

УДК 539.3

DOI: 10.32326/1814-9146-2018-80-4-466-476

ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ ТОНКИХ ОРТОТРОПНЫХ ПОЛОГИХ ОБОЛОЧЕК ПОД ДЕЙСТВИЕМ ДВИЖУЩЕГОСЯ ИМПУЛЬСНОГО ЛОКАЛЬНОГО ИСТОЧНИКА ТЕПЛА

© 2018 г.

Авраменко Л.Е.

Донецкий национальный университет, Донецк

liliya.avramenko@list.ru

Поступила в редакцию 11.01.2018

Решена задача теплопроводности тонких пологих ортотропных оболочек неотрицательной гауссовой кривизны под действием движущегося по поверхности оболочки локального импульсного источника тепла. В качестве источника тепла принят нормально-круговой источник. Закон распределения мощности подаваемой внешней энергии описывается кривой нормального распределения. Такое моделирование позволяет исследовать воздействие теплового потока сварочной дуги или газовой горелки. Принято линейное распределение температуры по толщине оболочки и конвективный теплообмен по закону Ньютона с ее поверхностями. Температуру окружающей среды и температуру оболочки в начальный момент времени полагаем равными нулю. С помощью интегральных преобразований Фурье и Лапласа получено решение в аналитическом виде. Исследовано влияние характера нагрева оболочки, скорости движения источника тепла, термомеханических свойств материала, а также величины и характера теплообмена с окружающей средой на распределение температурного поля оболочки. На основании численных исследований для случая, когда источник тепла движется вдоль образующей с постоянной скоростью, построены графики распределения средней температуры и температурного момента для сферической и цилиндрической оболочек, изготовленных из ортотропного и изотропного материалов. Результаты исследований позволяют сделать вывод, что при определении температурного поля в ортотропных оболочках, находящихся под действием локального источника тепла, необходимо учитывать скорость движения и форму источника тепла, характер импульсного воздействия (продолжительность действия импульса, продолжительность паузы и количество пауз), ортотропные свойства материала оболочки и величину теплообмена с окружающей средой.

Ключевые слова: ортотропная оболочка, теплопроводность, интегральные преобразования, локальный источник тепла, импульсное воздействие.

Введение

Интерес к исследованиям температурных задач для оболочек обусловлен их широким распространением в виде элементов современных конструкций, работающих в сложных условиях эксплуатации, например при неравномерном нагреве. В этих условиях возникают дополнительные деформации элементов конструкций и тем-

пературные напряжения, которые существенно влияют на несущие свойства конструкций. Задачи теплопроводности для изотропных пластин и оболочек при термическом импульсном нагружении рассматривались в публикациях [1–3]. Теплопроводность ортотропных материалов из-за сложности решений изучена в меньшей степени.

Методика построения фундаментального решения для температурного поля ортотропных оболочек, находящихся под действием неподвижного сосредоточенного импульсного источника тепла, представлена в [4]. Результаты подобных исследований для ортотропных оболочек, подверженных воздействию движущегося сосредоточенного импульсного источника тепла, приводятся в [5–7].

В настоящей статье приводится решение задачи теплопроводности для ортотропной оболочки при действии движущегося импульсного локального источника тепла. Исследовано влияние формы локального источника тепла, характера импульсного воздействия (продолжительности действия импульса, продолжительности паузы и количества пауз), скорости движения источника тепла, термомеханических свойств материала, кривизны оболочки, а также величины и характера теплообмена с окружающей средой на температурное поле оболочки.

1. Основные уравнения и метод решения задачи

Рассмотрим тонкую пологую ортотропную оболочку неотрицательной гауссовой кривизны. Пусть по поверхности оболочки движется импульсный источник тепла по закону

$$x_{\text{и}} = x(\tau), \quad y_{\text{и}} = y(\tau). \quad (1)$$

Уравнения теплопроводности имеют вид [8–10]:

$$\begin{aligned} h^2 \nabla_{\lambda}^2 T_1 - \mu_1 T_1 - \mu_3 T_2 - \frac{h^2}{a} \frac{\partial T_1}{\partial \tau} &= -(\mu_1 t_1 + \mu_2 t_2 + W_1), \\ h^2 \nabla_{\lambda}^2 T_2 - 3(1 + \mu_1) T_2 - 3\mu_2 T_1 - \frac{h^2}{a} \frac{\partial T_2}{\partial \tau} &= -3(\mu_1 t_2 + \mu_2 t_1 + W_2), \end{aligned} \quad (2)$$

где

$$T_1(x, y, \tau) = \frac{1}{2h} \int_{-h}^h t(x, y, z, \tau) dz, \quad T_2(x, y, \tau) = \frac{1}{2h^2} \int_{-h}^h z t(x, y, z, \tau) dz$$

