

УДК 539.3

DOI: 10.32326/1814-9146-2020-82-1-24-31

## УСТОЙЧИВОСТЬ СОСТАВНОЙ ТОЛСТОЙ ПЛИТЫ С НЕОДНОРОДНЫМ ПОЛЕМ ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ\*

© 2020 г.

Еремеев В.В.

*Донской государственный технический университет,  
Ростов-на-Дону, Российская Федерация*

*er.vadim@gmail.com*

*Поступила в редакцию 27.09.2019*

Методами пространственной нелинейной теории упругости исследуется устойчивость равновесия прямоугольной двухслойной упругой плиты. Особенностью данной задачи является наличие неоднородных предварительных напряжений. Каждый слой пластины получен за счет выпрямления сектора круговой цилиндрической оболочки. В результате в пластине возникают самоуравновешенные начальные напряжения. Основной целью работы является анализ влияния этих начальных напряжений на выпучивание плиты. Устойчивость исследуется методом линеаризации. Метод состоит в определении критических параметров деформации, при которых линеаризованная краевая задача имеет ненулевые или нетривиальные решения. В качестве модели материала использованы уравнения состояния Трелоара. Эта модель хорошо описывает вплоть до нескольких сотен процентов деформации некоторых эластомерных материалов. В рамках метода линеаризации получена краевая задача для малых возмущений перемещений и давления. С применением метода Фурье получены ее нетривиальные решения. Для этого использовалось представление решения в форме рядов по синусам и косинусам. На плоскости параметров главных удлинений построена область устойчивости. Показано, что наличие начальных напряжений существенно деформирует эту область. Потеря устойчивости может быть вызвана начальными напряжениями при отсутствии внешних нагрузок. Рассмотренные задачи могут оказаться интересными для устройств так называемой гибкой электроники, в которых используются многослойные структуры с внутренними напряжениями, полученные, например, напылением металлических пленок на поверхность эластичной подложки. При этом внутренние напряжения приводят к деформированию таких структур с образованием волнового рельефа и повышению их гибкости.

*Ключевые слова:* нелинейная теория упругости, предварительные напряжения, потеря устойчивости, двухслойная плита.

### Введение

В статье методами пространственной нелинейной упругости [1–7] исследована устойчивость составной прямоугольной плиты (пластины), образованной двумя

---

\* Выполнено при поддержке РФФИ (грант №18-31-00135).

слоями. Пластина является симметричной по толщине. Каждый слой получен в результате выпрямления сектора круговой цилиндрической оболочки. Для несжимаемых материалов такая деформация является универсальной [1, 2] и форма решения не зависит от выбора модели материала. В качестве модели материала выбран несжимаемый материал Трелоара (неогуковский материал) [1]. При консервативных внешних нагрузках статическая устойчивость произвольно заданного состояния нелинейно упругого тела может быть исследована на основе метода линеаризации, также называемого статическим методом Эйлера [1, 7–10]. Получены линеаризованные уравнения равновесия и граничные условия, дополненные линеаризованным условием несжимаемости, решения которых были построены полуаналитическим методом. Критические значения параметров нагрузки анализируются в зависимости от геометрии задачи и свойств материала. Результаты исследования показывают, что начальные напряжения изменяют не только значения критических нагрузок, но и режимы неустойчивости.

### 1. Постановка задачи устойчивости

Рассмотрим двухслойную плиту толщиной  $2h$  со сторонами  $a$  и  $b$ . Каждый слой плиты имеет толщину  $h$  (рис. 1). Геометрические характеристики приведены для отсчетной конфигурации. Слои были получены в результате выпрямления секторов круговой цилиндрической оболочки. Из-за выпрямления секторов оболочки в плите возникают поля неоднородных напряжений. После выпрямления слои жестко склеиваются между собой так, чтобы в результате получилась симметричная двухслойная плита. Задача о распрямлении и выворачивании кругового бруса носит название задачи Головина, для сжимаемого материала она была рассмотрена в статье [11].

