

УДК 539.3

DOI: 10.32326/1814-9146-2019-81-4-475-488

**АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ КОНСЕРВАТИВНОГО СГЛАЖИВАНИЯ
НА ТОЧНОСТЬ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ
ДИНАМИЧЕСКОГО УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО ВЫПУЧИВАНИЯ
СФЕРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК***

© 2019 г.

Демарева А.В.

*Научно-исследовательский институт механики
Национального исследовательского Нижегородского государственного
университета им. Н.И. Лобачевского, Нижний Новгород, Российская Федерация*

ivdemarev@mail.ru

Поступила в редакцию 10.09.2019

Исследуются большие формоизменения свинцовой сферической оболочки, заключенной в алюминиевый скафандр, под действием импульса перегрузки. Определяющая система уравнений формулируется в переменных Лагранжа в двумерной (осесимметричной) постановке. Скорости деформаций и напряжений определяются в местной системе координат. Кинематические соотношения записываются в метрике текущего состояния. В качестве уравнений состояния применяются соотношения теории течения с изотропным упрочнением. Контактное взаимодействие оболочки и скафандра моделируется условиями непроникания с учетом трения. Численное решение задачи при заданных граничных и начальных условиях основано на моментной схеме метода конечных элементов и явной схеме интегрирования по времени типа «крест». Для дискретизации определяющей системы уравнений по пространственным переменным применяются четырехузловые изопараметрические конечные элементы с билинейными функциями формы. Для подавления высокочастотных осцилляций численного решения используется процедура консервативного сглаживания узловых скоростей перемещений. Как показали результаты численного исследования, сферическая оболочка в процессе интенсивного динамического нагружения претерпевает большие деформации и углы поворота как жесткое целое. Достоверность результатов расчетов подтверждается хорошим соответствием экспериментальным данным. Проведен анализ влияния процедуры консервативного сглаживания и моментных составляющих деформаций и напряжений на точность решения. Показано, что без применения процедуры консервативного сглаживания получаемая в расчете форма выпучивания сферической оболочки не соответствует экспериментальным данным. Пренебрежение моментными составляющими деформаций и напряжений приводит к развитию неустойчивости типа «песочных часов».

Ключевые слова: сферическая оболочка, скафандр, взрывное нагружение, контакт, трение, упругопластическое выпучивание, метод конечных элементов, консервативное сглаживание.

* Выполнено при финансовой поддержке РФФИ (грант № 18-08-00814-а).

Введение

Тонкостенные сферические оболочки широко используются в авиации, навигации, машиностроении, химической промышленности и в других областях техники [1–3]. Результатам анализа компьютерного моделирования процессов деформирования и потери устойчивости сферических оболочек при квазистатическом и ударном нагружении с учетом эффектов геометрической и физической нелинейностей посвящен ряд оригинальных публикаций [4–20]. В [4–16] рассматривается квазистатическое нагружение оболочек внешним давлением или внедрением инденторов. В [16–20] рассматривается ударное нагружение.

Цель настоящей статьи – численный анализ больших упругопластических деформаций свинцовой сферической оболочки в алюминиевом скафандре при взрывном нагружении. Решение задачи основано на методе конечных элементов и явной конечно-разностной схеме интегрирования по времени типа «крест» [5]. Исследовано влияние монотонизации численного решения на формоизменения оболочки.

1. Определяющая система уравнений

Деформирование оболочки рассматривается в двумерной осесимметричной постановке и описывается в переменных Лагранжа. Наряду с цилиндрической системой координат $X = [X_1 X_2 X_3]$ (X_1 – ось вращения, X_2 – радиус, X_3 – ортогональна X_1, X_2) вводится местная (сопутствующая) система координат $x = [x_1 x_2 x_3]$ с направляющими косинусами n_{ij} :

$$x_i = n_{ij} X_j, \quad i, j = \overline{1, 3}, \quad n_{ij} = \begin{bmatrix} n_{11} & n_{12} & 0 \\ n_{21} & n_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

(по повторяющимся индексам ведется суммирование). Здесь x_1 – ось, направленная вдоль образующей оболочки; x_2 – координата, отсчитываемая от срединной поверхности оболочки и нормальная к ней; x_3 – ортогональна к x_1, x_2 . Компоненты тензора скоростей деформаций в местном базисе $\dot{\epsilon}_{ij}$ выражаются через компоненты \dot{e}_{ij} скорости деформаций в общем базисе

$$\dot{\epsilon}_{ij} = n_{im} n_{jk} \dot{e}_{mk}, \quad (2)$$

которые определяются в метрике текущего состояния:

$$\begin{aligned} \dot{e}_{11} &= \dot{U}_{1,1}, \quad \dot{e}_{22} = \dot{U}_{2,2}, \quad \dot{e}_{33} = X_2^{-1} \dot{U}_2, \quad \dot{e}_{12} = \frac{1}{2} (\dot{U}_{1,2} + \dot{U}_{2,1}), \\ \dot{e}_{23} &= \dot{e}_{31} = 0, \quad \dot{U}_{i,j} = \frac{\partial \dot{U}_i}{\partial X_j}, \quad X_j = X_j|_{t=0} + \int_0^t \dot{U}_j dt, \end{aligned} \quad (3)$$

где U_i – перемещения в общей декартовой системе координат X , индекс после запятой означает частную производную по соответствующей пространственной переменной, точка над символом – частную производную по времени t . Деформации поперечного сдвига ϵ_{12} предполагаются малыми, что позволяет считать местный базис ортогональным в течение всего процесса деформирования.

Уравнение движения выводится из баланса виртуальных мощностей [21, 22]:

$$\iint_{\Omega} (\sigma_{11} \delta \dot{\epsilon}_{11} + \sigma_{22} \delta \dot{\epsilon}_{22} + \sigma_{33} \delta \dot{\epsilon}_{33} + 2\sigma_{12} \delta \dot{\epsilon}_{12}) X_2 d\Omega + \iint_{\Omega} (\rho \ddot{U}_1 \delta \dot{U}_1 + \rho \ddot{U}_2 \delta \dot{U}_2) X_2 d\Omega -$$

$$-\int_{G_p} (p_1 \delta \dot{U}_1 + p_2 \delta \dot{U}_2) X_2 dG - \int_{G_q} (q_1 \delta \dot{U}_r + q_2 \delta \dot{U}_z) X_2 dG = 0, \quad (4)$$

где σ_{ij} , $\dot{\varepsilon}_{ij}$ – компоненты тензоров напряжений и скоростей деформаций; ρ – плотность; p_α , q_α – компоненты поверхностных и контактных нагрузок ($\alpha = 1, 2$); Ω – область, занимаемая конструкцией; G_p – область действия внешнего давления; G_q – часть поверхности, на которой задаются контактные давления, определяемые в процессе решения.

