УДК 539.3 DOI: 10.32326/1814-9146-2020-82-1-16-23

О ПОПЕРЕЧНЫХ КОЛЕБАНИЯХ ПРОДОЛЬНО ДВИЖУЩИХСЯ ПАНЕЛЕЙ, ОПИСЫВАЕМЫХ ГИПЕРГЕОМЕТРИЧЕСКИМ УРАВНЕНИЕМ*

© 2020 г. **Баничук Н.В., Иванова С.Ю., Афанасьев В.С.**

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Российская Федерация

banichuk@ipmnet.ru

Поступила в редакцию 07.11.2019

Рассматривается продольное движение материала (неразрезного упругого полотна) между парами закрепленных валков (роликов), прижимающими полотно и вращающимися синхронно. Предполагается, что соседние пары валков расположены на разных уровнях по высоте относительно друг друга, что реализуется, например, в сушильной части бумагоделательной машины в соответствии с технологическими условиями производства. Движущееся полотно моделируется при помощи мембранной неразрезной панели, которая поддерживается системой закрепленных шарнирных опор, реализующих граничные условия простого опирания в концевых точках пролетов панели. Рассмотрение ограничивается одним пролетом. В процессе прямолинейного движения мембранная панель совершает упругие поперечные колебания, которые описываются в системе координат Эйлера. При этом возникающие малые упругие поперечные перемещения панели определяют локальные, кориолисовы и центробежные ускорения. С учетом взаимного расположения шарнирных опор осевое движение мембранной панели является ускоренным и происходит под действием заданного продольного натяжения и аксиальной составляющей гравитационного воздействия. Решение определяющего уравнения динамики панели представляется в форме временных гармоник, и дальнейшее рассмотрение проводится для амплитудной функции возникающих поперечных колебаний. С помощью ряда последовательных преобразований и введения новых вспомогательных переменных определяющее дифференциальное динамическое уравнение для амплитудной функции (поперечных отклонений мембранной панели) приводится к форме гипергеометрического уравнения Гаусса, решение которого получается аналитически в виде гипергеометрических рядов. Полученный результат представляет теоретический интерес и может быть полезным для проведения практических оценок процесса движения материалов.

Ключевые слова: мембранная панель, ускоренное продольное движение, нестационарные поперечные колебания, гипергеометрическое уравнение.

* Выполнено по теме Госзадания (номер госрегистрации АААА-А20-120011690132-4) и при частичной финансовой поддержке РФФИ (грант №17-08-00775а).

Введение

Движущиеся продольно с постоянной скоростью гибкие струны, мембраны, балки и пластины являются общепринятыми моделями движущихся материалов. Предыдущие исследования таких моделей, описываемых дифференциальными уравнениями второго и четвертого порядков, фокусировались на свободных колебаниях и влиянии осевого движения на частотный спектр и собственные функции системы [1–19]. Обобщения этих результатов можно найти в [20–22]. Термомеханическое воздействие на движущиеся материалы учитывалось наряду с внутриплоскостным натяжением в [23–27]. Статьи [28, 29] посвящены проблеме гашения возникающих колебаний продольно движущихся панелей при нестационарных нагрузках. Отметим также публикации [30, 31], в которых изучались вопросы устойчивости ускоренно движущихся вязкоупругих балок и пластин с учетом переменности сил натяжения.

Настоящая статья посвящена исследованию ускоренного осевого движения и поперечных колебаний мембранной панели с учетом продольного натяжения и составляющей гравитационного воздействия. Уравнение, описывающее движение панели, с помощью ряда преобразований сведено к гипергеометрическому уравнению Гаусса, решение которого можно представить в виде гипергеометрического ряда.

