

УДК 539.3

DOI: 10.32326/1814-9146-2019-81-4-489-500

**МОДЕЛИРОВАНИЕ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО  
ДЕФОРМИРОВАНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ  
КОНСТРУКЦИЙ ПРИ ИМПУЛЬСНОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ  
С ЖИДКОСТЬЮ НА ОСНОВЕ МЕТОДА ГОДУНОВА  
ПОВЫШЕННОЙ ТОЧНОСТИ\***

© 2019 г. Ченг Ванг<sup>1</sup>, Тонгум Янг<sup>1</sup>, Ван Ли<sup>1</sup>, Ли Тао<sup>1</sup>,  
Абузяров М.Х.<sup>2</sup>, Кочетков А.В.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Школа мехатроники, Пекинский технологический институт, Пекин, Китай

<sup>2</sup>Научно-исследовательский институт механики

Национального исследовательского Нижегородского государственного  
университета им. Н.И. Лобачевского, Нижний Новгород, Российская Федерация

abouziar@mech.unn.ru

Поступила в редакцию 02.09.2019

Исследуется пространственная задача внутреннего взрывного нагружения шаровым зарядом упругопластического цилиндрического контейнера, заполненного водой, в эйлерово-лагранжевых переменных с использованием многосеточных алгоритмов. Приведена определяющая система трехмерных уравнений динамики газа, жидкости и упругопластической среды. При численном моделировании применяется модификация схемы С.К. Годунова повышенной точности как для продуктов детонации и жидкости, так и для упругопластического контейнера. На подвижных контактных границах продукты детонации—жидкость, жидкость—деформируемое тело используется точное решение одномерной задачи распада разрыва. Описание процесса распространения установившейся детонации по взрывчатому веществу от области инициирования проводится с использованием лучевой модели. Решены две задачи: первая задача для осесимметричного положения заряда, вторая – для заряда, сдвинутого относительно оси симметрии. В обоих случаях инициация детонации происходит в центре заряда. В первой задаче исследуются двумерные осесимметричные процессы, во второй задаче процессы существенно трехмерны. Приводится сравнение результатов расчетов первой задачи по трехмерной методике с решением по ранее разработанной двумерной осесимметричной методике и известными экспериментальными данными. Наблюдается хорошее соответствие численных результатов по максимальным скоростям и окружным деформациям, полученным по различным методикам, экспериментальным данным. Анализируется динамическое поведение газового пузыря с продуктами детонации. Показано существенное отклонение формы пузыря от

\* Выполнено при финансировании госзаданием Минобрнауки 9.7057.2017/БЧ в части развития численной методики, РФФИ и ГФЕН (грант №19-58-53005) в части постановки задачи и результатов численного исследования.

сферической, вызванное действием ударных волн, отраженных от конструкции. Сравнение результатов решения первой и второй задач показало существенное влияние положения заряда на волновые процессы в жидкости, процессы нагружения контейнера и его упругопластического деформирования. В частности, во второй задаче в жидкости наблюдаются ударные волны более высокой амплитуды при отражении от стенок контейнера.

*Ключевые слова:* детонация, упругопластическая среда, моделирование, эйлерово-лагранжев подход, схема Годунова, распад разрыва, многосеточный алгоритм.

## Введение

Моделирование пространственных процессов деформирования упругопластических конструкций под действием импульсных нагрузок является актуальной проблемой. В статье рассматривается внутреннее взрывное нагружение стального цилиндрического контейнера, заполненного водой, при взрыве шарового заряда конденсированного взрывчатого вещества (ВВ). Моделируется инициация и распространение детонации по ВВ с расширением продуктов детонации (ПД) в окружающую жидкость с генерацией ударных волн и дальнейшим их взаимодействием с конструкцией. Подобные процессы сопровождаются значительными перемещениями и формоизменениями контактирующих сред, существенно влияющими на волновые процессы в жидкости и в деформируемой конструкции [1, 2]. Для описания этих процессов необходимо использовать технологии на основе эйлерово-лагранжевых методов (ALE). Стандартный ALE-подход с привязкой границ сред к границам расчетных сеток и генерацией внутри каждой среды подвижной эйлеровой сетки, хорошо зарекомендовавший себя при решении двумерных задач данного класса [3], в трехмерном случае при значительных формоизменениях сред затруднителен. В широко используемом для трехмерных динамических задач комплексе LS DYNA [4–7] возможны три подхода к решению этой задачи. Первый подход состоит в задании взрывного воздействия в виде функции давления от времени на жесткую неподвижную конструкцию и в основном используется при расчетах взрывных нагрузок в газах, где можно пренебречь влиянием деформирования конструкции на процессы в примыкающих средах. Второй подход [8] связан с использованием лагранжевых методик для описания детонации ВВ и совместного движения ПД, воды и конструкции и третий подход – с привлечением многокомпонентной гидродинамики, допускающий одновременно присутствие в расчетных ячейках разнородных сред без совмещения границ сред с узлами разностной сетки.

