

УДК 539.3

DOI: 10.32326/1814-9146-2020-82-4-471-482

ОПРЕДЕЛЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ СДВИГОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ПЕСЧАНОГО ГРУНТА НА ОСНОВЕ МОДЕЛИ ГРУНТОВОЙ СРЕДЫ ГРИГОРЯНА

© 2020 г.

Дьянов Д.Ю., Котов В.Л.

*Институт теоретической и математической физики
Российского федерального ядерного центра – Всероссийского
научно-исследовательского института экспериментальной физики,
Саров, Российская Федерация*

dydyanov@vniief.ru, vkotov@inbox.ru

Поступила в редакцию 02.11.2020

Проведена верификация нелинейных функциональных зависимостей модели мягкой грунтовой среды Григоряна, характеризующих сопротивление грунта сдвиговому деформированию, – зависимостей предела текучести от давления и модуля сдвига от плотности. Проведена модификация уравнений модели грунтовой среды Григоряна для учета переменности модуля сдвига. Приведен пример численной реализации полученных уравнений в переменных Лагранжа на основе технологии интеграции пользовательского материала в модуль динамической прочности пакета программ ЛОГОС.

Получено аналитическое решение, представляющее на плоскости главных напряжений путь нагружения в элементе грунтовой среды при нагружении и разгрузке в условиях одноосной деформации. Принималась линейная зависимость предела текучести от давления и линейная зависимость модуля сдвига от плотности. Предполагалось, что кривые объемной сжимаемости при нагружении и разгрузке известны. Проведены расчеты и показано хорошее соответствие результатов численных расчетов и аналитического решения. Проведены расчеты, показывающие влияние параметров зависимостей предела текучести от давления и модуля сдвига от плотности на кривую нагружения на плоскости главных напряжений.

Определены параметры нелинейных функциональных зависимостей модели грунтовой среды Григоряна на примере известных экспериментальных данных о деформировании образца сухого песчаного грунта в ограничивающей обойме с применением системы разрезных стержней Гопкинсона и методики Кольского. Принималась дробно-рациональная зависимость предела текучести от давления и билинейная зависимость модуля сдвига от плотности. Продемонстрировано, что применение линейных зависимостей позволяет получить соответствие результатов расчетов с экспериментальными данными только в частных случаях при соответствующем подборе параметров. Использование нелинейной зависимости предела текучести от давления с единым набором параметров обеспечивает хорошее согласование с результатами экспериментов различных авторов для напряжений до 125 МПа.

Ключевые слова: мягкий грунт, сдвиговая прочность, модель Григоряна, условие пластичности, модуль сдвига, пакет программ ЛОГОС.

Введение

Модель мягкой грунтовой среды, предложенная С.С. Григоряном [1] для моделирования поведения грунтовых сред под действием динамических нагрузок, рассматривает грунт как упругопластическую среду, оказывающую нелинейное сопротивление сжатию и сдвигу [2]. В модели применяется традиционное представление тензора напряжений в виде суммы шарового тензора и девиатора. Шаровой тензор (гидростатическое давление) функционально связан с изменением объема или плотностью; эта функциональная связь, характеризующая объемную сжимаемость среды, в общем случае разная при нагружении и последующей разгрузке образца грунта. Экспериментальное исследование динамической сжимаемости в лабораторных образцах грунта приведено в публикациях [3–10]. Определены ударные адиабаты сухого и влажного песка [3–5] при нагрузках до нескольких гигапаскалей на основе методики плосковолнового эксперимента. Динамическая сжимаемость сухого и водонасыщенного песка при давлениях до 0,5 ГПа экспериментально исследовалась с применением различных модификаций методики Кольского [6–10]. К особенностям указанных методик динамических испытаний мягких грунтов можно отнести возможность исследования поведения грунта при разгрузке. В частности, получены значения модулей разгрузки сухого песчаного грунта, которые существенно превышают соответствующие мгновенные модули, определенные в процессе активного нагружения [6, 10]. Учитывая тот факт, что жесткость стальной или алюминиевой обоймы существенно выше жесткости мягкого грунта, деформирование образца грунта в обойме можно считать соответствующим одноосной деформации. Аналогичные условия нагружения соблюдаются и в плосковолновых экспериментах, что позволяет при объединении методик получать широкодиапазонные уравнения состояния [3, 10].

Одна из важных модификаций методики Кольского основана на применении упругой обоймы, оснащенной датчиком окружных деформаций. Обойма ограничивает деформацию грунта в радиальном направлении, что позволяет наряду с осевыми компонентами определять радиальные компоненты тензора напряжений. Последние представляют в форме инвариантных зависимостей интенсивности тензора напряжений от давления. На основе этой информации были получены функциональные зависимости при условии пластичности модели грунтовой среды [10]. В расчетах применялись линейные [11, 12], билинейные [13, 14] и нелинейные [15–17] зависимости предела текучести от давления. В статьях [18, 19] приводятся примеры теоретического и экспериментального определения параметров модели упругопластической грунтовой среды Григоряна на основе экспериментальных данных по прониканию в грунт ударников с плоским торцом. Численные расчеты, проведенные на основе оснащенной таким образом модели Григоряна, показывают хорошие результаты при оценке максимальных значений сил сопротивления прониканию ударников в грунтовые среды при постоянном модуле сдвига [16–19]. Однако в задачах распространения волн сжатия-разгрузки в грунте, в которых важно оценить наряду с максимальным значением еще и величину импульса, влияние модуля сдвига может оказаться значительным.

