

УДК 539.375

## МОДЕЛЬ РАЗРУШЕНИЯ ОБОЛОЧЕК С ПОВЕРХНОСТНЫМИ ТРЕЩИНАМИ

**А.А. Миронов, В.М. Волков**

*Нижний Новгород*

В основу модели положен критерий критического раскрытия трещины. За критерий образования течи принимается достижение мембранной составляющей раскрытия трещины критического значения. В качестве расчетной схемы для определения раскрытия трещины принимается модель пластической зоны по Дагдейлу. Варьирование напряжений в области остаточной толщины под дефектом в диапазоне от предела текучести до временного сопротивления позволяет описать хрупкий, квазихрупкий и вязкий характеры разрушений. Результаты расчета по модели согласуются с данными экспериментов других авторов по разрушению труб и сосудов давления с продольными поверхностными трещинами.

### **Введение**

При эксплуатации таких объектов, как трубопроводы, сосуды и аппараты, работающие под давлением, возникают задачи оценки их прочности и ресурса работы с трещиноподобными дефектами. Наиболее опасными для этих объектов, представляющих собой цилиндрические оболочки, являются продольные трещины. Проблема формулировки критериев разрушения цилиндрических оболочек с поверхностными трещинами остается актуальной на протяжении длительного периода времени.

Среди первых получивших признание публикаций в этом направлении, следует назвать работы [1, 2], где на основе обобщения экспериментальных данных установлено эмпирическое соотношение для разрушающего окружного напряжения и сформулирован подход к решению проблемы “течь перед разрушением”. Предложенное в [1, 2] эмпирическое соотношение нашло развитие в работах [3, 4] и было использовано при разработке в нормативных документов [5].

В статье [6] для условий вязкого разрушения получено аналитическое выражение для предельного давления трубы с продольной поверхностной трещиной, которое можно рассматривать как результат использования статической теоремы предельного состояния.

Сравнение результатов расчетов по зависимостям, предложенным в [1] и [6], с данными натурального эксперимента по вязкому разрушению труб с поверхностными осевыми надрезами приведено в [7]. Особенностью представленных экспериментальных материалов является относительно большая протяженность дефектов. При этом наибольшее отклонение результатов расчетов от данных экспериментов наблюдалось при уменьшении длины исходных надрезов.

Экспериментальные результаты по разрушению сосудов давления для широкого

диапазона относительных длин продольных поверхностных трещин получены в [8], где также представлен ряд эмпирических зависимостей для разрушающего напряжения. Отмечено повышение прочности сосудов в области коротких трещин, что связано с подкрепляющим воздействием основного металла на дефекты.

Для получения аналитических соотношений в рамках рассматриваемой проблемы требуется решение упругопластической задачи о деформировании оболочки с поверхностной трещиной. Подходы к решению данной задачи в рамках модели Дагдейла предложены в [9, 10]. Замкнутое решение найдено только для изгиба с растяжением пластин [9]. В то же время получил развитие подход, устанавливающий связь между решениями для пластин и оболочек с трещинами за счет введения в решение для пластин соответствующих поправок [9, 11].

Анализ установленных в рамках модели Дагдейла результатов об упругопластическом деформировании пластин и оболочек, как со сквозными, так и поверхностными трещинами [9, 12], показывает, что раскрытие трещины складывается из раскрытия срединной поверхности и раскрытия, связанного с поворотом сечений, даже для условий только мембранного напряженного состояния на удалении от трещины. В то же время необходимо отметить, что по имеющимся экспериментальным данным [13] изгибная составляющая напряженно-деформированного состояния оказывает меньшее влияние на разрушение пластин с трещинами по сравнению с мембранной составляющей.

### 1. Модель вязкого разрушения

Под вязким понимаем разрушение, связанное с развитием пластических деформаций по всей остаточной толщине стенки оболочки в сечении, ослабленном поверхностной трещиной. За критерий разрушения принимаем достижение мембранной составляющей раскрытия трещины критического значения:

$$\delta = \delta_{\bar{n}}. \quad (1)$$

В качестве расчетной схемы для определения раскрытия трещины принимается модель пластической зоны по Дагдейлу (рис. 1). Постановка задачи о мембранной составляющей раскрытия трещины определяется напряжениями  $\sigma_R$ , действующими в пластической зоне  $a_p$ , и напряжениями  $\sigma_F$ , действующими в ослабленной трещиной области, толщиной  $h - d$ .

