

УДК 539.3

**КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЕ РЕШЕНИЕ ТРЕХМЕРНЫХ ЗАДАЧ  
ДЕФОРМИРОВАНИЯ И РАЗРУШЕНИЯ  
АРМИРОВАННОЙ КИРПИЧНОЙ КЛАДКИ  
ПРИ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ**

**В.Г. Баженов, А.В. Гордиенко, А.В. Дудник,  
А.И. Кибец, Ю.И. Кибец**

*Нижний Новгород*

**Л. Крушка**

*Варшава (Польша)*

Развита конечно-элементная методика решения трехмерных нестационарных задач деформирования и разрушения кирпичной кладки, усиленной дискретно расположенными армирующими стержнями. Приводятся результаты тестовых расчетов.

В связи с участвовавшими террористическими актами стала актуальной разработка математических моделей, методов решения и программного обеспечения для проведения исследований защищенности сооружений от взрывов. Наиболее важная цель анализа взрывоустойчивости здания – предотвращение его катастрофического обрушения для спасения жизни людей в этой ситуации. Одним из перспективных методов усиления кирпичных стен является анкерное усиление, при котором уже существующая кладка сверлится от крыши до фундамента и укрепляется специально сконструированными анкерами с цементной заливкой. Применяется также модификация этого метода, в которой стальные стержни вставляются в желоба, выполненные на поверхности кладки, и заливаются раствором. Ниже излагается конечно-элементная модель оценки прочности кирпичной кладки, армированной стержнями, при воздействии ударных и импульсных нагрузок.

Определяющая система уравнений динамики конструкции формулируется в переменных Лагранжа с позиций механики сплошных сред. Упругопластическое деформирование металлов описывается соотношениями теории течения с кинематическим и изотропным упрочнением [1]. Кирпичная кладка моделируется как континуальная разномодульная среда, свойства которой зависят от вида напряженно-деформированного состояния (НДС) и текущего уровня поврежденности материала. Вид НДС характеризуется параметром  $P$ , определяемым с помощью текущих значений главных напряжений  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ :

$$P = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) / \sqrt{3(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2)}. \quad (1)$$

Влияние поврежденности на процесс деформирования учитывается с помощью скалярной функции целостности  $\omega$  [2, 3], представляющей собой меру уменьшения

эффективных площадок действия напряжений по отношению к их начальному неповрежденному значению. Изменение меры поврежденности  $\Delta\omega$  описывается уравнениями кинетического типа:

$$\Delta\omega = \begin{cases} 0 & \text{и } \delta\dot{\epsilon} \quad \sigma_1 < \sigma^R, \sigma_3 > \sigma^S, \\ C \frac{1-\omega}{\sigma_1} (\sigma_1 - \sigma^R) & \text{и } \delta\dot{\epsilon} \quad \sigma_1 > \sigma^R, \\ C \frac{1-\omega}{\sigma_3} (\sigma_3 - \sigma^S) & \text{и } \delta\dot{\epsilon} \quad \sigma_3 < \sigma^S, \end{cases} \quad (2)$$

где  $\sigma_1, \sigma_3$  – текущие значения первого и третьего главных напряжений,  $\omega$  – накопленное значение меры поврежденности,  $C$  – константа, используемая для регуляризации описания процесса развития повреждений;  $\sigma^R, \sigma^S$  – разрушающие значения главных напряжений соответственно при растяжении и сжатии. Величины  $\sigma^R, \sigma^S$  зависят от вида НДС и определяются данными о пределах прочности материала при одноосном растяжении и сжатии.

Наряду с эффективными напряжениями  $\sigma_{ij}$ , действующими на поврежденных площадках, вводятся приведенные напряжения  $\sigma_{ij}^*$ , статически эквивалентные  $\sigma_{ij}$ , но отнесенные к неповрежденным площадкам. Первые фигурируют при определении состояния материала в точке тела [3], вторые используются при формулировке уравнений движения конструкции, которые выводятся из вариационного принципа Журдена:

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} [\sigma_{ij}^{*b} \delta \dot{\epsilon}_{ij}^b (1-\alpha) + \sigma_{ij}^a \delta \dot{\epsilon}_{ij}^a \alpha] dV + \int_{\Omega} \rho \ddot{U}_i \delta U_i dV = \\ = \int_{\Gamma_p} P_i \delta U_i d\gamma + \int_{\Gamma_q} P_i^q \delta U_i d\gamma \quad (i, j = \overline{1,3}). \end{aligned} \quad (3)$$

В (3)  $\dot{\epsilon}_{ij}$  – компоненты тензора скоростей деформаций;  $U_i$  – перемещения в общей системе координат  $X$ ;  $p_i^q$  – контактное давление;  $p_i$  – распределенная нагрузка;  $\Omega$  – область, занимаемая конструкцией;  $\Gamma_q$  – поверхность контакта;  $\Gamma_p$  – зона действия внешнего давления; точка над символом означает частную производную по времени  $t$ ; по повторяющимся индексам ведется суммирование; символами  $b, a$  помечены компоненты тензоров в кирпичной кладке и в армирующих элементах;  $\alpha$  – интенсивность армирования (содержание арматуры);  $\rho$  – плотность армированной кладки:

$$\rho = \rho^b (1-\alpha) + \rho^a \alpha.$$

На поверхностях контактного взаимодействия конструктивных элементов формулируются условия жесткой склейки или условия непроникания.