Публикаций по моделированию динамического деформирования грунтовых сред при переменном модуле сдвига, а также по решению задач, связанных с определением модуля сдвига в грунте, в настоящее время в литературе недостаточно. В [13] приводится модель грунтовой среды, аналогичная модели грунтовой среды Григоряна, с применением кусочно-линейных (табличных) зависимостей предела текучести от давления и модуля сдвига от плотности для песчаного грунта. В качестве верификационной задачи используется аналитическое решение одномерной задачи о распространении ударной волны в грунте – определение давления на фронте ударной волны и скорости фронта волны. Решение проводилось в гидродинамической постановке, так что влияние модуля сдвига на эти параметры отсутствует. Известен пример использования этого уравнения состояния при решении задач проникания в грунт [14]. В статье [11] показана пропорциональность модуля сдвига разгрузочному модулю, проведено сравнение результатов численных расчетов с экспериментальными данными при линейных зависимостях предела текучести от давления. В настоящей статье получено аналитическое решение, описывающее численные результаты [11], а также получены новые аналитические и численные результаты в рамках модуля динамической прочности пакета программ ЛОГОС [20–22], демонстрирующие удовлетворительное соответствие с экспериментальными данными.

1. Основные соотношения и численная реализация модели грунтовой среды Григоряна

Математическая модель динамики мягкой грунтовой среды Григоряна [1, 2] в переменных Лагранжа записывается в виде системы дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{dp}{dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{v} &= 0, \\ \frac{\rho d\mathbf{v}}{dt} - \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} &= 0, \\ D_J s + \lambda s &= 2G\dot{\epsilon}, \\ \frac{d\rho^*}{dt} &= \frac{d\rho}{dt} H(\rho - \rho^*) H\left(\frac{d\rho}{dt}\right) \end{aligned} \quad (1)$$

и соотношений

$$p = f(\rho, \rho^*) H(\rho^* - \rho) H(\rho - \rho_0), \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} s_{ij} s_{ij} = \frac{1}{3} f_3^2(p), \quad (3)$$

где обозначено: H – функция Хевисайда; t – время; ρ_0 , ρ – начальная и текущая плотности, ρ^* – максимальная плотность, достигнутая в процессе нагружения; \mathbf{v} – вектор скорости; $\boldsymbol{\sigma}$ – тензор напряжений Коши; s , $\dot{\epsilon}$ – девиаторы тензора напряжений и скоростей деформаций соответственно; p – давление; D_J – производная Яуманна; d/dt – производная по времени; G – постоянный модуль сдвига. Параметр $\lambda = 0$ при упругом деформировании и $\lambda > 0$, если реализуется условие пластичности Мизеса – Шлейхера (3). Оператор ∇ означает градиент тензора или дивергенцию вектора, по повторяющимся индексам производится суммирование, функции f и f_3 подлежат определению (пользовательские функции).

Для мягких грунтов наряду с необратимыми сдвиговыми деформациями характерно проявление необратимых объемных деформаций вследствие высокой пористости. Связь между давлением и плотностью грунта из (2) в общем случае принимается в виде

$$f(\rho, \rho^*) = \begin{cases} f_1(\rho), & dp/dt > 0, \\ f_2(\rho, \rho^*), & dp/dt \leq 0. \end{cases} \quad (4)$$

Первое уравнение в (4) представляет собой диаграмму сжимаемости, а второе уравнение определяет кривые разгрузки от достигнутой максимальной плотности ρ^* . Соответствующее ей максимальное давление, до которого была сжата рассматриваемая частица в процессе нагружения, определяется как $p^* = f_1(\rho^*)$.

Если после нагружения до значения p^* давление в частице начинает падать (идет процесс разгрузки), то связь между давлением и плотностью описывается вторым уравнением в (4). Если после такого падения давление вновь начинает возрастать (догрузка), не превышая при этом p^* , то в этом случае связь между давлением и плотностью также определяется вторым уравнением в (4). Если $\rho < \rho^*$, то реализуется разгрузочная ветвь уравнения состояния.

В известных реализациях [11, 13] модели грунтовой среды Григоряна зависимость давления от плотности при разгрузке полагается линейной с изменяющимся углом наклона

$$p - p^* = c^2(\rho^*)(\rho - \rho^*), \quad (5)$$

скорость звука при разгрузке определяется пользовательской функцией

$$c_i = f_2(\rho_i^*), \quad i = 1, \dots, N_c,$$

где N_c – количество задаваемых значений.

