

УДК 62-50

DOI: 10.32326/1814-9146-2019-81-1-94-102

ОПТИМАЛЬНОЕ ГАШЕНИЕ ПОПЕРЕЧНЫХ КОЛЕБАНИЙ КОНСОЛЬНОЙ БАЛКИ*

© 2019 г.

Петраков Е.В.^{1,2}

¹Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, Нижний Новгород, Российская Федерация

²Государственный научный исследовательский институт машиностроения им. В.В. Бахирева, Нижегородская область, Дзержинск, Российская Федерация

pet.e@mail.ru

Поступила в редакцию 07.11.2018

Решается многокритериальная задача гашения поперечных колебаний консольной балки, лежащей на вязкоупругом основании, активными и пассивными методами. Полагаем, что справедлива гипотеза Бернулли – Эйлера и имеет место линейная вязкость. Возмущение, действующее на балку, принадлежит классу функций L_2 . Форма балки описывается функциями Крылова. Для приведения к главным координатам используется метод нормальных форм. Построены модели активной виброизоляции, приложенной вдоль всей длины вертикального основания консольной балки и приложенной к вертикальному основанию в одной точке. Задача гашения поперечных колебаний сводится к задаче теории управления по состоянию с двумя выходами. Вводятся два критерия: уровень управляющей силы и величина максимального прогиба балки. В качестве меры оценки функционалов при синтезе оптимальных регуляторов используется обобщенная H_2 -норма. Поиск оптимальной обратной связи основывается на применении теории линейных матричных неравенств и эффективных алгоритмов их решения, реализованных в пакете MATLAB. Синтез оптимальных по Парето управлений осуществлен на основе свертки Гермейера. Приведены оптимальные значения функционала при равномерно распределенной и сосредоточенной виброизоляции относительно двух критериев для активных и пассивных методов гашения. Приводится сравнение виброизоляций при различных способах гашения.

Ключевые слова: консольная балка, поперечные колебания, модель Бернулли – Эйлера, гашение колебаний, управление, обобщенная H_2 -норма, множество Парето, линейные матричные неравенства.

Введение

Одной из актуальных проблем, возникающих при эксплуатации сооружений, является проблема уменьшения или гашения их колебаний: колебаний сооружений от сейсмических воздействий, колебаний мостов при интенсивных ветровых нагрузках, техногенных вибраций объектов от движения железнодорожных составов

* Выполнено при частичном финансировании РФФИ (грант №18-41-520002).

и др. Актуальность проблемы возрастает в связи с увеличением размеров конструкций, повышением параметров внешних воздействий, ужесточением санитарных и технологических норм к допустимым уровням колебаний. В современных конструкциях нерационально гасить колебания, изменяя геометрию и материалы самого объекта, так как конструкция при этом часто становится экономически неэффективной. Новые эффективные методы виброзащиты предусматривают изменение массы или жесткости виброизоляции.

Принцип виброизоляции широко применяется при защите зданий и сооружений от сейсмических воздействий. Как правило, виброизолирующее устройство располагается между фундаментом и зданием. Системы виброизоляции представлены различными конструкциями опор, которые имеют заданную величину жесткости и демпфирования. Виброизоляция характеризуется пассивными и активными типами гашения [1].

Для стоящих рядом зданий существуют связанные методы виброзащиты. Поскольку пространство в больших городах ограничено, здания, расположенные близко друг к другу, связывают устройствами гашения [2–10], тем самым уменьшая отклики зданий на сейсмические воздействия. Ярким примером таких зданий являются Тройные Башни в Токио [11, 12]. Устройства гашения могут располагаться как вдоль всей высоты здания, так и на отдельных участках или в точках.

До сих пор нет окончательной ясности в вопросе выбора наилучшего типа гашения. Авторы статьи [13] предлагают использовать для сильных резонансных колебаний вместо активного гашения полуактивное или пассивное гашение, так как для активных методов гашения крайне важна проблема устойчивости. Если метод активного гашения используется некорректно, то активные силы управления могут усилить колебания. Авторы [14] считают, что пассивные системы гашения колебаний неприемлемы из-за низкой эффективности или превышения допустимого веса, а активное гашение колебаний, реализуемое актуаторами, более эффективно.