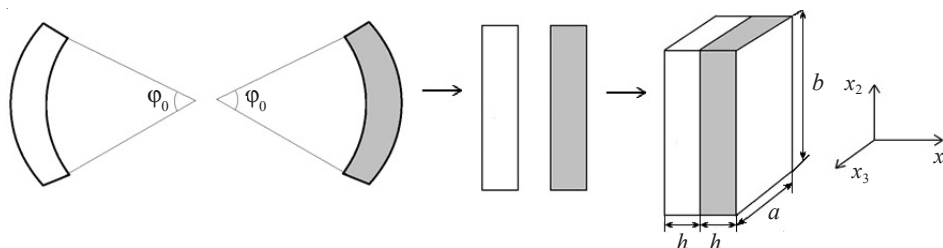


Рис. 1. Прямоугольная составная плита

Деформация выпрямления кривого бруса задается при помощи декартовых координат промежуточной конфигурации  $X, Y, Z$ :

$$X = X(r), \quad Y = \chi\phi, \quad Z = z, \quad \chi > 0. \quad (1)$$

Уравнения нелинейной теории упругости относительно отсчетной конфигурации записываются в виде (массовые силы отсутствуют) [1]:

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \mathbf{0}, \quad \mathbf{D} = \mathbf{D}(\mathbf{C}). \quad (2)$$

Тензоры напряжений Пиолы  $\mathbf{D}$  и градиента деформации  $\mathbf{C}$  зависят от выбора отсчетной конфигурации [1].

Следует отметить, что выбор отсчетной конфигурации, вообще говоря, произволен. Удобно выбирать в качестве отсчетной конфигурации ненапряженное, так называемое натуральное состояние. Однако это не всегда возможно, особенно в

случае составных тел, в которых могут присутствовать начальные напряжения, разные в каждой части.

Вместе с изменением отсчетной конфигурации преобразуется градиент деформации согласно формулам [1–3]:

$$\mathbf{C} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{C}', \quad \mathbf{C}': \kappa' \rightarrow X, \quad \mathbf{C}'': \kappa'' \rightarrow X, \quad \mathbf{P}': \kappa' \rightarrow K', \quad \mathbf{P}'': \kappa'' \rightarrow K'', \quad (3)$$

где через  $\kappa'$  и  $\kappa''$  обозначены две разные рассматриваемые отсчетные конфигурации, через  $K'$  и  $K''$  – соответствующие им промежуточные конфигурации, а через  $X$  – конечная деформированная конфигурация. Кроме того, здесь  $\mathbf{P}'$ ,  $\mathbf{P}''$  – градиенты деформации при переходе от соответствующей отсчетной конфигурации к промежуточной.

Градиенты деформации слоев с учетом условия несжимаемости в преднапряженных состояниях имеют вид:

$$\mathbf{P}' = \frac{dX(r)}{dr} \mathbf{e}_r \mathbf{i}_1 + \frac{\chi}{r} \mathbf{e}_r \mathbf{i}_2 + \mathbf{i}_3 \mathbf{i}_3, \quad \mathbf{P}'' = -\frac{dX(r)}{dr} \mathbf{e}_r \mathbf{i}_1 + \frac{\chi}{r} \mathbf{e}_r \mathbf{i}_2 + \mathbf{i}_3 \mathbf{i}_3, \quad (4)$$

где  $\mathbf{e}_j$  – координатные орты в отсчетной конфигурации, соответствующие цилиндрическим координатам,  $j = r, \phi, z$ ;  $\mathbf{i}_k$  – декартовы базисные орты в текущем состоянии,  $k = 1, 2, 3$ .