Основные соотношения

Рассматривается прямолинейное движение и поперечные колебания неразрезного полотна, моделируемого при помощи мембранной неразрезной панели. Предполагается, что движение вдоль оси x панели, опирающейся на валки на краях пролета ($x = 0$, $x = l$), является ускоренным и происходит под действием продольного натяжения и составляющей гравитационного воздействия. В рассматриваемой части $\Omega = [0, l]$ неразрезной панели выражения для распределения продольной скорости $V = V(x)$ и переменного натяжения $T = T(x)$ имеют вид:

$$V = V_0 + ax, \quad V_0 = V(0), \quad V_l = V(l), \quad a = \frac{V_l - V_0}{l}, \tag{1}$$

$$T = T_0 + \varepsilon x, \quad T_0 = T(0), \quad \frac{T}{m} = C_0^2 + \varepsilon_0 x, \tag{2}$$

где $C_0^2 = T_0/m$, а $\varepsilon_0 x = (\varepsilon/m)x$ характеризует вклад аксиальной компоненты гравитационного воздействия в продольное натяжение. Здесь и далее погонная масса m, а также параметры V_0, V_l, a, T_0, ε, ε_0, C_0, l – заданные константы.

Определяющее динамическое уравнение поперечных отклонений мембранной панели $w = w(x, t)$ записывается в эйлеровой системе координат:

$$m\left(\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + 2V\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} + V^2\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right) - T\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0. \tag{3}$$

Уравнение (3) с учетом выражений (1) и (2) принимает вид

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + 2(V_0 + ax)\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} + \left[(V_0 + ax)^2 - C_0^2 - \varepsilon_0 x\right]\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0, \tag{4}$$

а решение этого уравнения отыскивается с учетом краевых условий

$$(w)_{x=0} = 0, \quad (w)_{x=l} = 0. \tag{5}$$

Представим решения $w(x,t)$ в форме временных гармоник

$$w = w(x,t) = u(x)\mathrm{e}^{st}, \tag{6}$$

где $u(x)$ – амплитудная функция, а s – комплексная собственная частота. Искомые величины, как следует из (4)–(6), определяются однородным обыкновенным дифференциальным уравнением для функции $u(x)$ с соответствующими краевыми условиями:

$$s^2 u + 2(V_0 + ax)s\frac{du}{dx} + \left[(V_0 + ax)^2 - C_0^2 - \varepsilon_0 x\right]\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0, \tag{7}$$

$$u(0) = 0, \quad u(l) = 0.$$

Приведение определяющего уравнения динамики к гипергеометрическому уравнению Гаусса

Для преобразования уравнения (7) введем новую переменную $\xi = V = V_0 + ax$ ($x = (\xi - V_0)/a$):

$$Au + 2B\xi\frac{du}{d\xi} + [\alpha\xi^2 + \beta\xi + \gamma]\frac{d^2u}{d\xi^2} = 0, \tag{8}$$

где

$$A = s^2, \quad B = sa, \quad \alpha = a^2, \quad \beta = -a\varepsilon_0, \quad \gamma = a\left(V_0\varepsilon_0 - aC_0^2\right).$$

Для множителя перед высшей производной в (8) имеем

$$\alpha\xi^2 + \beta\xi + \gamma = \alpha\left(\xi + \frac{\beta}{2\alpha}\right)^2 - \left(\frac{\beta^2}{4\alpha} - \gamma\right). \tag{9}$$

Полагая

$$z = \xi + \frac{\beta}{2\alpha}, \tag{10}$$

из (9) получим

$$\alpha\xi^2 + \beta\xi + \gamma = \alpha z^2 - \left(\frac{\beta^2}{4\alpha} - \gamma\right). \tag{11}$$

Учитывая, что в силу (10) $d/dz = d/d\xi$, и используя равенство (11), преобразуем уравнение (8) (записанное для функции $u(\xi)$) к уравнению для функции $u = u(z)$

$$Au + 2B\left(z - \frac{\beta}{2\alpha}\right)\frac{du}{dz} - \alpha\left[\frac{1}{\alpha}\left(\frac{\beta^2}{4\alpha} - \gamma\right) - z^2\right]\frac{d^2u}{dz^2} = 0. \tag{12}$$

