# УДК 539.3; 539.4 УПРУГОПЛАСТИЧЕСКАЯ ДИНАМИКА ПРЯМОУГОЛЬНЫХ КОМПОЗИТНЫХ ПЛАСТИН

## Ю.В. Немировский, А.П. Янковский

## Новосибирск

Сформулирована задача упругопластического динамического изгиба прямоугольных удлиненных слоисто-волокнистых пластин. Разработан оригинальный метод численного интегрирования поставленной задачи, основанный на обобщении методов Рунге–Кутта. Проведены конкретные расчеты по определению предельного динамического состояния изотропных, армированных однослойных и трехслойных пластин постоянной и переменной толщины и приспособляемости таких конструкций при нагрузках взрывного типа.

Конструктивные элементы в виде плоских прямоугольных плит составляют основу многих защитных ограждений и ответственных элементов судостроительной, машиностроительной и авиационной техники, объектов стройиндустрии. В последние десятилетия в инженерной практике в качестве эффективных защитных элементов используются многослойные плиты, армированные высокопрочными и высокомодульными волокнами. Исследование их упругопластического деформирования находится пока в зачаточном состоянии [1]. Целью настоящей работы является разработка общего подхода к анализу динамического упругопластического изгиба прямоугольных удлиненных слоисто-волокнистых пластин и исследование влияния структур армирования на предельное динамическое состояние и приспособляемость таких конструкций при действии нагрузок взрывного типа.

Рассматривается упругопластический поперечный динамический изгиб кирхгофовской прямоугольной удлиненной пластины переменной толщины 2H, состоящей из нечетного 2M+1 числа армированных слоев, расположенных симметрично относительно среднего слоя: именно к среднему слою с обеих сторон примыкают два слоя одинаковой толщины и с одинаковыми структурами армирования и фазовыми материалами; к внешним поверхностям этих слоев примыкают еще два одинаковых слоя и т.д. Слои контактируют без отрыва и проскальзывания и имеют по толщине регулярную и квазиоднородную структуру. Тепловое воздействие не учитывается, прогибы считаются малыми. Предполагается, что внешняя распределенная поперечная нагрузка, закрепление пластины, структуры армирования и толщины слоев не изменяются в продольном направлении. Тогда, пренебрегая локальными торцевыми эффектами, изгиб такой пластины можно считать цилиндрическим и для описания упругопластического деформирования фазовых материалов можно обоснованно использовать деформационную теорию пластичности [2].

Сориентируем пластину в прямоугольной декартовой системе координат x, y, z так, чтобы плоскость z = 0 совпадала со срединной плоскостью среднего слоя, а ось *у* совпадала с продольным направлением пластины. Тогда, в силу сделанных

предположений, прогиб *w* зависит только от времени*t* и координаты *x* в поперечном направлении и удовлетворяет уравнению движения [3]:

$$\rho(x)w_{,tt} = p(x,t) - (A_{1111}(x;w_{,xx})w_{,xx} - B_{11}(x;w_{,xx}))_{,xx} \quad (t \ge 0, \quad 0 \le x \le l), \quad (1)$$

где

$$\rho(x) = 2\sum_{m=0}^{M} (H_m(x) - H_{m-1}(x)) \left[ \rho_c^{(m)} + \sum_{k=1}^{N^{(m)}} (\rho_k^{(m)} - \rho_c^{(m)}) \omega_k^{(m)}(x) \right] \quad (H_{-1} \equiv 0); \quad (2)$$

*p* – поперечная распределенная нагрузка; *р* – приведенная погонная масса пластины;  $\rho_c^{(m)}, \rho_k^{(m)}$  – объемные плотности материалов связующего и арматуры *k*-го семейства в *m*-м слое;  $\omega_k^{(m)}$  – интенсивность (плотность) армирования *m*-го слоя волокнами *k*-го семейства;  $N^{(m)}$  – количество семейств арматуры в *m*-м слое;  $H_m$  – аппликата границы между *m*-м и (m + 1)-м слоями  $(H_m \ge H_{m-1} \ge 0;$  среднему слою соответствует m=0 и его толщина равна  $2H_0$ ; l – ширина пластины. Выражения для коэффициентов  $A_{1111}, B_{11}$  зависят от интенсивностей  $\omega_k^{(m)}$  и углов  $\Psi_k^{(m)}$  (отсчитываемых от направления x) армирования m-го слоя волокнами k-го семейства, механических характеристик фазовых материалов и их деформированного состояния в сечении *х*. Так, при линейно-упругом деформировании всех фазовых материалов  $B_{11} = 0$ , а  $A_{1111}$  не зависит от  $w_{,xx}$ , и в случае однослойной пластины выражение для него совпадает с А<sub>1111</sub>, приведенным в [4]; при упругопластическом деформировании фазовых материалов до момента начала разгрузки  $A_{1111} = C_{1111}, B_{11} = D_{11}$ , где коэффициенты  $C_{1111}, D_{11}$  нелинейно зависят от кривизны срединной поверхности  $w_{,xx}$  и их выражения (весьма громоздкие) для однослойной пластины приведены в [5], а для слоистой пластины – в [6]; если в сечении x имеет место разгрузка, то  $A_{1111}, B_{11}$  можно определить по схеме, изложенной в [5, 6], но при использовании диаграммы деформирования, соответствующей разгрузке [7].