В настоящей статье для моделирования этого класса задач применяется другой оригинальный ALE-подход с использованием нескольких видов эйлеровых и лагранжевых сеток [9]. Первый вид сеток состоит из наборов непрерывных треугольников для лагранжевых подвижных границ каждой среды (в формате STL), задающих поверхности взаимодействующих сред; второй вид сеток – основная декартова неподвижная сетка из прямоугольных параллелепипедов по объемам сред; третий вид сеток – эйлерово-лагранжевы локальные подвижные регулярные декартовы сетки, привязанные к каждому треугольнику лагранжевой поверхности среды (к первому виду сеток). Эти локальные сетки строятся на поверхности контакта для каждого треугольника нормально к его поверхности с каждой стороны с шаблоном, достаточным для интегрирования уравнений со вторым порядком точности. Разме-

ры ячеек локальной сетки определяются размерами ячеек основной сетки. На этот шаблон интерполируются параметры из основной неподвижной декартовой сетки и локальных подвижных сеток [9]. Для каждой локальной сетки рассчитывается задача распада разрыва на границе, производится подвижка контактной границы в нормальном направлении к поверхности контакта и интегрируются параметры на новом временном слое. В этом случае площади и объемы для локальных подвижных сеток определяются точно. По движению локальных сеток определяется новое положение поверхности тела. Параметры в ячейках, удаленных от границ, рассчитываются на основной неподвижной сетке. Далее параметры в ячейках основной декартовой сетки, близких к контактной поверхности, для интегрирования которых не хватило разностного шаблона, или попавших в область, занятую телом, при его перемещении, определяются интерполяцией параметров из основной и локальных сеток. Интегрирование уравнений в основной неподвижной сетке происходит по модифицированной схеме С.К. Годунова [10], обобщенной на трехмерный случай, единой как для уравнений Эйлера для газа и жидкости, так и для уравнений Эйлера – Коши для упругопластических течений. На локальных подвижных сетках применяется эта же модификация с использованием точного решения задачи распада разрыва на границах ПД–жидкость, жидкость–деформируемое тело. При моделировании упругопластических течений на шаге предиктор используется упругое решение задачи распада разрыва, учет пластических свойств материала происходит на шаге корректора. Такое построение вычислительного алгоритма для решения упругопластических задач обеспечивает второй порядок аппроксимации в целом [11].

Для моделирования процесса распространения детонации по ВВ используется гидродинамическая теория детонации как самоподдерживающегося явления, предложенная Я.Б. Зельдовичем [12]. В [13] приведена численная реализация этой модели в схеме С.К. Годунова для двумерного случая – так называемая лучевая детонация (time dependent). Согласно этой модели, детонационная волна является ударной волной, на фронте которой за счет химических реакций происходит мгновенное энерговыделение, поддерживающее процесс ее распространения в другие точки заряда в соответствии с принципом Гюйгенса (каждая точка заряда, до которой дошла волна, становится источником детонации и независимо излучает детонационные волны в область непродетонированной части заряда). Скорость детонационной волны полагается постоянной, и детонация от места инициации распространяется по лучам. Энерговыделение, вызванное химическими реакциями, учитывается введением в уравнение энергии дополнительного источникового члена. Развитие этой численной методики для трехмерного случая на основе метода С.К. Годунова приведено в статье [14], где численно моделировались трехмерные процессы взрыва сферических зарядов в цилиндрической камере при инициировании детонации в различных точках заряда. Для описания процессов в продуктах детонации используется уравнение состояния идеального газа с переменным показателем адабаты, вычисляемым из уравнения состояния ВВ типа JWL [15].

## **1. Определяющая система уравнений и метод решения**

Замкнутая система уравнений, описывающая деформирование сплошной среды в приближении модели сжимаемого упругопластического тела, в декартовой системе координат имеет вид [9, 11]:

$$\rho_{,t} + (\rho u_i)_{,x_i} = 0, \quad (1)$$

$$(\rho u_i)_{,t} + (\rho u_i u_j - \sigma_{ij})_{,x_j} = 0, \quad (2)$$

$$e_{,t} + (eu_j - u_i \sigma_{ij})_{,x_j} = 0, \quad (3)$$

$$\frac{DS_{ij}}{Dt} + \lambda_t S_{ij} = 2\mu e_{ij}, \quad (4)$$

$$\varepsilon = \varepsilon(p, \rho), \quad (5)$$

где обозначено:  $t$  – время;  $x_i$  – пространственные координаты;  $u_i$  – компоненты вектора скорости по осям  $x_i$  соответственно;  $\rho$  – плотность;  $e = \rho(\varepsilon + u_i u_i / 2)$  – полная энергия единицы объема;  $\varepsilon$  – внутренняя энергия единицы массы, заданная уравнением состояния (5);  $\|\sigma_{ij}\|$  – тензор напряжений, который представляется в виде шаровой и девиаторной частей  $\sigma_{ij} = p\delta_{ij} + S_{ij}$ ,  $p = -\sigma_{ii}/3$ ;  $\|e_{ij}\|$  – девиатор тензора скоростей деформаций  $e_{ij} = \varepsilon_{ij} - \varepsilon_{kk}\delta_{ij}/3$ ,  $\varepsilon_{ij} = (u_{i,j} + u_{j,i})/2$ . Символом  $D/Dt$  обозначена производная Яуманна, учитывающая поворот тензора напряжений в эйлеровых переменных:

$$\frac{DS_{ij}}{Dt} = S_{ij,t} + u_k \frac{\partial S_{ij}}{\partial x_k} - S_{ik} \omega_{jk} - S_{jk} \omega_{ik},$$