Плита, содержащая начальные неоднородные деформации, подвергается в дальнейшем однородной деформации, обусловленной нормальными нагрузками, приложенными к поверхностям  $x_3 = 0$ ,  $x_3 = a$  и  $x_2 = 0$ ,  $x_2 = b$ . Грани плиты  $x_1 = -h$  и  $x_1 = h$  свободны от внешних сил. Таким образом, невозмущенное деформированное состояние составной плиты описывается формулами:

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_{0'} &= (\lambda_3 \lambda_2)^{-1} \mathbf{i}_1 \mathbf{i}_1 + \lambda_2 \mathbf{i}_2 \mathbf{i}_2 + \lambda_3 \mathbf{i}_3 \mathbf{i}_3, \quad 0 \leq x_1 \leq h, \\ \mathbf{C}_{0''} &= (\lambda_3 \lambda_2)^{-1} \lambda_3 \mathbf{i}_1 \mathbf{i}_1 + \lambda_2 \mathbf{i}_2 \mathbf{i}_2 + \lambda_3 \mathbf{i}_3 \mathbf{i}_3, \quad -h \leq x_1 \leq 0, \\ \lambda_3 &= \text{const} > 0, \quad \lambda_2 = \text{const} > 0. \end{aligned} \quad (5)$$

В (5)  $\lambda_3$ ,  $\lambda_2$  – постоянные кратностей удлинений в докритическом состоянии составной плиты.

Линеаризованные краевые условия на боковых гранях плиты имеют вид:

$$\begin{aligned} \text{при } x_3 = 0 \text{ и } x_3 = a: \quad w_2(x_1, x_2, x_3) = 0, \quad w_1(x_1, x_2, x_3) = 0, \quad \dot{D}_{33} = 0, \\ \text{при } x_2 = 0 \text{ и } x_2 = b: \quad w_1(x_1, x_2, x_3) = 0, \quad w_3(x_1, x_2, x_3) = 0, \quad \dot{D}_{22} = 0, \end{aligned} \quad (6)$$

где  $w_i$  – перемещения,  $i = 1, 2, 3$ .

Для тонких плит условия (6) соответствуют шарнирному опиранию. Предполагается идеальный контакт между слоями пластины: поле добавочных перемещений непрерывно при пересечении границы слоев.

Линеаризованные граничные условия и условия сопряжения слоев в этом случае определяются формулами:

$$\begin{aligned} r = a: \quad u(a, z) = 0, \quad \mathbf{e}_r \cdot \dot{\mathbf{D}} \cdot \mathbf{e}_z = 0, \\ x_3 = -h, \quad \dot{D}_{3k''} = 0, \\ x_3 = 0, \quad \dot{D}_{3k''} = \dot{D}_{3k'}, \quad w_k'' = w_k', \\ x_3 = h, \quad \dot{D}_{3k'} = 0, \quad k = 1, 2, 3. \end{aligned} \quad (7)$$

В качестве уравнения состояния используется модель несжимаемого неогуковского материала [1]. Удельная потенциальная энергия деформации  $W$  задается выражением

$$W = \frac{\mu}{2} [\text{tr}(\mathbf{C} \cdot \mathbf{C}^T) - 3], \quad \mathbf{D} = \mu \mathbf{C} - p \mathbf{C}^{-T}, \quad (8)$$

где  $\mu$  – материальная постоянная, имеющая в случае бесконечно малых деформаций смысл модуля сдвига,  $p$  – давление в несжимаемом теле.

Относительно напряженных отсчетных конфигураций  $\mathbf{c}'$  и  $\mathbf{c}''$  тензор напряжений Пиолы для неогуковского материала имеет вид:

$$\mathbf{D}' = \mu \mathbf{P}'^T \cdot \mathbf{P}' \cdot \mathbf{C}' - p' \mathbf{C}'^{-T}, \quad \mathbf{D}'' = \mu \mathbf{P}''^T \cdot \mathbf{P}'' \cdot \mathbf{C}'' - p'' \mathbf{C}''^{-T}. \quad (9)$$

Линеаризованные уравнения равновесия для материала Трелоара задаются формулами:

$$\nabla \cdot \dot{\mathbf{D}} = \mathbf{0}, \quad (10)$$

$$\dot{\mathbf{D}}' = \mu \mathbf{A}' \cdot \nabla \mathbf{w}' - \dot{p}' \mathbf{C}'_0^{-T} + p'_0 \mathbf{C}'_0^{-T} \cdot \nabla \mathbf{w}' \cdot \mathbf{C}'_0^{-T}, \quad \mathbf{A}' = \mathbf{P}'^T \cdot \mathbf{P}', \quad (11)$$

$$\dot{\mathbf{D}}'' = \mu \mathbf{A}'' \cdot \nabla \mathbf{w}'' - \dot{p}'' \mathbf{C}''_0^{-T} + p''_0 \mathbf{C}''_0^{-T} \cdot \nabla \mathbf{w}'' \cdot \mathbf{C}''_0^{-T}, \quad \mathbf{A}'' = \mathbf{P}''^T \cdot \mathbf{P}''. \quad (12)$$