Уравнения состояния устанавливаются отдельно для шаровых $\dot{\varepsilon}^v$, σ^v и девиаторных $\dot{\varepsilon}'_{ij}$, σ'_{ij} составляющих скоростей деформаций и напряжений. Зависимость компонент скоростей деформаций и напряжений описывается соотношениями теории течения с изотропным упрочнением [23]:

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}^v &= -3K\dot{\varepsilon}^v, \quad \dot{\varepsilon}^v = \frac{\dot{\varepsilon}_{ii}}{3}, \quad \dot{\varepsilon}'_{ij} = \dot{\varepsilon}'_{ij}{}^e + \dot{\varepsilon}'_{ij}{}^p, \quad \dot{\varepsilon}'_{11}{}^p + \dot{\varepsilon}'_{22}{}^p + \dot{\varepsilon}'_{33}{}^p = 0, \\ \sigma'_{ij} &= 2G\dot{\varepsilon}'_{ij}{}^e, \quad \sigma'_{ij}\sigma'_{ij} \leq \frac{2}{3}\sigma_T^2(\kappa, I_{2\dot{\varepsilon}}), \quad I_{2\dot{\varepsilon}} = \sqrt{\frac{2}{3}}\sqrt{\dot{\varepsilon}'_{ij}{}^p\dot{\varepsilon}'_{ij}{}^p}, \quad \kappa = \int_0^t I_{2\dot{\varepsilon}} dt, \quad \dot{\varepsilon}'_{ij}{}^p = \dot{\lambda}\sigma'_{ij}. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь G – модуль сдвига; K – коэффициент объемного сжатия; σ_T – предел текучести; κ – параметр Одквиста; $I_{2\dot{\varepsilon}}$ – интенсивность скорости пластических деформаций; $\dot{\lambda}$ – параметр, равный нулю при упругом деформировании, $\dot{\lambda} > 0$ определяется из условия посадки на поверхность текучести при упругопластическом деформировании.

Компоненты контактной силы q_α ($\alpha = 1, 2$) определяются в процессе решения задачи в местном координатном базисе (s, ξ – направления касательной и нормали к контактной поверхности). Контактное давление по нормали находится из условия непроникания:

$$\begin{cases} \dot{u}'_\xi = \dot{u}''_\xi, \\ q'_\xi = -q''_\xi, \end{cases} \quad q_\xi = q'_\xi = \begin{cases} 0, & q_\xi \geq 0, \\ q_\xi, & q_\xi < 0. \end{cases} \quad (6)$$

Касательное давление определяется на первом этапе из условия жесткой склейки, а в случае превышения силы трения покоя – в соответствии с законом Кулона:

$$\begin{cases} \dot{u}'_s = \dot{u}''_s, \\ q'_s = -q''_s, \end{cases} \quad q_s = q'_s = \begin{cases} q_s, & |q_s| \leq k_\xi |q_\xi|, \\ k_\xi |q_\xi| \text{sign } q_\xi, & |q_s| > k_\xi |q_\xi|, \end{cases} \quad (7)$$

где k_ξ – коэффициент трения.

2. Метод решения

Решение определяющей системы уравнений (1)–(7) основано на методе конечных элементов и явной конечно-разностной схеме интегрирования по времени типа «крест» [5, 24, 25]. Расчетная область покрывается лагранжевой сеткой из четырехузловых конечных элементов. В узлах сетки определяются перемещения $U = [U_1, U_2, 0]^T$, скорости $\dot{U} = [\dot{U}_1, \dot{U}_2, 0]^T$ и ускорения $\ddot{U} = [\ddot{U}_1, \ddot{U}_2, 0]^T$ в общей системе координат X , используемой для стыковки конечных элементов (КЭ). В каждом КЭ вводится локальный базис x (1), отслеживающий его вращение как жесткого целого пошаговым пересчетом направляющих косинусов осей.

Конечный элемент, в общем случае искаженный, с помощью билинейного изопараметрического преобразования отображается на квадрат $-1 \leq \xi_i \leq 1$ ($i = 1, 2$):

$$X_i = \sum_{k=1}^4 N_k(\xi_1, \xi_2) X_i^k, \quad i = 1, 2,$$

$$N_1(\xi_1, \xi_2) = \frac{(1-\xi_1)(1-\xi_2)}{4}, \quad N_2(\xi_1, \xi_2) = \frac{(1+\xi_1)(1-\xi_2)}{4}, \quad (8)$$

$$N_3(\xi_1, \xi_2) = \frac{(1+\xi_1)(1+\xi_2)}{4}, \quad N_4(\xi_1, \xi_2) = \frac{(1-\xi_1)(1+\xi_2)}{4},$$

где X_i^k – координаты узлов в базисе $\{X\}$. Компоненты скорости узлов КЭ проецируются в локальный базис и аппроксимируются внутри элемента с помощью функций формы N_k из (8):

$$\dot{u}_i = \sum_{k=1}^4 \dot{u}_i^k N_k(\xi_1, \xi_2). \quad (9)$$

Скорости деформаций $\dot{\varepsilon}$ аппроксимируются линейными функциями в виде суммы безмоментных и моментных составляющих [5]:

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_{11} &= \dot{\varepsilon}_{11}^0 + \alpha_2 \dot{\varepsilon}_{11}^2 \xi_2, & \dot{\varepsilon}_{22}^0 &= \dot{\varepsilon}_{22}^0 + \alpha_1 \dot{\varepsilon}_{22}^1 \xi_1, \\ \dot{\varepsilon}_{33} &= \dot{\varepsilon}_{33}^0 + \alpha_1 \dot{\varepsilon}_{33}^1 \xi_1 + \alpha_2 \dot{\varepsilon}_{33}^2 \xi_2, & \dot{\varepsilon}_{12} &= \dot{\varepsilon}_{12}^0, \end{aligned} \quad (10)$$

