolic metamaterials and plasmonic structures. *Doctor of Philosophy in Physics: Dissertation*. Oregon. USA. 2010. 130 p.

107. Zaitsev A., Demchenko P., Makarova E., Tukmakova A., Kablukova N., Asach A., Novotelnova A., Khodzitsky M. Hyperbolic bismuth-dielectric structure for terahertz photonics. *Physica Status Solidi. Rapid Research Letters*. 2020. Vol. 14. No 7. P. 2000093-93 – 2000093-98. DOI: 10.1002/pssr.202000093.

References

1. Gulyaev Yu.V., Lagar'kov A.N., Nikitov S.A. Metamaterials: basic research and potential applications. *Herald of the Russian Academy of Sciences*. 2008. Vol. 78. No 3. P. 268–278. DOI: 10.1134/S1019331608030143.

2. Baimova J.A., Rysaeva L.Kh., Dmitriev S.V., Lisovenko D.S., Gorodtsov V.A., Indeitsev D.A. Auxetic behaviour of carbon nanostructures. *Materials Physics and Mechanics*. 2017. Vol. 33. Iss.1. P. 1–11. DOI: 10.18720/MPM.3312017_1.

3. Sidorov L.N., Yurovskaya M.A., Borshchevskiy A.Ya. et al. *Fullereny [Fullerenes]*. Moscow. Ekzamen Publ. 2005. 688 p. (In Russian).

4. Suzdalev I.P. *Nanotekhnologiya: fiziko-khimiya nanoklasterov, nanostruktur i nanomaterialov [Nanotechnology: Physical Chemistry of Nanoclusters, Nanostructures, and Nanomaterials]*. Moscow. KD “LIBROKOM” Publ. 2006. 592 p. (In Russian).

5. Blank V.D., Levin V.M., Prokhorov V.M., Buga S.G., Dubitskiy G.A., Serebryanaya N.R. Uprugie svoystva ul'tratverdykh fulleritov [Elastic properties of ultrahard fullerites]. *Zhurnal eksperimental'noy i teoreticheskoy fiziki [Journal of Experimental and Theoretical Physics]*. 1998. Vol. 114. No 4. P. 1364–1374 (In Russian).

6. Buga S.G. Fizicheskie svoystva uglerodnykh nanomaterialov i legirovannykh sinteticheskikh monokristallov almaza [Physical properties of carbon nanomaterials and doped synthetic diamond single crystals]. *Diss... doktora fiz.-mat. nauk [D. Sci. (Phys.&Math.). Dissertation]*. Moscow. 2011. 354 p. (In Russian).

7. Rakov E.G. Materialy iz uglerodnykh nanotrubok. “Les” [Materials made of carbon nanotubes. The carbon nanotube forest]. *Uspekhi khimii [Russian Chemical Reviews]*. 2013. Vol. 82. Iss. 6. P. 538–566. (In Russian).

8. Chen H., Roy A., Baek J.-B., Zhu L., Qu J., Dai L. Controlled growth and modification of vertically-aligned carbon nanotubes for multifunctional applications. *Mater. Sci. Eng. R Rep*. 2010. Vol. 70. Iss. 3–6. P. 63–91. DOI: 10.1016/J.MSER.2010.06.003.

9. Lan Y., Wang Y., Ren Z.F. Physics and applications of aligned carbon nanotubes. *Adv. Phys.* 2011. Vol. 60. Iss. 4. P. 553–678. DOI: 10.1080/00018732.2011.599963.

10. Los J., Zakharchenko K., Katsnelson M., Fasolino A. Melting temperature of grapheme. *Phys. Rev. B*. 2015. Vol. 91. P. 045415-1 – 045415-7. DOI: 10.1103/PhysRevB.91.045415.