Численная реализация соотношений (5) требует дополнительно определить величину максимальной плотности ρ^* :

$$\rho^{*n+1} = \begin{cases} \rho^{n+1}, & \rho^{n+1} \geq \rho^{*n}, \\ \rho^{*n}, & \rho^{n+1} < \rho^{*n}. \end{cases} \quad (6)$$

Зависимость предела текучести от давления определяется пользовательской функцией $f_3(p)$. На практике применяются линейные, билинейные и нелинейные зависимости предела текучести от давления.

В общем случае реализации модели мягкой грунтовой среды Григоряна модуль сдвига также полагается переменным $G = f_4(\rho)$ и уравнения (1) для девиатора тензора напряжений должны быть изменены.

Для определения приращений компонент девиатора тензора напряжений на этапе упругой разгрузки используется модифицированный закон Гука

$$\Delta s_{ij} = 2G \dot{e}_{ij} \Delta t + 2\Delta G (e_{ij} - e_{ij}^*). \quad (7)$$

Здесь s_{ij} – компоненты девиатора тензора напряжений, G – модуль сдвига, e_{ij} – компоненты девиатора тензора деформаций, e_{ij}^* – компоненты тензора-девиатора деформаций в начальный момент упругой разгрузки, \dot{e}_{ij}^* – компоненты девиатора тензора скоростей деформаций, Δt – шаг по времени. Запись в виде (7) необходима для учета возможного изменения модуля сдвига в течение шага по времени.

На этапе нагрузки величина \dot{e}_{ij}^* полагается тождественно равной нулю и соот-

ношения (7) принимают вид:

$$\Delta e_{ij} = 2\Delta(Ge_{ij}) = 2\Delta Ge_{ij} + 2G\Delta e_{ij}. \quad (8)$$

Численная реализация соотношений (7) со вторым порядком аппроксимации выглядит так:

$$s_{ij}^{n+1} = s_{ij}^n + (G^{n+1} + G^n)\dot{e}_{ij}^{n+1/2}\Delta t + (G^{n+1} - G^n)(\tilde{e}_{ij}^{n+1} + \tilde{e}_{ij}^n), \quad (9)$$

где $\tilde{e}_{ij}^n = (e_{ij} - e_{ij}^*)^n$.

При постоянном модуле сдвига соотношения (9) переходят в стандартные соотношения модели упругой среды $s_{ij}^{n+1} = s_{ij}^n + 2G\dot{e}_{ij}^{n+1/2}\Delta t$.

Для реализации модели упругопластического материала наряду с соотношениями (7)–(9) применяется алгоритм «посадки» на поверхность текучести

$$s_{ij}^{n+1} = \lambda \tilde{s}_{ij}^{n+1}, \quad (10)$$

где

$$\lambda = \sqrt{\frac{\sigma_T^2}{3\tilde{I}_2}}, \quad \tilde{I}_2 = \frac{1}{2}\tilde{s}_{ij}\tilde{s}_{ij}.$$

2. Аналитическое решение

Параметры пути нагружения на плоскости напряжений в условиях одноосного деформированного состояния могут быть получены аналитически. Принимаем, что траектория нагружения образуется тремя отрезками прямых. Первый отрезок соответствует пластическому нагружению грунта от нуля в начальном состоянии до максимального значения напряжений, определяемого амплитудой нагрузочного импульса. Второй отрезок отвечает упругому деформированию грунта на начальном этапе разгрузки от достигнутого состояния. Третий отрезок связан с переходом грунта из упругого в пластическое состояние.

Наклон первого участка связан с коэффициентом бокового давления (определяется экспериментально), который, в свою очередь, связан с коэффициентом в линейной зависимости предела текучести от давления $\sigma_T = \sigma_0 + kp$:

$$K_\sigma^I = \frac{d\sigma_{yy}}{d\sigma_{xx}} = \frac{1-k/3}{1+2k/3}.$$

При значении $k = 0,9$ будем иметь $K_\sigma^I = 0,4325$.

Наклон второго участка (упругого) определяется формулой, которая при $G = \beta kK/2$, где K и G – объемный и сдвиговый модули разгрузки, будет иметь вид

$$K_\sigma^{II} = \frac{K - 2G/3}{1 + 4G/3} = \frac{1 - k\beta/3}{1 + 2k\beta/3},$$

β – числовой параметр (определяется экспериментально).

Третий (пластический) участок траектории нагружения имеет наклон

$$K_\sigma^{III} = \frac{1+k/3}{1-2k/3}.$$

При значении $k = 0,9$ будем иметь $K_\sigma^{III} = 3,25$.

Таким образом, расположение траектории нагружения на плоскости напряже-

ний определяется двумя параметрами k и β . В случае линейной зависимости предела текучести от давления $k = \text{const}$.

Полученное аналитическое решение описывает численные результаты, представленные в [11], и далее обобщено на случай нелинейной зависимости предела текучести от давления.