– интегральные характеристики температурного поля (средняя температура и температурный момент), $t(x, y, z, \tau)$ – температура оболочки;

$$\nabla_{\lambda}^2 = \frac{\lambda_{11}}{\lambda_{33}} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\lambda_{22}}{\lambda_{33}} \frac{\partial^2}{\partial y^2},$$

$\lambda_{11}, \lambda_{22}, \lambda_{33}$ – главные коэффициенты теплопроводности;

$$\mu_{1,2} = \frac{\text{Bi}^+ \pm \text{Bi}^-}{2},$$

где $\text{Bi}^{\pm} = \alpha^{\pm} h / \lambda_{33}$ – критерий Био, α^{\pm} – коэффициенты теплообмена на поверхностях $z = \pm h$, $\mu_3 = \mu_2 - 2k_3 h$, $k_3 = (k_1 + k_2) / 2$ – средняя кривизна срединной поверхности; $k_1 = 1/R_1$, $k_2 = 1/R_2$, R_1, R_2 – главные радиусы кривизны оболочки; $t_{1,2} = (t_c^+ \pm t_c^-) / 2$, t_c^{\pm} – температура среды на поверхностях $z = \pm h$; c – удельная тепло-

емкость материала; $a = \lambda_{33}/(c\rho)$ – коэффициент температуропроводности; ρ – плотность материала оболочки;

$$W_1 = \frac{h}{2\lambda_{33}} \int_{-h}^h W_0 dz, \quad W_2 = \frac{1}{2\lambda_{33}} \int_{-h}^h z W_0 dz,$$

W_0 – объемная плотность источников тепла.

В качестве источника подаваемой внешней энергии принимаем нормально-круговой источник [11, 12]. Плотность его удельного теплового потока имеет вид

$$q(x, y, \tau) = q_0 \exp[-k_{01}((x - x(\tau))^2 + (y - y(\tau))^2)], \quad (3)$$

где $q_0 = q(0)$ – наибольший тепловой поток в центре площадки нагрева; k_{01} – коэффициент сосредоточенности, характеризующий форму кривой нормального распределения. Зависимость (3) позволяет исследовать воздействие теплового потока сварочной дуги или газовой горелки. Нагреваемый участок поверхности будем называть пятном нагрева. Тепловое воздействие моделируется с помощью усредненных по толщине оболочки функций W_1 и W_2 .

Полагаем, что возмущение, вносимое локальным воздействием, не распространяется до края рассматриваемой оболочки и что размеры пятна нагрева намного меньше размеров оболочки.

Температуру окружающей среды и температуру оболочки в начальный момент времени полагаем равными нулю.

Перейдем к безразмерной системе координат $x' = x/h$, $y' = y/h$, $z' = z/h$, $\tau' = \tau a/h^2$, $k_0 = k_{01}h^2$ и упростим исходные уравнения, имея в виду, что температура окружающей среды равна нулю ($t_c^\pm = 0$).

Тогда уравнения (2) примут вид

$$\begin{aligned} \nabla_\lambda^2 T_1 - \mu_1 T_1 - \mu_3 T_2 - \frac{\partial T_1}{\partial \tau'} &= -W_1', \\ \nabla_\lambda^2 T_2 - 3(1 + \mu_1)T_2 - 3\mu_2 T_1 - \frac{\partial T_2}{\partial \tau'} &= -3W_2'. \end{aligned} \quad (4)$$

Действие движущегося импульсного локального источника тепла моделируется с помощью закона распределения теплового потока (3) и функции Хэвисайда [13], стоящих в правой части уравнения теплопроводности. Функции W_i ($i = 1, 2$) в этом случае в безразмерной системе координат имеют вид:

$$\begin{aligned} W_i'(x', y', \tau') &= \sum_{k=0}^{m-1} W_i^* \exp[-k_0((x' - x'(\tau'))^2 + (y' - y'(\tau'))^2)] \times \\ &\times [S_+(\tau' - k(\tau_1 + \tau_2)) - S_+(\tau' - (k+1)\tau_1 - k\tau_2)] = \\ &= \sum_{k=0}^{m-1} W_{Li}'(x', y', \tau') [S_+(\tau' - k(\tau_1 + \tau_2)) - S_+(\tau' - (k+1)\tau_1 - k\tau_2)]. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь $W_{Li}'(x', y', \tau') = W_i^* \exp[-k_0((x' - x'(\tau'))^2 + (y' - y'(\tau'))^2)]$, W_1^* – максимальное значение функции W_1 в центре пятна нагрева; W_2^* – значение функции W_2 в центре пятна нагрева; $S_+(\tau)$ – функция Хэвисайда [13], τ_1 – продолжительность импульса, τ_2 – продолжительность перерыва (паузы) в работе источника тепла; m – количество пауз.