$\omega_{ij} = (u_{i,j} - u_{j,i})/2$ ,  $\mu$  – модуль сдвига материала, индекс после запятой обозначает дифференцирование по соответствующей переменной. В качестве критерия перехода из упругого в пластическое состояние используется условие текучести Мизеса

$$S_{ij} S_{ij} = \frac{2}{3} \sigma_s^2,$$

$\sigma_s$  – предел текучести при одноосном растяжении. Параметр  $\lambda$  должен оставаться положительным в ходе пластической деформации при условии текучести

$$\lambda = \frac{3}{2} \cdot \frac{S_{ij} S_{ij}}{\sigma_s^2}.$$

Пластическое течение описывается путем сохранения девиатора на поверхности текучести [11]. Система уравнений (1)–(5) замыкается уравнениями состояния. В случае отсутствия сдвиговых напряжений система (1)–(5) переходит в уравнения Эйлера для движения сжимаемого газа или жидкости. Уравнение состояния в этом случае записывается в форме Тета [16]:

$$\varepsilon = \frac{p + B_0}{(\gamma - 1)\rho} - \frac{c_0^2}{\gamma - 1},$$

где  $\gamma$ ,  $B_0$ ,  $c_0$  – константы.

Для продуктов детонации используется уравнение состояния идеального газа, где  $B_0 = 0$ ,  $c_0 = 0$ , а показатель адиабаты – функция от плотности продуктов ВВ вида:

$$\gamma(\rho) = \frac{\rho_0/\rho \cdot R_1 A \exp(-R_1 \rho_0/\rho) + R_2 \rho_0/\rho \cdot B \exp(-R_2 \rho_0/\rho) + C(1+\omega)(\rho/\rho_0)^{1+\omega}}{A \exp(-R_1 \rho_0/\rho) + B \exp(-R_2 \rho_0/\rho) + C(\rho/\rho_0)^{1+\omega}},$$

где  $\rho_0$ ,  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $\omega$ ,  $A$ ,  $B$ ,  $C$  – соответствующие константы уравнения состояния типа JWL [15].

В качестве численного метода решения уравнений (1)–(5) применяется модификация схемы С.К. Годунова [9], обеспечивающая второй порядок аппроксимации на компактном  $3 \times 3 \times 3$  шаблоне. Для газодинамической части по сравнению с базовой схемой С.К. Годунова [16] изменения необходимы только на шаге предиктор при подготовке параметров к стандартному решению из [10]. Для моделирования упругопластических течений на этапе предиктор достаточно упругого решения задачи распада разрыва для линеаризованных уравнений. Решение задачи распада разрыва системы (1)–(5) строится по алгоритму, аналогичному [10]. Это же решение используется для реализации основных граничных условий по скорости и давлению.

Решение трехмерной задачи распада между упругой средой и жидкостью строится аналогично [10] итерационной комбинацией нелинейного решения задачи распада разрыва для граничного условия подвижной «жесткой стенки» и граничного условия с заданием напряжения для упругого тела.

## 2. Результаты численного моделирования

Предложенный подход был использован для исследования процесса деформации стального цилиндрического контейнера с водой при внутреннем взрыве сферического заряда ВВ (рис. 1).

Был выполнен расчет одного из экспериментов, приведенных в [17], допускающий моделирование в осесимметричной постановке. Целями численных исследований было сравнение решений по трехмерной методике с результатами расчетов по ранее разработанной двумерной методике [3, 18] и сравнение результатов расчетов с экспериментом. В двумерной методике был реализован эйлерово-лагранжев подход с совмещением лагранжевых контактных границ с узлами подвижных эйлеровых сеток. Центр шарового заряда ВВ из сплава тротила с гексогеном ТГ50/50 массой  $0,29$  кг, радиусом  $R = 0,0346$  м, плотностью  $1,67 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup> располагался в точке пересечения оси и плоскости симметрии. Контейнер выполнен из стали 35 с внешним радиусом цилиндрической части  $R = 0,213$  м, длиной цилиндрической части  $H = 4R_0$ , внешними радиусами сферических колпаков  $R_0$  и толщиной стенки 1 см. Для стали 35 принято: плотность  $7,8 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>, модуль объемного сжатия  $1,75 \cdot 10^5$  МПа, модуль сдвига  $8,077 \cdot 10^4$  МПа, предел текучести  $3,40 \cdot 10^3$  МПа, модуль упрочнения  $2,40 \cdot 10^2$  МПа. Заряд инициировался в центре симметрии. В этом случае все процессы были осесимметричными. Для ВВ ТГ 50/50 параметры уравнения состояния ПД типа JWL принимались следующими:  $\rho_0 = 1,67 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>,  $R_1 = 4,94$ ,  $R_2 = 1,35$ ,  $\omega = 0,28$ ,  $A = 708$  ГПа,  $B = 13,165$  ГПа,  $C = 1,058$  ГПа [7, 19, 20]. Для жидкости (воды)  $\gamma = 7,15$ ,  $B_0 = 0,3045$  ГПа,  $c_0 = 1450$  м/с. Время отсчитывалось с момента инициации.