Для однозначного интегрирования уравнения (1) необходимо использовать начальные

$$w(x,0) = w_0(x), \quad w_{t}(x,0) = v_0(x), \quad (t=0),$$
(3)

и общеизвестные граничные условия, задаваемые на кромках x=0 и x=l.

Начально-краевая задача (1), (3) приближенно интегрировалась с использованием обобщенного метода Рунге–Кутта [3]. После дискретизации задачи по времени на каждом *n*-м "слое" ( $t = n\tau \ge 0$ , n=0, 1, 2, ...,  $\tau > 0$  – шаг по времени), согласно [3], решалась одномерная по *x* задача статического упругопластического цилиндрического изгиба пластины на упругом основании; для ее численного интегрирования применялся метод матричной прогонки, а для линеаризации соответствующей системы уравнений – метод переменных параметров упругости [5, 6]. В целом разработанный метод имеет второй порядок точности по обеим переменным *x*, *t*.

В качестве примера исследуем динамический упругопластический изгиб изотропных и армированных однослойных и трехслойных прямоугольных удлиненных пластин шириной l = 1 м. Толщина пластин может быть постоянной ( $2H(x) = 2H_* = \text{const}$ ) или переменной и определяется формулой:

$$2H(x) = 2\eta H_* + \pi \sin(\pi x/l)(1-\eta)H_* \quad (0 \le x \le l, \ \eta \ge 0).$$
<sup>(4)</sup>

(При однородном армировании пластин ( $\omega_k = \text{const}$ ) и задании их толщины в виде (4) расход материала *k*-й фазы композиции будет такой же, как и в пластине посто-

янной толщины  $2H_*$ , так как объем пластин одинаков и равен  $H_*lb$ , где b (>> l) – длина пластины вдоль оси y. При  $0 \le \eta < 1$  из (4) следует, что толщина пластины на кромках x = 0, l меньше, чем в центре (x = l/2); при  $\eta = 1$  получаем пластину постоянной толщины  $2H_*$ .) Для пластин постоянной толщины примем  $2H_*=0,03$  м. На кромках x=0, l пластины могут быть шарнирно оперты или защемлены. Внешняя распределенная нагрузка является нагрузкой взрывного типа и затухает по экспоненциальному закону:

$$p(x,t) = p(t) = p_0 \exp(-\alpha t) \quad (\alpha = 12 \ \tilde{n}^{-1}, \ t \ge 0), \tag{5}$$

Таблииа 1

где  $p_0$  – значение нагрузки в начальный момент времени t=0, в который конструкция находится в покое, то есть  $w_0=0$ ,  $v_0=0$  (см. (3)). Изотропные пластины изготовлены из алюминиевого сплава АДН; армированные пластины изготовлены из того же сплава АДН и усилены однородно и прямолинейно тремя семействами борных волокон ( $\psi_1 = 0$ ,  $\psi_2 = -\psi_3 \ge 0$ ,  $\omega_2 = \omega_3$ ). Механические характеристики фазовых материалов приведены в табл. 1.