3. Результаты расчетов

Модель грунтовой среды Григоряна с указанными нелинейными зависимостями предела текучести и модуля сдвига была реализована в модуле динамической прочности пакета программ ЛОГОС на основе технологии реализации пользовательского материала. При проведении расчетов нелинейная зависимость предела текучести от давления использовалась в виде [15–17]:

$$\sigma_T = f_3(p) = \sigma_0 + \frac{kp}{[1 + kp/(\sigma_M - \sigma_0)]}$$

Функциональная зависимость модуля сдвига от плотности принималась билинейной, что близко к аналогичной зависимости, представленной в работе [13]:

$$f_4(\rho) = G_0[1 + b(\rho - \rho_0)], \quad G = \begin{cases} f_4(\rho), & f_4(\rho) < G_M, \\ G_M, & f_4(\rho) \geq G_M. \end{cases}$$

В расчетах в качестве базовых принимались значения констант: $\sigma_0 = 0$, $k = 1,15$, $\sigma_M = 275$ МПа – данные соответствуют приведенным в работе [19]. Параметры зависимости модуля сдвига от плотности: $\sigma_0 = 100$ МПа, $b = 96$, $\sigma_M = 3500$ МПа, $\rho_0 = 1600$ кг/м³.

На рис. 1 показаны осевые и радиальные напряжения, представляющие собой две траектории нагружения и разгрузки образца грунта в условиях одноосной деформации. Маркерами отмечены результаты численных расчетов в пакете программ ЛОГОС, сплошными линиями показаны результаты аналитического решения. Здесь и далее на рисунках траектории нагружения представлены с использованием единиц измерения МПа.

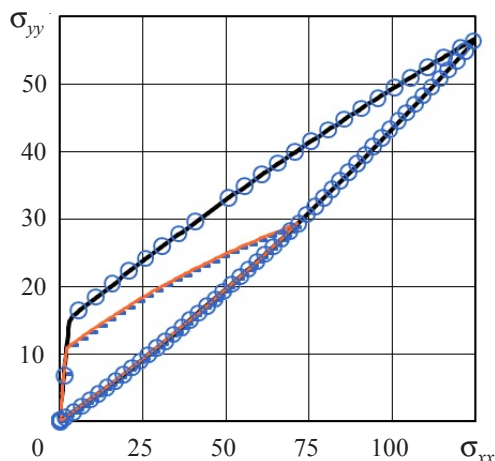


Рис. 1

Для исследования влияния параметров зависимостей модели на траектории нагружения проведены серии расчетов, результаты которых показаны на рис. 2. На рис. 2а представлены траектории нагружения при варьировании параметра $k = 0,85, 1,0$ и $1,15$, а на рис. 2б – аналогичные результаты при варьировании параметра $b = 80, 96$ и 112 . Видно, что величина модуля сдвига сказывается только на втором участке траектории, а коэффициент k оказывает влияние на все участки.

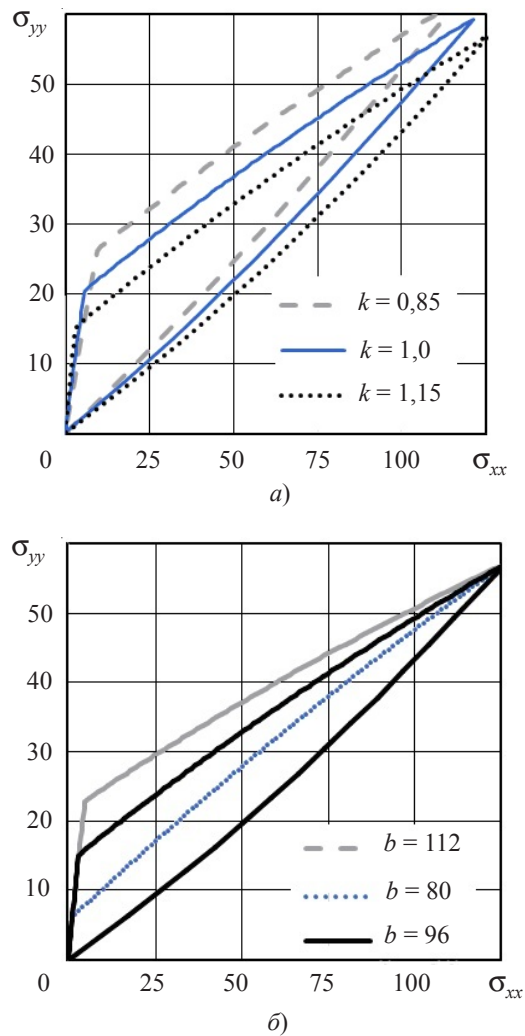


Рис. 2

На рис. 3 представлены результаты расчетов (линии) в сравнении с экспериментальными данными по трехосному (статическому) нагружению песчаного грунта [23]. Параметры нелинейных зависимостей модели Григоряна $k = 1,05, \sigma_M = 270$ МПа, $G_0 = 100$ МПа, $b = 112, \rho_0 = 1600$ кг/м³ позволяют получить удовлетворительное соответствие эксперименту. Для сравнения приводятся результаты, полученные при линейной зависимости предела текучести от давления при $k = 0,95$.

На рис. 4 приводятся результаты расчетов с линейной и нелинейной зависимостью предела текучести от давления и модуля сдвига от плотности в сравнении с

данными эксперимента А.М. Брагова и др. [6]. Сравнение с экспериментальными данными [6] приводится также в работе [11].