Решение задачи при заданных начальных и краевых условиях основано на методе конечных элементов. Интегрирование по времени осуществляется по явной конечно-разностной схеме типа “крест”. Для учета дискретного расположения подкрепляющих стержней применяется конечный элемент, описывающий взаимодействие сплошной среды и арматуры [4]. Кирпичная кладка разбивается на шестигранные 8-узловые изопараметрические конечные элементы, в узлах которых определяются перемещения  $\{U\}$ , скорости перемещений  $\{\dot{U}\}$  и ускорения  $\{\ddot{U}\}$  в общей

системе координат  $X = [X_1 X_2 X_3]^T$ . Для аппроксимации скорости перемещений внутри конечного элемента применяются полилинейные функции формы

$$\dot{U}_i = \sum_{k=1}^8 \dot{U}_i^k N_k(\xi_1, \xi_2, \xi_3), \quad (4)$$

$$N_k = (1 + \xi_1 / \xi_1^k)(1 + \xi_2 / \xi_2^k)(1 + \xi_3 / \xi_3^k) / 8, \quad -1 \leq \xi_i \leq 1, \quad i = \overline{1,3},$$

где  $\dot{U}_i^k$  –  $i$ -я компонента скорости перемещений узла  $k$  в общем базисе. Аппроксимация скорости деформаций и напряжений в конечных элементах массивных тел приведена в [1].

Армирующие стержни разбиваются на отрезки прямых, положение в пространстве которых определяется координатами  $X_j^i$  точек пересечения стержней с гранями конечных элементов основного материала [4]. Проскальзывание между арматурой и связующим материалом не рассматривается. Деформации и напряжения в стержне аппроксимируются в локальной системе координат, отслеживающей вращение его оси. Перерезывающими силами, крутящим и изгибающими моментами в стержнях пренебрегаем. Напряжения в стержне заменяются статически эквивалентными силами узлов конечного элемента кирпичной кладки, которые проецируются в общую систему координат и суммируются с узловыми силами от напряжений в кирпичной кладке и внешней нагрузки. Результирующие узловые силы подставляются в дискретный аналог уравнения движения конечно-элементной сетки расчетной области, который интегрируется по явной конечно-разностной схеме. Для подавления осцилляций численного решения при ударных воздействиях применяются процедуры сглаживания [5].

Изложенная конечно-элементная методика решения трехмерных нелинейных задач динамической прочности армированной кирпичной кладки реализована в рамках вычислительной системы “Динамика-3” [6]. Для апробирования методики и программного обеспечения решена задача о разрушении блока кирпичной кладки (1,035×0,522×0,25 м) при взрыве заряда взрывчатого вещества типа ТГ 50/50 цилиндрической формы (радиус 5 см, высота 15 см, масса 1,84 кг), расположенного на расстоянии 2 м от стенки. Нижний край блока кирпичной кладки жестко зашпелен, а перемещения ее торцов ограничены неподвижными вертикальными опорами. В расчетах рассматривались варианты армированной и неармированной кладки, с учетом и без учета условий прочности. Для механических и прочностных характеристик кирпичной кладки задавались следующие значения: плотность  $\rho^b = 1,4$  г/см<sup>3</sup>, модуль упругости  $E = 28$  ГПа, коэффициент Пуассона  $\mu = 0,16$ , предел прочности на сжатие  $\sigma^s = 0,016$  ГПа, предел прочности на растяжение  $\sigma^r = 0,004$  ГПа. Арматура предполагалась выполненной из стали ( $\rho^a = 7,8$  г/см<sup>3</sup>,  $E = 200$  ГПа,  $\mu = 0,3$ ) и располагалась на лицевых поверхностях кладки. Плотность армирования равна 6%. Параметры взрывной нагрузки определялись из вычислительных экспериментов [7]. Результаты решения приведены на рис. 1, 2 в виде временных зависимостей прогибов  $U$  и скорости перемещения  $\dot{U}$  центра стенки. На этих рисунках отмечены следующие результаты:

- ◊ – расчет с учетом прочности кирпичной кладки без армирования,
- Δ – расчет без учета прочности и без армирования,
- – расчет с учетом условий прочности и армирования.

