

УДК 531.391

DOI: 10.32326/1814-9146-2021-83-3-335-343

**ПОСТРОЕНИЕ ГРАНИЦ ОБЛАСТЕЙ УСТОЙЧИВОСТИ РЕЖИМА
СТАЦИОНАРНОГО ВРАЩЕНИЯ РОТОРНОЙ СИСТЕМЫ
С ЖИДКОСТЬЮ, ОСЬ КОТОРОЙ РАСПОЛОЖЕНА
В АНИЗОТРОПНЫХ ЗАКРЕПЛЕНИЯХ**

© 2021 г.

Дерендяев Д.Н., Дерендяев Н.В.

*Национальный исследовательский Нижегородский государственный
университет им. Н.И. Лобачевского, Нижний Новгород, Российская Федерация*

derendyaevdm@mail.ru

Поступила в редакцию 29.04.2021

Ранее авторами было проведено обобщение оригинального метода исследования устойчивости стационарного вращения роторных систем, содержащих вязкую несжимаемую жидкость, ось которых находится в изотропных креплениях, на случай, когда вязкоупругие крепления оси роторной системы анизотропны. Обобщение опирается на две теоремы, которые говорят о том, что нахождение условий устойчивости таких систем связано с возможностью осуществления движения типа эллиптической прецессии и при таком движении существует специальная неинерциальная система отсчета, в которой гидродинамические элементы системы периодически изменяются во времени. Исследование таких движений позволяет строить границы областей с различной степенью неустойчивости, в частности, границы областей устойчивости режима стационарного вращения в пространстве параметров задачи.

В настоящей статье проведено построение границ областей устойчивости для случаев, когда крепления оси ротора анизотропны. В пространстве параметров креплений получена параметрически заданная D -кривая как функция безразмерной частоты прецессии ротора. Рассмотрены два наиболее интересных случая: анизотропная жесткость креплений (демпфирование при этом изотропно) и изотропная жесткость креплений при анизотропном демпфировании. Полученные результаты сопоставлены с известными результатами для случая изотропных креплений оси ротора.

Показано, что анизотропия креплений, которая всегда присутствует в реальных роторных системах из-за несовершенства технологий производства креплений, не приводит к негативным эффектам. Более того, с помощью полученных D -кривых можно получить технологические допуски для производства креплений, используя то, что известно допустимое отклонение значения жесткости или демпфирования по осям.

Ключевые слова: роторная система, полость с вязкой жидкостью, режим стационарного вращения, устойчивость и автоколебания.

Введение

Исследование устойчивости вращения роторных систем, содержащих жидкость, – достаточно сложная задача, представляющая значительный интерес для различных технических приложений таких систем [1–14]. Ранее был предложен метод исследования устойчивости этих систем для случая, когда закрепления оси ротора изотропны [15–20]. Было показано, что наибольший интерес для исследования таких систем представляет возможность осуществимости движения типа круговой прецессии. В пространстве параметров задачи можно построить параметрически заданную кривую, которая разделяет пространство параметров на области с различной степенью неустойчивости.

В дальнейшем было выполнено обобщение метода на случай анизотропных закреплений оси ротора [21]. В основе обобщения лежит утверждение о том, что в случае анизотропных закреплений оси ротора появляется возможность эллиптической прецессии [21].

В настоящей статье приводится построение границ областей устойчивости на плоскости параметров задачи для наиболее интересных случаев: когда закрепления оси ротора имеют анизотропную жесткость, но при этом демпфирование закреплений изотропно, а также обратный случай. На основе разбиения плоскости параметров, полученного для изотропного случая [15–20], проведено сопоставление результатов в анизотропном и изотропном случаях.

1. Система бифуркационных значений параметров

В публикациях [15–20] была исследована устойчивость стационарного вращения роторной системы с жидкостью в случае изотропных закреплений. В ходе исследования были получены теоремы, в которых установлено, что смене степени устойчивости вращения отвечает круговая прецессия цилиндра в специальной системе отсчета [20]. Также были получены выражения для гидродинамических сил $\tilde{F}_\xi(\omega, \varepsilon)$ и $\tilde{F}_\eta(\omega, \varepsilon)$, действующих на цилиндр [20].