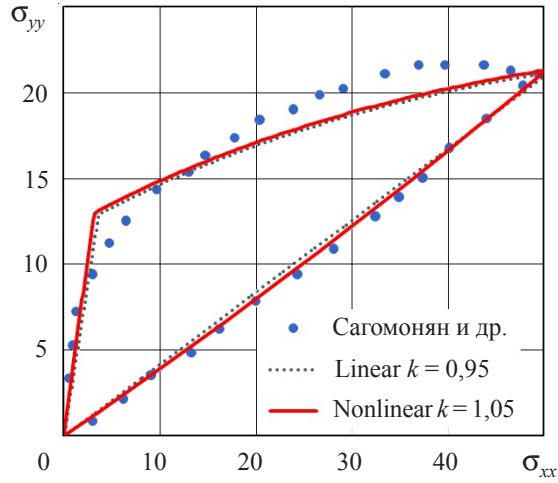
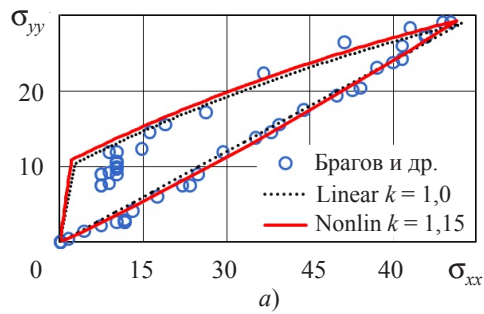
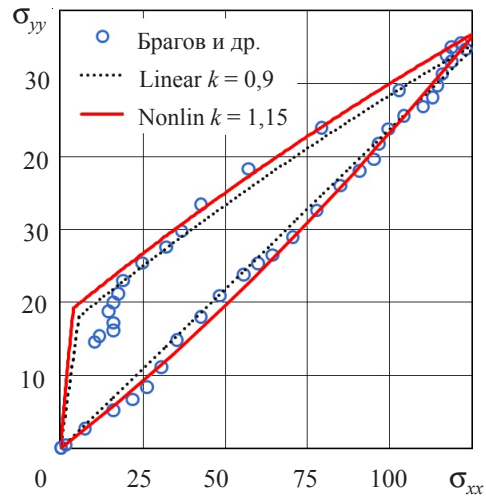


Рис. 3



а)



б)

Рис. 4

Отметим, что хорошее соответствие результатов получено при использовании нелинейной зависимости предела текучести от давления [19]. Для достижения удовлетворительного соответствия экспериментальным данным на базе линейной зави-

симости предела текучести от давления значение константы k необходимо было уменьшать с ростом осевых напряжений.

Заключение

Проведена верификация зависимостей предела текучести от давления и модуля сдвига от плотности для сухого песчаного грунта в рамках модели грунтовой среды Григоряна. Получены уравнения связи напряжений и деформаций в грунтовой среде в переменных Лагранжа при учете нелинейной зависимости модуля сдвига от плотности. Полученные соотношения численно реализованы со вторым порядком аппроксимации на основе технологии интеграции пользовательского материала в модуле динамической прочности пакета программ ЛОГОС. Численно и аналитически продемонстрировано, что использование нелинейной зависимости предела текучести от давления с единым набором параметров обеспечивает хорошее согласование с данными статических и динамических экспериментов для напряжений до 125 МПа.

Список литературы

1. Григорян С.С. Об основных представлениях динамики грунтов. *Прикладная математика и механика*. 1960. Т. 24. №6. С. 1057–1072.
2. Баженов В.Г., Баландин В.В., Григорян С.С., Котов В.Л. Анализ моделей расчета движения тел вращения минимального сопротивления в грунтовых средах. *Прикладная математика и механика*. 2014. Т. 78. Вып. 1. С. 98–115.
3. Bragov A.M., Lomunov A.K., Sergeichev I.A., Tsembelis K., Proud W.G. Determination of physicomaterial properties of soft soils from medium to high strain rates. *International Journal of Impact Engineering*. 2008. Vol. 35. Iss. 9. P. 967–976. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2007.07.004.
4. Omidvar M., Iskander M., Bless S. Stress-strain behavior of sand at high strain rates. *International Journal of Impact Engineering*. 2012. Vol. 49. P. 192–213. DOI:10.1016/J.IJIMPENG.2012.03.004.
5. Arlery M., Gardou M., Fleureau J.M., Mariotti C. Dynamic behaviour of dry and water-saturated sand under planar shock conditions. *International Journal of Impact Engineering*. 2010. Vol. 37. Iss. 1. P. 1–10. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2009.07.009.
6. Брагов А.М., Котов В.Л., Ломунов А.К., Сергеичев И.В. Анализ особенностей измерения динамических характеристик мягких грунтов методом Кольского. *Прикладная механика и техническая физика*. 2004. Т. 45. №4. С. 147–153.
7. Song B., Chen W., Luk V. Impact compressive response of dry sand. *Mechanics of Materials*. 2009. Vol. 41. No 6. P. 777–785. DOI: 10.1016/j.mechmat.2009.01.003.
8. Martin B.E., Chen W., Song B., Akers S.A. Moisture effects on the high strain-rate behavior of sand. *Mechanics of Materials*. 2009. Vol. 41. No 6. P. 786–798. DOI: 10.1016/j.mechmat.2009.01.014.
9. Martin B.E., Kabir M.E., Chen W. Undrained high-pressure and high strain-rate response of dry sand under triaxial loading. *International Journal of Impact Engineering*. 2013. Vol. 54. P. 51–63. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2012.10.008.
10. Баландин В.В., Брагов А.М., Игумнов Л.А., Котов В.Л., Ломунов А.К., Константинов А.Ю. Динамическое деформирование мягких грунтовых сред: экспериментальные исследования и математическое моделирование. *Изв. РАН. МТТ*. 2015. №3. С. 69–77.
11. Котов В.Л. Применение модели Григоряна к задачам динамического деформирования песчаного грунта. *Проблемы прочности и пластичности*. 2004. Вып. 66. С. 123–127.
12. Линник Е.Ю., Котов В.Л., Константинов А.Ю. Сравнительный анализ сил сопротивления внедрению конических и пирамидальных тел в упругопластическую среду. *Проблемы прочности и пластичности*. 2017. Т. 79. №3. С. 338–347.
13. Laine L., Sandvik A. Derivation of mechanical properties for sand. In: *Proc. 4th Asia-*