Для несжимаемых материалов также необходимо использовать линеаризованное условие несжимаемости  $\text{tr}(\mathbf{C}'_0^{-1} \cdot \nabla \mathbf{w}) = 0$ .

Таким образом, линеаризованная задача для предварительно напряженной двухслойной плиты состоит из линеаризованных уравнений равновесия (2) и граничных условий (7), в которые следует подставить линеаризованные уравнения состояния (11) или (12), дополненные линеаризованным условием несжимаемости.

Невозмущенное плоское напряженное состояние плиты описывается формулами:

$$D'_{11} = \frac{\mu \lambda_3 \lambda_2^{-1} r^2}{\chi^2} - p'_0 \lambda_3 \lambda_2, \quad D'_{22} = \frac{\mu \lambda_2 \chi^2}{r^2} - p'_0 \lambda_2^{-1}, \quad (13)$$

$$D'_{33} = \mu \lambda_3 - p'_0 \lambda_3^{-1},$$

$$D''_{11} = \frac{\mu \lambda_3 \lambda_2^{-1} r^2}{\chi^2} - p''_0 \lambda_3 \lambda_2, \quad D''_{22} = \frac{\mu \lambda_2 \chi^2}{r^2} - p''_0 \lambda_2^{-1}, \quad (14)$$

$$D''_{33} = \mu \lambda_3 - p''_0 \lambda_3^{-1}.$$

Величины  $p'_0$  и  $p''_0$  находятся из условия равенства нулю вертикальных составляющих тензора напряжений Пиолы и записываются в виде:

$$p'_0 = \frac{\mu \lambda_3^{-2} \lambda_2^{-2} r^2}{\chi^2}, \quad p''_0 = \frac{\mu \lambda_3^{-2} \lambda_2^{-2} r^2}{\chi^2}.$$

Из условия несжимаемости определяется  $X = X(r)$  с точностью до произвольной аддитивной постоянной  $X(r) = r^2/(2\chi) + C$ . Параметр  $\chi$  определяется из условия равновесия составной плиты при отсутствии внешних нагрузок при  $\lambda_2 = \lambda_3 = 1$ .

## 2. Уравнения потери устойчивости

Анализ потери устойчивости в малом проводится методом линеаризации, описанным в [1, 7–10, 12, 13]. Рассматриваются малые возмущения исходного напряженного состояния и выводятся линеаризованные уравнения равновесия и краевые условия. Полученная краевая задача исследуется на наличие нетривиальных (ненулевых) решений.

Вектор малых добавочных перемещений имеет вид

$$\mathbf{w} = w_1(x_1, x_2, x_3)\mathbf{i}_1 + w_2(x_1, x_2, x_3)\mathbf{i}_2 + w_3(x_1, x_2, x_3)\mathbf{i}_3.$$

Для каждого слоя решение разыскивается в виде:

$$\begin{aligned} w_1 &= W_1(x_1) \sin \frac{\pi n x_3}{a} \sin \frac{\pi m x_2}{b}, & w_2 &= W_2(x_1) \sin \frac{\pi n x_3}{a} \cos \frac{\pi m x_2}{b}, \\ w_3 &= W_3(x_1) \cos \frac{\pi n x_3}{a} \sin \frac{\pi m x_2}{b}, & \dot{p} &= P(x_1) \sin \frac{\pi n x_3}{a} \sin \frac{\pi m x_2}{b}. \end{aligned} \quad (15)$$

Такой выбор функций в (15) позволяет удовлетворить граничным условиям (6) и (7). Представление решений (15) также следует из применения метода разделения переменных Фурье, то есть (15) является точной формой решения. Выбор других функций (15) повлечет за собой изменение краевых условий (6). Другие виды граничных условий и удовлетворяющих им решений описаны в [6].