Исследуем температурное поле оболочки в зависимости от параметров орто-

тропии, величины и характера теплообмена с окружающей средой, формы локального источника тепла, характера импульсного воздействия, а также от скорости движения источника тепла.

2. Решение задачи

Применяя к уравнениям (4), (5) преобразование Фурье по (x', y') и Лапласа по τ' [14–17], приходим к системе линейных алгебраических уравнений в пространстве трансформант:

$$\begin{aligned} (\lambda_1 \xi^2 + \lambda_2 \eta^2 + \mu_1 + s) \tilde{T}_1 + \mu_3 \tilde{T}_2 &= \tilde{W}'_1(\xi, \eta, s), \\ (\lambda_1 \xi^2 + \lambda_2 \eta^2 + 3(1 + \mu_1) + s) \tilde{T}_2 + 3\mu_2 \tilde{T}_1 &= 3\tilde{W}'_2(\xi, \eta, s), \end{aligned} \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned} \tilde{W}'_i(\xi, \eta, s) &= \frac{W_i^*}{2\pi} \sum_{k=0}^{m-1} \{S_+(\tau' - k(\tau_1 + \tau_2)) - S_+(\tau' - (k+1)\tau_1 - k\tau_2)\} \times \\ &\times \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{+\infty} \exp[-k_0(x' - x_0 - x'(\tau' - \tau_0))^2 + (y' - y_0 - y'(\tau' - \tau_0))^2] \times \\ &\times \exp[-s\tau' + i(\xi x' + \eta y')] dx' dy' d\tau' = \\ &= \sum_{k=0}^{m-1} \{S_+(\tau' - k(\tau_1 + \tau_2)) - S_+(\tau' - (k+1)\tau_1 - k\tau_2)\} \times \tilde{W}'_{Li}(\xi, \eta, s). \end{aligned}$$

Здесь

$$\begin{aligned} \tilde{W}'_{Li}(\xi, \eta, s) &= \frac{W_i^*}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{+\infty} \exp[-k_0(x' - x_0 - x'(\tau' - \tau_0))^2 + (y' - y_0 - y'(\tau' - \tau_0))^2] \times \\ &\times \exp[-s\tau' + i(\xi x' + \eta y')] dx' dy' d\tau', \\ \lambda_1 &= \frac{\lambda_{11}}{\lambda_{33}}, \quad \lambda_2 = \frac{\lambda_{22}}{\lambda_{33}}. \end{aligned}$$

После решения системы (6) получим выражения трансформант для компонент температурного поля оболочки

$$\tilde{T}_{1,2}(\xi, \eta, s) = \sum_{i=1}^2 b'_{i,i+2} \frac{1}{\lambda_1 \xi^2 + \lambda_2 \eta^2 + s + a_i}, \quad (7)$$

где введены обозначения:

$$\begin{aligned} a_{1,2} &= \frac{1}{2} \{ (4\mu_1 + 3) \mp \sqrt{(4\mu_1 + 3)^2 - 4\mu_0} \}, \quad \mu_0 = 3(\mu_1 + \mu_1^2 - \mu_2\mu_3), \\ b'_{i,i+2} &= \frac{(-1)^i}{a_1 - a_2} \{ s1_{1,2} \tilde{W}'_{L1}(\xi, \eta, s) - s2_{1,2} \tilde{W}'_{L2}(\xi, \eta, s) \} \times \\ &\times \sum_{k=0}^{m-1} [S_+(\tau' - k(\tau_1 + \tau_2)) - S_+(\tau' - (k+1)\tau_1 - k\tau_2)], \\ s1_1 &= 3(1 + \mu_1) - a_i, \quad s2_1 = 3\mu_3, \quad s1_2 = 3\mu_1 - a_i, \quad s2_2 = 3\mu_2. \end{aligned}$$

Выражения (7) – решение искомой задачи в пространстве трансформант. Применяя к (7) формулы обращения для преобразований Фурье и Лапласа, находим выражения для оригиналов исходных функций. Оригиналы для средней температуры, температурного момента оболочки при действии движущегося сосредоточенного импульсного источника тепла получены в [7].