В дальнейшем метод был обобщен на случай анизотропных закреплений оси ротора [15]. Было установлено, что при анизотропии закреплений центр сечения ротора в специально выбранной системе отсчета $O_2\xi_1\eta_1$ (рис. 1) описывает эллипс на частоте ω или $-\omega$.

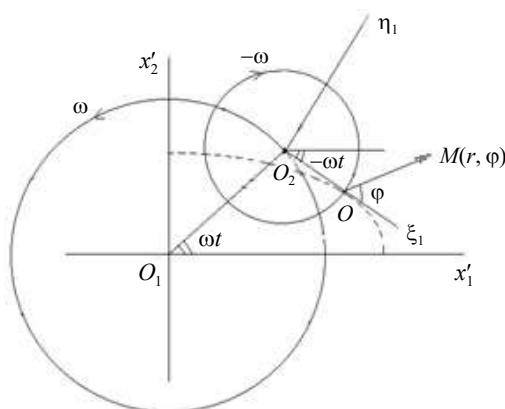


Рис. 1. Неинерциальная система отсчета $O_2\xi_1\eta_1$

Точка O_1 является центром цикла, а точка O_2 – центром эпицикла с радиусами ε_1 и ε_2 соответственно. Оси системы $O_1x'_1x'_2$ повернуты относительно лабораторной системы на угол α .

Была доказана теорема о том, что решение гидродинамической задачи для случая эллиптической прецессии представляет собой суперпозицию решений для двух круговых прецессий [21].

В [21, 22] с использованием подстановки выражений для гидродинамических сил, действующих на цилиндр, в уравнения движения цилиндра в системе $O_1x'_1x'_2$ получена конечная система уравнений, которая содержит параметры роторной системы, отвечающие смене степени устойчивости вращения роторной системы:

$$\begin{cases} -M\omega^2(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) = F_\xi(\omega, \varepsilon_2) + F_\xi(-\omega, \varepsilon_1) - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)K^{(1)} + \\ \quad + (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)(\omega/2)\sin 2\alpha(H_1 - H_2), \\ -M\omega^2(\varepsilon_2 - \varepsilon_1) = F_\xi(\omega, \varepsilon_2) - F_\xi(-\omega, \varepsilon_1) - (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)(K^{(2)} - \\ \quad - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)(\omega/2)\sin 2\alpha(H_1 - H_2), \\ F_\eta(-\omega, \varepsilon_1) - F_\eta(\omega, \varepsilon_2) + (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)((K_1 - K_2)/2)\sin 2\alpha + \\ \quad + \omega(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)H^{(1)} = 0, \\ F_\eta(\omega, \varepsilon_2) + F_\eta(-\omega, \varepsilon_1) + (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)((K_1 - K_2)/2)\sin 2\alpha - \\ \quad - \omega(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)H^{(2)} = 0, \end{cases} \quad (1)$$

где M – масса ротора; $K_{1,2}$, $H_{1,2}$ – анизотропные коэффициенты жесткости и демпфирования закреплений оси ротора соответственно, $K^{(1)} = K_1\cos^2\alpha + K_2\sin^2\alpha$, $K^{(2)} = K_1\sin^2\alpha + K_2\cos^2\alpha$, $H^{(1)} = H_1\cos^2\alpha + H_2\sin^2\alpha$, $H^{(2)} = H_1\sin^2\alpha + H_2\cos^2\alpha$.

Рассмотрим два наиболее показательных случая: анизотропной является только жесткость закреплений оси ротора, или же, наоборот, анизотропным является только демпфирование закреплений оси.

2. Исследование устойчивости вращения в случае анизотропной жесткости

Положим в системе (1) $H_1 = H_2 = H$ и приведем ее к безразмерному виду, введя новые параметры закреплений $K_1^* = K_1/(m\Omega^2)$, $K_2^* = K_2/(m\Omega^2)$. Из полученной системы легко определяются выражения $f^K = K_1^* - K_2^*$ и $g^K = K_1^* + K_2^*$ как функции безразмерной частоты прецессии ротора $\tau = \omega/\Omega$:

$$\begin{cases} f^K(\tau) = 2 \left[(\tilde{F}_\eta(\tau) - \tau H^*)(\tilde{F}_\eta(-\tau) + \tau H^*) \left(\frac{\tilde{F}_\xi(\tau) - \tilde{F}_\xi(-\tau)}{\tilde{F}_\eta(\tau) + \tilde{F}_\eta(-\tau) - 2\tau H^*} + 1 \right) \right]^{1/2}, \\ g^K(\tau) = 2 \left[\left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \right)^2 - 1 \right]^{-1} \left(\frac{M\tau^2}{m} \left[\left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \right)^2 - 1 \right] + \left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \right)^2 \tilde{F}_\xi(-\tau) - \tilde{F}_\xi(\tau) \right), \end{cases} \quad (2)$$

где $H^* = H/(m\Omega)$.