Выражения линеаризованных тензоров Пиолы для среднего и внешних слоев могут быть представлены в виде

$$\dot{\mathbf{D}}' = \dot{D}'_{ks} \mathbf{i}_k \mathbf{i}_s, \quad \dot{\mathbf{D}}'' = \dot{D}''_{ks} \mathbf{i}_k \mathbf{i}_s, \quad k, s = 1, 2, 3. \quad (16)$$

Далее, подставляя (15) в (16), а затем полученные выражения в (10), получим системы линейных дифференциальных уравнений первого и второго порядков с постоянными коэффициентами относительно неизвестных функций  $W_1''(x_1)$ ,  $W_2''(x_1)$ ,  $W_3''(x_1)$ ,  $P''(x_1)$  и  $W_1'(x_1)$ ,  $W_2'(x_1)$ ,  $W_3'(x_1)$ ,  $P'(x_1)$  для каждого слоя.

Отметим, что для плоской задачи  $\lambda_3 = 1$ ,  $n = 0$  и  $W_3 \equiv 0$ . В этом случае системы дифференциальных уравнений (16) принимают более простой вид.

## 3. Анализ потери устойчивости

Рассматривается случай нагружения плиты в двух направлениях одновременно. При комбинированном нагружении плиты под усилиями понимаются величины  $N_k = \int_{-h}^h D_{kk} dx_3$ . Приведенные ниже результаты даны для квадратных составных плит с относительными размерами  $a = 1$ ,  $b = 1$ .

На рис. 2 изображены кривые критических усилий составной плиты с неоднородным полем напряжений для различных мод выпучивания  $m$ ,  $n$  и при фиксированной безразмерной полутолщине плиты  $h = 0,05$ . Критические кривые формируют область устойчивости.

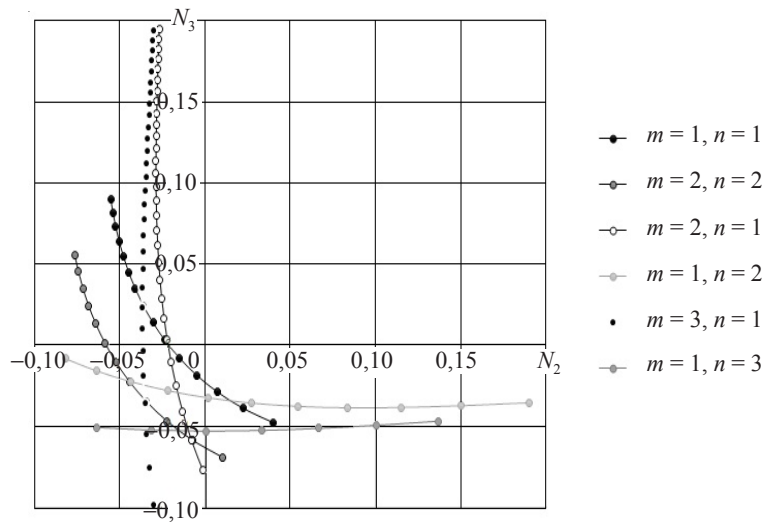


Рис. 2. Критические усилия при различных модах выпучивания

### Заключение

Проведенное исследование показывает, что влияние начальных напряжений может существенно влиять на потерю устойчивости. В частности, отметим возможность потери устойчивости вследствие действия только начальных напряжений. В определенном смысле для эластичных материалов начальные напряжения могут оказывать большее влияние на потерю устойчивости, чем упругие модули. Это может оказаться важным для таких слоистых структур, как пленки и элементы гибкой электроники [14–18].