Рассмотрим методику нахождения оригиналов средней температуры, температурного момента оболочки при действии движущегося локального импульсного источника тепла. Используя формулу обращения для преобразования Лапласа и формулу свертки [15, 18, 19], получаем

$$\begin{aligned} \bar{T}_{1,2}(\xi, \eta, \tau') = & \sum_{k=0}^{m-1} \left[S_+(\tau' - k(\tau_1 + \tau_2)) \times \right. \\ & \times \sum_{i=1}^2 \frac{(-1)^i}{a_1 - a_2} \left\{ s_{1,2} \int_0^{\tau' - k(\tau_1 + \tau_2)} \bar{W}'_{L1}(\xi, \eta, \tau' - \tau_0) \exp[-(\lambda_1 \xi^2 + \lambda_2 \eta^2 + a_i) \tau_0] d\tau_0 - \right. \\ & \left. - s_{2,2} \int_0^{\tau' - k(\tau_1 + \tau_2)} \bar{W}'_{L2}(\xi, \eta, \tau' - \tau_0) \exp[-(\lambda_1 \xi^2 + \lambda_2 \eta^2 + a_i) \tau_0] d\tau_0 \right\} - S_+(\tau' - (k+1)\tau_1 - k\tau_2) \times \\ & \times \sum_{i=1}^2 \frac{(-1)^i}{a_1 - a_2} \left\{ s_{1,2} \int_0^{\tau' - (k+1)\tau_1 - k\tau_2} \bar{W}'_{L1}(\xi, \eta, \tau' - \tau_0) \exp[-(\lambda_1 \xi^2 + \lambda_2 \eta^2 + a_i) \tau_0] d\tau_0 - \right. \\ & \left. - s_{2,2} \int_0^{\tau' - (k+1)\tau_1 - k\tau_2} \bar{W}'_{L2}(\xi, \eta, \tau' - \tau_0) \exp[-(\lambda_1 \xi^2 + \lambda_2 \eta^2 + a_i) \tau_0] d\tau_0 \right\} \Big], \quad (8) \end{aligned}$$

$\bar{W}'_{Li}(\xi, \eta, \tau' - \tau_0)$ – дважды трансформированная по Фурье функция $W'_{Li}(x', y', \tau' - \tau_0)$.

Применим к (8) формулу обращения для преобразования Фурье и теорему о свертке [8, 15], получим

$$\begin{aligned} & W'_{Li}(x', y', \tau' - \tau_0) * \frac{1}{2\tau_0 \sqrt{\lambda_1 \lambda_2}} \exp \left[-\frac{\lambda_2 x'^2 + \lambda_1 y'^2}{4\tau_0 \lambda_1 \lambda_2} - a_i \tau_0 \right] = \\ & = \frac{W_i^*}{2\tau_0 \sqrt{\lambda_1 \lambda_2}} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left[-k_0 ((x' - x_0 - x'(\tau' - \tau_0))^2 + (y' - y_0 - y'(\tau' - \tau_0))^2) \right] \times \\ & \quad \times \exp \left[-\frac{\lambda_2 x_0^2 + \lambda_1 y_0^2}{4\tau_0 \lambda_1 \lambda_2} - a_i \tau_0 \right] dx_0 dy_0 = \frac{W_i^* \exp(-a_i \tau_0)}{2\tau_0 \sqrt{\lambda_1 \lambda_2}} \times \\ & \quad \times \int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left[-k_0 ((x' - x'(\tau' - \tau_0))^2 - 2x_0(x' - x'(\tau' - \tau_0)) + x_0^2) - \frac{x_0^2}{4\tau_0 \lambda_1} \right] dx_0 \times \\ & \quad \times \int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left[-k_0 ((y' - y'(\tau' - \tau_0))^2 - 2y_0(y' - y'(\tau' - \tau_0)) + y_0^2) - \frac{y_0^2}{4\tau_0 \lambda_2} \right] dy_0. \end{aligned}$$

Учитывая выражение [20]

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-p^2 x^2 \pm qx) dx = \frac{\sqrt{\pi}}{p} \exp\left(\frac{q^2}{4p^2}\right), \quad p > 0,$$

получаем выражения для средней температуры и температурного момента в пространстве оригиналов:

$$T_{1,2}(x', y', \tau') = \frac{1}{4\pi\sqrt{\lambda_1\lambda_2}} \sum_{i=1}^2 b'_{i,i+2} \sum_{k=0}^{m-1} \left[S_+(\tau' - k(\tau_1 + \tau_2)) \int_0^{\tau' - k(\tau_1 + \tau_2)} \text{Int} d\tau_0 - S_+(\tau' - (k+1)\tau_1 - k\tau_2) \int_0^{\tau' - (k+1)\tau_1 - k\tau_2} \text{Int} d\tau_0 \right], \quad (9)$$

где приняты обозначения:

$$\text{Int} = \exp\left(-k_0 \left[\frac{(x' - x'(\tau' - \tau_0))^2}{4k_0\tau_0\lambda_1 + 1} + \frac{(y' - y'(\tau' - \tau_0))^2}{4k_0\tau_0\lambda_2 + 1} \right]\right) \frac{\exp(-a_i\tau_0)}{\sqrt{(1+4k_0\lambda_1\tau_0)(1+4k_0\lambda_2\tau_0)}},$$

$$b'_i = \frac{(-1)^i}{a_1 - a_2} (s1_1 W_1^* - s2_1 W_2^*), \quad b'_{i+2} = \frac{(-1)^i}{a_1 - a_2} (s1_2 W_2^* - s2_2 W_1^*).$$

Выражения (9) – оригиналы для компонент температурного поля ортотропной оболочки.