11. Veselago V.G. Elektrodinamika veshchestv s odnovenno otritsatelnyimi znacheniyami ϵ i μ [The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of ϵ and μ]. *Uspekhi fizicheskikh nauk [Physics-Uspeski]*. 1967. Vol. 92. Iss. 3. P. 517–526 (In Russian).
12. Shelby R.A., Smith D.R., Schultz S. Experimental verification of a negative index of refraction. *Science*. 2001. Vol. 292. Iss. 5514. P. 77–79. DOI: 10.1126/science.1058847.
13. Zakharyev L.N., Lemanskiy A.A. K zadache difraktsii na “chernom” tele [On the problem of diffraction on a black body]. *Radiotekhnika i elektronika [Radio Engineering and Electronic Physics]*. 1969. Vol. 14. No 11. P. 1930–1932 (In Russian); Zakharyev L.N. *Rasseyaniye voln “chernymi” telami [Scattering Waves by Black Bodies]*. Moscow. Sovetskoe radio Publ. 1972. 288 p. (In Russian).
14. Bobrovnikskii Y.I., Tomilina T.M. Sound absorption and metamaterials: A review. *Acoustical Physics*. 2018. Vol. 64. No 5. P. 519–526. DOI: 10.1134/S1063771018040024.
15. Yablonovitch E., Gmitter T.J., Leung K.M. Photonic band structure: The face-centered-cubic case employing nonspherical atoms. *Phys. Rev. Lett.* 1991. Vol. 67. No 17. P. 2295–2299. DOI: 10.1103/PHYSREVLETT.63.1950.
16. Bogomolov V.N., Parfen'eva L.S., Smirnov I.A., Misiorek H., Jzowski A. Phonon propagation through photonic crystals-media with spatially modulated acoustic properties. *Physics of the Solid State*. 2002. Vol. 44. Iss. 1. P. 181–185.
17. Beaumont S.P. III-V Nanoelectronics. *Microelectronic Engineering*. 1996. Vol. 32. No 1–4. P. 283–295.
18. *Handbook of Biophotonics*. Eds. J. Popp, V. Tuchin, A. Chiou, S.H. Heinemann. Vol. 1. *Basics and Techniques*. Weinheim. Wiley-VCH. 2011. 665 p.
19. Goda K. Biophotonics and beyond. *APL Photonics*. 2019. Vol. 4. No 5. P. 050401-1 – 050401-4. DOI: 10.1063/1.5100614.
20. Shining Zhu, Xiang Zhang. Metamaterials: Artificial materials beyond nature. *National Science Review*. 2018. Vol. 5. Iss. 2. P. 131. DOI: 10.1093/nsr/nwy026.
21. *Acoustic Metamaterials and Phononic Crystals*. Ed. P.A. Deymier. Berlin. Heidelberg. Springer. 2013. 392 p.
22. Maldovan M. Sound and heat revolutions in phononics. *Nature*. 2013. Vol. 503. No 7475. P. 209–217. DOI: 10.1038/nature12608.
23. https://elementy.ru/novosti_nauki/432142/Fononika_otkryvaet_novye_vozmozhnosti_dlya_upravleniya_zvukom_i_teplovymi_potokami
24. Gorishnyy T., Maldovan M., Ullal Ch., Thomas E. Sound ideas. *Physics World*. 2005. Vol. 18. No 12. P. 24. DOI: 10.1088/2058-7058/18/12/30.
25. Bobrovnikskii Y.I. An acoustic metamaterial with unusual wave properties. *Acoustical Physics*. 2014. Vol. 60. No 4. P. 371–378. DOI: 10.1134/S1063771014040010.
26. Bobrovnikskii Y.I. Models and general wave properties of two-dimensional acoustic metamaterials and media. *Acoustical Physics*. 2015. Vol. 61. No 3. P. 255–264. DOI: 10.1134/S1063771015030045.
27. Fedotovskiy V.S. Poristaya sreda kak akusticheskiy metamaterial s otritsatelnyimi inertsionnymi i uprugimi svoystvami [A porous medium as an acoustic metamaterial with negative inertial and elastic properties]. *Akusticheskiy zhurnal [Acoustical Physics]*. 2018. Vol. 64. No 5. P. 547–553. DOI: 10.1134/S0320791918050027 (In Russian).
28. Cummer S.A., Christensen J., Alu A. Controlling sound with acoustic metamaterials. *Nature Reviews Materials*. 2016. Vol. 1. P. 16001-1 – 16001-13. DOI: 10.1038/natrevmats.2016.1
29. Moscatelli M., Comi C., Marigo J.J. On the dynamic behaviour of discrete metamaterials: From attenuation to energy localization. *Wave Motion*. 2021. Vol. 104. Article No 102733. DOI: 10.1016/j.wavemoti.2021.102733.
30. Guobiao Hu, Lihua Tang, Raj Das, Shiqiao Gao, Haipeng Liu. Acoustic metamaterials with coupled local resonators for broadband vibration suppression. *AIP Advances*. 2017. Vol. 7. P. 025211-1 – 025211-14. DOI: 10.1063/1.4977559.
31. Goffaux C., Sánchez-Dehesa J., Yeyati A.L., Lambin P., Khelif A., Vasseur J.O., Djafari-Rouhani B. Evidence of Fano-like interference phenomenon in locally resonant materials. *Phys. Rev. Lett.* 2002. Vol. 88. No 22. P. 225502-1 – 225502-4. DOI: 10.1103/PhysRevLett.88.225502.
32. Boblyov V.N., Grebnev P.A., Erofeev V.I., Kuzmin D.S., Monich D.V. *Zvukoizolyatsiya*