В начальный момент времени поверхности объектов были покрыты сеткой из 800 тысяч треугольников, размеры сторон треугольников от 0,2 до 0,6 см. Размер основной кубической сетки по продуктам детонации и воде составлял 0,3 см, по оболочке – 0,2 см, в начальный момент количество ячеек составляло 14 миллионов.

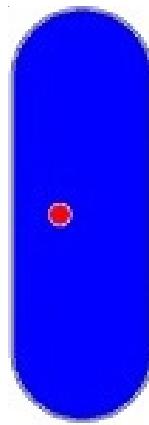


Рис. 1. Постановка задачи  
(красный цвет – заряд,  
синий цвет – жидкость)

Основные вычислительные операции были распараллелены по принципу openMP. Решение получено на суперЭВМ «Лобачевский» Нижегородского госуниверситета. Расчет одной миллисекунды процесса занимал порядка 40 часов, такие значительные вычислительные затраты связаны с используемыми явными схемами и с выбором минимального расчетного шага, обусловленного размером ячеек в упругой среде.

На рис. 2–4 приведены зависимости от времени давления на внутреннюю поверхность оболочки контейнера, скорости и окружных деформаций на внешней поверхности контейнера в плоскости симметрии.

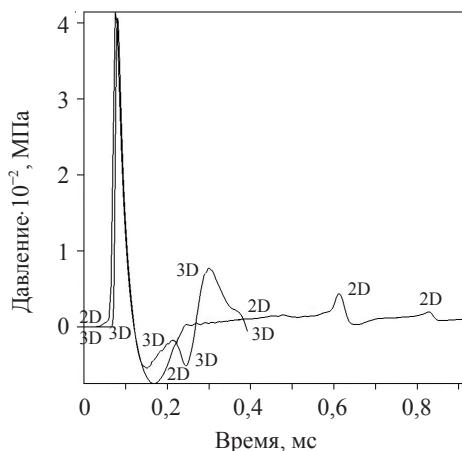


Рис. 2. Зависимость давления в плоскости симметрии от времени (трехмерный и двумерный осесимметричный расчеты)

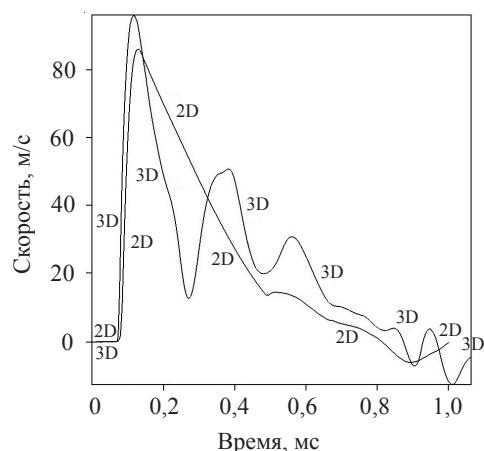


Рис. 3. Зависимость скорости оболочки в плоскости симметрии от времени (трехмерный и двумерный расчеты)

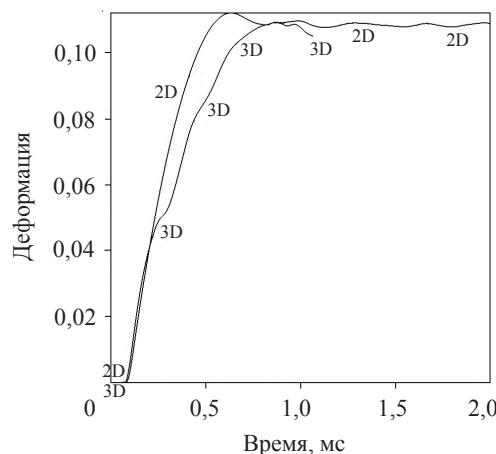


Рис. 4. Зависимость деформации в плоскости симметрии от времени (трехмерный и двумерный расчеты)

Индексом 2D отмечены расчеты по двумерной программе [3] с привязкой расчетной сетки к границам раздела сред, 3D – соответственно трехмерные расчеты по указанной многосеточной методике с выделением границ STL файлами. Численные результаты, полученные по различным методикам, достаточно хорошо соответствуют друг другу как по амплитудам, так и по фазам. Различие в кривых после

процесса отражения головной волны можно объяснить разными методами расчета контактных сил и параметров движения оболочки. Момент набора максимальной скорости, величина максимальной скорости и окружная деформация в этот момент и максимальные окружные деформации отличаются от экспериментальных [17] не более чем на 10%, что соответствует погрешностям экспериментов.

На рис. 5 приведены зависимости радиальной и вертикальной скоростей от времени на контакте ПД–жидкость для осесимметричного случая. Расчеты по двумерной и трехмерной методикам практически совпали, так как в этом случае использовалась одна и та же методика расчета движения ПД, жидкости и контактной поверхности. Различие между радиальными и вертикальными скоростями наступает в момент прихода отраженных от стенок контейнера возмущений. Наблюдаются окружные пластические деформации контейнера ~12%, что также соответствует экспериментально наблюдаемым остаточным деформациям.