1. Постановка задачи

Рассматривается консольная балка, лежащая на упругом основании, подверженная некоторому возмущению. Исследуется активное (рис. 1а, б) и пассивное (рис. 1в) гашение колебаний консольной балки с равномерно распределенным управлением по всей длине (рис. 1а, в) и управлением в одной точке (рис. 1б).

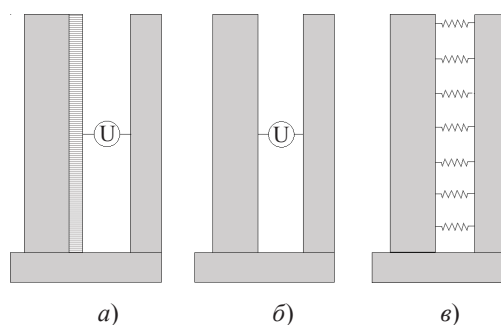


Рис. 1

Полагается, что масса и размеры основания настолько превышают массу и размеры балки, что влияние балки на основание пренебрежимо мало. Осуществляется

оценка величин двух критериев, обеспечивающих оптимальное гашение колебаний: уровня управляющей силы и величины максимального прогиба балки.

2. Математическая модель

Для описания поперечных колебаний балки принята модель Бернулли – Эйлера, а для описания учета внутреннего трения – линейная модель вязкости (Кельвина – Фойгта):

$$EI \frac{\partial^4 \omega}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 \omega}{\partial t^2} = 0, \quad \sigma = E\varepsilon + \vartheta \frac{\partial \varepsilon}{\partial t}.$$

При этих предположениях уравнение поперечных колебаний балки имеет вид:

$$\frac{\partial^2 \omega}{\partial t^2} + a^2 \left(\frac{\partial^4 \omega}{\partial x^4} + \vartheta_0 \frac{\partial^5 \omega}{\partial x^4 \partial t} \right) = -\frac{u_0}{\rho A} + v_0(t). \quad (1)$$

Здесь $\omega = \omega(x, t)$ – прогиб балки; $a^2 = EI/\rho A$; E – модуль упругости; I – момент инерции сечения; ρ – плотность; A – площадь поперечного сечения балки; $\vartheta_0 = \vartheta/a^2$ – коэффициент внутренней вязкости; u_0 – управление системой; $v_0(t)$ – ускорение, действующее на основание (функция, принадлежащая классу L_2).

Динамическая система (1) содержит 6 постоянных параметров: ρ , A , E , I , ϑ и l (длина балки).

После введения безразмерных переменных:

$$x' = \frac{x}{l}, \quad t' = \frac{a}{l^2} t, \quad \omega' = \frac{\omega}{l}, \quad u = \frac{l^3}{EI} u_0, \quad v(t') = \frac{l^3}{a^2} v_0(t)$$

уравнение (1) примет вид (здесь и далее штрихи у переменных опущены):

$$\ddot{\omega} + \beta K \dot{\omega} + K \omega = -u + v(t), \quad (2)$$

где $K = \partial^4 / \partial x^4$ – дифференциальный оператор четвертой степени, $\beta = a\vartheta_0/l^2$ – безразмерный коэффициент демпфирования системы.

Если для управления используется датчик, установленный в точке x_1 , то управление записывается в виде:

$$u = \theta^{(1)} \omega(x_1) + \theta^{(2)} \dot{\omega}(x_1),$$

где $\theta^{(1)}$, $\theta^{(2)}$ – коэффициенты обратной связи при перемещении и скорости. Для приведения уравнения (2) к главным координатам (относительно функции времени) использованы методы разделения переменных и нормальных форм:

$$\omega(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} X_i(x) T_i(t), \quad \int_0^1 X_i X_j dx = \begin{cases} 1, & i = j, \\ 0, & i \neq j, \end{cases} \quad \int_0^1 K X_i X_j dx = \begin{cases} \lambda^4, & i = j, \\ 0, & i \neq j. \end{cases} \quad (3)$$

Здесь X_i – функции формы, λ – собственные числа. Функции формы и значения собственных чисел находятся из краевых условий для консольной балки: $X(0) = 0$, $X'(0) = 0$, $X''(1) = 0$, $X'''(1) = 0$.