Pacific Conf. on Shock and Impact Loads on Structures. Singapore: CI-Premier PTE LTD, 2001. P. 361–368.

14. Moxnes J.F., Frøyland Ø., Sksiudalen S., Prytz A.K., Teland J.A., Friis E., Ødegårdstuen G. On the study of ricochet and penetration in sand, water and gelatin by spheres, 7.62 mm APM2, and 25 mm projectiles. *Defence Technology*. 2016. Vol. 12. Iss. 2. P. 159–170. <https://doi.org/10.1016/j.dt.2015.12.004>.

15. Lai Yuanming, Jin Long, Chang Xiaoxiao. Yield criterion and elasto-plastic damage constitutive model for frozen sandy soil. *International Journal of Plasticity*. 2009. Vol. 25. Iss. 6. P. 1177–1205. DOI: 10.1016/j.ijplas.2008.06.010.

16. Bragov A., Balandin V., Igumnov L., Kotov V., Krushka L., Lomunov A. Impact and penetration of cylindrical bodies into dry and water-saturated sand. *International Journal of Impact Engineering*. 2018. Vol. 122. P. 197–208. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2018.08.012.

17. Брагов А.М., Баландин Вл.В., Котов В.Л., Баландин Вл.Вл., Линник Е.Ю. Экспериментальное исследование удара и проникания конического ударника в мерзлый песок. *ПМТФ*. 2018. Т. 59. №3. С. 111–120. DOI: 10.15372/PMTF20180312.

18. Баженов В.Г., Котов В.Л. Метод идентификации упругопластических свойств грунтовых сред при внедрении ударников. *Изв. РАН. МТТ*. 2008. №4. С. 184–190. <http://elibrary.ru/item.asp?id=11137188>.

19. Баженов В.Г., Брагов А.М., Котов В.Л. Экспериментально-теоретическое исследование процессов проникания жестких ударников и идентификация свойств грунтовых сред. *ПМТФ*. 2009. Т. 50. №6. С. 115–125. <https://elibrary.ru/item.asp?id=16227842>.

20. Циберев К.В., Авдеев П.А., Артамонов М.В. и др. Пакет программ ЛОГОС. Функциональные возможности для решения задач прочности. *Супервычисления и математическое моделирование: Тр. XIII международ. семинара*. 3–7 окт. 2011 г. Саров, 2011. С. 541–550.

21. Дьянов Д.Ю., Спиридонов В.Ф., Циберев К.В. и др. Пакет программ ЛОГОС. Модуль решения динамических задач прочности. *ВАНТ. Сер. Математическое моделирование физических процессов*. 2018. Вып. 1. С. 3–13. <https://elibrary.ru/item.asp?id=32712320>.

22. Дьянов Д.Ю., Казанцев А.В., Стародубов С.В., Циберев К.В., Челаков А.А. Пакет программ ЛОГОС. Учет контактного взаимодействия при решении нелинейных быстропротекающих задач механики деформируемого твердого тела. *ВАНТ. Сер. Математическое моделирование физических процессов*. 2020. Вып. 2. С. 45–59. <https://elibrary.ru/item.asp?id=43110929>.

23. Рахматуллин Х.А., Сагомоян А.Я., Алексеев Н.А. *Вопросы динамики грунтов*. М.: Изд-во МГУ, 1964. 239 с.

References

1. Grigoryan S.S. Ob osnovnykh predstavleniyakh dinamiki gruntov [Basic concepts of soil dynamics]. *Prikladnaya matematika i mekhanika [J. Appl. Math. Mech.]*. 1960. Vol. 24. Iss. 6. P. 1057–1072 (In Russian).