С учетом обозначений

$$\eta = \frac{z}{\kappa}, \quad \kappa^2 = \frac{1}{\alpha}\left(\frac{\beta^2}{4\alpha} - \gamma\right)$$

уравнение (12) примет вид

$$(1-\eta^2)\frac{d^2u}{d\eta^2}+(\lambda_1\eta+\lambda_2)\frac{du}{d\eta}+\lambda_3 u=0, \tag{13}$$

где

$$\lambda_1=-\frac{2B}{\alpha},\quad \lambda_2=\frac{\beta B}{\kappa\alpha^2},\quad \lambda_3=\frac{A}{\alpha}.$$

Дальнейшая замена $2\zeta=1+\eta$ приводит дифференциальное уравнение (13) к гипергеометрическому уравнению Гаусса ([32], §1.7)

$$\zeta(1-\zeta)\frac{d^2u}{d\zeta^2}+\frac{1}{2}\left[\lambda_1\zeta+\frac{1}{2}(\lambda_2-\lambda_1)\right]\frac{du}{d\zeta}+\frac{\lambda_3}{4}u=0. \tag{14}$$

Сравнение уравнения (14) со стандартной формой записи дифференциального гипергеометрического уравнения Гаусса [32]

$$\zeta(1-\zeta)\frac{d^2u}{d\zeta^2}+\frac{1}{2}[\tilde\gamma-(\tilde\alpha+\tilde\beta+1)\zeta]\frac{du}{d\zeta}-\tilde\alpha\tilde\beta u=0$$

приводит к следующим соотношениям для коэффициентов:

$$\tilde\alpha\tilde\beta=-\frac{\lambda_3}{4},\quad \tilde\gamma=\frac{\lambda_2-\lambda_1}{4},\quad \tilde\alpha+\tilde\beta+1=\frac{\lambda_1}{2}, \tag{15}$$

из которых $\tilde\alpha$, $\tilde\beta$ и $\tilde\gamma$ определяются через значения коэффициентов λ_1, λ_2 и λ_3 уравнения (13) (при $\Lambda = (1 + \lambda_1/2)/2$):

$$\tilde\alpha_{1,2}=-\Lambda\pm\left[\Lambda^2+\frac{\lambda_3}{4}\right]^{1/2},$$

$$\tilde\beta_{1,2}=\frac{\lambda_3}{4}\left[-\Lambda\pm\left[\Lambda^2+\frac{\lambda_3}{4}\right]^{1/2}\right]^{-1},\quad \tilde\gamma=\frac{\lambda_2-\lambda_1}{4}.$$

Здесь $\tilde\alpha_{1,2}$ – два корня квадратного уравнения $\tilde\alpha^2+2\Lambda\tilde\alpha-\lambda_3/4=0$. Решение гипергеометрического уравнения Гаусса записывается в виде [32]:

$$u=C_1F(\tilde\alpha,\tilde\beta,\tilde\gamma;\zeta)+C_2\zeta^{1-\tilde\gamma}F(\tilde\alpha-\tilde\gamma+1,\tilde\beta-\tilde\gamma+1,2-\tilde\gamma;\zeta),\quad |\zeta|<1, \tag{16}$$

где C_1, C_2 – произвольные постоянные, а $F(\tilde\alpha,\tilde\beta,\tilde\gamma;\zeta)$ – гипергеометрический ряд Гаусса

$$F(\tilde\alpha,\tilde\beta,\tilde\gamma;\zeta)=1+\frac{\tilde\alpha\tilde\beta}{\tilde\gamma}\zeta+\frac{\tilde\alpha(\tilde\alpha+1)\tilde\beta(\tilde\beta+1)}{\tilde\gamma(\tilde\gamma+1)2!}\zeta^2+\ldots,\quad |\zeta|<1.$$

Справедливо преобразование $x = C\zeta + D$. Обратное преобразование $\xi = (x - D)/C$ позволяет представить общее решение уравнения (16) в виде общего решения уравнения (7), где коэффициенты C и D определяются через параметры задачи:

$$C=\frac{2\kappa}{a},\quad D=-\frac{2\alpha\kappa+2\alpha V_0+\beta}{2\alpha a}.$$