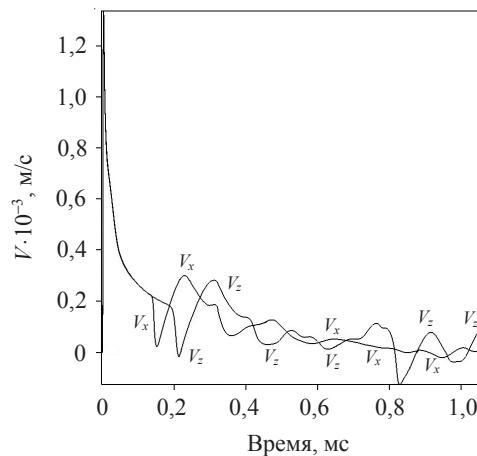


Рис. 5. Зависимости радиальной  $V_x$  и вертикальной  $V_z$  скоростей на границе газового пузыря от времени в плоскости симметрии

Расчеты трехмерной задачи были произведены при смещении центра заряда в плоскости симметрии на расстояние  $2R$  от оси симметрии (см. рис. 1). На рис. 6 и 7 приведены распределения давления для неосесимметричного расположения заряда соответственно в момент после отражения головной ударной волны от дальней стенки оболочки и в момент после отражения головной волны от ее колпаков. На рис. 6 это давление в ПД и воде, на рис. 7 – в ПД, воде и оболочке.

Светлые области на рисунках соответствуют положению контактных поверхностей раздела ПД–жидкость, жидкость–оболочка. Заметно несимметричное поведение пузыря с ПД под влиянием отраженных от стенок контейнера ударных волн.

На рис. 8 приведены зависимости скорости оболочки от времени в плоскости симметрии, рассчитанные по трехмерной методике. На рисунке обозначено: красная кривая – осесимметричный случай, зеленая и синяя кривые – неосесимметричный случай соответственно в ближайшей к заряду и в наиболее удаленной точках.

Приведенные численные результаты показывают сложный нелинейный характер процессов внутреннего взрывного нагружения контейнера с жидкостью. Наблюдаются значительные деформации и перемещения. В случае инициации заряда в центре системы происходит осесимметричное отражение ударных волн от стенок

и крышек контейнера. При смещении заряда от оси симметрии процесс становится существенно трехмерным, что приводит к изменению картины ударно-волнового нагружения контейнера и его деформирования.

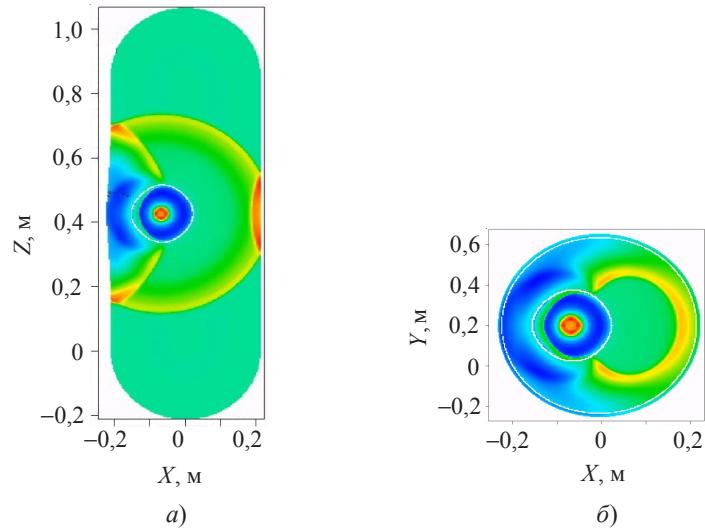


Рис. 6. Распределение давления в момент начала отражения ударной волны от дальней стенки оболочки: в вертикальном (а) и горизонтальном (б) сечениях

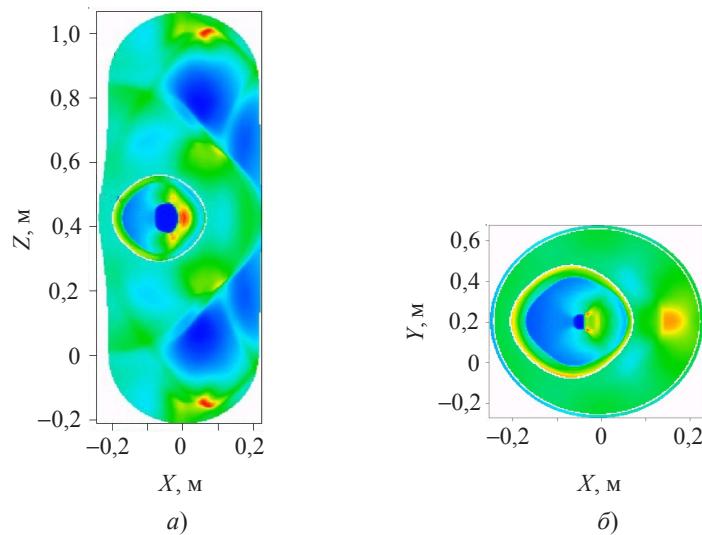


Рис. 7. Распределение давления в момент начала отражения ударной волны от колпаков контейнера: в вертикальном сечении через ось симметрии и центр заряда (а), в горизонтальном сечении (б)