где $\dot{\varepsilon}_{ik}^0 = \text{const}$ – значения компонент скорости деформаций в центре КЭ; $\dot{\varepsilon}_{kk}^l = \partial \dot{\varepsilon}_{kk} / \partial \xi_l = \text{const}$ – значения компонент градиента скорости деформаций в центре КЭ; $0 \leq \alpha_1 \leq 1, 0 \leq \alpha_2 \leq 1$ – весовые коэффициенты, регулирующие влияние моментных составляющих деформаций и напряжений на численное решение [25]. Пластические и упругие компоненты деформаций определяются из уравнений состояния в выбранных фиксированных точках конечного элемента. В каждом конечном элементе мощность виртуальной работы в (4) выражается через матрицу масс, узловые ускорения, силы и виртуальные скорости перемещения в общем базисе [5]. Для определения узловых сил, статически эквивалентных напряжениям, применяются квадратурные формулы [22]. Контактные узловые силы определяются на основе алгоритма из [25]. Заменяя в (4) интегрирование по области Ω суммированием по элементам, получим дискретный аналог уравнений движения

$$m_i \ddot{U}_i^j = F_i^j, \quad (11)$$

где m_i – массы узлов; \ddot{U}_i^j, F_i^j – компоненты ускорений узлов конечно-элементной сетки (КЭ-сетки) и результирующих узловых сил в общей системе координат X . Для интегрирования определяющей системы уравнений по времени воспользуемся явной конечно-разностной схемой типа «крест». Величина временных шагов выбирается исходя из условия устойчивости Куранта.

Используемая конечно-разностная схема интегрирования по времени типа «крест», являясь схемой второго порядка точности, не обладает свойством монотонности и на сильных разрывах приводит к значительным осцилляциям численного решения. Одним из способов их подавления является консервативное сглаживание [26–29]. Алгоритм сглаживания основан на законе сохранения импульса, ориентирован на конечно-элементные сетки, состоящие из блоков, которые взаимно однозначно отображаются на квадрат, и использует расщепление численного решения по направлениям линий КЭ-сетки.

Для одномерного случая процедура консервативного сглаживания имеет следующий вид. Численное решение осуществляется по схеме «предиктор–корректор».

На этапе «предиктор» решение строится по обычной явной конечно-разностной схеме типа «крест»:

$$(\tilde{u})_j^{n+1/2} = (\dot{u})_j^{n-1/2} + (F)_j^n \frac{\Delta t^n}{m_j}. \quad (12)$$

Далее проводится оценка немонотонности численного решения по скоростям перемещений \tilde{u} с использованием анализатора:

$$(\tilde{u}_i - \tilde{u}_{i-1})(\tilde{u}_{i+1} - \tilde{u}_i) < 0 \text{ или } (\tilde{u}_{i+1} - \tilde{u}_i)(\tilde{u}_{i+2} - \tilde{u}_{i+1}) < 0. \quad (13)$$

При выполнении условия (13) для каждой ячейки формируется корректирующий поток количества движения

$$\Phi_{i+1/2} = \frac{1}{12} m_{i+1/2} (\tilde{u}_{i+1} - \tilde{u}_i) \quad (14)$$

и узловые потоки

$$\Phi_i = \Phi_{i+1/2} - \Phi_{i-1/2}. \quad (15)$$

На втором этапе производится коррекция решения по соотношениям

$$(\dot{u})_j^{n+1/2} = (\tilde{u})_j^{n-1/2} + \beta \frac{\Phi_j^{n+1/2}}{m_j}, \quad (16)$$

где $0 \leq \beta \leq 0,2$ – весовой коэффициент, регулирующий влияние корректирующих потоков на численное решение.

Изложенная конечно-элементная методика решения двумерных (осесимметричных) задач упругопластического деформирования элементов конструкций реализована в виде отдельных программных модулей в вычислительной системе «Динамика-3» [30].

3. Упругопластическое выпучивание свинцовой оболочки в скафандре при взрывном нагружении

Исследуемая конструкция (рис. 1) состоит из свинцовой оболочки 1, нижнего монолитного полукорпуса скафандра 2 и крышки 3 [31]. Крышка крепится к полукорпусу винтами 4. Отношение толщины к радиусу сферической оболочки $h/R = 0,054$. Масса оболочки равна 2,95 кг, общая масса конструкции – 21 кг. Материал оболочки – свинец марки С1 ($E = 1,8 \cdot 10^4$ МПа, $\nu = 0,45$, $\rho = 11,34$ г/см³).

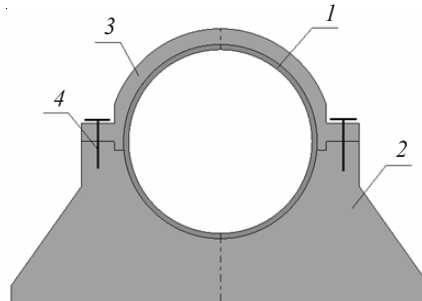


Рис. 1. Конструктивная схема экспериментальной сборки

Динамическая диаграмма деформирования свинца, полученная по экспериментальным данным [32, 33], изображена на рис. 2. Материал скафандра – алюминиевый сплав Д16 ($E = 7,1 \cdot 10^4$ МПа, $\nu = 0,3$, $\rho = 2,78$ г/см³). Коэффициент трения k_{ξ} между свинцовой оболочкой и скафандром задавался равным 0,2 [34].

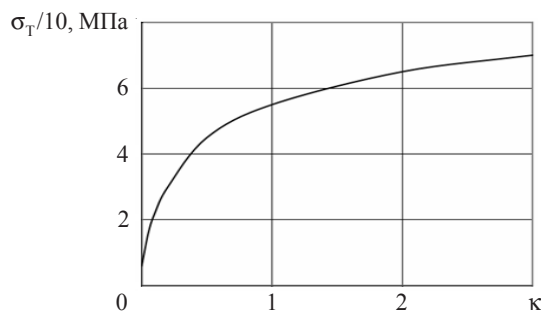


Рис. 2. Зависимость предела текучести от параметра Одквиста

Скафандр снизу нагружается посредством взрывного устройства, трансформирующего воздействие взрыва на скафандр в трапециевидный импульс перегрузки n , представленный на рис. 3 [35].