3. Результаты вычислений

На рис. 1–4 приведены результаты расчетов, проведенных по изложенной методике, в виде графиков зависимостей средней температуры T_1 и температурного момента T_2 от координаты x' для момента времени $\tau' = 1$ для случая, когда источник тепла движется вдоль оси x' с постоянной скоростью v' . На рис. 1 представлены графики распределения T_1 для сферической оболочки ($k_1 = k_2 = 0,025$) при действии движущегося со скоростью $v' = 1$ локального источника ($k_0 = 10$, $W_1^* = 1$, $W_2^* = 0$). Здесь $Bi^\pm = 0,1$, кривые 1 (черный цвет) соответствуют непрерывному действию источника тепла на оболочку, кривые 2, 3 и 4 – импульсному воздействию. Сплошной линией показано распределение температуры для изотропной ($\lambda_1 = \lambda_2 = 1$) оболочки, штриховой и пунктирной линиями – для ортотропной оболочки при $\lambda_1/\lambda_2 = 0,5$ и $\lambda_1/\lambda_2 = 2$ соответственно. Рассмотрены случаи продолжительности импульса $\tau_1 = 0,5$, $\tau_2 = 0,4$, $m = 2$ (кривые 2, красный цвет); $\tau_1 = 0,1$, $\tau_2 = 0,4$, $m = 3$ (кривые 3, синий цвет); $\tau_1 = 0,5$, $\tau_2 = 0,2$, $m = 4$ (кривые 4, зеленый цвет).

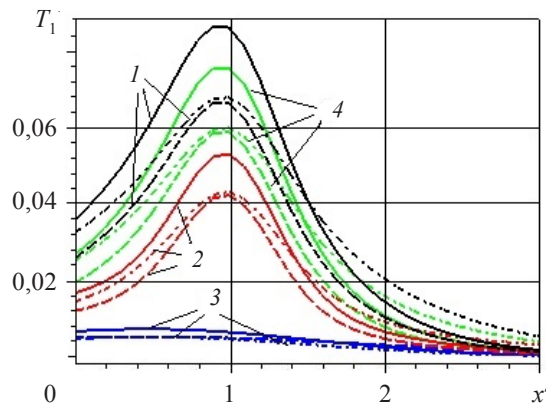


Рис. 1

Из рис. 1 видно, что распределение температуры существенно зависит от ортотропных свойств материала оболочки и от характера нагрева оболочки; при импульсном нагреве – от продолжительности импульса, продолжительности паузы и количества пауз.

На рис. 2 показано влияние формы локального источника тепла и величины теплообмена на распределение температуры для сферической ортотропной ($\lambda_1/\lambda_2 = 0,5$) оболочки. Рассматривалось действие импульсного источника ($\tau_1 = 0,1, \tau_2 = 0,2, m = 4, W_1^* = 0, W_2^* = 0$), движущегося со скоростью $v' = 1$, для случаев симметричного сильного ($Bi^\pm = 0,1$, сплошная линия) и слабого ($Bi^\pm = 0,01$, штриховая линия) теплообмена. Кривые 1 соответствуют локальному источнику с коэффициентом сосредоточенности $k_0 = 1$, кривые 2 – $k_0 = 10$. Из рис. 2 видно, что на значения интегральных характеристик температуры существенно влияет форма локального источника тепла и величина теплообмена.

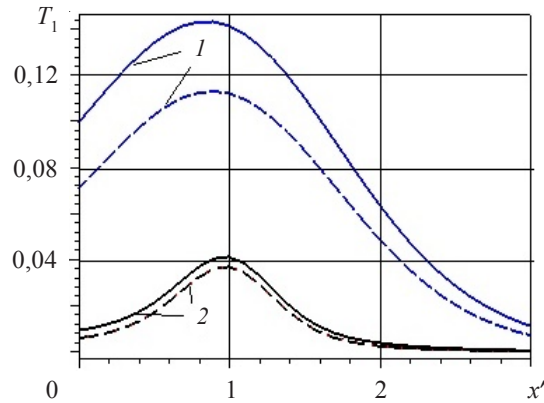


Рис. 2

На рис. 3 показано влияние скорости движения источника тепла и кривизны оболочки на распределение температуры и температурного момента. Здесь приведены графики распределения T_1 и T_2 для сферической ($k_1 = k_2 = 0,025$, сплошные линии) и цилиндрической ($k_1 = k_2 = 0,025$, штриховые линии) оболочек при импульсном воздействии ($\tau_1 = 0,1, \tau_2 = 0,4, m = 3, W_1^* = 10, W_2^* = 0$). Рассматривался несимметричный теплообмен с параметрами $Bi^+ = 0,1$ и $Bi^- = 1$.