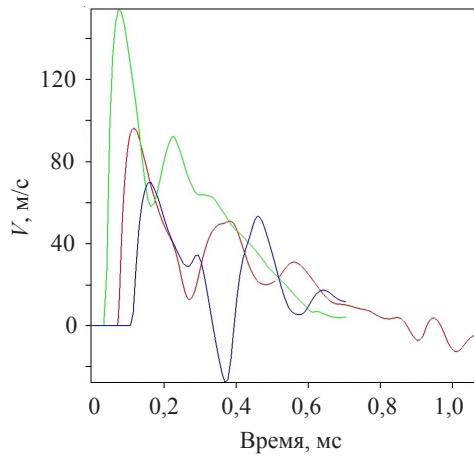


Рис. 8. Зависимости скорости оболочки контейнера от времени в плоскости симметрии

### Заключение

Результаты расчетов осесимметричной задачи практически совпали с результатами расчетов по ранее разработанной осесимметричной методике, что подтверждает достаточную точность трехмерной методики. Соответствие численных и экспериментальных результатов свидетельствует о достоверности используемой численной модели расчета процессов расширения продуктов детонации в жидкость, образования ударных волн в жидкости, взаимодействия волн с контактными поверхностями и деформирования конструкции. Расчеты взрывного воздействия зарядов показали значительное влияние их положения на характер гидродинамических и деформационных процессов.

Авторы благодарят С.В. Крылова за предоставленные результаты расчетов двумерной задачи.

### Список литературы

1. Cheng Wang, Jianguo Ning, Tianbao Ma. Numerical simulation of detonation and multi-material interface tracking. *Computers, Materials and Continua*. 2011. Vol. 22. P. 73–96.
2. Zhang Z., Wang C., Zhang A.M. et al. SPH-BEM simulation of underwater explosion and bubble dynamics near rigid wall. *Science China Technological Sciences*. 2019. Vol. 62. Iss. 7. P. 1082–1093.
3. Абузяров М.Х., Крылов С.В., Цветкова Е.В. Моделирование упругопластического взаимодействия с помощью программного комплекса UPSGOD. *Проблемы прочности и пластичности*. 2013. Вып. 75. Ч. 1. С. 25–32.
4. Муйземнек А.Ю., Богач А.А. *Математическое моделирование процессов удара и взрыва в программе LS-DYNA*: Учеб. пособие. Пенза: Информационно-издательский центр ПГУ, 2005. 106 с.
5. Schwer L., Brief A. Introduction to coupling load blast enhanced with multi-material ALE: The best of both worlds for air blast simulation. *9<sup>th</sup> LS-DYNA Forum*. Bamberg. 2010. P. 1–12.
6. Gilson L., Van Roey J., Gueders C., Gallant J., Rabet L. A simple coupling of ALE domain with empirical blast load function in LS-DYNA. *DYMAT 2012 – 10<sup>th</sup> International Conference on the Mechanical and Physical Behaviour of Materials under Dynamic Loading*. 2012. Freiburg. DOI: 10.1051/epjconf/20122604018.
7. Hallquist J.O. *LS-DYNA Theory Manual*. Livermore: Livermore Software Technology Corporation, 2015. 852 p.

8. Уилкинс М.Л. Расчет упругопластических течений. *Вычислительные методы в гидродинамике*. М.: Мир, 1967. С. 212–263.
9. Abuziarov K.M., Abuziarov M.H., Kochetkov A.V. 3D fluid structure interaction problem solving method in Euler variables based on the modified Godunov scheme. *Materials Physics and Mechanics*. 2016. Vol. 28. No 1/2. P. 1–5.
10. Abouziarov M., Aiso H. An application of retroactive characteristic method to conservative scheme for structure problems (elastic-plastic flows). *Hyperbolic Problems, Theories, Numerics, Applications: 10<sup>th</sup> International Conference in Osaka*. September, 2004. Yokohama Publishers, Inc., 2006. Р. 223–230.
11. Кукуджанов В.Н. Метод расщепления упругопластических уравнений. *Изв. РАН. МТТ*. 2004. №1. С. 98–108.
12. Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П. *Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений*. М.: Наука, 1966. 688 с.
13. Абузяров М.Х., Кочетков А.В., Крылов С.В., Цветкова Е.В. Численное моделирование детонации и воздействия газокумулятивных зарядов на преграды. *Вычислительная механика сплошных сред*. 2008. Т. 1. №2, С. 5–16.
14. Абузяров К.М., Абузяров М.Х., Зефиров С.В. Численная методика определения взрывных нагрузок в эйлеровых переменных на пространственные конструкции при детонации твердых взрывчатых веществ. *Проблемы прочности и пластичности*. 2014. Т. 76. №4. С. 326–334.
15. *Физика взрыва*. Под ред. Л.П. Орленко. В 2 т. М.: Физматлит, 2004. Т. 1. 832 с.; Т. 2. 656 с.
16. Годунов С.К., Забродин А.В., Иванов М.Я. и др. *Численное решение многомерных задач газовой динамики*. М.: Наука, 1976. 656 с.
17. Цыпкин В.И., Иванов А.Г., Минеев В.Н., Шитов А.Т. Влияние масштаба, геометрии и заполняющей среды на прочность стальных сосудов при внутреннем импульсном нагружении. *Атомная энергия*. 1976. Т. 41. №5. С. 303–308.
18. Баженов В.Г., Зефиров С.В., Фельдгун В.Р., Кочетков А.В., Крылов С.В. Программный комплекс Динамика-2. *Трансферные технологии в информатике: Научно-технический сборник*. Томск: Томский политехнический институт. 1999. Вып. 1. С. 40–45.
19. Cheng Wang, JianXu Ding, Chi-Wang Shu, Tao Li. Three-dimensional ghost-fluid large-scale numerical investigation on air explosion. *Computers and Fluids*. 2016. Vol. 137. P. 70–79.
20. Miller P.J. A reactive flow model with coupled reaction kinetics for detonation and combustion in non-ideal explosives. *Materials Research Society Symposia Proceedings*. 1996. Vol. 418. P. 413–420.