Механические характеристики фазовых материалов [8]

Mexann leekne xapakrephernkn wusobbix marephasob [0]						
Материал	Е, ГПа	ν	<b>σ</b> <sub>0,2</sub> , ΜΠa	σ <sub>в</sub> , МПа	δ, %	
Сплав АДН	71,0	0,325	100,0	150,0	6,0	
Волкна бора	416,0	0,23	_	3150,0	0,2	

Будем подбирать максимальные значения  $p_0$  в (5) так, чтобы за характерный период времени T > 0, в течение которого исследуется процесс колебаний, напряженное состояние в фазах композиции пластины не превышало некоторого предельного состояния. Через  $p_s$  обозначим max  $p_0$ , при котором хоть в одной из фаз композиции напряженное состояние достигает предела текучести  $\sigma_{0,2}$ , но пластичность не развивается (при  $p_0 \le p_s$  – упругие колебания, при  $p_0 > p_s$  – упругопластические колебания); через  $p_{ss}$  обозначим max  $p_0$ , при котором хоть в одной из фаз композиции достигается вторичная пластичность, но вторичная пластичность не развивается (при  $p_s < p_0 \le p_{ss}$  – первичная пластичность и разгрузка, при  $p_0 > p_{ss}$  – вторичная пластичность); через  $p_y$  обозначим значение  $p_0$ , при котором в момент  $t_{max}$  достижения центральным сечением пластины (x = l/2) максимального прогиба напряженное состояние хоть в одной из фаз композиции достигает предела в одной из фаз композиции достигаетов в пластичность.

В качестве характерного периода *T* выберем время, в течение которого нагрузка (5) уменьшается в 1000 раз ( $T = -\ln(0,001)/\alpha = 0,576$  с). При t > T внешняя нагрузка ничтожно мала ( $p(t) < 0,001p_0$ ) и колебания можно считать установившимися, по крайней мере, при упругом изгибе.

В расчетах характерный период времени T будем разбивать на 1000 слоев ( $\tau = T/1000$ ), а по ширине пластины равномерно введем 401 узел.

Исследуем динамическое поведение регулярно армированных по толщине пластин (M = 0) со следующими структурами армирования:

1) поперечное армирование ( $\omega_1^{(0)} = 0,4$ ,  $\omega_2^{(0)} = \omega_3^{(0)} = 0$  или, что то же самое,  $\omega_2^{(0)} = \omega_3^{(0)} = 0,2$ ,  $\psi_2^{(0)} = -\psi_3^{(0)} = 0$ ,  $\omega_1^{(0)} = 0$ );

2) перекрестное армирование под углами  $\psi_2^{(0)} = -\psi_3^{(0)} = \pi/6$  ( $\omega_1^{(0)} = 0$ ,  $\omega_2^{(0)} = \omega_3^{(0)} = 0,2$ );

3) перекрестное армирование под углами  $\psi_2^{(0)} = -\psi_3^{(0)} = \pi/4$  ( $\omega_1^{(0)} = 0$ ,  $\omega_2^{(0)} = \omega_3^{(0)} = 0,2$ );

=  $\omega_3^{(0)} = 0,2$ , 4) квазиизотропное армирование ( $\psi_1^{(0)} = 0$ ,  $\psi_2^{(0)} = -\psi_3^{(0)} = \pi/3$ ,  $\omega_1^{(0)} = \omega_2^{(0)} = \omega_3^{(0)} = 0,4/3$ ).

В каждой точке таких пластин суммарная плотность армирования  $\sum_k \omega_k^{(0)} = 0,4$  и общий расход арматуры при фиксированной геометрии одинаков.

Для сравнения исследуем динамку трехслойных (M = 1) пластин тех же размеров, изготовленных из тех же фазовых материалов, с тем же расходом арматуры, при аналогичных структурах армирования внешних несущих слоев. Внутренний слой является изотропным и изготовлен из сплава АДН; внешние слои изготовлены также из сплава АДН и однородно армированы тремя семействами волокон бора с суммарной плотностью  $\sum_{k} \omega_{k}^{(m)} = 0,7 (m = 1,2)$ , что, как правило, на практике соответствует максимально допустимой плотности армирования. Чтобы общий расход волокон в трехслойных пластинах был такой же, как в регулярно армированных по толщине конструкциях, рассмотренных выше, толщину внутреннего слоя в трехслойных пластинах нужно задать так:  $2H_0 = 2(0,7-0,4)H/0,7 = 6H/7$  (где толщина 2H определена в (4)), а плотности армирования соответствующих семейств волокон в несущих слоях нужно увеличить в 7/4 раза.

В табл. 2, 3 приведены рассчитанные значения  $p_s$ ,  $p_{ss}$ ,  $p_y$  для шарнирно опертых и защемленных пластин постоянной толщины ( $H=H_*$ ) соответственно, а в табл. 4 – для шарнирно опертых пластин переменной толщины (4) при значении параметра  $\eta = 0,5$  (на кромках толщина такой пластины вдвое меньше, чем в случае H= const, а в центре – в  $(1 + \pi/2)/2 \approx 1,29$  раза больше). Структура с номером "0" соответствует изотропной пластине из сплава АДН.