2. Bazhenov V.G., Balandin V.V., Grigoryan S.S., Kotov V.L. Analiz modeley rascheta dvizheniya tel vrashcheniya minimalnogo soprotivleniya v gruntovykh sredakh [Analysis of models for calculating the motion of solids of revolution of minimum resistance in soil media]. *Prikladnaya matematika i mekhanika [J. Appl. Math. Mech.]*. 2014. Vol. 78. Iss. 1. P. 98–115 (In Russian).

3. Bragov A.M., Lomunov A.K., Sergeichev I.A., Tsembelis K., Proud W.G. Determination of physicomaterial properties of soft soils from medium to high strain rates. *Int. J. Impact Eng.* 2008. Vol. 35. Iss. 9. P. 967–976. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2007.07.004.

4. Omidvar M., Iskander M., Bless S. Stress-strain behavior of sand at high strain rates. *Int. J. Imp. Eng.* 2012. Vol. 49. P. 192–213. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2012.03.004.

5. Arlery M., Gardou M., Fleureau J.M., Mariotti C. Dynamic behaviour of dry and water-saturated sand under planar shock conditions. *Int. J. Impact Eng.* 2010. Vol. 37. Iss. 1. P. 1–10. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2009.07.009.

6. Bragov A.M., Kotov V.L., Lomunov A.K., Sergeichev I.V. Analiz osobennostey izmereniya dinamicheskikh kharakteristik myagkikh gruntov metodom Kolskogo [Measurement of the dynamic characteristics of soft soils using the Kolsky method]. *Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika [J. Appl. Mech. Tech. Phys.]*. 2004. Vol. 45. No 4. P. 147–153 (In Russian).

7. Song B., Chen W., Luk V. Impact compressive response of dry sand. *Mech. Mater.* 2009. Vol. 41. No 6. P. 777–785. DOI: 10.1016/j.mechmat.2009.01.003.
8. Martin B.E., Chen W., Song B., Akers S.A. Moisture effects on the high strain-rate behavior of sand. *Mech. Mater.* 2009. Vol. 41. No 6. P. 786–798. DOI: 10.1016/j.mechmat.2009.01.014.
9. Martin B.E., Kabir M.E., Chen W. Undrained high-pressure and high strain-rate response of dry sand under triaxial loading. *Int. J. Impact Eng.* 2013. Vol. 54. P. 51–63. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2012.10.008.
10. Balandin V.V., Bragov A.M., Igumnov L.A., Konstantinov A.Y., Kotov V.L., Lomunov A.K. Dinamicheskoe deformirovanie myagkikh gruntovykh sred: eksperimentalnye issledovaniya i matematicheskoe modelirovanie [Dynamic deformation of soft soil media: experimental studies and mathematical modeling]. *Izvestiya Rossiyskoy akademii nauk. Mekhanika tverdogo tela [Mechanics of Solids]*. 2015. No 3. P. 286–293 (In Russian).
11. Kotov V.L. Primenenie modeli Grigoryana k zadacham dinamicheskogo deformirovaniya peschanogo grunta [Application of Grigoryan model to description of sandy soil]. *Problemy prochnosti i plastichnosti [Problems of Strength and Plasticity]*. 2004. Iss. 66. P. 123–127 (In Russian).
12. Linnik E.Yu., Kotov V.L., Konstantinov A.Yu. Sravnitelnyy analiz sil soprotivleniya vnedreniyu konicheskikh i piramidalnykh tel v prugoplasticheskuyu sredu [Comparative analysis of resistance to the introduction of conical and pyramidal bodies to the elastic plastic environment]. *Problemy prochnosti i plastichnosti [Problems of Strength and Plasticity]*. 2017. Vol. 79. No 3. P. 338–347 (In Russian).
13. Laine L, Sandvik A. Derivation of mechanical properties for sand. In: *Proc. of the 4th Asia-Pacific Conference on Shock and Impact Loads on Structures*. Singapore. CI-Premier PTE LTD. 2001. P. 361–368.
14. Moxnes J.F., Frøyland Ø., Skriudalen S., Prytz A.K., Teland J.A., Friis E., Ødegårdstuen G. On the study of ricochet and penetration in sand, water and gelatin by spheres, 7.62 mm APM2, and 25 mm projectiles. *Defence Technology*. 2016. Vol. 12. Iss. 2. P. 159–170. <https://doi.org/10.1016/j.dt.2015.12.004>.
15. Lai Yuanming, Jin Long, Chang Xiaoxiao. Yield criterion and elasto-plastic damage constitutive model for frozen sandy soil. *Int. J. Plasticity*. 2009. Vol. 25. Iss. 6. P. 1177–1205. DOI: 10.1016/j.ijplas.2008.06.010.
16. Bragov A., Balandin V., Igumnov L., Kotov V., Krushka L., Lomunov A. Impact and penetration of cylindrical bodies into dry and water-saturated sand. *Int. J. Impact Eng.* 2018. Vol. 122. P. 197–208. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2018.08.012.
17. Bragov A.M., Balandin V.V., Kotov V.L., Balandin V.I., Linnik E.Y. Experimental study of the impact and penetration of a cone in frozen sand. *J. Appl. Mech. Tech. Phys.* 2018. Vol. 59. No 3. P. 482–490. DOI: 10.1134/S0021894418030124.
18. Bazhenov V.G., Kotov V.L. Method for identifying elastoplastic properties of ground media by penetration of impactors. *Mechanics of Solids*. 2008. Vol. 43. No 4. P. 678–684. DOI: 10.3103/S002565440804016X.
19. Bazhenov V.G., Bragov A.M., Kotov V.L. Experimental-theoretical study of the penetration of rigid projectiles and identification of soil properties. *J. Appl. Mech. Tech. Phys.* 2009. Vol. 50. No 6. P. 1011–1019. DOI: 10.1007/s10808-009-0135-6.
20. Tsiberev K.V., Avdeev P.A., Artamonov M.V. et al. Paket programm LOGOS. Funktsionalnye vozmozhnosti dlya resheniya zadach prochnosti [“LOGOS” software package: Functionality for solving strength problems]. *Supervychisleniya i matematicheskoe modelirovanie: Trudy XIII mezhdunarodnogo seminar [Supercomputations and Mathematical Modeling: Proceedings of the XIII International Seminar]*. 3–7 Oct. 2011. Sarov. 2011. P. 541–550 (In Russian).
21. D'yanov D.Yu., Spiridonov V.F., Tsiberev K.V. et al. Paket programm LOGOS: Modul resheniya dinamicheskikh zadach prochnosti [“LOGOS” software package. A module for solving the dynamic strength problems]. *Voprosy atomnoy nauki i tekhniki. Seriya: Matematicheskoe modelirovanie fizicheskikh protsessov [Problems of Atomic Science and Technology. Series Mathematical Modeling of Physical Processes]*. 2018. Iss. 1. P. 3–13 (In Russian).
22. D'yanov D.Yu., Kazantsev A.V., Starodubov S.V., Tsiberev K.V., Chelakov A.A. Paket programm LOGOS. Uchet kontaktnogo vzaimodeystviya pri reshenii nelineynykh bystroprotekeyu-