Функции формы описываются с помощью функций Крылова:

$$X(x) = C_1(\cos \lambda x + \operatorname{ch} \lambda x) + C_2(\sin \lambda x + \operatorname{sh} \lambda x) + C_3(-\cos \lambda x + \operatorname{ch} \lambda x) + C_4(-\sin \lambda x + \operatorname{sh} \lambda x). \quad (4)$$

Подробное исследование собственных чисел λ и функций формы X для консольной

балки приведено в [15]. Преобразование уравнения (2) к главным координатам приводит к соотношению:

$$\ddot{T}_i + \beta\lambda_i^4\dot{T}_i + \lambda_i^4T_i = -\int_0^1 X_i dx \sum_{j=1}^{\infty} X_j(x_1)(\theta_j^{(1)}T_j + \theta_j^{(2)}\dot{T}_j) + \int_0^1 X_i dx v(t). \quad (5)$$

3. Двухкритериальная задача теории управления

Для решения задачи управления используются первые m мод собственных колебаний балки, для них записывается уравнение движения в матричном виде:

$$\dot{T} = \begin{pmatrix} 0_{m \times m} & I_{m \times m} \\ -\Lambda^4 & -\beta\Lambda^4 \end{pmatrix} T + B_u \theta^{(0)} T + B_v v(t), \quad (6)$$

где $T = (T_1, \dots, T_m, \dot{T}_1, \dots, \dot{T}_m)^T$ – вектор состояния, $\Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_m)$ – диагональная матрица собственных чисел, B_u и B_v – векторы управления и возмущения. Для управления распределенной системой имеет место $B_u = B_v$.

Задача сводится к задаче теории управления – поиску регулятора статической линейной обратной связи по состоянию:

$$\begin{aligned} \dot{T} &= AT + B_u u + B_v v, \\ z_1 &= CT, \\ z_2 &= Du, \\ u &= \theta^{(0)} T. \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь z_1, z_2 – управляемые выходы для обоих критериев; C, D – соответствующие матрицы выходов.

При практической реализации обратной связи к регуляторам предъявляются разнообразные технологические требования (например к устойчивости, декременту затухания системы, жесткости и демпфированию исполнительного устройства регулятора). Наиболее значимым практическим требованием является ограниченность ресурса управления и его реализации [16].

Задача гашения колебаний консольной балки на упругом основании сводится к двухкритериальной задаче: на выходе системы рассматриваются уровень управляющей силы и максимальный прогиб балки (для консольной балки это прогиб на свободном конце). Обе величины связаны обратной зависимостью: при увеличении уровня управляющей силы прогиб уменьшается, при снижении уровня управляющей силы прогиб увеличивается. Необходимо минимизировать оба критерия, для чего используется свертка для двух созданных критериев в один функционал:

$$J_\alpha(J_1(\theta_\alpha, \alpha); J_2(\theta_\alpha, (1-\alpha))) \rightarrow \min, \quad \alpha \in (0, 1).$$

4. Решение задачи синтеза стабилизирующих операторов

Классический подход к синтезу линейных обратных связей в пространстве состояний связан с каноническим представлением управляемого объекта и построением модального управления, обеспечивающего заданные собственные значения (моды) матрицы замкнутой системы. Построение модального управления сводится к нахождению характеристического полинома матрицы A , выбору канонического базиса и решению системы линейных уравнений. Вместе с тем возможен альтерна-

тивный путь синтеза стабилизирующих регуляторов, основанный на применении теории линейных матричных неравенств и эффективных алгоритмов их решения, реализованных в пакете MATLAB [17].

Для линейных матричных неравенств оптимальные по Парето законы управления синтезируются с использованием свертки Гермейера [18]:

$$J_\alpha(\theta) = \max \left\{ \frac{J_1(\theta)}{\alpha}; \frac{J_2(\theta)}{1-\alpha} \right\}, \quad \alpha \in (0, 1). \quad (8)$$