beskarkasnykh sendvich-paneley s pazogrebnevym soedineniem srednego sloya [Sound insulation of frameless sandwich panels with groove-type connection of the middle layer]. *Privolzhskiy nauchnyy zhurnal [The Privolzhsky Scientific Journal]*. 2020. No 3. P. 9–18 (In Russian).

33. *Patent na poleznuyu model № 171102. Zvukoizoliruyushchee ograzhdenie ponizhennoy pozharney opasnosti* [Sound proof enclosure of reduced fire danger]. V.N. Bobilyov, P.A. Grebnev, D.V. Monich, V.A. Tishkov, M.A. Pechnikov, A.V. Pechnikov. Priority 08.06.2016. Publication 22.05.2017. Bulletin No 15. 5 p. (In Russian).

34. *Patent na poleznuyu model № 194663. Zvukoizoliruyushchee ograzhdenie* [Sound proof enclosure]. V.N. Bobilyov, P.A. Grebnev, D.V. Monich, S.R. Popov. Priority 18.12.2019. Publication 22.04.2019. Bulletin No 35. (In Russian).

35. *Patent for an Invention No 2729945. Device for determining level of insulation of air noise by enclosing structure*. V.N. Bobylev, A.G. Boganik, P.A. Grebnev, Yu.S. Grigorev, A.A. Lashin, A.Ya. Livshits, D.V. Monich, A.A. Rodin, V.A. Tishkov, V.V. Fateev, D.L. Shchegolev. Priority 30.01.2019. Publication 13.08.2020. Bulletin No 23. 9 p.

36. Tomilina T.M., Bakhtin B.N., Afanasev K.M., Bobrovnikskii Y.I. Theoretical model and experimental study of an efficient resonance-type sound absorber for the middle frequency region. *Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics*. 2018. Vol. 82. No 5. P. 542–544. DOI: 10.3103/S1062873818050301.

37. Evans K.E. Auxetic polymers: A new range of materials. *Endeavour*. 1991. Vol. 15. Iss. 4. P. 170–174. DOI: 10.1016/0160-9327(91)90123-S.

38. Konyok D.A., Wojciechowski K.W., Pleskachevsky Yu., Shil'ko S.V. Materialy s otritsatelnyim koeffitsientom Puassona (obzor) [Materials with negative Poisson's ratio (review)]. *Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruksiy [Mech. Compos. Mater. Struct.]*. 2004. Vol. 10. No 1. P. 35–69 (In Russian).

39. Goldstein R.V., Gorodtsov V.A., Lisovenko D.S. Auxetic mechanics of crystalline materials. *Mechanics of Solids*. 2010. Vol. 45. No 4. P. 529–545. DOI: 10.3103/S0025654410040047.