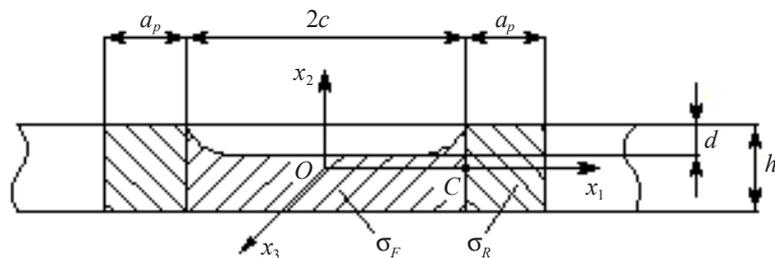


Рис. 1

В случае растяжения пластины в направлении оси  $x_3$  напряжениями  $\sigma$  решение для раскрытия трещины в точке  $O$  имеет вид [12]:

$$\delta(O) = \frac{4c\sigma_F}{\pi E} \left( \frac{\sigma_R}{\sigma_F} - 1 + \frac{d}{h} \right) \ln \frac{1 + \sin \Theta}{1 - \sin \Theta}, \quad (2)$$

где

$$\Theta = \frac{\pi}{2} h \frac{\sigma - (1 - d/h)\sigma_F}{\sigma_R - (1 - d/h)\sigma_F}.$$

Для учета более высокой податливости оболочки по сравнению с пластиной используем принятый в [1–5, 7, 9, 11] подход введения в решение для пластины поправочной функции  $M(\rho)$ , где  $\rho = c^2/Rh$ ,  $R$  – радиус срединной поверхности оболочки. В качестве  $M(\rho)$  примем функцию, определяющую увеличение коэффициента интенсивности напряжений для сквозной трещины в оболочке по сравнению с его значением в пластине:

$$K = \sigma \sqrt{\pi c} M. \quad (3)$$

Обобщение имеющихся решений для функции  $M(\rho)$  приведено в [14]. В частности, для продольной трещины в цилиндрической оболочке может быть использована аппроксимация [7]:

$$M = (1 + 1,05\rho)^{1/2}. \quad (4)$$

В отличие от указанных выше работ, где поправка  $M$  увязывалась с величиной действующего в оболочке напряжения, отнесем ее значение к длине трещины, что позволит более адекватно определять границы применимости модели Дагдейла при переходе оболочки в состояние общей текучести. Таким образом, при использовании (2) значение длины трещины следует умножить с учетом (3) на поправочный множитель  $M^2(\rho)$ .

При выполнении в точке  $O$  критерия (1) образуется сквозная трещина – “течь”. Условием дальнейшего разрушения является выполнение критерия (1) для сквозной трещины в точке  $C$ , величина раскрытия в которой принимает вид:

$$\delta(\tilde{n}) = \frac{8\sigma_R c M^2}{\pi E} \ln \left[ \sec \left( \frac{\pi \sigma}{2\sigma_R} \right) \right]. \quad (5)$$

Использование предложенной модели сводится к следующему. Из эксперимента по разрушению оболочки или широкой пластины заданной толщины со сквозной трещиной по значению разрушающего напряжения  $\sigma = \sigma_c$  из (5) определяется критическое значение раскрытия трещины  $\delta_c$ . Для заданной поверхностной трещины в оболочке разрушающее напряжение определяется из (2):

$$\sigma_{\tilde{n}} = \sigma_F \left\{ \frac{2\Theta}{\pi} \left[ \frac{\sigma_R}{\sigma_F} - \left( 1 - \frac{d}{h} \right) \right] + \left( 1 - \frac{d}{h} \right) \right\}, \quad (6)$$

где

$$\Theta = \arcsin \frac{\exp \alpha - 1}{\exp \alpha + 1}, \quad \alpha = \frac{\pi}{4} \delta_c \frac{E}{c M^2 \sigma_F (\sigma_R / \sigma_F - 1 + d/h)}.$$