Используя систему (2), легко получить выражения для переменных $K_1^*(\tau)$, $K_2^*(\tau)$:

$$K_1^*(\tau) = \frac{f^K(\tau) + g^K(\tau)}{2}, \quad K_2^*(\tau) = -\frac{f^K(\tau) - g^K(\tau)}{2}.$$

Эти формулы параметрически определяют D -кривую в плоскости параметров жесткости закреплений при фиксированных значениях прочих параметров системы.

3. Построение границ областей устойчивости в случае анизотропной жесткости

Опираясь на выражения для коэффициентов жесткости, полученные в п. 2 для случая, когда демпфирование закреплений изотропно, на плоскости параметров K_1^* , K_2^* можно построить бифуркационную кривую, заданную параметрически (параметр τ).

В [20] приведена бифуркационная кривая, полученная для случая изотропных закреплений. При сопоставлении бифуркационных кривых, полученных для случая анизотропных закреплений, с кривыми для изотропного случая удобно воспользоваться прорисовкой бифуркационной кривой, изображенной на рис. 2.

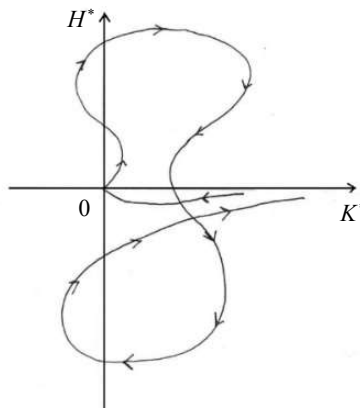


Рис. 2. Прорисовка бифуркационной кривой для изотропного случая

На рис. 3 показано разбиение плоскости параметров жесткости для различных значений H^* : a – для $H^* = 0,17$; b – $H^* = 1,6$. Прочие параметры системы зафиксированы: $E = \nu/(\Omega a^2) = 10^{-5}$, $b/a = 0,5$, $M/m = 1,68$.

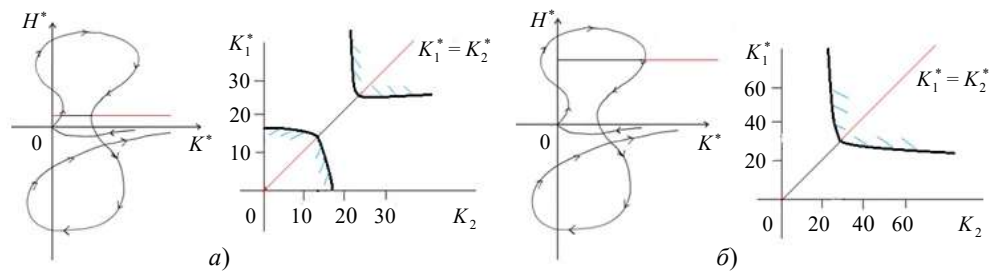


Рис. 3. Разбиение плоскости K_1^* , K_2^* на области с различной степенью неустойчивости

Красным цветом отмечена та часть биссектрисы координатного угла, которая отвечает области устойчивости. В случае введения анизотропии эта часть биссектрисы «расползается», что отмечено на части рисунка, отвечающей разбиению плоскости K_1^* , K_2^* .

При различных значениях H^* получено соответствующее значение (или значения) K^* . Этим значениям отвечает точка на биссектрисе координатного угла на

плоскости K_1^*, \tilde{K}_2^* ($K_1^* = K_2^*$ в изотропном случае). Таким образом, в изотропном случае происходит разбиение биссектрисы координатного угла на части, отвечающие различным степеням неустойчивости. При введении в систему анизотропии жесткости происходит «расползание» области устойчивости с биссектрисы координатного угла. Поведение бифуркационной кривой в окрестностях точек ветвления на биссектрисе координатного угла – это отдельный вопрос, рассмотренный в [23].