### Список литературы

1. Лурье А.И. *Нелинейная теория упругости*. М.: Наука, 1980. 512 с.
2. Truesdell C., Noll W. *The Non-Linear Field Theories of Mechanics*. 2<sup>nd</sup> ed. Berlin: Springer, 2004. 602 p.
3. Truesdell C.A. *First Course in Rational Continuum Mechanics*. 2<sup>nd</sup> ed. Academic Press, 1991. 391 p.
4. Green A.E., Zerna W. *Theoretical Elasticity*. Oxford: Clarendon Press, 1954. 457 p.
5. Green A.E., Adkins J.E. *Large Elastic Deformations and Non-Linear Continuum Mechanics*. Oxford: Clarendon Press, 1960. 348 p.
6. Gurtin M.E. *Topics in Finite Elasticity*. Philadelphia: SIAM, 1983. 58 p.
7. Ogden R.W. *Non-Linear Elastic Deformations*. Mineola: Dover, 1997. 556 p.
8. Fu Y.B., Ogden R.W. Nonlinear stability analysis of pre-stressed elastic bodies. *Continuum Mechanics and Thermodynamics*. 1999. Vol. 11. P. 141–172.
9. Sensenig C.B. Instability of thick elastic solids. *Communications on Pure and Applied Mathematics*. 1964. Vol. 17. No 4. P. 451–491.
10. Sensenig C.B. Non-linear theory for the deformation of pre-stressed circular plates and rings. *Communications on Pure and Applied Mathematics*. 1965. Vol. 18. No 1-2. P. 147–161.
11. Зубов Л.М., Попов А.Г. Задача Головина в нелинейной теории упругости. *Вестник ЮНЦ РАН*. 2007. Т. 3. №4. С. 14–18.
12. Зубов Л.М. Выпучивание пластинок из неогуковского материала при аффинной начальной деформации. *ПММ*. 1970. Т. 34. №4. С. 632–642.
13. Шейдаков Д.Н. Устойчивость прямоугольной плиты при двухосном растяжении. *ПМТФ*. 2007. Т. 48. № 7. С. 94–103.

14. Bowden N., Brittain S., Evans A.G. et al. Spontaneous formation of ordered structures in thin films of metals supported on an elastomeric polymer. *Nature*. 1998. Vol. 393. No 6681. P. 146–149.
15. Hutchinson J.W. The role of nonlinear substrate elasticity in the wrinkling of thin films. *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. 2013. Vol. 371. No 1993. P. 20120422.
16. Cao Y., Hutchinson J.W. Wrinkling phenomena in neo-Hookean film/substrate bilayers. *Journal of Applied Mechanics*. 2012. Vol. 79. No 3. P. 031019.
17. Khang D.-Y., Jiang H., Huang Y., Rogers J.A. A stretchable form of single-crystal silicon for high-performance electronics on rubber substrates. *Science*. 2006. Vol. 311. No 5758. P. 208–212.
18. Sun Y., Choi W. M., Jiang H. et al. Controlled buckling of semiconductor nanoribbons for stretchable electronics. *Nature Nanotechnology*. 2006. Vol. 1. No 3. P. 201–207.