## Таблица 2

### Предельные динамические характеристики шарнирно опертых пластин постоянной толщины (η = 1)

Номер	Регулярно армированные			Тре	жслойные пластины		
структуры	по толщине пластины						
армирования	$p_{s}$ , кПа	$p_{ss}$ , кПа	$p_{y}$ , кПа	$p_{s}$ , кПа	$p_{ss}$ , кПа	$p_{y}$ , кПа	
0	70,1	99,5	273,4	70,1	99,5	273,4	
1	168,5	219,4	872,3	235,4	306,7	1380,1	
2	110,8	146,8	689,8	143,1	186,5	1063,3	
3	72,5	97,2	520,0	74,2	97,9	734,9	
4	88,1	117,8	401,2	100,8	132,7	557,8	

#### Таблица 3

#### Предельные динамические характеристики жестко защемленных пластин постоянной толщины (η = 1)

Номер	Регулярно армированные			Тре	хслойные пластины		
структуры	по толщине пластины						
армирования	$p_{s}$ , кПа	$p_{\scriptscriptstyle ss}$ , кПа	$p_{y}$ , кПа	$p_{s}$ , кПа	$p_{ss}$ , кПа	$p_{y}$ , кПа	
0	111,8	152,3	434,7	111,8	152,3	434,7	
1	272,4	357,9	1371,0	381,4	504,8	2157,5	
2	174,8	235,6	1114,0	235,1	308,3	1671,7	
3	117,3	155,5	851,0	122,1	160,3	1198,0	
4	141,1	187,8	633,6	160,3	214,5	883,6	

## Таблица 4

(1 = 0, 5)							
Номер	Регулярно армированные			Тре	жслойные пластины		
структуры	по толщине пластины						
армирования	$p_{s}$ , кПа	$p_{\scriptscriptstyle ss}$ , кПа	$p_{y}$ , кПа	$p_{s}$ , кПа	$p_{\scriptscriptstyle ss}$ , кПа	<i>р<sub>у</sub>,</i> кПа	
0	103,8	173,5	407,2	103,8	173,0	407,2	
1	243,9	326,0	1270,0	361,4	471,1	2113,9	
2	163,3	219,8	1025,0	207,0	275,8	1557,9	
3	107,6	147,7	757,7	110,9	147,5	1117,5	
4	130,2	178,1	604,6	148,5	197,9	820,0	

Предельные динамические характеристики шарнирно опер	ртых пластин
переменной толшины $(n = 0.5)$	

Значения  $p_s$ , приведенные в табл. 2–4, характеризуются возникновением пластических деформаций в связующем на лицевых поверхностях ( $z = \pm H/2$ ) в центральном сечении пластины x = l/2 (табл. 2), на кромках x = 0, l(табл. 3) и в промежуточных сечениях  $x = x_*$ ,  $x = l - x_*$ ,  $0 < x_* \le l/2$  (табл. 4); при этом волокна бора имеют значительный (80%-ный и более) запас прочности. Значениям же  $p_{ss}$  соответствует появление вторичных пластических деформаций на лицевых поверхностях в связующем в указанных сечениях, а  $p_y$  характеризуются началом разрушения связующего в изотропных пластинах или упруго-хрупких борных волокон в армированных пластинах (в среднем сечении для шарнирно опертых пластин и на кромках – для защемленных).

Сравнение значений  $p_s$ ,  $p_{ss}$ ,  $p_y$ , соответствующих изотропным и армированным пластинам, показывает, что за счет армирования конструкции ее несущую способность при динамическом изгибе можно увеличить на десятки процентов и даже в разы. Сопоставление тех же значений для армированных пластин со структурами  $\mathbb{N}_2\mathbb{N}_2\mathbb{1}-3$  позволяет проследить за изменением несущей способности конструкции при изменении углов перекрестного армирования от  $\Psi_2 = -\Psi_3 = 0$  (структура  $\mathbb{N}_2\mathbb{1}$ ) до  $\Psi_2 = -\Psi_3 = \pi/4$  (структура  $\mathbb{N}_2\mathbb{3}$ ), откуда следует: варьирование структуры (направления) армирования приводит к существенному (в разы) изменению несущей способности пластины как при упругом, так и упругопластическом изгибах. Поэтому имеет смысл ставить задачи рационального и оптимального армирования тонкостенных конструкций по критериям предельного динамического состояния. Так, из всех рассматриваемых структур наилучшим является армирование в поперечном направлении (вдоль направления x -структура  $\mathbb{N}_2\mathbb{1}$ ).