40. Goldstein R.V., Gorodtsov V.A., Lisovenko D.S. Cubic auxetics. *Doklady Physics*. 2011. Vol. 56. No 7. P. 399–402.

41. Goldstein R.V., Gorodtsov V.A., Lisovenko D.S. Young's moduli and Poisson's ratios of curvilinear anisotropic hexagonal and rhombohedral nanotubes. Nanotubes-auxetics. *Doklady Physics*. 2013. Vol. 58. No 9. P. 400–404.

42. Goldstein R.V., Gorodtsov V.A., Lisovenko D.S. Rayleigh and Love surface waves in isotropic media with negative Poisson's ratio. *Mechanics of Solids*. 2014. Vol. 49. No 4. P. 422–434. DOI: 10.3103/S0025654414040074.

43. Krasavin V.V., Krasavin A.V. Auxetic properties of cubic metal single crystals. *Phys. Status Solidi B*. 2014. Vol. 251. No 11. P. 2314–2320. DOI: 10.1002/pssb.201451129.

44. Zhou L., Jiang H. Auxetic composites made of 3D textile structure and polyurethane foam. *Phys. Status Solidi B*. 2016. Vol. 253. No 7. P. 1331–1341. DOI: 10.1002/pssb.201670544.

45. Lethbridge Z.A.D., Walton R.I., Marmier A., Smith C.W., Evans K.E. Elastic anisotropy and extreme Poisson's ratios in single crystals. *Acta Mater*. 2010. Vol. 58. Iss. 19. P. 6444–6451. DOI: 10.1016/j.actamat.2010.08.006.

46. Zubov V.G., Firsova M.M. Ob osobennostyakh uprugogo povedeniya kvartsa v oblasti α - β -perekhoda [Properties of quartz near the α - β -transition]. *Kristallografiya [Crystallography]*. 1962. Vol. 7. No 3. P. 469–471 (In Russian).

47. Yang W. Review on auxetic materials. *J. Mater. Sci*. 2004. Vol. 39. Iss. 10. P. 3269–3279. DOI: 10.1023/B:JMSC.0000026928.93231.E0.

48. Hall L.J., Coluci V.R., Galvão D.S., Kozlov M.E., Zhang M., Dantas S.O., Baughman R.H. Sign change of Poisson's ratio for carbon nanotube sheets. *Science*. 2008. Vol. 320. No 5875. P. 504–507. DOI: 10.1126/science.1149815.

49. Zaitsev V.Yu., Radostin A.V., Pasternak E., Dyskin A.V. Extracting real-crack properties from non-linear elastic behavior of rocks: Abundance of cracks with dominating normal compliance and rocks with negative Poisson ratios. *Nonlinear Processes in Geophysics*. 2017. Vol. 24. Iss. 3. P. 543–551. DOI: 10.5194/npg-24-543-2017.