Векторы выхода динамической системы (7) преобразуются к виду:

$$C_\alpha = \frac{C}{\alpha}, \quad D_\alpha = \frac{D}{1-\alpha}.$$

Для минимизации функционала J_α используется обобщенная H_2 -норма, линейные матричные неравенства для постановки задачи (7) имеют вид:

$$\begin{pmatrix} AY + YA^T + B_u Z + Z^T B_u^T & B_v \\ B_v^T & -I \end{pmatrix} < 0, \quad \begin{pmatrix} Y & C_\alpha^T \\ C_\alpha & \alpha^2 \gamma^2 \end{pmatrix} \geq 0, \quad (9)$$

$$\begin{pmatrix} Y & Z^T D_\alpha^T \\ D_\alpha Z & (1-\alpha)^2 \gamma^2 \end{pmatrix} \geq 0,$$

где $Z = \theta Y$, $Y = X^{-1}$ – обратная матрица Ляпунова. Значения критериев, минимизирующих функционал (8), находятся из выражений:

$$J_1 = \|H_{z_1 v}\|_{g_2} = \sup_{v \in L_2} \frac{\|z_1(t)\|_{g_\infty}}{\|v\|_2} = \sup_{v \in L_2} \frac{\sup_{t \geq 0} |z_1(t)|_{g_\infty}}{\|v\|_2} = \lambda_{\max}^{1/2} S(H_{z_1 v}) = \lambda_{\max}^{1/2} (CYC^T),$$

$$J_2 = \|H_{z_2 v}\|_{g_2} = \sup_{v \in L_2} \frac{\|z_2(t)\|_{g_\infty}}{\|v\|_2} = \lambda_{\max}^{1/2} (D\theta Y \theta^T D^T).$$

5. Результаты исследований

Анализ решения системы уравнений (5) с использованием пакета программ MATLAB показывает, что кривые для всех (от четырех до десяти) мод совпадают с кривыми для трех мод. Кривые для одной, двух и трех мод приведены на рис. 2.

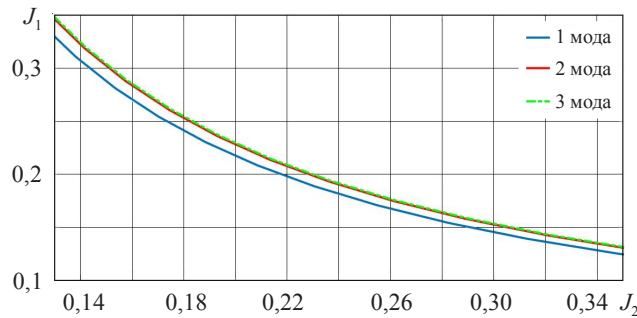


Рис. 2

Таким образом, трех первых мод вполне достаточно для описания множества решений, и при дальнейших исследованиях рассматривается функционал только для трех первых мод.

Наличие сосредоточенной управляющей силы в математической модели (2) описывается выражением:

$$\ddot{\omega} + \beta K \dot{\omega} + K\omega = -u\delta(x - x_0) + v(t),$$

где x_0 – точка приложения сосредоточенной управляющей силы. В настоящей статье рассматривается случай, когда управляющая сила приложена к середине балки. Задача с сосредоточенным управлением особенно интересна с практической точки зрения, когда для гашения колебаний используются точечные динамические активные способы [19]. Здесь не исследуются особенности, связанные с выбором точки приложения сосредоточенной управляющей силы.

Методом линейных матричных неравенств найдены оптимальное пассивное и активное гашение колебаний для консольной балки с вязкоупругой связью с вертикальной неподвижной платформой, описывающиеся уравнением

$$\ddot{\omega} + C\dot{\omega} + K\omega = -K'_s\omega - D'_s\dot{\omega},$$

где

$$K'_s = \frac{l^4 K_s}{EI}, \quad D'_s = \frac{l^2 D_s}{\rho A}$$

– безразмерные коэффициенты жесткости и демпфирования связи. Соотношения между критериями J_1 и J_2 , минимизирующие функционал $J_\alpha(\theta)$ для различных методов гашения, найденные при помощи пакета MATLAB, приведены на рис. 3: 1 – активное гашение (распределенное), 2 – пассивное гашение (распределенное), 3 – активное гашение (одна точка).