Выводы

Рассмотрено продольное движение материала (неразрезного упругого полотна, мембранной панели) между парами закрепленных валков, прижимающими полотно и вращающимися синхронно. Предполагается, что полотно движется ускоренно под действием продольного натяжения и гравитационной составляющей. Выведено и проанализировано динамическое уравнение для возникающих поперечных колебаний мембранной панели, решения которого представляются в форме временных гармоник, и дальнейшее рассмотрение проводится для амплитудной функции колебаний. С помощью ряда последовательных преобразований и введения новых переменных определяющее дифференциальное динамическое уравнение для амплитудной функции (поперечных отклонений мембранной панели) приводится к форме гипергеометрического уравнения Гаусса, решение которого получается аналитически в виде гипергеометрических рядов. Полученный результат представляет теоретический интерес и может быть полезным для проведения практических оценок процесса движения материалов.

Список литературы

1. Skutch R. Über die Bewegung eines gespannten Fadens, weicher gezwungen ist durch zwei feste Punkte, mit einer konstanten Geschwindigkeit zu gehen, und zwischen denselben in Transversalschwingungen von geringer Amplitude versetzt wird. *Annalen der Physik und Chemie*. 1897. No 61. S. 190–195.

2. Sack R.A. Transvers oscillations in travelling strings. *British Journal of Applied Physics*. 1954. Vol. 5. P. 224–226.

3. Archibald F.R., Emslie A.G. The vibration of a string having a uniform motion along its length. *ASME Journal of Applied Mechanics*. 1958. Vol. 25. No 3. P. 347–348.

4. Miranker W.L. The wave equation in a medium in motion. *IBM Journal of Research and Development*. 1960. Vol. 4. No 1. P. 36–42.

5. Mote C.D. Divergence buckling of an edge-loaded axially moving band. *International Journal of Mechanical Sciences*. 1968. Vol. 10. P. 281–295.

6. Mote C.D. Dynamic stability of an axially moving band. *Journal of the Franklin Institute*. 1968. Vol. 285. No 5. P. 329–346.

7. Thurman A.L., Mote C.D.Jr. Free, periodic, nonlinear oscillation of an axially moving strip. *ASME Journal of Applied Mechanics*. 1969. Vol. 36. No 1. P. 83–91.

8. Mote C.D. Dynamic stability of axially moving materials. *Shock and Vibration Digest*. 1972. Vol. 4. No 4. P. 2–11.

9. Simpson A. Transverse modes and frequencies of beams translating between fixed end supports. *Journal of Mechanical Engineering Science*. 1973. Vol. 15. P. 159–164.

10. Mote C.D. Stability of systems transporting accelerating axially moving materials. *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*. 1975. Vol. 97. No l. P. 96–98.

11. Mujumdar A.S., Douglas W.J.M. Analytical modeling of sheet flutter. *Svensk Papperstidning*. 1976. Vol. 79. P. 187–192.

12. Pramila A. Sheet flutter and the interaction between sheet and air. *TAPPI Journal*. 1986. Vol. 69. No 7. P. 70–74.

13. Pramila A. Natural frequencies of a submerged axially moving band. *Journal of Sound and Vibration*. 1987. Vol. 113. No 1. P. 198–203.

14. Wickert J.A., Mote C.D. Classical vibration analysis of axially moving continua. *ASME Journal of Applied Mechanics*. 1990. Vol. 57. P. 738–744.

15. Lin C.C. Stability and vibration characteristics of axially moving plates. *International Journal of Solids and Structures*. 1997. Vol. 34. No 24. P. 3179–3190.

16. Marynowski K., Kapitaniak T. Kelvin–Voigt versus Burgers internal damping in modeling of axially moving viscoelastic web. *International Journal of Non-Linear Mechanics*. 2002. Vol. 37. No 7. P. 1147–1161.