50. Eringen A.C. *Microcontinuum Field Theories*. Vol. 1. *Foundation and Solids*. New York. Springer. 1999. 325 p.

51. Lisina S.A., Potapov A.I. Generalized continuum models in nanomechanics. *Doklady Physics*. 2008. Vol. 53. No 5. P. 275–277.
52. *Mechanics of Generalized Continua. One Hundred Years After the Cosserats*. Eds. G.A. Maugin, A.V. Metrikine. New York. Springer-Verlag. 2010. 358 p.
53. Berglund K. Structural models of micropolar media. In: *Mechanics of Micropolar Media*. Eds. O. Brulin, R.K.T. Hsieh. Singapore. World Scientific. 1982. P. 35–86. https://doi.org/10.1142/9789812797247_0002.
54. Pavlov I.S., Potapov A.I. Structural models in mechanics of nanocrystalline media. *Doklady Physics*. 2008. Vol. 53. No 7. P. 408–412. DOI: 10.1134/S1028335808070161.
55. Erofeev V.I., Pavlov I.S. Structural modeling of metamaterials. *Advanced Structured Materials*. 2021. Vol. 144. P. 209–222.
56. Erofeev V.I., Pavlov I.S., Leontyev N.V. Matematicheskaya model dlya issledovaniya nelineynykh volnovykh protsessov v dvumernoy zernistoy srede iz sfericheskikh chastits [The mathematical model for investigation of nonlinear wave processes in a 2D granular medium consisting of spherical particles]. *Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruksiy* [Mech. Compos. Mater. Struct.]. 2013. Vol. 19. No 3. P. 299–313. (In Russian).
57. Broberg K.B. The cell model of materials. *Computational Mechanics*. 1997. Vol. 19. Iss. 6. P. 447–452.
58. Pouget J., Askar A., Maugin G.A. Lattice model for elastic ferroelectric crystals: microscopic approach. *Phys. Rev. B*. 1986. Vol. 33. No 9. P. 6304–6325.
59. Pouget J., Maugin G.A. Nonlinear dynamics of oriented elastic solid. Part 1. Basic equations. *J. Elast.* 1989. Vol. 22. Iss. 1-2. P. 135–155; Pouget J., Maugin G.A. Nonlinear dynamics of oriented elastic solid. Part 2. Propagation of solitons. *J. Elast.* 1989. Vol. 22. P. 157–183.
60. Pavlov I.S. Acoustic identification of the anisotropic nanocrystalline medium with non-dense packing of particles. *Acoustical Physics*. 2010. Vol. 56. No 6. P. 924–934. DOI: 10.1134/S1063771010060175.
61. Pavlov I.S., Vasiliev A.A., Porubov A.V. Dispersion properties of the phononic crystal consisting of ellipse-shaped particles. *Journal of Sound and Vibration*. 2016. Vol. 384. P. 163–176. DOI: 10.1016/j.jsv.2016.08.012.
62. Erofeev V.I., Pavlov I.S., Vasiliev A.A., Porubov A.V. Dispersion properties of a closed-packed lattice consisting of round particles. In: *Generalized Models and Non-classical Approaches in Complex Materials 2*. Eds. H. Altenbach, J. Pouget, M. Rousseau et al. Springer International Publishing AG. 2018. P. 101–117.
63. Vasiliev A.A., Pavlov I.S. Modeli i nekotorye svoystva treugolnykh reshetok Kossera s khiralnoy mikrostrukturoy [Models and some properties of Cosserat triangular lattices with chiral microstructure]. *Pisma o materialakh* [Letters on Materials]. 2019. Vol. 9. No 1(33). P. 45–50. DOI: 10.22226/2410-3535-2019-1-45-50 (In Russian).
64. Vasiliev A.A., Pavlov I.S. Auxetic properties of hiral hexagonal Cosserat lattices composed of finite-sized particles. *Physica Status Solidi B: Basic Solid State Physics*. 2020. Vol. 257. No 3. P. 1900389-1 – 1900389-5. DOI: 10.1002/pssb.201900389.
65. Pavlov I.S., Erofeev V.I., Muravieva A.V., Vasiliev A.A. Ob otsenke skorosti rotatsionnykh voln v prostoy kubicheskoy reshetke kristalla fullerita [On estimation of the rotational wave velocity in a simple cubic lattice of a fullerite crystal]. *Izvestiya Rossiyskoy Akademii nauk. Seriya Fizicheskaya* [Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics]. 2021. Vol. 85. No 6. P. 895–900. DOI: 10.31857/S0367676521060193. (In Russian).
66. Bogdanov A.H., Skvortsov A.T. Nelineynye sdvigovye volny v zernistoy srede [Nonlinear shear waves in a granular medium]. *Akusticheskii zhurnal* [Acoustical Physics]. 1992. Vol. 38. No 3. P. 408–412 (In Russian).
67. Chang C.S., Ma L. A micromechanical-based micropolar theory for deformation of granular solids. *Int. J. Solids and Struct.* 1994. Vol. 28. Iss. 1. P. 67–87. DOI: 10.1016/0020-7683(91)90048-K.
68. Christoffersen J., Mehrabadi M.M., Nemat-Nasser S.A. A micromechanical description of granular material behavior. *J. Appl. Mech.* 1981. Vol. 48. No 2. P. 339–344. DOI: 10.1115/1.3157619.
69. Sargsyan S.H. Micropolar beam model for nanocrystalline material consisting of linear chains of atoms. *Phys. Mesomech.* 2017. Vol. 20. No 4. P. 425–431. DOI: 10.1134/S1029959917040075.