Из табл. 2–4 следует, что квазиизотропное армирование (структура № 4), часто встречающееся на практике, далеко не всегда обеспечивает высокую несущую способность конструкции при динамическом изгибе, а по критерию  $p_y$  является худшим из всех рассматриваемых структур армирования.

Сравнение значений  $p_s$  и  $p_{ss}$  показывает, что за счет приспособляемости материала связующего несущую способность изотропной пластины постоянной толщины при шарнирном опирании можно увеличить на 41,9%, при защемлении – на 36,2%, а изотропной пластины переменной толщины – на 66,7%. Несущую же способность армированных пластин путем предварительного нагружения до значений  $p_{ss}$  можно увеличить на 30-37% (без появления пластичности при повторных нагружениях с интенсивностью  $0 < p_0 \le p_{ss}$ ).

На рисунке изображены кривые, характеризующие колебания центрального сечения x = l/2 шарнирно опертой трехслойной пластины постоянной толщины

с поперечным армированием несущих слоев (см. структуру № 1 в табл. 2). Линия *I* соответствует предельным упругим колебаниям конструкции и рассчитана при значении нагрузки  $p_s = 235,4$  кПа; кривая *2* характеризует предельные упругопластические колебания до появления вторичной пластичности и получена при нагрузке  $p_{ss} = 306,7$  кПа. Сравнение этих линий позволяет получить качественное и количественное представление о приспособляемости пластины при динамическом упругопластическом изгибе. (По оси ординат на рисунке отложен безразмерный прогиб  $W = H_* w/(l^2 \varepsilon_{B1})$ , где  $\varepsilon_{B1} = \sigma_{B1}/E_1 > 0$  – предельная упругая деформация борных волокон;  $\sigma_{B1}, E_1$  – предел временного сопротивления и модуль упругости упруго-хрупких борных волокон, см. табл. 1.)



Из сопоставления в каждой табл. 2–4 значений  $p_s$ ,  $p_{ss}$ ,  $p_y$  для регулярно армированных по толщине и трехслойных пластин следует: за счет разнесения несущих армированных слоев при том же расходе фазовых материалов несущую способность конструкции при динамическом изгибе можно увеличить от нескольких процентов до 40-66%.

Сравнение данных, приведенных в табл. 2, 3, показывает, что при тех же структурах армирования и одинаковой толщине конструкций несущая способность защемленных пластин на 53-65% больше, чем у шарнирно опертых. Это объясняется большей жесткостью защемленных пластин и развитием в них трех пластических зон – в окрестности защемленных кромок и в окрестности центрального сечения x = l/2; в шарнирно опертых пластинах постоянной толщины развивается лишь одна пластическая зона в окрестности центрального сечения, что приводит к значительному снижению жесткости связующего в этом сечении и более глубокому проникновению пластических деформаций по толщине пластины.

Сопоставление данных из табл. 2,4 позволяет заключить: при одинаковых структурах армирования, расходах фазовых материалов и типах закрепления пластин за счет рационального профилирования (подбора толщины) несущую способность (до начала возникновения первичной или вторичной пластичности или до начала разрушения) тонкостенной конструкции при динамическом изгибе можно увеличить на 45-75%. Поэтому целесообразно осуществлять рациональное и оптимальное проектирование таких конструкций, отыскивая не только эффективные структуры армирования несущих слоев, но и эффективное распределение слоев в пластине и их толщин.

Отметим, что результаты расчетов, приведенные в табл. 2-4, получены в предположении о несжимаемости материала связующего (то есть в упругих зонах коэффициент Пуассона связующего принимался равным 0,5, а не 0,325, как указано в табл. 1). Отказ от учета сжимаемости связующего в упругих зонах приводит к завышению значений  $p_s$ ,  $p_v$  для изотропных пластин не более чем на 3%, а для армированных пластин – к занижению p, на 9–11% и завышению p, всего на 1%, однако оказывает существенное влияние на определение величин  $p_{ss}$ . Как показано в [9], учет сжимаемости в пластической зоне связующего приводит к значительным техническим трудностям (в частности, не позволяет записать коэффициенты А1111,  $B_{11}$  в уравнении движения (1) в явной форме), но при статическом упругопластическом изгибе практически не влияет на результаты расчетов армированных пластин. При учете же сжимаемости в упругой зоне и неучете ее в пластической зоне при переходе через границу от упругой зоны к пластической интенсивность деформаций при цилиндрическом изгибе испытывает скачок на 35% в сторону увеличения [9]. Этот скачок приводит к искажению информации о накопленных пластических деформациях в связующем и, как следствие этого, о моменте появления вторичной (знакопеременной) пластичности: расчеты показали, что в этом случае для изотропных и армированных пластин всегда  $p_{ss} = p_s$ , то есть не наблюдается эффект приспособляемости конструкции. Отказ от учета сжимаемости материала связующего как в пластических, так и упругих зонах приводит к непрерывному распределению интенсивности деформаций в конструкции, что позволило отследить эффект приспособляемости пластин при динамическом нагружении ( $p_{ss}/p_s = 1,3 - 1,3$ -1,7). Значения  $p_{ss}$ , приведенные в табл. 2-4 для армированных пластин, повидимому, занижены на несколько процентов (как и р.) по сравнению со случаем учета сжимаемости связующего в упругих и пластических зонах.