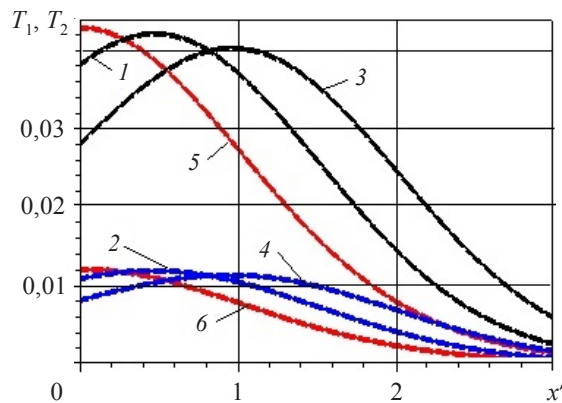


Рис. 3

Кривые 1, 3 (черный цвет) показывают распределение средней температуры, кривые 2, 4 (синий цвет) – распределение температурного момента соответственно при действии на ортотропную оболочку ($\lambda_1/\lambda_2 = 0,5$) движущегося со скоростью $v' = 1$ (кривые 1, 2) и $v' = 2$ (кривые 3, 4) локального ($k_0 = 10$) источника тепла. Красным цветом показаны распределения температуры (кривая 5) и температурного момента (кривая 6) для неподвижного источника $v' = 0$. Из рисунка видно, что графики распределения T_1 и T_2 для сферической и цилиндрической оболочек совпадают (отличие в 4-й значащей цифре), а скорость движения источника тепла существенно влияет на распределение компонент температурного поля оболочки.

Влияние характера теплообмена так же, как и влияние кривизны, мало. Так, для сферической оболочки ($k_1 = k_2 = 0,025$) на рис. 4 приведены графики распределения T_1 для движущегося со скоростью $v' = 1$ локального импульсного ($k_0 = 10$, $\tau_1 = 0,1$, $\tau_2 = 0,2$, $m = 3$, $W_1^* = 10$, $W_2^* = 0$) источника при верхнем одностороннем теплообмене $Bi^+ = 1$ и $Bi^- = 0$ (сплошная линия) и нижнем одностороннем теплообмене $Bi^+ = 0$ и $Bi^- = 1$ (штриховая линия). Из рисунка видно, что кривые отличаются незначительно. Здесь графики соответствуют изотропной (кривая 1) и ортотропной ($\lambda_1/\lambda_2 = 0,5$ и $\lambda_1/\lambda_2 = 2$) оболочке (кривые 2 и 3 соответственно).

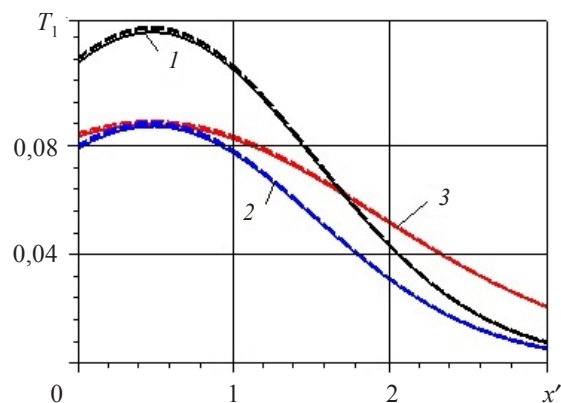


Рис. 4

Заключение

Исследования показали, что при определении температурного поля в ортотропных оболочках, находящихся под действием импульсного локального источника тепла, необходимо учитывать скорость движения и форму источника тепла, характер импульсного воздействия (продолжительность действия импульса, продолжительность паузы и количество пауз), ортотропные свойства материала оболочки и величину теплообмена с окружающей средой.

Список литературы

1. Подстригач Я.С., Коляно Ю.М. *Неустановившиеся температурные поля и напряжения в тонких пластинках*. Киев: Наукова думка, 1972. 308 с.
2. Авраменко Л.Е., Шевченко В.П. Теплопроводность и термоупругость тонких изотропных оболочек при импульсном нагреве движущимся источником тепла. *Прикладная механика*. 2006. Т. 42. №11. С. 85–92.