4. Исследование устойчивости вращения в случае анизотропного демпфирования

Положим в системе (1) $K_1 = K_2 = K$. В этом случае можно получить систему для выражений вида $f^H(\tau) = H_1^* - H_2^*$ и $g^H(\tau) = H_1^* + H_2^*$:

$$\left\{ \begin{array}{l} (f^H(\tau))^2 = \frac{4(\varepsilon_1/\varepsilon_2)^2}{(1-(\varepsilon_1/\varepsilon_2)^2)^2 \tau^2} \left[(\tilde{F}_\eta(\tau) + \tilde{F}_\eta(-\tau))^2 + \right. \\ \left. + \left(2\frac{M}{m}\tau^2 - 2K^* + \tilde{F}_\xi(\tau) + \tilde{F}_\xi(-\tau) \right)^2 \right], \\ g^H(\tau) = 2\frac{\tilde{F}_\eta(\tau) + (\varepsilon_1/\varepsilon_2)^2 \tilde{F}_\eta(-\tau)}{\tau(1-(\varepsilon_1/\varepsilon_2)^2)}. \end{array} \right. \quad (3)$$

Здесь

$$\left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \right)^2 = -\frac{\tilde{F}_\xi(\tau) + (M/m)\tau^2 - K^*}{\tilde{F}_\xi(-\tau) + (M/m)\tau^2 - K^*}, \quad K^* = \frac{K}{m\Omega^2}, \quad H_1^* = \frac{H_1}{m\Omega}, \quad H_2^* = \frac{H_2}{m\Omega}.$$

Из системы (3) получаются выражения для H_1^* и H_2^* как функций безразмерной частоты прецессии ротора:

$$H_1^*(\tau) = \frac{f^H(\tau) + g^H(\tau)}{2}, \quad H_2^*(\tau) = -\frac{f^H(\tau) - g^H(\tau)}{2}.$$

Эти формулы определяют параметрически (с параметром τ) D -кривую в плоскости параметров демпфирования закреплений при фиксированных значениях прочих параметров.

5. Построение границ областей устойчивости в случае анизотропного демпфирования

Из системы (3) при различных значениях K^* можно получить соответствующее значение (или значения) H^* . Этим значениям отвечают точки на биссектрисе координатного угла плоскости H_1^*, H_2^* . Происходит «расползание» области устойчивости с биссектрисы координатного угла аналогично тому, как было в случае анизотропной жесткости закреплений оси ротора.

На рис. 4 показано разбиение плоскости параметров демпфирования закреплений для различных значений K^* : a – для $K^* = 40$; b – для $K^* = 20$. Прочие параметры системы не менялись ($E = \nu/(\Omega a^2) = 10^{-5}$, $b/a = 0,5$, $M/m = 1,68$). Красным цветом отмечена та часть биссектрисы координатного угла, которая отвечает области устойчивости. В случае введения анизотропии эта часть биссектрисы «расползается», что отмечено на части рисунка, отвечающей разбиению плоскости H_1^*, H_2^* .

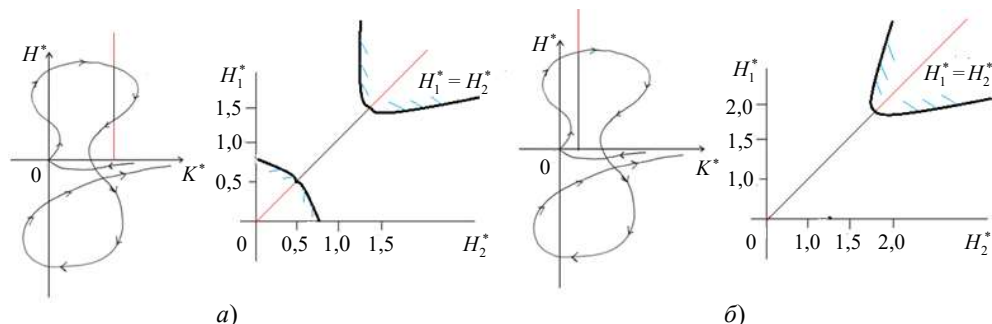


Рис. 4. Разбиение плоскости H_1^* , H_2^* на области с различной степенью неустойчивости

Заключение

Установлено, что наличие анизотропной жесткости в системе не приводит к негативным эффектам (см. рис. 3 и рис. 4). Напротив, учитывая, что никакая реальная конструкция закреплений не дает их абсолютно изотропной жесткости, можно получить допустимые значения отклонений жесткости по осям, которые не приводят к потере устойчивости вращения.