Выше в качестве характерного периода T было выбрано время, за которое внешняя нагрузка (5) уменьшается по сравнению с начальным значением  $p_0$  в 1000 раз. Если в качестве T выбрать время 100-кратного уменьшения нагрузки, то из (5) получим T = 0,384 с. Расчеты, выполненные при таком T, приводят к завышению на 3–5% значений  $p_{ss}$  по сравнению с указанными в табл. 2–4. (На значения  $p_s$ ,  $p_y$  выбор времени T не оказывает влияния, необходимо лишь, чтобы время T было больше времени начала полной первичной разгрузки и времени достижения центральным сечением максимального прогиба соответственно.) Если в качестве T выбрать время 20-кратного уменьшения нагрузки (T = 0,250 с), то рассчитанные значения  $p_{ss}$  будут на десятки процентов превосходить те, что указаны в табл. 2–4. Следовательно, при нагрузках взрывного типа (5) в качестве T вполне достаточно выбрать время 1000-кратного уменьшения внешней нагрузки. К концу этого времени колебания становятся установившимися.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 06-08-08035-офи).

#### Литература

1. *Кошур, В.Д.* Континуальные и дискретные модели динамического деформирования элементов конструкций / В.Д. Кошур, Ю.В. Немировский. – Новосибирск: Наука, 1990. – 200 с.

2. Ильюшин, А.А. Пластичность. Основы общей математической теории / А.А. Ильюшин. – М.: Изд-во АН СССР, 1963. – 272 с.

З. Немировский, Ю.В. Численное интегрирование задачи динамического упругопластического изгиба прямоугольных армированных пластин / Ю.В. Немировский, А.П. Янковский // Численные методы решения задач теории упругости и пластичности: Тр. XVIII Межресп. конф., Кемерово, 1–3 июля 2003 г. / Под ред. В.М. Фомина. – Новосибирск: Нонпарель, 2003. – С. 122–129.

4. *Немировский, Ю.В.* Прочность элементов конструкций из композитных материалов / Ю.В. Немировский, Б.С. Резников. – Новосибирск: Наука, 1986. – 168 с.

5. *Немировский, Ю.В.* Рациональное проектирование армированных конструкций / Ю.В. Немировский, А.П. Янковский. – Новосибирск: Наука, 2002. – 488 с.

6. *Немировский, Ю.В.* Упругопластический поперечный изгиб слоистых армированных пластин / Ю.В. Немировский, А.П. Янковский // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2005. – Т. 11, № 1. – С. 3–20.

7. *Москвитин, В.В.* Циклические нагружения элементов конструкций / В.В. Москвитин. – М.: Наука, 1981. – 344 с.

8. Композиционные материалы. Справочник / Под ред. Д.М. Карпиноса. – Киев: Наукова думка, 1985. – 592 с.

9. Янковский, А.П. Влияние учета сжимаемости материала на упругопластический изгиб пластин / А.П. Янковский // Труды НГАСУ. – 2003. – Т. 6, № 6. – С. 81–97.

[25.07.2006]

#### ELASTIC-PLASTIC DYNAMICS OF RECTANGULAR COMPOSITE PLATES

## Yu.V. Nemirovskiy, A.P. Yankovskiy

An elastic-plastic dynamic bending problem of the rectangular lengthened layered-fibrous plates is formulated. An original method of numerical integration of the problem stated is developed based on the generalization of Runge–Kutta methods. The particular calculations on determining a limited dynamic state of the isotropic reinforced single-layered and three-layered plates of constant and variable thickness and the adaptability of such structures are performed under loadings of an explosive type.