70. Ostoja-Starzewski M., Sheng P.Y., Alzebedeh K. Spring network models in elasticity and fracture of composites and polycrystals. *Comput. Mater. Sci.* 1996. Vol. 7. Iss. 1-2. P. 82–93. DOI: 10.1016/S0927-0256(96)00064-X.
71. Suiker A.S.J., Metrikine A.V., de Borst R. Comparison of wave propagation characteristics of the Cosserat continuum model and corresponding discrete lattice models. *Int. J. Solids Struct.* 2001. Vol. 38. Iss. 9. P. 1563–1583. DOI: 10.1016/S0020-7683(00)00104-9.
72. Vasiliev A.A., Miroshnichenko A.E., Dmitriev S.V. Multi-field modeling of a Cosserat lattice: models, wave filtering, and boundary effects. *European Journal of Mechanics – A/Solids*. 2014. Vol. 46. P. 96–105. DOI: 10.1016/j.euromechsol.2014.02.011.
73. Potapov A.I., Pavlov I.S., Lisina S.A. Acoustic identification of nanocrystalline media. *J. Sound Vib.* 2009. Vol. 322. Iss. 3. P. 564–580. DOI: 10.1016/j.jsv.2008.09.031.
74. Vasiliev A.A., Pavlov I.S. Discrete and generalized continuum dynamical models of tetrachiral Cosserat lattices with finite-sized particles. *Mechanics Research Communications*. 2021. Vol. 115. P. 103732-1 – 103732-18. DOI: 10.1016/j.mechrescom.2021.103732.
75. Tee K.F., Spadoni A., Scarpa F., Ruzzene M. Wave propagation in auxetic tetrachiral honeycombs. *J. Vib. Acoust.* 2010. Vol. 132. No 3. P. 031007-1 – 031007-8.
76. Spadoni A., Ruzzene M. Elasto-static micropolar behavior of a chiral auxetic lattice. *J. Mech. Phys. Solids*. 2012. Vol. 60. Iss. 1. P. 156–171. DOI: 10.1016/j.jmps.2011.09.012.
77. Bryukhanov I.A., Gorodtsov V.A., Lisovenko D.S. Chiral Fe nanotubes with both negative Poisson's ratio and Poynting's effect. Atomistic simulation. *Phys.: Condens. Matter*. 2019. Vol. 31. No 47. Article No 475304. DOI: 10.1088/1361-648X/ab3a04.
78. Erofeev V.I., Pavlov I.S. Parametric identification of crystals having a cubic lattice with negative Poisson's ratios. *J. Appl. Mech. Tech. Phys.* 2015. T. 56. № 6. C. 1015–1022. DOI: 10.1134/S0021894415060115.
79. Attard D., Grima J.N. Auxetic behaviour from rotating rhombi. *Phys. Status Solidi B*. 2008. Vol. 245. No 11. P. 2395–2404. DOI: 10.1002/pssb.200880269.
80. Grima J.N., Farrugia P.-S., Gatt R., Attard D. On the auxetic properties of rotating rhombi and parallelograms: a preliminary investigation. *Phys. Status Solidi B*. 2008. Vol. 245. No 3. P. 521–529. DOI: 10.1002/pssb.200777705.
81. Narojczyk J.W., Wojciechowski K.W. Elastic properties of degenerate f.c.c. crystal of polydisperse soft dimers at zero temperature. *J. Non. Cryst. Solids*. 2010. Vol. 356. No 37–40. P. 2026–2032. DOI: 10.1016/j.jnoncrysol.2010.05.080.
82. Novikov V.V., Wojciechowski K.W. Negative Poisson coefficient of fractal structures. *Phys. Solid State*. 1999. Vol. 41. No 12. P. 1970–1975. DOI: 10.1134/1.1131137.
83. Goldstein R.V., Gorodtsov V.A., Lisovenko D.S. The elastic properties of hexagonal auxetics under pressure. *Phys. Status Solidi B*. 2016. Vol. 253. No 7. P. 1261–1269. DOI: 10.1002/pssb.201600054.
84. Wojciechowski K.W. Negative Poisson ratios at negative pressures. *Mol. Phys. Rep.* 1995. Vol. 10. P. 129–136.
85. Andrianov I.V., Kholod E.G., Weichert D. Application of quasi-continuum models for perturbation analysis of discrete kinks. *Nonlinear Dyn.* 2012. Vol. 68. P. 1–5. DOI: 10.1007/s11071-011-0198-9.
86. Nowacki W. *Teoria sprężystości*. Warszawa. Państwowe Wydawnictwo Naukowe. 1973. 769 s. (Polski).
87. Askes H., Aifantis E.C. Gradient elasticity in statics and dynamics: An overview of formulations, length scale identification procedures, finite element implementations and new results. *Int. J. Solids Struct.* 2011. Vol. 48. Iss. 13. P. 1962–1990. DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2011.03.006.
88. Grekova E., Porubov A., Dell'Isola F. Reduced linear constrained elastic and viscoelastic homogeneous Cosserat media as acoustic metamaterials. *Symmetry*. 2020. Vol. 12. No 4. P. 521–543. DOI: 10.3390/SYM12040521.
89. Bigoni D., Guenneau S., Movchan A.B., Brun M. Elastic metamaterials with inertial locally resonant structures: Application to lensing and localization. *Phys. Rev. B*. 2013. Vol. 87. P. 174303-1 – 174303-6. DOI: 10.1103/PhysRevB.87.174303.
90. Zhou X., Liu X., Hu G. Elastic metamaterials with local resonances: An overview. *Theor. Appl. Mech. Lett.* 2012. Vol. 2. Iss. 4. P. 041001-1 – 041001-12. DOI: 10.1063/2.1204101.