### References

1. Lurie A.I. *Nelineynaya teoriya uprugosti [Nonlinear Theory of Elasticity]*. Moscow. Nauka Publ. 512 p. (In Russian).
2. Truesdell C., Noll W. *The Non-Linear Field Theories of Mechanics*. 2<sup>nd</sup> ed. Berlin. Springer. 2004. 602 p.
3. Truesdell C.A. *First Course in Rational Continuum Mechanics*. 2<sup>nd</sup> ed. Academic Press. 1991. 391 p.
4. Green A.E., Zerna W. *Theoretical Elasticity*. Oxford. Clarendon Press. 1954. 457 p.
5. Green A.E., Adkins J.E. *Large Elastic Deformations and Non-Linear Continuum Mechanics*. Oxford. Clarendon Press. 1960. 348 p.
6. Gurtin M.E. *Topics in Finite Elasticity*. Philadelphia. SIAM. 1983. 58 p.
7. Ogden R.W. *Non-Linear Elastic Deformations*. Mineola. Dover. 1997. 556 p.
8. Fu Y.B., Ogden R.W. Nonlinear stability analysis of pre-stressed elastic bodies. *Continuum Mechanics and Thermodynamics*. 1999. Vol. 11. P. 141–172.
9. Sensenig C.B. Instability of thick elastic solids. *Communications on Pure and Applied Mathematics*. 1964. Vol. 17. No 4. P. 451–491.
10. Sensenig C.B. Non-linear theory for the deformation of pre-stressed circular plates and rings. *Communications on Pure and Applied Mathematics*. 1965. Vol. 18. No 1-2. P. 147–161.
11. Zubov L.M., Popov A.G. Zadacha Golovina v nelineynoy teorii uprugosti [Golovin's problem in the nonlinear theory of elasticity]. *Vestnik Yuzhnogo nauchnogo tsentra RAN [Bulletin of the Southern Scientific Center of the Russian Academy of Sciences]*. 2007. Vol. 3. No 4. P. 14–18 (In Russian).
12. Zubov L.M. Vypuchivanie plastinok iz neogukovskogo materiala pri affinnoy nachalnoy deformatsii [Buckling of plates of neo-Hookean material during affine initial deformation]. *Prikladnaya matematika i mekhanika [Journal of Applied Mathematics and Mechanics]*. 1970. Vol. 34. No 4. P. 632–642 (In Russian).
13. Sheydakov D.N. Ustoychivost pryamougolnoy plity pri dvukhosnom rastyazhenii [Stability of a rectangular plate under biaxial tension]. *Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika [Journal of Applied Mechanics and Technical Physics]*. 2007. Vol. 48. No 7. P. 94–103 (In Russian).
14. Bowden N., Brittain S., Evans A.G. et al. Spontaneous formation of ordered structures in thin films of metals supported on an elastomeric polymer. *Nature*. 1998. Vol. 393. No 6681. P. 146–149.
15. Hutchinson J.W. The role of nonlinear substrate elasticity in the wrinkling of thin films. *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. 2013. Vol. 371. No 1993. P. 20120422.
16. Cao Y., Hutchinson J.W. Wrinkling phenomena in neo-Hookean film/substrate bilayers. *Journal of Applied Mechanics*. 2012. Vol. 79. No 3. P. 031019.
17. Khang D.-Y., Jiang H., Huang Y., Rogers J.A. A stretchable form of single-crystal silicon for high-performance electronics on rubber substrates. *Science*. 2006. Vol. 311. No 5758. P. 208–212.
18. Sun Y., Choi W. M., Jiang H. et al. Controlled buckling of semiconductor nanoribbons for stretchable electronics. *Nature Nanotechnology*. 2006. Vol. 1. No 3. P. 201–207.

## **STABILITY OF A COMPOSITE THICK PLATE WITH INHOMOGENEOUS FIELD OF INITIAL STRESSES**

**Eremeev V.V.**

*Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation*

Using methods of spatial nonlinear elasticity we consider the static stability of a rectangular two-layered plate. This problem has a peculiarity which relates to the appearance of nonhomogeneous initial stresses. Each layer of the plate was obtained as a result of straightening of the sector of a cylindrical shell. As a result we have the self-equilibrated initial stresses. The main aim of the paper is the analysis of these initial stresses on the plate buckling. The stability was analyzed with linearization method. The method consists of the determination of such critical parameters of deformations for which the linearized boundary-value problem has nonzero or nontrivial solutions. We use the Treloar model as a constitutive relation. This model describes properly deformations of incompressible elastomers up to hundreds percent. Within the linearization approach we derive the linearized boundary-value problem. Using Fourier technique we obtain its nontrivial solutions. To this end we use the representation of solutions in series of sine and cosine functions. On the principal stretches plane we show the stability region. It is demonstrated that the initial stresses may significantly deform this region. In particular, instability can be a result of initial stresses only, that is without action of external loadings. Considered problems can be used for modelling of elements of so-called stretchable electronics, which use multi-layered structures manufactured by deposition of metallic films on an elastic flexible substrate. The internal stresses may result in wrinkling of the elements and to the increase of their flexibility.

*Keywords:* nonlinear elasticity, pre-stresses, instability, two-layered plate.