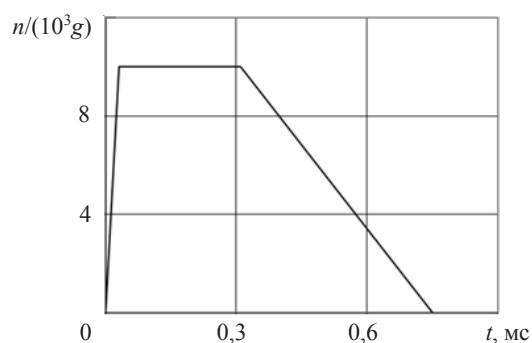


Рис. 3. Зависимость импульсной перегрузки на скафандр от времени

Для проведения расчетов оболочка разбивалась на 6 КЭ по толщине и 200 КЭ по образующей. Скафандр моделировался эквивалентным по габаритам и массе упругим макетом (рис. 4). Выполнены 4 серии расчетов, в которых варьировались значения весовых коэффициентов α_1 , α_2 , β :

а) $\alpha_1 = 0,01$, $\alpha_2 = 0,01$, $\beta = 0,1$ – моментные составляющие деформаций вводились в численную схему для подавления мод нулевой энергии [22, 25], для сглаживания высокочастотных нефизичных осцилляций применялась процедура консервативного сглаживания;

б) $\alpha_1 = 0,01$, $\alpha_2 = 0,01$, $\beta = 0$ – не применялась процедура консервативного сглаживания;

в) $\alpha_1 = 0$, $\alpha_2 = 0$, $\beta = 0$ – моментные составляющие деформаций и напряжений в численную схему не вводились, процедура консервативного сглаживания не выполнялась;

г) $\alpha_1 = 0$, $\alpha_2 = 0$, $\beta = 0,1$ – моментные составляющие деформаций и напряжений в численную схему не вводились, процедура консервативного сглаживания выполнялась.

Результаты расчета приведены на рис. 4–9. На рис. 4*а, б, в* показаны формы оболочки в моменты времени 1,5; 2 и 3 мс, полученные при $\alpha_1 = 0,01$, $\alpha_2 = 0,01$, $\beta = 0,1$. Штриховой горизонтальной линией на рис. 4*в* отмечена граница полукорпуса и крышки скафандра. На рис. 4*г* изображено распределение интенсивности пластических деформаций в сферической оболочке в момент времени 3 мс.

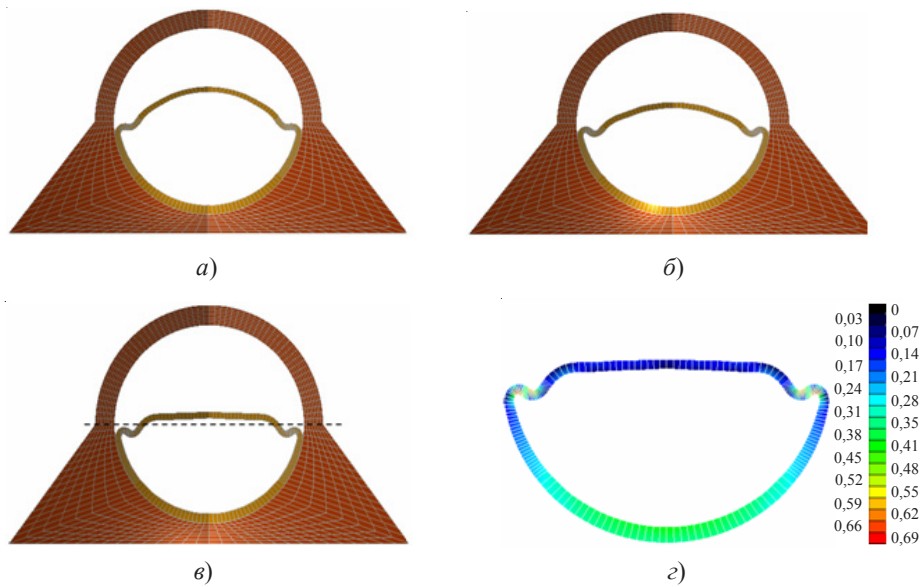


Рис. 4. Деформирование оболочки ($\alpha_1 = \alpha_2 = 0,01$, $\beta = 0,1$): *а)* $t = 1,5$ мс, *б)* $t = 2$ мс, *в)* $t = 3$ мс; *г)* распределение интенсивности пластических деформаций в сферической оболочке ($t = 3$ мс)

На рис. 5–7 приведены КЭ-сетки оболочки для вариантов расчетов б), в), г).

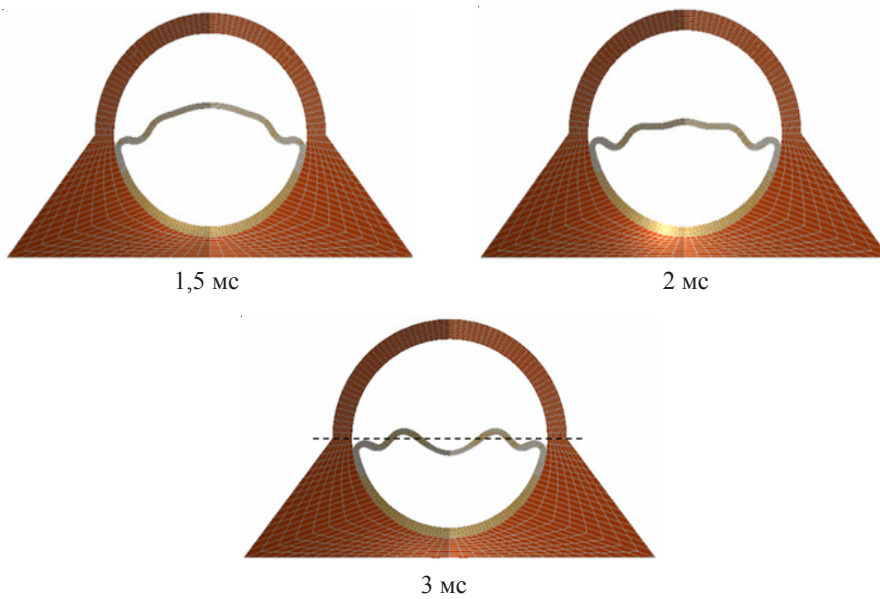


Рис. 5. Деформирование оболочки ($\alpha_1 = \alpha_2 = 0,01$, $\beta = 0$)

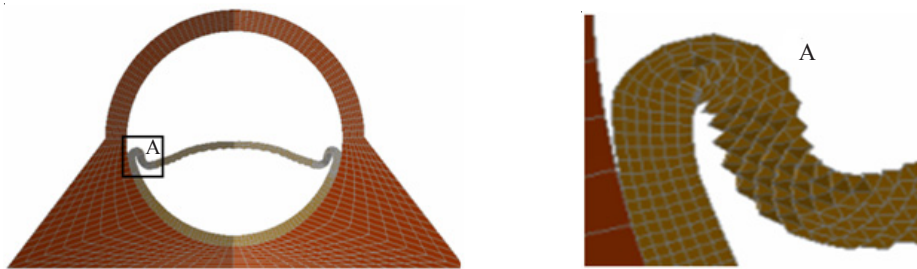


Рис. 6. КЭ-сетка расчетной области ($\alpha_1 = \alpha_2 = 0, \beta = 0, t = 3 \text{ мс}$)