Показано, что наличие анизотропного демпфирования в системе не приводит к негативным эффектам (см. рис. 4). Опираясь на произведенные расчеты, можно получить допустимые значения отклонений коэффициентов демпфирования и жесткости по осям, которые не приводят к потере устойчивости вращения.

Список литературы

1. Kliem W., Pommer C., Stoustrup J. Stability of rotor systems: A complex modelling approach. *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Physik*. 1998. Vol. 49. Iss. 4. P. 644–655. DOI: 10.1007/s000000050113.
2. Villa C., Sinou J.-J., Thouverez F. Stability and vibration analysis of a complex flexible rotor bearing system. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*. 2008. Vol. 13. Iss. 4. P. 804–821. DOI: 10.1016/j.cnsns.2006.06.012.
3. Sun W., Yan Z., Tan T., Zhao D., Luo X. Nonlinear characterization of the rotor-bearing system with the oil-film and unbalance forces considering the effect of the oil-film temperature. *Nonlinear Dynamics*. 2018. Vol. 92. P. 1119–1145. DOI: 10.1007/s11071-018-4113-5.
4. Okabe E.P., Cavalca K.L. Rotordynamic analysis of systems with a non-linear model of tilting pad bearings including turbulence effects. *Nonlinear Dynamics*. 2009. Vol. 57. Iss. 4. P. 481–495.
5. Wang Y., Xiong X., Hu X. Vibration and stability analysis of a bearing-rotor system with transverse breathing crack and initial bending. *Machines*. 2021. Vol. 9. Iss. 4. <https://doi.org/10.3390/machines9040079>.
6. Guo Z., Kirk R. Instability boundary for rotor-hydrodynamic bearing systems. Part 1: Jeffcott rotor with external damping. *ASME. Journal of Vibration and Acoustics*. 2003. Vol. 125. No 4. P. 417–422. DOI: 10.1115/1.1547466.
7. Pietkiewicz P., Banaszek S., Żywica G. The stability loss of the rotor-slide bearings system under random load variations. *Journal of Vibroengineering*. 2017. Vol. 19. Iss. 7. P. 4921–4935. DOI: 10.21595/jve.2017.19349.
8. Firouz-Abadi R.D., Permoon M.R., Haddadpour H. On the instability of spinning cylindrical shells partially filled with liquid. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*. 2012. Vol. 12. No 3. Art. No 1250018. DOI: 10.1142/S0219455412500186.
9. Firouz-Abadi R.D., Noorian M.A., Haddadpour H. A fluid-structure interaction model for stability analysis of shells conveying fluid. *Journal of Fluids and Structures*. 2010. Vol. 26. Iss. 5. P. 747–763. DOI: 10.1016/j.jfluidstructs.2010.04.003.