91. di Cosmo F., Laudato M., Spagnuolo M. Acoustic metamaterials based on local resonances: Homogenization, optimization and applications. In: *Generalized Models and Non-classical Approaches in Complex Materials 1*. 2018. P. 247–274. DOI: 10.1007/978-3-319-72440-9_12.
92. Cai W., Shalaev V. Optical properties of metal-dielectric composites. In: *Optical Metamaterials: Fundamentals and Applications*. New York. Springer. 2010. P. 11–37. DOI: 10.1007/978-1-4419-1151-3.
93. Pendry J.B., Schurig D., Smith D.R. Controlling electromagnetic fields. *Science*. 2006. Vol. 312. Iss. 5781. P. 1780–1782. DOI: 10.1126/science.1125907.
94. Leonhardt U. Optical conforming mapping. *Science*. 2006. Vol. 312. Iss. 5781. P. 1777–1780. DOI: 10.1126/science.1126493.
95. Pendry J.B., Smith D.R. Reversing light with negative refraction. *Physics Today*. 2004. Vol. 57. Iss. 6. P. 37–43. DOI: 10.1063/1.1784272.
96. Pendry J.B. Negative refraction makes a perfect lens. *Phys. Rev. Lett.* 2000. Vol. 85. No 18. P. 3966–3969. DOI: 10.1103/PhysRevLett.85.3966.
97. Fedotov V.A., Rose M., Prosvirnin S.L., Papasimakis N., Zheludev N.I. Sharp trapped-mode resonances in planar metamaterials with a broken structural symmetry. *Phys. Rev. Lett.* 2007. Vol. 99. P. 147401-1 – 147401-4. DOI: 10.1103/PhysRevLett.99.147401.
98. Alu A. Mantle cloak: Invisibility induced by a surface. *Phys. Rev. B*. 2009. Vol. 80. No 24. P. 245115-1 – 245115-5. DOI: 10.1103/PhysRevB.80.245115.
99. Zeng S., Baillargeat D., Ho-Pui H., Yong K.-T. et al. Nanomaterials enhanced surface plasmon resonance for biological and chemical sensing applications. *Chemical Society Reviews*. 2014. Vol. 43. No 10. P. 3426–3452. DOI: 10.1039/c3cs60479a.
100. Ozbay E. Plasmonics: merging photonics and electronics at nanoscale dimensions. *Science*. 2006. Vol. 311. P. 189–193. DOI: 10.1126/science.1114849.
101. Barnes W.L., Dereux A., Ebbesen T.W. Surface plasmon subwavelength optic. *Nature*. 2003. Vol. 424. P. 824–830. DOI: 10.1038/nature01937.
102. Davidovich M.V. Hyperbolic metamaterials: production, properties, applications, and prospects. *Physics-Uspokhi*. 2019. Vol. 62. P. 1173–1207. DOI: 10.3367/UFNe.2019.08.038643.
103. Zhukovsky S.V., Andryieuski A., Sipe J.E., Lavrinenko A.V. From surface to volume plasmons in hyperbolic metamaterials: General existence conditions for bulk high-k waves in metal-dielectric and graphene-dielectric multilayers. *Phys. Rev. B*. 2014. Vol. 90. No 264. P. 155429-1 – 155429-9. DOI: 10.1103/PhysRevB.90.155429.
104. Mahmoodi M., Tavassoli S.H., Takayama O., Sukham J., Malureanu R., Lavrinenko A.V. Existence conditions of high-k modes in finite hyperbolic metamaterials. *Laser Photon. Rev.* 2019. Vol. 13. Iss. 3. P. 1800253-1 – 1800253-13. DOI: 10.1002/lpor.201800253.
105. Takayama O., Lavrinenko A.V. Optics with hyperbolic materials. *J. Opt. Soc. Am.* 2019. Vol. 36. Iss. 8. P. F36–F48. DOI: 10.1364/JOSAB.36.000F38.
106. Thongrattanasiri S. Computational nanooptics in hyperbolic metamaterials and plasmonic structures. *Doctor of Philosophy in Physics: Dissertation*. Oregon. USA. 2010. 130 p.
107. Zaitsev A., Demchenko P., Makarova E., Tukmakova A., Kablukova N., Asach A., Novotelnova A., Khodzitsky M. Hyperbolic bismuth-dielectric structure for terahertz photonics. *Phys. Status Solidi-R*. 2020. Vol. 14. No 7. P. 2000093-93 – 2000093-98. DOI: 10.1002/pssr.202000093.