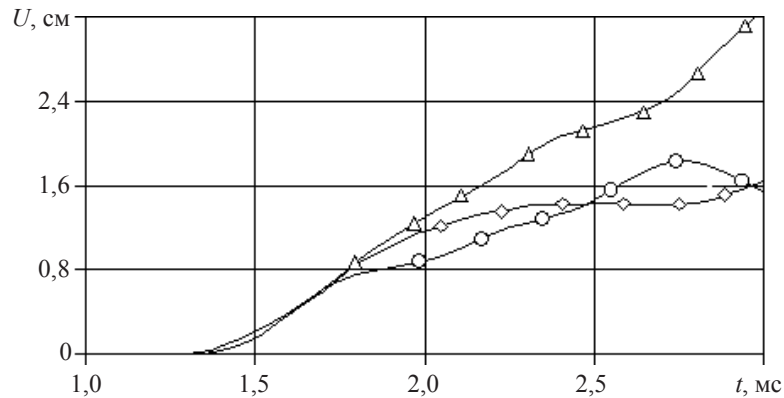


Рис. 1

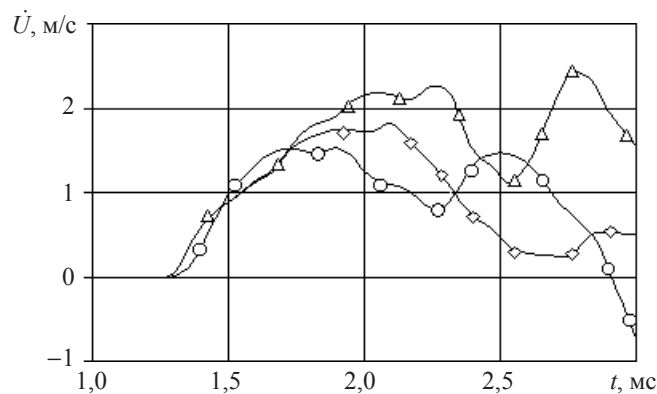


Рис. 2

Анализ полученных результатов показал следующее:

1. При заданных параметрах взрывного воздействия кирпичный блок от вертикальной трещины распадается на две части; достоверность результатов численных расчетов подтверждается имеющимися данными натурных экспериментов [3].

2. Решение задачи без учета условий прочности занижает значение перемещений стенки.

3. Применение армирования, хотя и не устраняет полностью повреждение блока кирпичной кладки, но значительно уменьшает его смещения.

Работа выполнена при частичном финансировании РФФИ (проект 05-08-33618а) и Министерства образования и науки РФ (грант Президента РФ на поддержку ведущих научных школ НШ-6391.2006.8).

#### Литература

1. Баженов, В.Г. Численное моделирование нестационарных процессов ударного взаимодействия деформируемых элементов конструкций / В.Г. Баженов, А.И. Кибец, И.Н. Цветкова // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 1995. – № 2. – С. 20–26.

2. Качанов, Л.М. Основы теории разрушения / Л.М. Качанов. – М.: Наука, 1974. – 312 с.

3. Применение метода конечных элементов для решения трехмерных задач деформирования и разрушения кирпичной кладки при взрывном нагружении / В.Г. Баженов [и др.] // Вестник ННГУ. Серия Механика. – 2004. – Вып. 1(6). – С. 124–130.

4. Дудник, А.В. Конечно-элементная методика решения трехмерной нестационарной задачи динамики дискретно армированных конструкций / А.В. Дудник, А.И. Кибец, Ю.И. Кибец

// Проблемы прочности и пластичности: Межвуз. сб. / Н. Новгород: Изд-во ННГУ. – 2003. – Вып. 65. – С. 97–101.

5. *Баженов, В.Г.* О консервативном сглаживании разрывных волн напряжений в МКЭ / В.Г. Баженов, С.В. Зефилов // Вестник ННГУ. Серия Механика. – 2001. – Вып. 1. – С. 166–173.

6. Сертификат соответствия Госстандарта России № РОСС RU.ME.20.H00338.

7. Деформирование и разрушение конструкции кирпичной кладки при взрывном нагружении / В.Г. Баженов [и др.] // Прикладные проблемы прочности и пластичности. Численное моделирование физико-механических процессов: Межвуз. сб. / Нижегород. ун-т. – 1999. – Вып.60. – С. 19–25.

[31.08.2006]

#### **FINITE-ELEMENT ANALYSIS OF 3-D PROBLEMS OF DEFORMATION AND FAILURE OF REINFORCED MASONRY UNDER NONSTATIONARY LOADING**

**V.G. Bazhenov, A.V. Gordiyenko, A.V. Dudnik, A.I. Kibetz, Yu.I. Kibetz, L. Krushka**

A finite-element procedure for analyzing 3-D nonstationary problems of deformation and failure of a piece of masonry reinforced by discretely positioned reinforcing rods is developed. The results of the test analyses are presented.