10. Wang H., Chen C. Stability analysis of a rotor system with fluid applying wave resonance theory. *Physics of Fluids*. 2020. Vol. 32. Iss. 5. P. 054106-1–054106-9. DOI:10.1063/5.0011578.
11. Cruz J., Velazquez M., Chavez O. et al. Stability analysis of a rotor systems with flow forces. *Industrial and Robotic Systems: Latin American Symposium on Industrial and Robotic Systems (LASIRS 2019)*. 2020. P. 65–75. DOI: 10.1007/978-3-030-45402-9_8.
12. Бармина О.В., Никифоров А.Н., Татусь Н.А. Двумерное поверхностное движение синхронно и асинхронно вращающейся жидкости внутри ротора с радиальными перегородками. *Вестник научно-технического развития*. 2015. №12(100). С. 3–9.
13. Никифоров А.Н., Татусь Н.А., Шохин А.Е. О волновом резонансе экспериментальных роторов с маловязкой жидкостью и радиальными перегородками. *Вестник научно-технического развития*. 2015. №10(98). С. 51–59.
14. Дерендяев Н.В., Солдатов И.Н. Волновые резонансы и устойчивость вращения роторных систем, содержащих вязкую жидкость. *Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского*. 2011. №4(5). С. 2138–2139.
15. Дерендяев Н.В., Сандалов В.М. Об устойчивости стационарного вращения цилиндра, частичного заполненного вязкой несжимаемой жидкостью. *ПММ*. 1982. Т. 46. Вып. 4. С. 578–586.
16. Дерендяев Н.В. Об устойчивости стационарного вращения цилиндра, заполненного стратифицированной вязкой несжимаемой жидкостью. *ДАН СССР*. 1983. Т. 272. №5. С. 1073–1076.
17. Дерендяев Н.В., Сеняткин В.А. Условия устойчивости стационарного вращения цилиндра, заполненного слоисто-неоднородной вязкой несжимаемой жидкостью. *ПМТФ*. 1984. №1. С. 34–44.
18. Дерендяев Н.В. Бифуркация Андронова–Хопфа в динамике роторной системы, содержащей жидкость. *ДАН СССР*. 1988. Т. 301. №4. С. 798–801.
19. Derendyaev N.V., Vostrukhov A.V., Soldatov I.N. Stability and Andronov–Hopf bifurcation of steady-state motion of rotor system partly filled with liquid: continuous and discrete models. *Journal of Applied Mechanics*. 2006. Vol. 73. No 4. P. 580–589. DOI:10.1115/1.2164514.
20. Дерендяев Н.В. *Устойчивость вращения роторных систем, содержащих жидкость*. Нижний Новгород: Изд-во Нижегородского госуниверситета, 2014. 154 с.
21. Derendyaev N.V., Derendyaev D.N. Stability of steady rotation of rotor systems with fluid in the case of anisotropic fastening of the rotor axis. *Doklady Physics*. 2018. Vol. 63. Iss 7. P. 293–296. DOI: 10.1134/S1028335818070029.
22. Дерендяев Д.Н., Дерендяев Н.В. Исследование устойчивости стационарного вращения роторной системы с жидкостью, ось которой расположена в анизотропных закреплениях. *Проблемы прочности и пластичности*. 2021. Т. 83. №3. С. Р. 324–334. DOI: 10.32326/1814-9146-2021-83-3-324-334.
23. Дерендяев Н.В., Дерендяев Д.Н. Разветвление границ областей устойчивости режима стационарного вращения ротора с жидкостью, вызванное анизотропией закрепления его оси. *XII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики*: Аннот. докл. Уфа. 19–24 авг. 2019. Уфа: РИЦ БашГУ, 2019. 356 с.

References

1. Kliem W., Pommer C., Stoustrup J. Stability of rotor systems: A complex modelling approach. *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Physik*. 1998. Vol. 49. Iss. 4. P. 644–655. DOI: 10.1007/s000000050113.
2. Villa C., Sinou J.-J., Thouverez F. Stability and vibration analysis of a complex flexible rotor bearing system. *Comm. Nonlinear Sci. Numer. Simulat.* 2008. Vol. 13. Iss. 4. P. 804–821. DOI: 10.1016/j.cnsns.2006.06.012.
3. Sun W., Yan Z., Tan T., Zhao D., Luo X. Nonlinear characterization of the rotor-bearing system with the oil-film and unbalance forces considering the effect of the oil-film temperature. *Non-linear Dyn.* 2018. Vol. 92. P. 1119–1145. DOI: 10.1007/s11071-018-4113-5.
4. Okabe E.P., Cavalca K.L. Rotordynamic analysis of systems with a non-linear model of tilting pad bearings including turbulence effects. *Nonlinear Dyn.* 2009. Vol. 57. Iss. 4. P. 481–495.