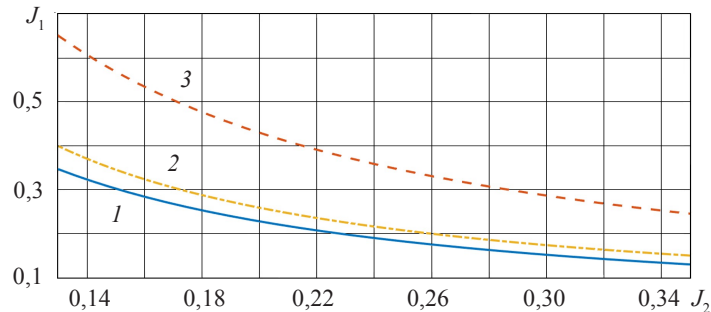


Рис. 3

Из рис. 3 следует, что наилучший результат получается при использовании равномерно распределенного гасителя колебаний, причем разница между результатом применения пассивного и активного гасителей незначительна. Активная сосредоточенная нагрузка в середине балки представляет собой наиболее простой метод приложения виброзащиты, но менее эффективный по сравнению с распределенными гасителями колебаний.

Далее приводится оценка эффективности гашения колебаний балки при наличии некоторого внешнего воздействия, принадлежащего классу L_2 и описываемого уравнением вида:

$$\ddot{\omega} + C\dot{\omega} + K\omega = v(t).$$

Виброграммы вынужденных колебаний и результатов активного и пассивного гашения колебаний имеют вид, представленный на рис. 4: 1 – свободные колебания, 2 – активное гашение, 3 – пассивное гашение.

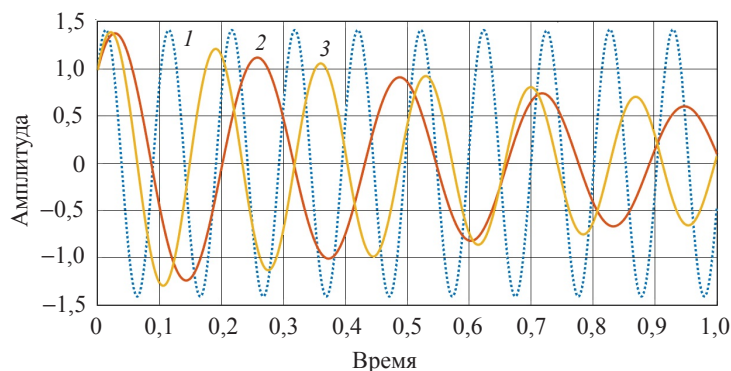


Рис. 4

Анализ виброграмм показывает, что имеет место эффект от использования как пассивного, так и активного гашения колебаний. Следует отметить, что разница между результатами применения пассивного и активного гасителей незначительна.

Заключение

Рассмотрена система активного и пассивного гашения колебаний консольной балки, лежащей на упругом основании. Для решения задачи введены два критерия: уровень управляющей силы и величина максимального прогиба балки. Проанализированы результаты пассивного и активного управления гашением колебаний консольной балки с помощью равномерно распределенного гасителя колебаний и активной сосредоточенной управляющей силы. Анализ результатов показал, что активная сосредоточенная нагрузка в середине балки представляет собой наиболее простой метод приложения виброзащиты, но менее эффективный по сравнению с равномерно распределенными гасителями, причем разница между результатами применения пассивного и активного распределенных гасителей незначительна. Следует отметить, что с учетом разницы технологических, энергетических и финансовых затрат на активные и пассивные системы выбор той или иной из них с учетом эффективности остается открытым.

Список литературы

1. <http://www.obayashi.co.jp/english/services/technologies/#anc02>.
2. Bhaskararao A., Jangid R. Seismic analysis of structures connected with friction dampers. *Engineering Structures*. 2006. Vol. 28. No 5. P. 690–703.
3. Xu Y.L., He Q., Ko J. Dynamic response of damper-connected adjacent buildings under earthquake excitation. *Engineering Structures*. 1999. Vol. 21. No 2. P. 135–148.
4. Xu Y.L., Zhan S., Ko J., Zhang W. Experimental investigation of adjacent buildings connected by fluid damper. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*. 1999. Vol. 28. No 6. P. 609–631.
5. Zhang W.S., Xu Y.L. Vibration analysis of two buildings linked by Maxwell model-defined fluid dampers. *Journal of Sound and Vibration*. 2000. Vol. 233. No 5. P. 775–796.
6. Bharti S., Dumne S., Shrimali M. Seismic response analysis of adjacent buildings connected with MR dampers. *Engineering Structures*. 2010. Vol. 32. No 8. P. 2122–2133.
7. Christenson R.E., Spencer Jr. B., Johnson E.A. Semiactive connected control method for

adjacent multidegree-of-freedom buildings. *Journal of Engineering Mechanics*. 2007. Vol. 133. No 3. P. 290–298.