17. Wang J., Huang L., Liu X. Eigenvalue and stability analysis for transverse vibrations of axially moving strings based on Hamiltonian dynamics. *Acta Mechanica Sinica*. 2005. Vol. 21. P. 485–494.

18. Banichuk N., Jeronen J., Neittaanmäki P., Tuovinen T. On the instability of an axially moving elastic plate. *International Journal of Solids and Structures*. 2010. Vol. 47. No 1. P. 91–99.

19. Banichuk N., Jeronen J., Neittaanmäki P., Tuovinen T. Static instability analysis for travelling membranes and plates interacting with axially moving ideal fluid. *Journal of Fluids and Structures*. 2010. Vol. 26. No 2. P. 274–291.

20. Marynowski K. Dynamics of the axially moving orthotropic web. *Lecture Notes in Applied and Computational Mechanics*. Vol. 38. Berlin: Springer-Verlag, 2008. 140 p.

21. Marynowski K., Kapitaniak T. Dynamics of axially moving continua. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2014. Vol. 81. P. 26–41.

22. Banichuk N., Jeronen J., Neittaanmäki P., Saksa T., Tuovinen T. *Mechanics of Moving Materials*. Heidelberg – New York – Dordrecht – London: Springer International Publishing, 2014. 253 p.

23. Баничук Н.В., Иванова С.Ю. О продольном движении панели при механических и температурных воздействиях. *Проблемы прочности и пластичности*. 2016. Т. 78. №2. С. 123–130.

24. Баничук Н.В., Иванова С.Ю. Об устойчивости продольного движения ортотропных термоупругих пластин. *Докл. РАН*. 2018. Т. 482. №5. С. 513–516.

25. Banichuk N.V., Afanas'ev V.S., Shevchenko A.V. Instability of a longitudinal movement along the cylindrical surface for a thermoelastic web simulated by stretched and heated string. *Mechanics of Solids*. 2018. Vol. 53. Iss. 2. P. 156–158.

26. Banichuk N.V., Ivanova S.Yu. Mathematical modeling of the axially moving panels subjected to thermomechanical actions. *Mechanics Based Design of Structures and Machines*. 2018. Vol. 46. No 1. P. 101–109.

27. Banichuk N.V., Ivanova S.Yu., Afanas'ev V.S. Mechanics of axially moving and vibrating in transverse direction orthotropic thermoelastic web. *Russian Mathematics*. 2018. Vol. 62. No 7. P. 58–62.

28. Баничук Н.В., Иванова С.Ю. Оптимальное подавление возмущений движущихся термоупругих панелей. *Докл. РАН*. 2018. Т. 478. №1. С. 29–33.

29. Banichuk N.V., Ivanova S.Yu., Makeev E.V., Sinitsyn A.V. Control of vibrations of a moving beam. *Journal of Physics: Conference Series*. 2018. Vol. 991. No 1. P. 012007.

30. Chen L.-Q., Tang Y.-Q. Parametric stability analysis of axially accelerating moving viscoelastic beams with the recognition of longitudinally varying tensions. *Journal of Vibration and Acoustics*. 2012. Vol. 134. No 1. 11 p.

31. Tang Y.-Q., Chen L.-Q. Stability analysis and numeral confirmation in parametric resonance of axially moving viscoelastic plates with time-dependent speed. *European Journal of Mechanics - A/Solids*. 2013. Vol. 37. P. 106–121.

32. Трикоми Ф. *Лекции по уравнениям в частных производных*. М.: ИЛ, 1957. 445 с.

References

1. Skutch R. Über die Bewegung eines gespannten Fadens, weicher gezwungen ist durch zwei feste Punkte, mit einer konstanten Geschwindigkeit zu gehen, und zwischen denselben in Transversalschwingungen von geringer Amplitude versetzt wird. *Annalen der Physik und Chemie*. 1897. No 61. S. 190–195.

2. Sack R.A. Transvers oscillations in travelling strings. *Br. J. Appl. Phys*. 1954. Vol. 5. P. 224–226.

3. Archibald F.R., Emslie A.G. The vibration of a string having a uniform motion along its length. *ASME J. Appl. Mech.* 1958. Vol. 25. No 3. P. 347–348.