Границей применения изложенной модели вязкого разрушения является достижение в оболочке состояния общей текучести, что имеет место при разрушении оболочек с относительно неглубокими трещинами. Учитывая, что в этом случае разрушающее напряжение для тонких оболочек может изменяться в относительно узком диапазоне значений от предела текучести до временного сопротивления, в практических расчетах разрушающего давления используем его аппроксимацию (в зависимости от глубины дефекта) между значением, соответствующим разру-

шению оболочки с дефектом при общей текучести, и значением для бездефектной оболочки. При выборе простейшей линейной аппроксимации получим:

$$p_c = p_{cT} \frac{d}{d_T} + p_{c0} \left( 1 - \frac{d}{d_T} \right),$$

где  $p_c$  – разрушающее давление для оболочки с трещиной глубиной  $d$ ;  $p_{cT}$  – разрушающее давление по критерию (1) для оболочки с трещиной глубиной  $d_T$ , соответствующей общей текучести оболочки;  $p_{c0}$  – разрушающее давление для бездефектной оболочки [15].

## 2. Описание областей разрушения

При различных сочетаниях свойств металла и геометрических параметров дефекта и оболочки разрушение может носить хрупкий, квазихрупкий и вязкий характер, определяемый размером области пластических деформаций в перемычке под дефектом.

Условия, определяющие границы областей с различным характером разрушения, имеют вид:  $\delta_c < \delta_T$  – хрупкое разрушение,  $\delta_T \leq \delta_{\tilde{n}} < \delta_a$  – квазихрупкое разрушение,  $\delta_{\tilde{n}} \geq \delta_a$  – вязкое разрушение, где  $\delta_T$  – раскрытие, определяемое по уравнению (2) при  $\sigma_F = \sigma_T$  и  $\sigma$ , соответствующем развитию пластичности деформаций по всему сечению перемычки под дефектом,  $\delta_a = \delta_T (\sigma_a / \sigma_T)^{1/n}$  – раскрытие при  $\sigma_F = \sigma_b$ ,  $n$  – показатель упрочнения при степенной аппроксимации диаграммы деформирования.

Для области хрупкого разрушения используется критерий линейной механики разрушения  $K = K_c$ , где  $K_c$  – вязкость разрушения, определяемая по результатам испытания оболочек или широких пластин со сквозными трещинами. В области квазихрупкого разрушения используются критерий (1) и соотношение (2) при  $\sigma_F = \sigma_T (\delta_c / \delta_T)^n$ . Для области вязкого разрушения используются (1) и (2) при  $\sigma_F = \sigma_b$ . Влияние на разрушающую нагрузку температуры учитывается за счет температурных зависимостей для входящих в используемые соотношения параметров.

## 3. Экспериментальная проверка модели

Использованные экспериментальные данные описаны в рамках вязкой модели разрушения.

**3.1. Экспериментальные данные работы [2].** Использованы данные по разрушению труб серии RR с наружным диаметром 762 мм и толщиной стенки 9,5 мм. По результатам испытаний труб со сквозными продольными трещинами определено среднее значение критического раскрытия трещины  $\delta_c = 0,53$  мм. При использовании построенной модели принималось:  $\sigma_R = (\sigma_T + \sigma_b)/2$ ,  $\sigma_F = \sigma_b$ .

Для труб с поверхностными трещинами по уравнению (6) выполнен расчет разрушающего окружного напряжения и по уравнению (5) величины раскрытия в вершине сквозной трещины после образования течи. Величина раскрытия сквозной трещины, не превышающая критического значения, соответствует случаю образования течи без дальнейшего разрушения. Сравнение результатов расчетов с экспериментальными данными приведено в табл.1. Из анализа представленных в ней результатов следует, что ошибка определения разрушающего давления за исключением последнего случая не превышает 10% и модель адекватно описывает реализацию ситуации “течь–разрушение”.