#### References

- Cheng Wang, Jianguo Ning, Tianbao Ma. Numerical simulation of detonation and multi-material interface tracking. *Computers, Materials and Continua*. 2011. Vol. 22. P. 73–96.
- Zhang Z., Wang C., Zhang A.M. et al. SPH-BEM simulation of underwater explosion and bubble dynamics near rigid wall. *Science China Technological Sciences*. 2019. Vol. 62. Iss. 7. P. 1082–1093.
- Abouzyarov M.K., Krylov S.V., Tsvetkova E.V. Modelirovaniye uprugoplasticheskogo vzaimodeystviya s pomoshchyu programmnogo kompleksa UPSGOD [The simulation of the hydro-elastoplastic interaction using the UPSGOD codes]. *Problemy prochnosti i plastichnosti* [Problems of Strength and Plasticity]. 2013. Iss. 75. Pt. 1. P. 25–32 (In Russian).
- Muyzemnek A.Yu., Bogach A.A. *Matematicheskoe modelirovaniye protsessov udara i vzryva v programme LS-DYNA* [Mathematical Modeling of Impact and Explosion Processes in the LS-DYNA Program]. Penza. PSU Information and Publishing center. 2005. 106 p. (In Russian).
- Schwer L., Brief A. Introduction to coupling load blast enhanced with multi-material ALE: The best of both worlds for air blast simulation. *9<sup>th</sup> LS-DYNA Forum*. Bamberg. 2010. P. 1–12.
- Gilson L., Van Roey J., Gueders C., Gallant J., Rabet L. A simple coupling of ALE domain with empirical blast load function in LS-DYNA. *DYMAT 2012 – 10<sup>th</sup> International Conference on the Mechanical and Physical Behaviour of Materials under Dynamic Loading*. 2012. Freiburg. DOI: 10.1051/epjconf/20122604018.