8. Xu Y.L., Ng C. Seismic protection of a building complex using variable friction damper: experimental investigation. *Journal of Engineering Mechanics*. 2008. Vol. 134. No 8. P. 637–649.

9. Christenson R.E., Spencer Jr. B., Hori N., Seto K. Coupled building control using acceleration feedback. *Computer Aided Civil and Infrastructure Engineering*. 2003. Vol. 18. No 1. P. 4–18.

10. Zhang Y.F., Iwan W.D. Statistical performance analysis of seismic excited structures with active interaction control. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*. 2003. Vol. 32. No 7. P. 1039–1054.

11. Asano M., Yamano Y., Yoshie K., Koike Y., Nakagawa K., Murata T. Development of active-damping bridges and its application to triple high-rise buildings. *JSME International Journal Series C*. 2003. Vol. 46. No 3. P. 854–860.

12. Kasagi M., Fujita K., Tsuji M., Takewaki I. Automatic generation of smart earthquake-resistant building system: hybrid system of base isolation and building-connection. *Heliyon*. 2016. Vol. 2. DOI: 10.1016/j.heliyon.2016.e00069.

13. Bian Y., Gao Z. Nonlinear vibration absorption for a flexible arm via a virtual vibration absorber. *Journal of Sound and Vibration*. 2017. No 399. P. 197–215.

14. Szmidt T., Pisarskin D., Bajer C., Dyniewicz B. Double-beam cantilever structure with embedded intelligent damping block: Dynamics and control. *Journal of Sound and Vibration*. 2017. No 401. P. 127–138.

15. Хазанов Х.С. *Механические колебания систем с распределенными параметрами*. Самара: Изд-во СГАУ, 2002. 80 с.

16. Хлебников М.В., Щербаков П.С. Ограниченное линейное управление, оптимальное по квадратичному критерию специального вида. *Труды ИСА РАН*. 2013. Т. 63. №2. С. 85–89.

17. Баландин Д.В., Коган М.М. *Синтез законов управления на основе линейных матричных неравенств*. М.: Физматлит, 2007. 281 с.

18. Баландин Д.В., Коган М.М. Оптимальное по Парето обобщенное H2-управление и задачи виброзащиты. *Автоматика и телемеханика*. 2017. №8. С. 76–90.

19. Коренев Б.Г. Резников Д.М. *Динамические гасители колебаний*. М.: Наука, 1988. 304 с.

References

1. <http://www.obayashi.co.jp/english/services/technologies/#anc02>.
2. Bhaskararao A., Jangid R. Seismic analysis of structures connected with friction dampers. *Eng. Struct.* 2006. Vol. 28. No 5. P. 690–703.
3. Xu Y.L., He Q., Ko J. Dynamic response of damper-connected adjacent buildings under earthquake excitation. *Eng. Struct.* 1999. Vol. 21. No 2. P. 135–148.
4. Xu Y.L., Zhan S., Ko J., Zhang W. Experimental investigation of adjacent buildings connected by fluid damper. *Earthquake Eng. Struct. Dynam.* 1999. Vol. 28. No 6. P. 609–631.
5. Zhang W.S., Xu Y.L. Vibration analysis of two buildings linked by Maxwell model-defined fluid dampers. *J. Sound Vib.* 2000. Vol. 233. No 5. P. 775–796.
6. Bharti S., Dumne S., Shrimali M. Seismic response analysis of adjacent buildings connected with MR dampers. *Eng. Struct.* 2010. Vol. 32. No 8. P. 2122–2133.
7. Christenson R.E., Spencer Jr. B., Johnson E.A. Semiactive connected control method for adjacent multidegree-of-freedom buildings. *J. Eng. Mech.* 2007. Vol. 133. No 3. P. 290–298.
8. Xu Y.L., Ng C. Seismic protection of a building complex using variable friction damper: experimental investigation. *J. Eng. Mech.* 2008. Vol. 134. No 8. P. 637–649.
9. Christenson R.E., Spencer Jr. B., Hori N., Seto K. Coupled building control using acceleration feedback. *Comput. Aided Civ. Inf. Eng.* 2003. Vol. 18. No 1. P. 4–18.
10. Zhang Y.F., Iwan W.D. Statistical performance analysis of seismic excited structures with active interaction control. *Earthquake Eng. Struct. Dynam.* 2003. Vol. 32. No 7. P. 1039–1054.
11. Asano M., Yamano Y., Yoshie K., Koike Y., Nakagawa K., Murata T. Development of active-damping bridges and its application to triple high-rise buildings. *JSME International Journal Series C*. 2003. Vol. 46. No 3. P. 854–860.