Таблица 1

Обозначение трубы	Длина трещины, $2c$ , мм	Глубина трещины, $d$ , мм	Предел текучести, $\sigma_T$ , кгс/мм <sup>2</sup>	Предел прочности, $\sigma_B$ , кгс/мм <sup>2</sup>	Разрушающие напряжения, $\sigma_c$ , кгс/мм <sup>2</sup>		Ошибка, %
					Эксперимент	Расчет	
RR8	370,84	3,78	44,93	58,64	37,41	36,59	2,19
RR8	222,25	3,78	44,93	59,34	40,78	40,69	0,23
RR8	83,82	3,78	44,93	58,64	48,94	51,93	5,01
RR5	369,82	5,69	42,89	57,44	25,03	24,33	2,97
RR5	219,2	5,69	42,89	57,44	28,83	28,29	1,87
RR9	83,82	5,69	40,22	54,14	43,45	44,71	2,90
RR7	370,84	7,72	44,86	56,46	10,97	11,87	8,17
RR4	224,03	7,72	42,61	57,16	16,17	15,72	2,76
RR7	86,36	7,72	44,86	56,46	39,09	40,03	2,40
RR5	224,03	8,51	42,89	57,44	8,58	11,01	28,3

**3.2. Экспериментальные данные работы [8].** Используются данные по разрушению сосудов из стали 10 с наружным диаметром 325 мм и толщиной стенки 8 мм и 12 мм, имеющих дефекты в виде продольных надрезов.

На рис. 2 для  $h=8$  мм и на рис. 3 для  $h=12$  мм изображены экспериментальные точки и расчетные кривые разрушающего давления в зависимости от длины  $2c$  и относительной глубины  $d/h$  дефекта. В расчетах принимались  $\delta_c = 0,4$  мм,  $\sigma_R = (\sigma_T + \sigma_B)/2$  и следующие средние для каждой серии экспериментальных точек значения  $d/h$ : 1 – 0,325, 2 – 0,525, 3 – 0,775 при  $h = 8$  мм для рис. 2; 1 – 0,38, 2 – 0,51, 3 – 0,765 при  $h = 12$  мм для рис. 3. Разрушающее давление для бездефектных сосудов  $p_{c0}$  взято по данным эксперимента.

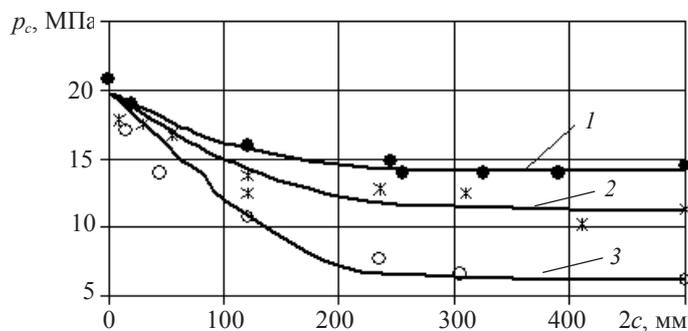


Рис. 2

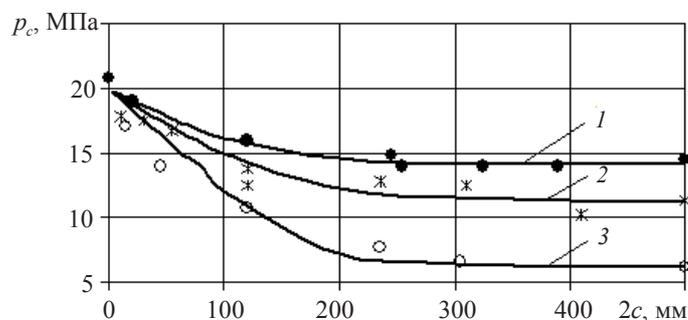


Рис. 3

По данным [8], разрушающее давление при увеличении длины дефекта стремится к значению  $\sigma_c = \sigma_b(1 - d/h)$ . Согласно уравнению (6), при  $\tilde{n} \rightarrow \infty$   $\sigma_c \rightarrow \sigma_F(1 - d/h)$ . В связи с этим значения  $\sigma_F$  принимались равными значениям  $\sigma_b$ , определяемым по экспериментальным данным о разрушении сосудов при максимальных длинах дефектов. При относительной глубине дефектов  $d/h < 0,7$  значения  $\sigma_b$  совпадали, а при  $d/h > 0,7$  превышали значения временного сопротивления  $\sigma_a^{i\delta}$ , полученные по результатам механических испытаний образцов, вырезанных из исследуемых труб. В связи с этим для сосудов толщиной 8 мм при  $d/h > 0,7$  в расчетах принималось  $\sigma_F = 1,15 \sigma_a^{i\delta}$ .