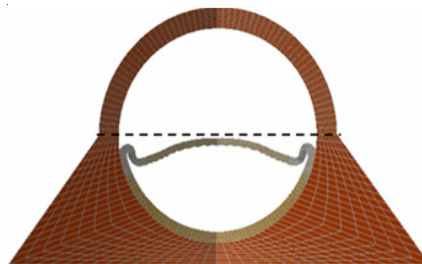


Рис. 7. КЭ-сетка расчетной области ($\alpha_1 = \alpha_2 = 0, \beta = 0,1, t = 3 \text{ мс}$)

На рис. 8 сравниваются формы оболочки после завершения процесса деформирования, полученные из натурального эксперимента [32] и численного решения (варианты а), г)).

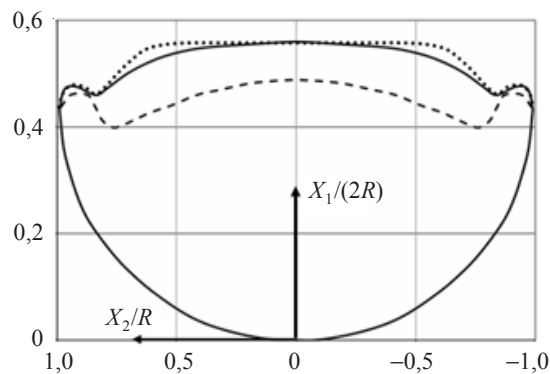


Рис. 8. Образующая оболочки после завершения деформирования: сплошная линия – эксперимент, пунктирная линия – расчет ($\alpha_1 = \alpha_2 = 0,01, \beta = 0,1$), штриховая линия – расчет ($\alpha_1 = \alpha_2 = 0, \beta = 0,1$)

На рис. 9 сравниваются с экспериментом расчетные временные зависимости осадки оболочки вдоль оси вращения.

Под действием инерционной нагрузки и контакта со скафандром упругопластическое выпучивание оболочки продолжается в течение 3 мс. В последующем скорости перемещения оболочки и скафандра выравниваются и изменения формы оболочки практически не происходит.

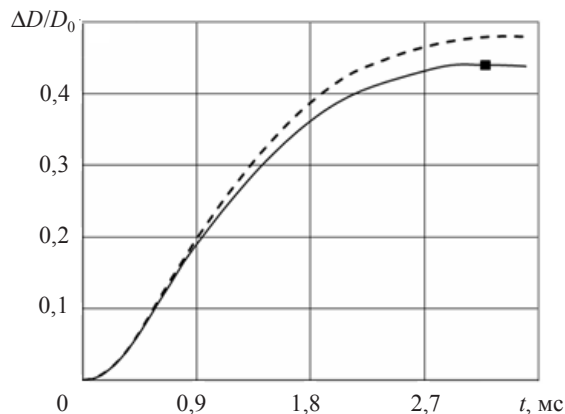


Рис. 9. Осадка оболочки на оси вращения: квадрат – эксперимент, сплошная линия – расчет ($\alpha_1 = \alpha_2 = 0,01$, $\beta = 0,1$), штриховая линия – расчет ($\alpha_1 = \alpha_2 = 0$, $\beta = 0,1$), D_0 – диаметр оболочки

Как видно из представленных рисунков, применение процедуры консервативного сглаживания поля скоростей перемещений в совокупности с моментными составляющими деформаций и напряжений обеспечивает устойчивость счета. По форме складки и ее расположению данные эксперимента и расчета хорошо согласуются друг с другом. Отличие остаточного вертикального размера оболочки (осадки) в расчете от экспериментального значения составляет 1%.

Пренебрежение консервативным сглаживанием порождает нефизичное искажение численного решения – в центре оболочки появляется вмятина (см. рис. 5). При отсутствии моментных составляющих в аппроксимации деформаций и напряжений в этом варианте задачи вмятина в центре оболочки не образуется, но в зоне кольцевой складки развивается неустойчивость «песочные часы» (см. рис. 6). Консервативное сглаживание численного решения без учета моментных составляющих деформаций и напряжений подавляет неустойчивость «песочные часы», но осадка оболочки существенно (примерно, на 10%) превышает значение, полученное в эксперименте.

В зоне кольцевой складки реализуется моментное напряженно-деформированное состояние. Продольные деформации здесь достигают 70%, деформация поперечного сдвига составляет 5%, максимальный поворот конечных элементов как жесткого целого в области кольцевой складки составляет примерно 120°.

Заключение

Проведен численный анализ упругопластического выпучивания сферической оболочки в скафандре при интенсивном импульсном нагружении. В процессе выпучивания в свинцовой оболочке возникают большие деформации и углы поворота конечных элементов как жесткого целого. При применении явной конечно-разностной схемы интегрирования по времени типа «крест» необходимо использовать сглаживание численного решения для устранения его нефизичных искажений. Процедура консервативного сглаживания в совокупности с моментной схемой МКЭ обеспечивают достаточную точность численного решения осесимметричной задачи при больших деформациях и углах поворота.