5. Wang Y., Xiong X., Hu X. Vibration and stability analysis of a bearing-rotor system with transverse breathing crack and initial bending. *Machines*. 2021. Vol. 9. Iss. 4. <https://doi.org/10.3390/machines9040079>.
6. Guo Z., Kirk R. Instability boundary for rotor-hydrodynamic bearing systems. Part 1: Jeffcott rotor with external damping. *J. Vib. Acoust.* 2003. Vol. 125. No 4. P. 417–422. DOI: 10.1115/1.1547466.
7. Pietkiewicz P., Banaszek S., Żywica G. The stability loss of the rotor-slide bearings system under random load variations. *J. Vibroeng.* 2017. Vol. 19. Iss. 7. P. 4921–4935. DOI:10.21595/jve.2017.19349.
8. Firouz-Abadi R.D., Permoon M.R., Haddadpour H. On the instability of spinning cylindrical shells partially filled with liquid. *Int. J. Struct. Stab Dy.* 2012. Vol. 12. No 3. Art. No 1250018. DOI: 10.1142/S0219455412500186.
9. Firouz-Abadi R.D., Noorian M.A., Haddadpour H. A fluid-structure interaction model for stability analysis of shells conveying fluid. *Journal of Fluids and Structures*. 2010. Vol. 26. Iss. 5. P. 747–763. DOI: 10.1016/j.jfluidstructs.2010.04.003.
10. Wang H., Chen C. Stability analysis of a rotor system with fluid applying wave resonance theory. *Physics of Fluids*. 2020. Vol. 32. Iss. 5. P. 054106-1–054106-9. DOI:10.1063/5.0011578.
11. Cruz J., Velazquez M., Chavez O. et al. Stability analysis of a rotor systems with flow forces. *Industrial and Robotic Systems: Latin American Symposium on Industrial and Robotic Systems (LASIRS 2019)*. 2020. P. 65–75. DOI: 10.1007/978-3-030-45402-9_8.
12. Barmina O., Nikiforov A., Tatus' N. Two-dimensional surface motion of fluid rotating synchronously and asynchronously inside rotor with radial baffles. *Vestnik nauchno-tehnicheskogo razvitiya*. 2015. No 12(100). P. 3–9 (In Russian).
13. Nikiforov A., Tatus' N., Shokhin A. About wave resonance of experimental rotors with low-viscous fluid and radial baffles. *Vestnik nauchno-tehnicheskogo razvitiya*. 2015. No 10(98). P. 51–59 (In Russian).
14. Derendyaev N.V., Soldatov I.N. Volnovye rezonansy i ustoychivost vrashcheniya rotornykh sistem, soderzhashchikh vyazkuyu zhidkost [Wave resonances and rotation stability of rotary systems containing a viscous liquid]. *Vestnik Nizhegorodskogo universiteta imeni N.I. Lobachevskogo [Vestnik of Lobachevsky State University of Nizhni Novgorod]*. 2011. No 4(5). P. 2138–2139 (In Russian).
15. Derendyaev N.V., Sandalov V.M. Ob ustoychivosti statsionarnogo vrashcheniya tsilindra, chastichnogo zapolnennogo vyazkoy neszhimayemoy zhidkostyu [On the stability of stationary rotation of a cylinder partially filled with a viscous incompressible liquid]. *Prikladnaya matematika i mekhanika [Journal of Applied Mathematics and Mechanics]*. 1982. Vol. 46. Iss. 4. P. 578–586 (In Russian).
16. Derendyaev N.V. Ob ustoychivosti statsionarnogo vrashcheniya tsilindra, zapolnennogo stratifitsirovannoy vyazkoy neszhimayemoy zhidkostyu [Stability of steady-state rotation of a cylinder filled with a stratified viscous incompressible fluid]. *Doklady AN SSSR [Doklady Physics]*. 1983. Vol. 272. Iss. 5. P. 1073–1076.
17. Derendyaev N.V., Senyatin V.A. Usloviya ustoychivosti statsionarnogo vrashcheniya tsilindra, zapolnennogo sloisto-neodnorodnoy vyazkoy neszhimayemoy zhidkostyu [Stability conditions for stationary rotation of a cylinder full of a layered-inhomogeneous viscous incompressible liquid]. *Prikladnaya matematika i tekhnicheskaya fizika [Journal of Applied Mechanics and Technical Physics]*. 1984. No 1. P. 34–44 (In Russian).
18. Derendyaev N.V. Bifurkatsiya Andronova – Khopfa v dinamike rotornoy sistemy, soderzhashchey zhidkost [Andronov – Hopf bifurcation in the dynamics of a rotary system containing a liquid]. *Doklady AN SSSR [Doklady Physics]*. 1988. Vol. 301. No 4. P. 798–801 (In Russian).
19. Derendyaev N.V., Vostrukhov A.V., Soldatov I.N. Stability and Andronov – Hopf bifurcation of steady-state motion of rotor system partly filled with liquid: continuous and discrete models. *J. Appl. Mech.* 2006. Vol. 73. No 4. P. 580–589. DOI:10.1115/1.2164514.
20. Derendyaev N.V. *Ustoychivost vrashcheniya rotornykh sistem, coderzhashchikh zhidkost [Stability of Rotation of Rotary Systems Containing Liquid]*. Nizhny Novgorod. NNGU Publ. 2014. 154 p. (In Russian).
21. Derendyaev N.V., Derendyaev D.N. Stability of steady rotation of rotor systems with fluid in the case of anisotropic fastening of the rotor axis. *Doklady Physics*. 2018. Vol. 63. Iss 7. P. 293–296. DOI: 10.1134/S1028335818070029.