Сравнение результатов экспериментов и расчетов позволяет сделать вывод о возможности использования построенной модели для описания разрушения оболочек с дефектами относительно малых размеров, когда разрушение происходит в условиях общей текучести оболочки.

**3.3. Экспериментальные данные работы [7].** При использовании расчетной модели принято  $\sigma_R = (\sigma_{02} + \sigma_b)/2$ ,  $\sigma_F = \sigma_b$  для  $d/h < 0,7$  и  $\sigma_F = 1,15 \sigma_a^{i\delta}$  для  $d/h > 0,7$ . Сравнение экспериментальных данных с результатами расчетов представлено в табл. 2. Из анализа полученных результатов следует вывод о высокой стабильности параметра  $\delta_c$  для сталей, близких по химическому составу и механическим свойствам, что является, по-видимому, следствием высокой стабильности деформационных характеристик сталей, в частности, относительного сужения поперечного сечения образца при разрыве.

Таблица 2

Сталь	$R, \text{мм}$	$h, \text{мм}$	$c$ средняя, мм	$d, \text{мм}$	$\sigma_{02}$ МПа	$\sigma_b$ МПа	$\delta_c$ мм	$p_c$ , МПа		Ошибка, %
								Эксперимент	Расчет	
08Г2ФБТ	702,75	14,5	260	7,5	532	653	1,45	7,25	7,22	0,39
08Г2ФБТ	702,15	15,7	260,65	8,5	546	667	1,45	7,15	7,67	7,23
08Г2БТ	603,3	13,4	211,1	9,3	481	602	1,45	5,1	5,21	2,07
10Г2БТ	702,5	15	259,9	7,3	555	633	1,45	6,96	7,70	10,7
10Г2ФБ	702,15	15,7	260,5	8,3	504	637	1,45	7,25	7,54	4,01
10Г2Ф	701,25	17,5	187,45	11,8	470	594	1,45	7,84	7,16	8,67
10Г2Ф	701,25	17,5	187,55	12,0	464	570	1,45	7,55	6,80	9,94
09Г2БТ	701,6	16,8	261,3	9,8	492	607	1,45	7,25	6,99	3,62
09Г2ФБ	701,25	17,5	187,9	12,8	481	589	1,45	6,86	6,86	0,07
09Г2ФБ	701,25	17,5	187,8	12,6	436	546	1,45	6,96	6,70	3,76
X70	702	16	236,3	9,6	530	622	2	7,15	7,19	0,62
X70	701,75	16,5	186,9	10,8	424	575	2	7,45	7,49	0,48
X70	701,75	16,5	187,4	11,7	437	590	2	6,96	7,46	7,14
ст10	158,5	8	134,35	6,5	309	436	0,4	5,295	5,22	1,49
ст10	158,5	8	134	6,0	309	436	0,4	6,76	6,80	0,61
ст10	158,5	8	133,6	5,5	206	374	0,4	6,81	7,26	6,64
ст10	158,5	8	134	6,0	206	374	0,4	5,88	5,90	0,36
ст10	158,5	8	134,35	6,5	235	384	0,4	4,41	4,65	5,44
ст10	158,5	8	133,6	5,5	235	384	0,4	7,75	7,44	3,96

### Заключение

Построенная модель разрушения оболочек с поверхностными трещинами, в основу которой положен критерий критического раскрытия трещины, позволяет

прогнозировать образование течи или развитие катастрофического разрушения, охватывает все области разрушения (хрупкое, квазихрупкое, вязкое), определяет разрушающее давление во всем диапазоне относительных размеров дефектов, включая случай общей текучести оболочки. Она также дает возможность описать снижение разрушающего давления в результате процессов старения и воздействия коррозионно-активных сред за счет снижения деформационных характеристик металла.