4. Miranker W.L. The wave equation in a medium in motion. *IBM J. Res. Dev*. 1960. Vol. 4. No 1. P. 36–42.

5. Mote C.D. Divergence buckling of an edge-loaded axially moving band. *Int. J. Mech. Sci.* 1968. Vol. 10. P. 281–295.

6. Mote C.D. Dynamic stability of an axially moving band. *J. Franklin I*. 1968. Vol. 285. No 5. P. 329-346.

7. Thurman A.L., Mote C.D.Jr. Free, periodic, nonlinear oscillation of an axially moving strip. *ASME J. Appl. Mech*. 1969. Vol. 36. No 1. P. 83–91.

8. Mote C.D. Dynamic stability of axially moving materials. *Shock Vib. Digest.* 1972. Vol. 4. No 4. P. 2–11.

9. Simpson A. Transverse modes and frequencies of beams translating between fixed end supports. *J. Mech. Eng. Sci*. 1973. Vol. 15. P. 159–164.

10. Mote C.D. Stability of systems transporting accelerating axially moving materials. *ASME J. Dyn. Syst. Meas. Control*. 1975. Vol. 97. No l. P. 96–98.

11. Mujumdar A.S., Douglas W.J.M. Analytical modeling of sheet flutter. *Svensk Papper-stidning*. 1976. Vol. 79. P. 187–192.

12. Pramila A. Sheet flutter and the interaction between sheet and air. *TAPPI Journal*. 1986. Vol. 69. No 7. P. 70–74.

13. Pramila A. Natural frequencies of a submerged axially moving band. *J. Sound Vib*. 1987. Vol. 113. No 1. P. 198–203.

14. Wickert J.A., Mote C.D. Classical vibration analysis of axially moving continua. *ASME J. Appl. Mech.* 1990. Vol. 57. P. 738–744.

15. Lin C.C. Stability and vibration characteristics of axially moving plates. *Int. J. Solid. Struc*. 1997. Vol. 34. No 24. P. 3179–3190.

16. Marynowski K., Kapitaniak T. Kelvin–Voigt versus Burgers internal damping in modeling of axially moving viscoelastic web. *Int. J. Non-Linear Mech*. 2002. Vol. 37. No 7. P. 1147–1161.

17. Wang J., Huang L., Liu X. Eigenvalue and stability analysis for transverse vibrations of axially moving strings based on Hamiltonian dynamics. *Acta Mech. Sinica*. 2005. Vol. 21. P. 485–494.

18. Banichuk N., Jeronen J., Neittaanmäki P., Tuovinen T. On the instability of an axially moving elastic plate. *Int. J. Solid. Struc*. 2010. Vol. 47. No 1. P. 91–99.

19. Banichuk N., Jeronen J., Neittaanmäki P., Tuovinen T. Static instability analysis for travelling membranes and plates interacting with axially moving ideal fluid. *J. Fluid. Struc*. 2010. Vol. 26. No 2. P. 274–291.

20. Marynowski K. Dynamics of the axially moving orthotropic web. *Lecture Notes in Applied and Computational Mechanics*. Vol. 38. Berlin. Springer-Verlag. 2008. 140 p.

21. Marynowski K., Kapitaniak T. Dynamics of axially moving continua. *Int. J. Mech. Sci.* 2014. Vol. 81. P. 26–41.

22. Banichuk N., Jeronen J., Neittaanmäki P., Saksa T., Tuovinen T. *Mechanics of Moving Materials*. Heidelberg. New York. Dordrecht. London. Springer International Publishing. 2014. 253 p.

23. Banichuk H.B., Ivanova S.Yu. O prodolnom dvizhenii paneli pri mekhanicheskikh i temperaturnykh vozdeystviyakh [On axial motion of the panel under mechanicaland temperature action]. *Problemy prochnosti i plastichnosti* [*Problems of Strenght and Plasticity*]. 2016. Vol. 78. No 2. P. 123–130 (In Russian).