3. Горюнов А.В., Молодожникова Р.Н., Прокофьев А.И. Односторонний импульсный нагрев цилиндрической оболочки переменной толщины. *Труды МАИ*. 2016. №88. С. 21–28.
4. Takezono Shigeo, Tao Katsumi, Inamura Eijiroh, Ozawa Yoshihiro. Thermal stress and deformation in moderately thick shells of revolution of functionally graded material under thermal impulsive loading. *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers. Series B 00066(00645)*. 2000. Vol. 66. No 645. P. 1060–1067.
5. Levin P. A general solution 3D quasi-steady-state problem of a moving heat source on a semi-infinite solid. *Mechanics Research Communications*. 2007. Vol. 35. P. 151–157.
6. Авраменко Л.Е., Шевченко В.П. Теплопроводность тонких ортотропных оболочек под действием движущегося импульсного сосредоточенного источника тепла. *Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій*. 2010. №14. С. 3–12.
7. Авраменко Л.Е., Шевченко В. П. О деформировании термоупругих ортотропных полых оболочек под действием движущегося импульсного сосредоточенного источника тепла. *Прикладная механика*. 2013. Т. 49. №1. С. 1–9.
8. Подстригач Я.С., Коляно Ю.М. *Обобщенная термомеханика*. Киев: Наукова думка, 1976. 310 с.
9. Подстригач Я.С., Швец Р.Н. *Термоупругость тонких оболочек*. Киев: Наукова думка, 1978. 343 с.
10. Беляев Н.М., Рядно А.А. *Методы теории теплопроводности*. М.: Высшая школа, 1982. 327 с.
11. Рыкалин Н.Н. *Тепловые процессы при сварке*. М.: Изд-во АН СССР, 1953. 290 с.
12. Паркус Г. *Неустановившиеся температурные напряжения*. М.: Физматгиз, 1963. 253 с.
13. Коляно Ю.М., Кулик А.Н. *Температурные напряжения от объемных источников*. Киев: Наукова думка, 1983. 288 с.
14. Шевченко В.П. *Методы фундаментальных решений в теории ортотропных оболочек. Концентрация напряжений*. Киев: А.С.К., 1998. 387 с.
15. Шевченко В.П. *Интегральные преобразования в теории пластин и оболочек*. Учебное пособие. Донецк: Изд-во Донецкого ун-та, 1977. 114 с.
16. Хижняк В.К., Шевченко В.П. *Смешанные задачи теории пластин и оболочек*. Учебное пособие. Донецк: Изд-во Донецкого ун-та, 1980. 128 с.
17. Снеддон И. *Преобразования Фурье*. М.: Иностранная литература, 1955. 667 с.
18. Бейтмен Г., Эрдейи А. *Высшие трансцендентные функции. Функция Бесселя, функции параболического цилиндра, ортогональные многочлены*. М.: Наука, 1966. Т. 2. 296 с.
19. *Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами*. Под ред. М. Абрамовица, И. Стиган. М.: Наука, 1979. 832 с.
20. Градштейн И.С., Рыжик И.М. *Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений*. М.: Мир, 1971. 1108 с.

References

1. Podstrigach Ia.S., Koliano Yu.M. *Neustanovivshiesya temperaturnye polya i napryazheniya v tonkikh plastinkakh [Unsteady Temperature Fields and Stresses in Thin Plates]*. Kiev. Naukova dumka Publ. 1972. 308 p. (In Russian).
2. Avramenko L.E., Shevchenko V.P. Thermoconductivity and thermoelasticity of thin isotropic shells heated by a moving heat pulse. *International Applied Mechanics*. 2006. Vol. 42. No 11. P. 1270–1277.
3. Goryunov A.V., Molodozhnikova R.N., Prokofiev A.I. Odnostoronniy impulsnyy nagrev tsilindricheskoy obolochki peremennoy tolshchiny [One-way pulse heating of the cylindrical shell of variable thickness]. *Trudy MAI [Trudy MAI]*, 2016. No 88. P. 21–28 (In Russian).
4. Takezono Shigeo, Tao Katsumi, Inamura Eijiroh, Ozawa Yoshihiro. Thermal stress and deformation in moderately thick shells of revolution of functionally graded material under thermal impulsive loading. *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers. Series B 00066(00645)*. 2000. Vol. 66. No 645. P. 1060–1067.
5. Levin P. A general solution 3-D quasi-steady-state problem of a moving heat source on a semi-infinite solid. *Mechanics Research Communications*. 2007. Vol. 35. P. 151–157.