12. Kasagi M., Fujita K., Tsuji M., Takewaki I. Automatic generation of smart earthquake-resistant building system: hybrid system of base isolation and building-connection. *Heliyon*. 2016. Vol. 2. DOI: 10.1016/j.heliyon.2016.e00069.

13. Bian Y., Gao Z. Nonlinear vibration absorption for a flexible arm via a virtual vibration absorber. *J. Sound Vib.* 2017. No 399. P. 197–215.

14. Szmidt T., Pisarskin D., Bajer C., Dyniewicz B. Double-beam cantilever structure with embedded intelligent damping block: Dynamics and control. *J. Sound Vib.* 2017. No 401. P. 127–138.

15. Hazanov H.S. *Mechanicheskie kolebaniya sistem s raspredelennymi parametrami* [Mechanical Vibrations of Systems with Distributed Parameters]. Samara. SSAU Publ. 2002. 80 p. (In Russian).

16. Khlebnikov M.V., Sherbakov P.S. Ogranichennoe lineinoe upravlenie, optimal'noe po kvadratichnomu kriteriu special'nogo vida [Limited linear control optimal by a quadratic criterion of special type]. *Trudy ISA RAN* [ISA RAN Work]. 2013. Vol. 63. No 2. P. 85–89 (In Russian).

17. Balandin D.V., Kogan M.M. *Sintez zakonov upravleniya na osnove lineinykh matrichnykh neravenstv* [Control Law Synthesis Based on Linear Matrix Inequalities]. Moscow. Fizmatlit Publ. 2007. 281 p. (In Russian).

18. Balandin D.V., Kogan M.M. Pareto optimal generalized H₂-control and vibroprotection problems. *Automation and Remote Control*. 2017. Vol. 78. No 8. P. 1417–1429.

19. Korenev B.G., Reznikov D.M. *Dinamicheskie gasiteli kolebanii* [Mass Damper]. Moscow. Nauka Publ. 1988. 304 p. (In Russian).

OPTIMAL TRANSVERSE VIBRATIONS DAMPING OF A CONSOLE BEAM

Petrakov E.V.^{1,2}

¹National Research Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod,
Nizhny Novgorod, Russian Federation

²Bakhirev State Research Institute of Mechanical Engineering, Nizhny Novgorod region,
Dzerzhinsk, Russian Federation

The multicriteria problem of transverse vibrations damping of a console beam is solved by the active and passive damping methods. The mathematical model of beam is provided by Bernoulli-Euler's hypotheses with the linear viscosity. Perturbation acting on the beam belongs to a class L_2 of functions. The beam mode is described by Krylov functions. The normal form method is used to convert to the main coordinates. A model of active vibration isolation applied along the entire length of the console beam and a model connected to a vertical base at one point were constructed. The task of transverse vibrations damping is a state feedback control problem with two controlled outputs. Two criteria are introduced: the level of the control force and the maximum deflection of the beam. The generalized H_2 -norm is used as a measure of functional evaluation in the synthesis of optimal regulators. The search for optimal feedback is based on the use of linear matrix inequalities and efficient algorithms for solving, implemented in the MATLAB package. Synthesis of Pareto optimal control is implemented on the basis of Germeyer convolution. The optimal values of the functional under distributed and concentrated vibration isolations are given with respect to two criteria for active and passive damping methods. The paper includes a comparison of vibration isolation for different damping methods.

Keywords: console beam, transverse vibrations, Bernoulli – Euler model, vibrations damping, control, generalized H_2 -norm, Pareto set, linear matrix inequalities.