7. Hallquist J.O. *LS-DYNA Theory Manual*. Livermore: Livermore Software Technology Corporation, 2015. 852 p.
8. Wilkins M.L. Calculation of elastic-plastic flow. In: *Methods in Computational Physics*. Vol. 3. New York. Academic Press. 1964. P. 211–263.
9. Abuziarov K.M., Abuziarov M.H., Kochetkov A.V. 3D fluid structure interaction problem solving method in Euler variables based on the modified Godunov scheme. *Materials Physics and Mechanics*. 2016. Vol. 28. No 1/2. P. 1–5.
10. Abuziarov M., Aiso H. An application of retroactive characteristic method to conservative scheme for structure problems (elastic-plastic flows). *Hyperbolic Problems, Theories, Numerics, Applications: 10<sup>th</sup> International Conference in Osaka*. September, 2004. Yokohama Publishers, Inc., 2006. P. 223–230.
11. Kukudzhanov V.N. Metod rasshchepleniya uprugoplasticheskikh uravneniy [Method for splitting elastoplastic equations]. *Izvestiya Rossiyskoy Akademii nauk. Mekhanika tverdogo tela [Mechanics of Solids]*. 2004. No 1. P. 98–108 (In Russian).
12. Zeldovich Ya.B., Rayzer Yu.P. *Fizika udarnykh voln i vysokotemperaturnykh gidrodinamicheskikh yavleniy* [Physics of Shock Waves and High-temperature Hydrodynamic Phenomena]. Moscow. Nauka Publ. 1966. 688 p. (In Russian).
13. Abuziarov M.Kh., Kochetkov A.V., Krylov S.V., Tsvetkova E.V. Chislennoe modelirovaniye i vozdeystviya gazokumulyativnykh zaryadov na pregrady [Numerical modeling and effects of gas-cumulative charges on obstacles]. *Vychislitelnaya mekhanika sploshnykh sred [Computational Continuum Mechanics]*. 2008. Vol. 1. No 2. P. 5–15 (In Russian).
14. Abuziarov K.M., Abuziarov M.H., Zefirov S.V. Chislennaya metodika opredeleniya vzryvnykh nagruzok v eylerovykh peremennykh na prostranstvennye konstruktsii pri detonatsii tverdykh vzryvchatykh veshchestv [A numerical Euler variable method for determining the explosion loads on spatial structures from the detonation of solid explosives]. *Problemy prochnosti i plastichnosti [The Problems of Strength and Plasticity]*. 2014. Vol. 76. No 4. P. 326–334 (In Russian).
15. *Fizika vzryva [Explosion Physics]*. Ed. L.P. Orlenko. Moscow. Fizmatlit Publ. 2004. Vol. 1. 832 p.; Vol. 2. 656 p. (In Russian).
16. Godunov S.K., Zabrodin A.V., Ivanov M.Ya. et al. *Chislennoe reshenie mnogomernykh zadach gazovoy dinamiki* [Numerical Solution of Multidimensional Problems of Gas Dynamics]. Moscow. Nauka Publ. 1976. 656 p. (In Russian).
17. Tsypkin V.I., Ivanov A.G., Mineev V.N., Shitov A.T. Vliyanie masshtaba, geometrii i zapolnyayushchey sredy na prochnost' stalnykh sosudov pri vnutrennom impulsnom nagruzenii [The influence of scale, geometry and filling medium on the strength of steel vessels under internal pulse loading]. *Atomnaya energiya [Atomic Energy]*. 1976. Vol. 41. No 5. P. 303–308 (In Russian).
18. Bazhenov V.G., Zefirov S.V., Feldgun V.R., Kochetkov A.V., Krylov S.V. Programmnyy kompleks Dinamika-2 [Program complex Dynamics-2]. *Transfernye tekhnologii v informatike: Nauchno-tehnicheskiy sbornik* [Transfer Technologies in Computer Science. Scientific and Technical Collection]. Tomsk. Polytechnic Institute. 1999. Iss. 1. P. 40–45 (In Russian).
19. Cheng Wang, JianXu Ding, Chi-Wang Shu, Tao Li. Three-dimensional ghost-fluid large-scale numerical investigation on air explosion. *Comput. Fluids*. 2016. Vol. 137. P. 70–79.
20. Miller P.J. A reactive flow model with coupled reaction kinetics for detonation and combustion in non-ideal explosives. *Mater. Res. Soc. Symp. Proc.* 1996. Vol. 418. P. 413–420.

**MODELING OF ELASTIC-PLASTIC DEFORMATION OF ELEMENTS  
OF SPATIAL STRUCTURES DURING PULSE INTERACTION WITH FLUID BASED  
ON THE GODUNOV'S METHOD OF INCREASED ACCURACY**

Cheng Wang<sup>1</sup>, Tonghui Yang<sup>1</sup>, Wan Li<sup>1</sup>, Li Tao<sup>1</sup>,  
Abuziarov M.Kh.<sup>2</sup>, Kochetkov A.V.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*School of Mechatronical Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing, China*

<sup>2</sup>*Research Institute for Mechanics, National Research Lobachevsky State University  
of Nizhny Novgorod, Nizhny Novgorod, Russian Federation*

The spatial problem of internal explosive loading of an elastoplastic cylindrical container filled with water in Eulerian – Lagrangian variables using multigrid algorithms is considered. A defining system of three-dimensional equations of the dynamics of gas, fluid, and elastoplastic medium is presented. For numerical modeling, a modification of S.K. Godunov scheme of the increased accuracy for both detonation products and liquids, and elastoplastic container is used. At the moving contact boundaries “detonation products – liquid”, “liquid – deformable body”, the exact solution of the Riemann's problem is used. A time dependent model is used to describe the propagation of steady-state detonation wave through an explosive from an initiation region. In both cases, the initiation of detonation occurs at the center of the charge. Two problems have been solved: the first task for the axisymmetric position of the charge, the second for the charge shifted relative to the axis of symmetry. In the first task, the processes are two-dimensional axisymmetric in nature, in the second task, the processes are essentially three-dimensional. A comparison is made of the results of calculations of the first problem using a three-dimensional method with a solution using a previously developed two-dimensional axisymmetric method and experimental data. Good agreement is observed between the numerical results for the maximum velocities and circumferential strains obtained by various methods and experimental data. There is good agreement between the numerical results obtained by various methods and the known experimental data. Comparison of the results of solving the first and second problems shows a significant effect of the position of the charge on the wave processes in the liquid, the processes of loading the container and its elastoplastic deformation. The dynamic behavior of a gas bubble with detonation products is analyzed. A significant deviation of the bubble shape from the spherical one, caused by the action of shock waves reflected from the structure, is shown. Comparison of the results of solving the first and second problems showed a significant effect of the charge position on wave processes in a liquid, the processes of loading a container and its elastoplastic deformation. In particular, in the second problem, shock waves of higher amplitude are observed in the liquid when reflected from the walls of the container.

*Keywords:* detonation, elastoplastic medium, modeling, Euler – Lagrangian approach, Godunov scheme, Riemann's problem, multigrid algorithm.