Список литературы

1. Вольмир А.С. *Устойчивость деформируемых систем*. М.: Наука, 1967. 984 с.
2. Григолюк Э.И., Мамай В.И. *Механика деформирования сферических оболочек*. М.: Изд-во МГУ, 1983. 114 с.
3. Гудрамович В.С. *Устойчивость упругопластических оболочек*. Киев: Наукова думка, 1987. 216 с.
4. Shariati M., Allahbakhsh H.R. Numerical and experimental investigations on the buckling of steel semi-spherical shells under various loadings. *Thin-Walled Structures*. 2010. Vol. 48. No 8. P. 620–628.
5. Артемьева А.А., Баранова М.С., Кибец А.И., Романов В.И., Рябов А.А., Шошин Д.В. Конечно-элементный анализ устойчивости упругопластической сферической оболочки при всестороннем сжатии. *Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. Серия Механика*. 2011. №3 (1). С. 158–162.
6. Баженов В.Г., Артемьева А.А., Гоник Е.Г., Кибец А.И., Шошин Д.В., Федорова Т.Г. Конечно-элементное моделирование упругопластического выпучивания незамкнутых сферических оболочек при сжатии. *Проблемы прочности и пластичности*. 2012. Вып. 74. С. 84–91.
7. Amiri S.H., Rasheed H.A. Plastic buckling of thin hemispherical shell subjected to concentrated load at the apex. *Thin-Walled Structures*. 2012. Vol. 53. P. 72–82.
8. Gupta P.K., Gupta N.K. A study of different modes of collapse in metallic hemispherical shells resting on flat platen and compressed with hemispherical nosed indenter. *International Journal of Solids and Structures*. 2014. Vol. 51. No 13. P. 2518–2528.
9. Coman C.D., Bassom A.P. Asymptotic limits and wrinkling patterns in a pressurised shallow spherical cap. *International Journal of Non-Linear Mechanics*. 2016. Vol. 81. P. 8–18.
10. Yang H., Hu J., Xu L., Lu G. Peripheral deformation and buckling of stainless steel hemispherical shells compressed by a flat plate. *Latin American Journal Solids and Structures*. 2016. Vol. 13. P. 257–271.
11. Wagner H.N.R., Hühne C., Niemann S. Robust knockdown factors for the design of spherical shells under external pressure: Development and validation. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2018. Vol. 141. P. 58–77.
12. Evkin A.Yu., Lykhachova O.V. Design buckling pressure for thin spherical shells: Development and validation. *International Journal of Solids and Structures*. 2019. Vol. 156-157. P. 61–72.
13. Wang Y., Tang W., Zhang J., Zhang S., Chen Y. Buckling of imperfect spherical caps with fixed boundary under uniform external pressure. *Marine Structures*. 2019. Vol. 65. P. 1–11.
14. Zhang J., Wang Y., Tang W., Zhu Y., Zhao X. Buckling of externally pressurized spherical caps with wall-thickness reduction. *Thin-Walled Structures*. 2019. Vol. 136. P. 129–137.
15. Zhang J., Zhang Y., Wang F., Zhu Y. M., Cui W.C., Chen Y., Jiang Z. Experimental and numerical studies on the buckling of the hemispherical shells made of managing steel subjected to extremely high external pressure. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*. 2019. Vol. 172. P. 56–64.
16. Баженов В.Г., Гоник Е.Г., Кибец А.И., Шошин Д.В. Устойчивость и предельные состояния упругопластических сферических оболочек при статических и динамических нагрузениях. *ПМТФ*. 2014. Т. 55. №1. С. 13–18.
17. Dong X.L., Gao Z.Y., Yu T.X. Dynamic crushing of thin-walled spheres: An experimental study. *International Journal of Impact Engineering*. 2008. Vol. 35 No 8. P. 717–726.
18. Hu J., Lu G., Yang H., Yu T.X., Xu J. Dynamic response of internally nested hemispherical shell system to impact loading. *Thin-Walled Structures*. 2017. Vol. 120. P. 29–37.
19. Gupta N.K., Venkatesh K.S. Experimental and numerical studies of dynamic axial compression of thin walled spherical shells. *International Journal of Impact Engineering*. 2004. Vol. 30. P. 1225–1240.
20. Hu J., Lu G., Yang H., Yu T.X., Xu J. Dynamic response of internally nested hemispherical shell system to impact loading. *Thin-Walled Structures*. 2017. Vol. 120. P. 29–37.

21. Поздеев А.А., Трусов П.В., Няшин Ю.И. *Большие упругопластические деформации: теория, алгоритмы, приложения*. М.: Наука, 1986. 232 с.
22. Belytschko T., Liu W.K., Moran B. *Nonlinear Finite Elements for Continua and Structures*. New York: John Wiley & Sons, 2000. 600 p.
23. Казаков Д.А., Капустин С.А., Коротких Ю.Г. *Моделирование процессов деформирования и разрушения материалов и конструкций*. Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 1999. 226 с.
24. Голованов А.И., Тюленева О.Н., Шигабутдинов А.Ф. *Метод конечных элементов в статике и динамике тонкостенных конструкций*. М.: Физматлит, 2006. 391 с.
25. Баженов В.Г., Кибец А.И., Цветкова И.Н. Численное моделирование нестационарных процессов ударного взаимодействия деформируемых элементов конструкций. *Проблемы машиностроения и надежности машин*. 1995. №2. С. 20–26.
26. Жмакин А.И., Фурсенко А.А. Об одной монотонной разностной схеме сквозного счета. *ЖВМиМФ*. 1980. Т. 20. №4. С. 1021–1031.
27. Баженов В.Г., Зефирин С.В., Кочетков А.В. Численное исследование нестационарной дифракции упругой волны на цилиндрической оболочке. *Прикладные проблемы прочности и пластичности. Анализ и оптимизация конструкций*. 1991. С. 71–78.
28. Кибец А.И. Конечно-элементное решение трехмерных задач нестационарной динамики грунтовых сред. *Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. Серия Механика*. 1999. №1. С. 91–97.
29. Баженов В.Г., Зефирин С.В. О консервативном сглаживании разрывных волн напряжений в МКЭ. *Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. Серия Механика*. 2001. Вып. 1(3). С. 166–173.
30. *Вычислительный комплекс «Динамика-3»*. Научно-технический центр по ядерной и радиационной безопасности. Аттестационный паспорт программного средства. Регистрационный паспорт аттестации ПС № 325 от 18.04.2013.
31. Иванов И.Г., Новиков С.А. Деформирование сферических свинцовых оболочек при действии интенсивных механических перегрузок. *Прочность материалов при динамическом нагружении: Сб. науч. тр.* Под ред. С.А. Новикова. Саров: Изд-во ИПК РФЯЦ–ВНИИЭФ, 2003. С. 216–221.
32. *Динамика удара*. Пер. с англ. под ред. С.С. Григоряна. М.: Мир, 1985. 296 с.
33. Баженов В.Г., Баранова М.С., Жегалов Д.В., Лавриненко В.Ю., Павленкова Е.В. Построение динамических диаграмм деформирования свинцовых заготовок методом прямого удара на газодинамической копровой установке. *Вестник машиностроения*. 2013. №2. С. 11–14.
34. Крагельский И.В., Виноградов И.В. *Коэффициенты трения (справочное пособие)*. М.: Изд-во Машиностроительной литературы, 1955. 188 с.
35. Новиков С.А., Сеницын В.А., Погорелов А.П. Расчет взрывного нагружающего устройства для создания импульса давления заданных параметров. *ФГВ*. 1980. №6. С. 111–113.