22. Derendyaev D.N., Derendyaev N.V. Issledovanie ustoychivosti statsionarnogo vrashcheniya rotornoy sistemy s zhidkostyu, os' kotoroy raspolozhena v anizotropnykh zakreplenyakh [Design of the boundaries of the stability regions the stationary rotation mode of a rotary system with a liquid, the axle of which is located in anisotropic fixings]. *Problemy prochnosti i plastichnosti [Problems of Strength and Plasticity]*. 2021. Vol. 83. No 3. P. 324–334 (In Russian).

23. Derendyaev N.V., Derendyaev D.N. Razvetvlenie granits oblastey ustoychivosti rezhima statsionarnogo vrashcheniya rotora s zhidkost'yu, vyzvannoe anizotropiey zakrepleniya ego osi [Branching of the boundaries of the stability regions of the stationary rotation mode of the rotor with a liquid caused by the anisotropy of its axis fixing]. *XII Vserossiyskiy s"ezd po fundamentalnym problemam teoreticheskoy i prikladnoy mekhaniki: Annotatsii dokladov [XII All-Russian Congress on Fundamental Problems of Theoretical and Applied Mechanics. Abstracts of Reports]*. Ufa. 19–24 Aug. 2019. Ufa. RITs BashGU Publ. 2019. 356 p. (In Russian).

**DESIGN OF THE BOUNDARIES OF THE STABILITY REGIONS
THE STATIONARY ROTATION MODE OF A ROTARY SYSTEM WITH A LIQUID,
THE AXLE OF WHICH IS LOCATED IN ANISOTROPIC FIXINGS**

Derendyaev D.N., Derendyaev N.V.

*National Research Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod,
Nizhny Novgorod, Russian Federation*

Earlier, the authors generalized the original method for studying the stability of stationary rotation of rotor systems containing a viscous incompressible fluid, the axis of which is located in isotropic anchors, in the case when the viscoelastic anchors of the axis of the rotor system are anisotropic. The generalization is based on two theorems that say that finding the stability conditions of such systems is associated with the possibility of elliptical precession-type motion, and with such motion there is a special non-inertial reference frame in which the hydrodynamic elements of the system periodically change in time.

The study of such movements allows us to construct the boundaries of regions with different degrees of instability, in particular, the boundaries of the stability regions of the stationary rotation regime in the parameter space of the problem.

The boundaries of the stability regions are constructed for cases when the anchoring of the rotor axis is anisotropic. In the space of the anchorage parameters, a parametrically defined D-curve is obtained as a function of the dimensionless frequency of the rotor precession. The two most interesting cases are considered – anisotropic stiffness of anchors (damping is isotropic in this case) and the opposite situation: isotropic stiffness of anchors with anisotropic damping. The obtained results are compared with the known results for the case of isotropic anchoring of the rotor axis.

It is shown that the anisotropy of anchors, which is always present in real rotary systems due to the imperfection of technologies for the production of anchors, does not lead to negative effects. Moreover, using the obtained D-curves, it is possible to obtain technological tolerances for the production of fasteners, using what is known as the permissible deviation of the stiffness or damping value along the axes.

Keywords: rotor system, cavity with a viscous liquid, stationary rotation mode, stability and self-oscillation.