24. Banichuk N.V., Ivanova S.Yu. Ob ustoychivosti prodolnogo dvizheniya ortotropnykh termouprugikh plastin [On the stability of the longitudinal motion of orthotropic thermoelastic plates]. *Doklady Rossiyskoy Akademii nauk* [*Proceedings of the Russian Academy of Sciences*]. 2018. Vol. 482. No 5. P. 513–516 (In Russian).

25. Banichuk N.V., Afanas'ev V.S., Shevchenko A.V. Instability of a longitudinal movement along the cylindrical surface for a thermoelastic web simulated by stretched and heated string. *Mechanics of Solids*. 2018. Vol. 53. Iss. 2. P. 156–158.

26. Banichuk N.V., Ivanova S.Yu. Mathematical modeling of the axially moving panels subjected to thermomechanical actions. *Mech. Based Des. Struc*. 2018. Vol. 46. No 1. P. 101–109.

27. Banichuk N.V., Ivanova S.Yu., Afanas'ev V.S. Mechanics of axially moving and vibrating in transverse direction orthotropic thermoelastic web. *Russian Mathematics*. 2018. Vol. 62. No 7. P. 58–62.

28. Banichuk N.V., Ivanova S.Yu. Optimalnoe podavlenie vozmushcheniy dvizhushchikhsya termouprugikh paneley [Optimal disturbance suppression for moving thermoelastic panels]. *Doklady Rossiyskoy Akademii nauk* [*Proceedings of the Russian Academy of Sciences*]. 2018. Vol. 478. No 1. P. 29–33 (In Russian).

29. Banichuk N.V., IvanovaS.Yu., Makeev E.V., Sinitsyn A.V. Control of vibrations of a moving beam. *J. Phys. Conf. Ser*. 2018. Vol. 991. No 1. P. 012007.

30. Chen L.-Q., Tang Y.-Q. Parametric stability analysis of axially accelerating moving viscoelastic beams with the recognition of longitudinally varying tensions. *J. Vib. Acoust.* 2012. Vol. 134. No 1. 11 p.
31. Tang Y.-Q., Chen L.-Q. Stability analysis and numeral confirmation in parametric resonance of axially moving viscoelastic plates with time-dependent speed. *Eur. J. Mech. A. Solids*. 2013. Vol. 37. P. 106–121.
32. Tricomi F.G. *Lezioni sulle Equazioni a Derivate Parziali Corso di Analisi Superiore*. Torino. 1954. 484 p.

ON TRANSVERSE VIBRATIONS OF AXIALLY MOVING PANELS DESCRIBED BY A HYPERGEOMETRIC EQUATION

Banichuk N.V., Ivanova S.Yu., Afanas'ev V.S.

Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation

An axial movement of material (a continuous elastic web) through the system of fixed synchro rotating rollers is considered. It is supposed that the neighboring pairs of rollers are located at different levels in height relative to each other. This condition is realized for example in the dryer section of paper machine. The moving web is modelled by a continuous membrane panel supported by a system of fixed rollers, so that the simple support conditions are realized at the end points of each span. The consideration is restricted by one span. The membrane panel moves in axial direction and makes transverse elastic vibrations described in Euler coordinates. These arising small vibrations define the local acceleration, Coriolis acceleration and the centripetal acceleration. Taking into account the position of the supports the axial movement of the membrane panel is accelerated and it is realized under action of axial tension and the component of gravity force. The solutions of the defining equation of the panel dynamics are presented in the form of time harmonics. The amplitude function is considered and the auxiliary variables are introduced.Through a series of successive transformations the defining differential equation of the panel dynamics is reduced to Gauss's hypergeometric equation. The solution of this equation is given analytically in the form of hypergeometric series. The result obtained is of theoretical interest and can be useful for making practical assessments of the material movement process.

Keywords: membrane panel, accelerated axial movement, nonstationary transverse vibrations, hypergeometric equation.