References

1. Volmir A.S. *Ustoychivost deformiruemyyh sistem [Stability of Deformable Systems]*. Moscow. Nauka Publ. 1967. 984 p. (In Russian).
2. Grigolyuk E.I., Mamay V.I. *Mekhanika deformirovaniya sfericheskikh obolochek [Mechanics of Spherical Shells Deformation]*. Moscow. MGU Publ. 1983. 114 p. (In Russian).
3. Gudramovich V.S. *Ustoychivost uprugoplasticheskikh obolochek [Stability of Elastoplastic Shells]*. Kiev. Naukova dumka Publ. 1987. 216 p. (In Russian).
4. Shariati M., Allahbakhsh H.R. Numerical and experimental investigations on the buckling of steel semi-spherical shells under various loadings. *Thin Wall. Struct.* 2010. Vol. 48. No 8. P. 620–628.
5. Artemyeva A.A., Baranova M.S., Kibets A.I., Romanov V.I., Ryabov A.A., Shoshin D.V. Konechno-elementnyy analiz ustoychivosti uprugoplasticheskoy sfericheskoy obolochki pri vsestoronnem szhatii [Finite-element analysis of elastoplastic spherical shell stability under all-around compression]. *Vestnik Nizhegorodskogo universiteta im. N.I. Lobachevskogo. Seriya Mekhanika [Vestnik of Lobachevsky State University of Nizhni Novgorod. Ser. Mechanics]*. 2011. No 3(1). P. 158–162 (In Russian).

6. Bazhenov V.G., Artemyeva A.A., Gonik E.G., Kibets A.I., Shoshin D.V., Fedorova T.G. Konechno-elementnoe modelirovanie uprugoplasticheskogo vypuchivaniya nezamknutykh sfericheskikh obolochek pri szhatii [Finite-element modeling of elastoplastic buckling of non-closed spherical shells loaded in compression]. *Problemy prochnosti i plastichnosti* [Problems of Strength and Plasticity]. 2012. Iss. 74. P. 84–91 (In Russian).
7. Amiri S.H., Rasheed H.A. Plastic buckling of thin hemispherical shell subjected to concentrated load at the apex. *Thin Wall. Struct.* 2012. Vol. 53. P. 72–82.
8. Gupta P.K., Gupta N.K. A study of different modes of collapse in metallic hemispherical shells resting on flat platen and compressed with hemispherical nosed indenter. *Int. J. Solids Struct.* 2014. Vol. 51. No 13. P. 2518–2528.
9. Coman C.D., Bassom A.P. Asymptotic limits and wrinkling patterns in a pressurised shallow spherical cap. *Int. J. Nonlin Mech.* 2016. Vol. 81. P. 8–18.
10. Yang H., Hu J., Xu L., Lu G. Peripheral deformation and buckling of stainless steel hemispherical shells compressed by a flat plate. *Latin American Journal Solids and Structures.* 2016. Vol. 13. P. 257–271.
11. Wagner H.N.R., Hühne C., Niemann S. Robust knockdown factors for the design of spherical shells under external pressure: Development and validation. *Int. J. Mech. Sci.* 2018. Vol. 141. P. 58–77.
12. Evkin A.Yu., Lykhachova O.V. Design buckling pressure for thin spherical shells: Development and validation. *Int. J. Solids Struct.* 2019. Vol. 156-157. P. 61–72.
13. Wang Y., Tang W., Zhang J., Zhang S., Chen Y. Buckling of imperfect spherical caps with fixed boundary under uniform external pressure. *Mar. Struct.* 2019. Vol. 65. P. 1–11.
14. Zhang J., Wang Y., Tang W., Zhu Y., Zhao X. Buckling of externally pressurized spherical caps with wall-thickness reduction. *Thin Wall. Struct.* 2019. Vol. 136. P. 129–137.
15. Zhang J., Zhang Y., Wang F., Zhu Y. M., Cui W.C., Chen Y., Jiang Z. Experimental and numerical studies on the buckling of the hemispherical shells made of managing steel subjected to extremely high external pressure. *Int. J. Pres. Ves. Pip.* 2019. Vol. 172. P. 56–64.
16. Bazhenov V.G., Gonik E.G., Kibets A.I., Shoshin D.V. Ustojchivost' i predel'nye sostoyaniya uprugoplasticheskikh sfericheskikh obolochek pri staticheskikh i dinamicheskikh nagruzheniyah [Stability and limit states of elastoplastic spherical shells under static and dynamic loads]. *Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika* [Journal of Applied Mechanics and Technical Physics]. 2014. Vol. 55. No 1. P. 13–18 (In Russian).
17. Dong X.L., Gao Z.Y., Yu T.X. Dynamic crushing of thin-walled spheres: An experimental study. *Int. J. Impact. Eng.* 2008. Vol. 35. No 8. P. 717–726.
18. Hu J., Lu G., Yang H., Yu T.X., Xu J. Dynamic response of internally nested hemispherical shell system to impact loading. *Thin Wall. Struct.* 2017. Vol. 120. P. 29–37.
19. Gupta N.K., Venkatesh K.S. Experimental and numerical studies of dynamic axial compression of thin walled spherical shells. *Int. J. Impact. Eng.* 2004. Vol. 30. P. 1225–1240.
20. Hu J., Lu G., Yang H., Yu T.X., Xu J. Dynamic response of internally nested hemispherical shell system to impact loading. *Thin Wall. Struct.* 2017. Vol. 120. P. 29–37.
21. Pozdeev A.A., Trusov P.V., Nyashin Yu.I. *Bolshie uprugoplasticheskie deformatsii: teoriya, algoritmy, prilozheniya* [Large Elastoplastic Deformations: Theory, Algorithms, Applications]. Moscow. Nauka Publ. 1986. 232 p. (In Russian).
22. Belytschko T., Liu W.K., Moran B. *Nonlinear Finite Elements for Continua and Structures*. New York. John Wiley & Sons., 2000. 600 p.
23. Kazakov D.A., Kapustin S.A., Korotkih Yu.G. *Modelirovanie protsessov deformirovaniya i razrusheniya materialov i konstruktsiy* [Modeling of Materials and Constructions Deformation and Destruction]. N. Novgorod. NNGU Publ. 1999. 226 p. (In Russian).
24. Golovanov A.I., Tyuleneva O.N., Shigabutdinov A.F. *Metod konechnykh elementov v statike i dinamike tonkostennykh konstruktsiy* [Finite Element Method in the Statics and Dynamics of Thin-Walled Structures]. Moscow. Fizmatlit Publ. 2006. 391 p. (In Russian).
25. Bazhenov V.G., Kibets A.I., Tsvetkova I.N. Chislennoe modelirovanie nestatsionarnykh protsessov udarnogo vzaimodeystviya deformiruemykh elementov konstruktsiy [Numerical simulation of unsteady processes of deformable structural elements impact interaction]. *Problemy mashinostroeniya i nadezhnosti mashin* [J. Mach. Manufact. Reliab.]. 1995. No 2. P. 20–26 (In Russian).