shchikh zadach mekhaniki deformiruemogo tverdogo tela [“LOGOS” software package: Solution of nonlinear transient problems of deformable solid mechanics with regard to contact interactions]. *Voprosy atomnoy nauki i tekhniki. Seriya: Matematicheskoe modelirovanie fizicheskikh protsessov* [Problems of Atomic Science and Technology. Series Mathematical Modeling of Physical Processes]. 2020. Iss. 2. P. 45–59 (In Russian). <https://elibrary.ru/item.asp?id=43110929>.

23. Rakhmatullin Kh.A., Sagomonyan A.Ya., Alekseev N.A. *Voprosy dinamiki gruntov* [Problems of Soil Dynamics]. Moscow. MGU Publ. 1964. 239 p. (In Russian).

DETERMINATION OF NONLINEAR STRENGTH CHARACTERISTICS OF SANDY SOIL BASED ON THE GRIGORYAN SOIL MODEL

Dyanov D.Yu., Kotov V.L.

*Institute of Theoretical and Mathematical Physics
of Russian Federal Nuclear Center – All-Russian Research Institute of Experimental Physics,
Sarov, Russian Federation*

Verification of nonlinear functional dependences of the Grigoryan soft soil medium model that characterize the soil resistance to shear deformation – i.e., the dependences of the yield strength on pressure and the shear modulus on density, is carried out. The equations of the Grigoryan soil environment model are modified to account for the variability of the shear modulus. An example of numerical implementation of the obtained equations in Lagrange variables based on the technology of integrating user material into the dynamic strength module of the LOGOS software package is given. An analytical solution is obtained that represents the loading path in the element of the ground medium on the plane of the main stresses during loading and unloading under uniaxial deformation. The linear dependence of the yield strength on pressure and the linear dependence of the shear modulus on density were assumed. It was assumed that the volume compressibility curves for loading and unloading are known. Calculations are performed and a good correspondence between the results of numerical calculations and the analytical solution is shown. Calculations are performed showing the influence of the parameters of the pressure-dependent yield strength and the density-dependent shear modulus on the loading curve on the plane of the main stresses. The parameters of nonlinear functional dependences of the Grigoryan model of the soil environment are determined on the example of known experimental data on the deformation of a sample of dry sandy soil in a bounding cage using The Hopkinson split rod system and the Kolsky method. A fractional-rational dependence of the yield strength on pressure and a bilinear dependence of the shear modulus on density were assumed. It is shown that the use of linear dependencies allows us to obtain a correspondence of the calculation results with experimental data only in special cases with the appropriate selection of parameters. The use of a nonlinear dependence of the yield strength on pressure with a single set of parameters provides a good agreement with the experimental data of various authors for stresses up to 125 MPa.

Keywords: soft soil, shear strength, Grigoryan's model, yield criterium, shear modulus, LOGOS software package.