6. Avramenko L.E., Shevchenko V.P. Odnostoronnii impulsnyy nagrev tsilindricheskoy obo-lochki peremennoy tolshchiny [Thermal conductivity of thin orthotropic shells under the action of a moving pulse concentrated heat source]. *Problemi obchislyvalnoy mekhaniki i mitsnosti konstruktivnyy* [Problems of Computational Mechanics and Strength of Structures]. 2010. No 14. P. 3–12 (In Ukrainian).
7. Avramenko L.E., Shevchenko V.P. Deformation of thermoelastic orthotropic shallow shells under the action of a moving lumped impulsive heat source. *International Applied Mechanics*. 2013. Vol. 49. No 1. P. 73–80.
8. Podstrigach Ia.S., Koliano Yu.M. *Obobshchennaya termomekhanika* [Generalized Thermo-mechanics]. Kiev. Naukova dumka Publ. 1976. 310 p. (In Russian).
9. Podstrigach Ia.S., Shvets R.N. *Termouprugost tonkikh obolochek* [Thermoelasticity of Thin Shells]. Kiev. Naukova dumka Publ. 1978. 343 p. (In Russian).
10. Beliaev N.M., Riadno A.A. *Metody teorii teploprovodnosti* [Methods of the Theory of Heat Conduction]. Moscow. Vysshaya shkola Publ. 1982. 327 p. (In Russian).
11. Rykalin N.N. *Teplovye protsessy pri svarke* [Thermal Processes During Welding]. Moscow. AS USSR Publ. 1953. 290 p. (In Russian).
12. Parkus G. *Neustanovivshiesya temperaturnye napryazheniya* [Non-steady-state Temperature Strains]. Moscow. Fizmatgiz Publ. 1963. 253 p. (In Russian).
13. Koliano Yu.M., Kulik A.N. *Temperaturnye napryazheniya ot ob'emnykh istochnikov* [Temperature Stresses from Volumetric Sources]. Kiev. Naukova dumka Publ. 1983. 288 p. (In Russian).
14. Shevchenko V.P. *Metody fundamentalnykh resheniy v teorii ortotropnykh obolochek. Kontsentratsiya napryazheniy* [Methods of Fundamental Solutions in the Theory of Orthotropic Shells. Stress Concentration]. Kiev. ASK Publ. 1998. 387 p. (In Russian).
15. Shevchenko V.P. *Integralnye preobrazovaniya v teorii plastin i obolochek* [Integral Transformations in the Theory of Plates and Shells]. Textbook. Donetsk. Donetsk National University Publ. 1977. 114 p. (In Russian).
16. Hizhniak V.K., Shevchenko V.P. *Smeshannye zadachi teorii plastin i obolochek* [Mixed Problems of Theory of Plates and Shells] Textbook. Donetsk. Donetsk national University Publ. 1980. 128 p. (In Russian).
17. Sneddon I.N. *Fourier Transforms*. McGraw-Hill Book Company. 1951. 542 p.
18. Bateman G., Erdelyi A. *Higher Transcendental Functions*. McGraw-Hill Book Company. 1953. 596 p.
19. *Spravochnik po spetsialnym funktsiyam s formulami, grafikami i matematicheskimi tablitsami* [Handbook of Special Functions with Formulas, Graphs and Mathematical Tables]. Eds. by Abramovits M., Stigan I. Moscow. Nauka Publ. 1979. 832 p. (In Russian).
20. Gradshteyn I.S., Ryzhik I.M. *Tablitsy integralov, summ, ryadov i proizvedeniy* [Tables of Integrals, Sums, Series and Products]. Moscow. Mir Publ. 1971. 1108 p. (In Russian).

HEAT-CONDUCTION OF THIN ORTHOTROPIC SHALLOW SHELLS UNDER THE EFFECT OF A MOVING PULSED LOCAL HEAT SOURCE

Avramenko L.Ye.

Donetsk National University, Donetsk

The problem of heat-conduction of thin shallow orthotropic shells of non-negative Gaussian curvature under the effect of a local pulsed heat source moving over the shell surface is analyzed. A normally-circular source having the form of a normal distribution curve is taken as a source of external energy. Such modeling makes it possible to analyze the effect of a heat flow from a welding arc or a gas burner. A linear temperature distribution through the thickness of the shell and convective heat-exchange from its surfaces according to Newton's law are assumed. The ambient temperature and the temperature of the shell at an initial time are taken to be zero. Using integral Fourier and Laplace transforms, an analytical form of the solution has been obtained. The effect of the heating

character of the shell, of the rate of motion of the heat source, of the thermal-mechanical properties of the material, as well as the value and character of the heat-exchange with the ambient medium on the distribution of the temperature field of the shell has been studied. Based on the numerical analysis for a case of a heat source moving along the generatrix at a constant velocity, diagrams of distribution of the average temperature and a temperature moment for a spherical and a cylindrical shell made of orthotropic and isotropic materials have been constructed. The results of the analyses make it possible to conclude that, in determining a temperature field in orthotropic shells under the effect of a local heat source, it is necessary to take into account the rate of motion and the form of the heat source, the character of the pulsed effect (duration of the pulse, duration of the pause and the number of pauses), the orthotropic properties of the material of the shell and the value of the heat-exchange with the ambient medium.

Keywords: orthotropic shell, thermal conductivity, integral transformations, local heat source, impulse action.