26. Zhmakin A.I., Fursenko A.A. Ob odnoj monotonnoj raznostnoj skheme skvoznoho scheta [About one monotonous difference scheme of through counting]. *Zhurnal vychislitel'noy matematiki i matematicheskoy fiziki* [Comput. Math. Math. Phys.]. 1980. Vol. 20. No 4. P. 1021–1031 (In Russian).
27. Bazhenov V.G., Zefirov S.V., Kochetkov A.V. Chislennoe issledovanie nestatsionarnoy difraktsii uprugoy volny na tsilindricheskoy obolochke [Numerical study of unsteady diffraction of an elastic wave on a cylindrical shell]. *Prikladnye problemy prochnosti i plastichnosti. Analiz i optimizatsiya konstruktsey* [Applied Problems of Strength and Plasticity. Analysis and Optimization of Structures]. 1991. P. 71–78 (In Russian).
28. Kibets A.I. Konechno-elementnoe reshenie trekhmernykh zadach nestatsionarnoy dinamiki gruntovykh sred [Finite element solution of soil ground unsteady dynamics three-dimensional problems]. *Vestnik Nizhegorodskogo universiteta im. N.I. Lobachevskogo. Seriya Mekhanika* [Vestnik of Lobachevsky State University of Nizhni Novgorod. Ser. Mechanics]. 1999. No 1. P. 91–97 (In Russian).
29. Bazhenov V.G., Zefirov S.V. O konservativnom sglazhivanii razryvnykh voln napryazheniy v MKE [About conservative smoothing of stress discontinuous waves in FEM]. *Vestnik Nizhegorodskogo universiteta im. N.I. Lobachevskogo. Seriya Mekhanika* [Vestnik of Lobachevsky State University of Nizhni Novgorod. Ser. Mechanics]. 2001. Iss. 1(3). P. 166–173 (In Russian).
30. *Vychislitel'nyy kompleks "Dinamika-3"* [Computing Complex "Dynamics-3"]. Nauchno-tekhnicheskyy tsentr po yadernoy i radiatsionnoy bezopasnosti. Attestatsionnyy pasport programmnoho sredstva. Registratsionnyy pasport attestatsii PS № 325 ot 18.04.2013 [Scientific and Technical Center for Nuclear and Radiation Safety. Certification passport software. Registration certificate of certification PS No 325 dated 18.04.2013] (In Russian).
31. Ivanov I.G., Novikov S.A. Deformirovaniye sfericheskikh svintsovykh obolochek pri deystvii intensivnykh mekhanicheskikh peregruzok [Spherical lead shells deformation under the action of intense mechanical overloads]. *Prochnost materialov pri dinamicheskoy nagruzhennii: Sbornik nauchnykh trudov* [Strength of Materials under Dynamic Loading: Collection of Scientific Works]. Ed. S.A. Novikov. Sarov. RFNC–VNIIEF Publ. 2003. P. 216–221 (In Russian).
32. Zukas J.A., Nicholas T., Swift H.F., Greszczuk L.B., Kurran D.R. [Impact Dynamics]. New York. John Willey & Sons. 1982. 452 p.
33. Bazhenov V.G., Baranova M.S., Zhegalov D.V., Lavrinenko V.Yu., Pavlenkova E.V. Postroyeniye dinamicheskikh diagramm deformirovaniya svintsovykh zagotovok metodom pryamogo udara na gazodinamicheskoy koprovoy ustanovke [Construction of lead procurements deformation dynamic diagrams by direct impact method on gas-dynamic drilling rig]. *Vestnik mashinostroeniya*. [Russian Engineering Research]. 2013. No 2. P. 11–14 (In Russian).
34. Kragelskiy I.V., Vinogradov I.V. *Koeffitsienty treniya (spravochnoe posobie)* [Friction Coefficients (Reference Manual)]. Moscow. Mashinostroitel'naya literatura Publ. 1955. 188 p. (In Russian).
35. Novikov S.A., Sinitsyn V.A., Pogorelov A.P. Raschet vzryvnogo nagruzhayushchego ustroystva dlya sozdaniya impulsa davleniya zadannykh parametrov [Explosive loading device calculation for a pressure pulse of the specified parameters creation]. *Fizika goreniya i vzryva* [Combustion and Explosion]. 1980. No 6. P. 111–113 (In Russian).

**ANALYSIS OF THE CONSERVATIVE SMOOTHING EFFECT ON THE ACCURACY
OF DYNAMIC ELASTIC-PLASTIC SPHERICAL SHELLS
BUCKLING NUMERICAL SIMULATION**

Demareva A.V.

*Research Institute for Mechanics, National Research Lobachevsky State University
of Nizhny Novgorod, Nizhny Novgorod, Russian Federation*

Large changes of a lead spherical shell enclosed in an aluminum spacesuit under the action of an overload pulse are considered. The defining system of equations is formulated in Lagrange variables in a two-dimensional (axisymmetric) formulation. Strain and stress rates are determined in the

local coordinate system. Kinematic relations are recorded in the metric of the current state. The relations of the flow theory with isotropic hardening are used as state equations. The contact interaction of the shell and the spacesuit is modeled by non-penetration conditions taking into account friction. The numerical solution of the problem under given boundary and initial conditions is based on the finite element method moment scheme and the explicit time integration “cross” type scheme. 4-node isoparametric finite elements with bilinear form functions are used to discretize the defining system of equations for spatial variables. To suppress the numerical solution high-frequency oscillations, the procedure of nodal displacements rates conservative smoothing is used. As shown by the results of numerical research spherical shell in the process of intensive dynamic loading undergoes large deformation and rotation angles as a rigid whole. The calculation results reliability is confirmed by a good correspondence to the experimental data. The influence of conservative smoothing procedure and moment components of deformations and stresses on the solution accuracy is analyzed. It is shown that without conservative smoothing procedure using, the shape of the spherical shell buckling obtained in the calculation does not correspond to the experimental data. Neglect of the moment components of strains and stresses leads to the development of instability of the “hourglass” type.

Keywords: spherical shell, spacesuit, explosive loading, contact, friction, elastic-plastic buckling, finite element method, conservative smoothing.