#### Литература

1. *Даффи, А.* О поведении дефектов в сосудах давления / А. Даффи, Р. Эйбер, У. Макси // Новые методы оценки сопротивления металлов хрупкому разрушению. – М.: Мир, 1972. – С. 301–333.
2. *Даффи, А.* Практические примеры расчёта на сопротивление хрупкому разрушению трубопроводов под давлением / А. Даффи, Р. Эйбер, У. Макси // Разрушение. Т. 5. Расчет конструкций на хрупкую прочность. – М.: Машиностроение, 1977. – С. 146–210.
3. *Остсёмин, А.А.* Прочность нефтепровода с поверхностными дефектами / А.А. Остсёмин, В.Ю. Заварухин // Проблемы прочности. – 1993. – № 12. – С. 51–59.
4. *Фокин, М.Ф.* Оценка прочности труб магистральных трубопроводов с дефектами стенки, ориентированными по окружности трубы, по критерию возникновения течи перед разрушением / М.Ф. Фокин // Прикладная механика и технологии машиностроения: Сб. науч. трудов / Под ред. В.И. Ерофеева, С.И. Смирнова, Г.К. Сорокина. – Н.Новгород: Интелсервис, 2005. – С. 69–76.
5. Стандарт отрасли. Нефтепроводы магистральные. Кольцевые, продольные, спиральные сварные швы с дефектами и трубы с расслоениями. Определение долговечности. ОАО "Транснефть", 2003. – 20 с.
6. *Красовский, А.Я.* Вязкое разрушение цилиндрических тел с аксиальными трещинами, нагруженных внутренним давлением / А.Я. Красовский, И.В. Орыняк, В.М. Тороп // Проблемы прочности. – 1990. – № 2. – С. 16–20.
7. Применение модели вязкого разрушения труб осевыми дефектами для анализа результатов натурных экспериментов / И.В. Орыняк [и др.] // Проблемы прочности. – 1996. – № 6. – С. 5–15.
8. *Зайнуллин, Р.С.* Несущая способность сварных сосудов с острыми поверхностными дефектами / Р.С. Зайнуллин // Сварочное производство. – 1981. – № 3. – С. 5–7.
9. *Осадчук, В.А.* Напряженно-деформированное состояние и предельное равновесие оболочек с разрезами / В.А. Осадчук. – Киев: Наукова думка, 1985. – 224 с.
10. *Erdogan, F.* Ductile fracture of pipes and cylindrical containers with circumferential flaw / F. Erdogan, F. Delale // Trans. ASME. J. Pres. Ves. Tech. – 1981. – Vol. 103, № 2. – P. 160–168.
11. *Фолиас, Е.С.* Разрушение сосудов высокого давления / Е.С. Фолиас // Тонкостенные оболочечные конструкции. Теория, эксперимент и проектирование. – М.: Машиностроение, 1980. – С. 481–508.
12. *Civelek, M.B.* Elastic-plastic problem for a part-through crack under extension and bending / M.B. Civelek, F.E. Erdogan // Int. J. of Fract. – 1982. – Vol. 20, № 1. – P. 33–46.
13. *Винн, Р.Г.* Экспериментальное исследование критерия разрушения при комбинированном растяжении и изгибе / Р.Г. Винн, С.М. Смит // Труды амер. о-ва инж.-мех. Сер. Д. Теоретические основы инженерных расчетов. – 1969. – № 4. – С. 280–288.
14. Справочник по коэффициентам интенсивности напряжений: В 2-х т.: Пер. с англ. / Под ред. Ю. Мурамаки. Т. 2. – М.: Мир, 1990. – 1016 с.
15. *Куркин, С. А.* Прочность сварных тонкостенных сосудов, работающих под давлением / С.А. Куркин. – М.: Машиностроение, 1976. – 184 с.

[12.07.2006]

## **MODEL OF SHELL FRACTURE WITH SURFACE CRACKS**

**A.A. Mironov, V.M. Volkov**

The model is based on the criterion of the critical crack opening. The attainment of a critical value of the membrane component of crack opening is assumed as a criterion of the yield formation. A model of the plastic zone of Dugdale type is taken as a calculation scheme for analyzing crack opening. Variation of stresses in the area of the residual thickness under the flaw in the range from the yield strength to the temporary resistance allows to describe brittle, quasi-brittle and viscous types of fracture. The calculation results on the model are in accordance with the experimental data obtained by the other authors investigating the fracture of pipes and pressure vessels with longitudinal surface cracks.