**MECHANICS AND ACOUSTICS OF METAMATERIALS:
MATHEMATICAL MODELING, EXPERIMENTAL RESEARCH,
PROSPECTS FOR APPLICATION IN MECHANICAL ENGINEERING**

Erofeev V.I.^{1,2}, Pavlov I.S.^{1,2}

¹*Mechanical Engineering Research Institute of the Russian Academy of Sciences –
Branch of Federal Research Center “Institute of Applied Physics of the RAS”,
Nizhny Novgorod, Russian Federation*

²*National Research Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod,
Nizhny Novgorod, Russian Federation*

An overview of modern publications on acoustic and mechanical metamaterials is presented. The most important characteristic feature of metamaterials is the presence of frequency band gaps in them, i.e. such frequencies at which the waves cannot propagate in the material. This feature has played a major role in the creation of acoustic metamaterials that are successfully used to absorb sound, to damp vibration and shock effects, and to make devices preventing the propagation of waves on a given frequency in certain directions.

Such representatives of mechanical metamaterials as auxetics – materials, at least one of the Poisson's ratios of which is negative, have also proven themselves as advanced materials for practical applications. They are distinguished by high consumer value (low density, high strength, nice insulating properties).

In addition to acoustics and mechanics, in recent years there has been a significant increase in interest in the creation of materials that make it possible to control the flow of light or electromagnetic waves.

It has been also noted that the development of new metamaterials is in high demand for the aerospace and automotive industries, as well as for biomedical applications.

Two basic methods for modeling of metamaterials are considered: the continual-phenomenological description and the structural modeling. Their advantages and disadvantages are listed. The structural modeling method enables one establishing an analytical relationship between the medium macroconstants and its microstructure parameters. As a result, there appears a possibility both to get an idea of the qualitative influence of the microstructure of the medium on its effective elastic moduli and to estimate quantitatively these constants, as well as to find the ranges of values of the microstructure parameters at which the medium possesses unique physical and mechanical properties.

Keywords: metamaterials, microstructure, structural modeling, photonic and phononic crystals, auxetics.