

УДК 539.375

РАВНОВЕСНАЯ ПРОДОЛЬНАЯ ВНУТРЕННЯЯ ТРЕЩИНА В ПОЛОСЕ С ТОНКИМ ПОКРЫТИЕМ*

© 2018 г. **Соболь Б.В., Рашидова Е.В., Петренкова С.Б.**

*Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону,
Российская Федерация*

b.sobol@mail.ru

Поступила в редакцию 22.06.2018

Рассматривается статическая задача теории упругости о концентрации напряжений в окрестности вершин внутренней трещины конечной длины в полосе, усиленной тонким гибким покрытием. Трещина расположена параллельно границам полосы, берега ее не взаимодействуют. Задача симметрична относительно линии трещины. Исследование основано на методе интегральных преобразований, который позволил свести задачу к решению сингулярного интегрального уравнения первого рода с ядром Коши. В качестве модели покрытия использованы специальные граничные условия, сформулированные на основе асимптотического анализа решения задачи для тонкой упругой полосы, изгибной жесткостью которой можно пренебречь. Проведено исследование регулярной части ядра в зависимости от соотношений физических характеристик материалов полосы и покрытия, а также таких геометрических параметров, как размер трещины и толщины полосы и покрытия. Решение интегрального уравнения построено методом коллокаций в виде разложения по полиномам Чебышева с заранее выделенной особенностью. Проведен анализ сходимости метода в зависимости от соотношения значений параметров задачи. Получены значения фактора влияния, приведенного коэффициента интенсивности нормальных напряжений в окрестности вершин трещины для различных комбинаций геометрических и физических параметров задачи. В частности, установлено, что увеличение толщины и жесткости покрытия ведет к снижению величины фактора влияния. Увеличение длины трещины или уменьшение ширины полосы приводит к увеличению величины фактора влияния. Рассмотрены известные частные случаи указанной задачи. В частности, в случае отсутствия покрытия результаты сопоставлены с имеющимися в литературе данными.

Ключевые слова: трещина, тонкое гибкое покрытие, коэффициент интенсивности напряжений, фактор влияния, метод интегральных преобразований, метод коллокаций, сингулярное интегральное уравнение, ядро Коши.

Введение

Эксплуатация деталей машин и конструкций происходит в условиях возникновения коррозии, больших нагрузок, повышенного изнашивания, когда concentra-

* Выполнено при частичном финансировании РФФИ (грант № 18-01-00017_а).

торы напряжений сосредоточены в поверхностных слоях изделия. Современные технологии покрытия изделий тонкими накладками призваны повысить коррозионную стойкость, твердость, увеличивают надежность и их эксплуатационные сроки. Кроме этого метода, повысить износостойкость и увеличить прочность возможно за счет создания соответствующих технологий обработки или использования композиций сплавов. Указанные способы позволяют сохранить пластичность и устойчивость к внутренним трещинообразным включениям, повышают сроки эксплуатации изделий и снижают расходы металла.

Тонкое покрытие представляет собой слой материала, нанесенного на поверхность детали. Толщина покрытия может достигать от десятых долей до сотен микрон. Материалами покрытий могут быть лаки, краски, металлы, оксиды, полимеры. Выбор материала покрытия и его толщины зависит от назначения детали и покрытия, технологии ее изготовления и условий эксплуатации.

Начало изучению влияния тонких накладок, изгибной жесткостью которых можно пренебречь, положено в исследованиях [1–4]. В.М. Александров и С.М. Мхитарян изучили и обобщили результаты исследований многих авторов по контактными задачам для тел с тонкими покрытиями и прослойками [5]. В статье [6] проведено исследование смешанной задачи о передаче нагрузки от стрингеров к упругой полосе, содержащей трещиноподобный дефект. Исследования, представленные в публикациях [7–9], посвящены решению смешанных задач для составных тел, ослабленных трещинами. В [10] приведено решение задачи о взаимодействии бесконечного или конечного стрингера с упругой полуплоскостью, содержащей вертикальный разрез. Решению задачи о поперечной трещине в полосе, усиленной ребрами жесткости на обеих гранях, посвящена статья [11].

Проведен ряд исследований, посвященных изучению задач о концентрации напряжений в окрестностях вершин поперечных трещин в полубесконечных упругих телах для различных граничных условий; результаты представлены в публикациях [12–15].

В статьях [16–19] представлены исследования, посвященные изучению концентрации напряжений в окрестности вершин внутренних трещин в упругих телах (полуплоскость, кольцо, клин), подкрепленных тонкими покрытиями.

Постановка задачи

Рассмотрим статическую задачу теории упругости для полосы толщиной $2h$ ($-\infty < x < \infty$, $|y| \leq h$), ослабленной прямолинейной продольной трещиной длиной $2a$ ($|x| \leq a$, $y = 0$). В направлении, перпендикулярном линии трещины, к ее берегам приложены нормальные растягивающие усилия интенсивностью q , обеспечивающие ее раскрытие. Граница полосы подкреплена тонким упругим покрытием, занимающим область $-\infty < x < \infty$, $h \leq |y| \leq h + h_1$. Считаем, что на бесконечности реализуются условия затухания компонент вектора перемещений и тензора напряжений. Покрытие полосы свободно от напряжений (рис. 1).

В силу симметрии задачи относительно оси абсцисс достаточно рассмотреть область $\{-\infty < x < \infty, 0 \leq y \leq h\}$.

Уравнения равновесия в перемещениях для задачи плоской деформации имеют вид:

$$G\Delta u + \frac{G}{1-2\nu} \frac{\partial \theta}{\partial x} = 0, \quad G\Delta v + \frac{G}{1-2\nu} \frac{\partial \theta}{\partial y} = 0, \quad (1)$$

где

$$\theta = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2},$$

$u(x, y)$ и $v(x, y)$ – компоненты вектора перемещений по осям абсцисс и ординат соответственно, G и ν – модуль сдвига и коэффициент Пуассона материала полосы.

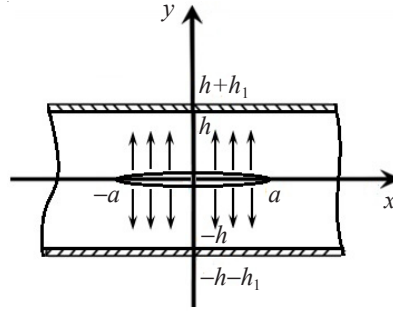


Рис. 1

Граничные условия задачи имеют вид:

– при $y = \pm h$

$$\sigma_y = 0, \quad 4G_1 h_1 u'' = (1 - \nu_1) \tau_{xy}; \quad (2)$$

– при $y = 0$

$$\tau_{xy} = 0; \quad (3)$$

$$\nu = 0, \text{ если } |x| > a, \quad (4)$$

$$\nu = \gamma(x), \text{ если } |x| \leq a, \quad (5)$$

$$\sigma_y = -q, \text{ если } |x| \leq a, \quad (6)$$

где $\gamma(x)$ – искомая функция раскрытия трещины,

$$\sigma_y = \frac{2G}{1-2\nu} \left((1-\nu) \frac{\partial u}{\partial y} + \nu \frac{\partial v}{\partial x} \right), \quad \tau_{xy} = G \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)$$

– компоненты тензора напряжений; G_1 и ν_1 – модуль сдвига и коэффициент Пуассона материала покрытия.

При $y = \pm h$ действуют граничные условия (2), моделирующие влияние накладки [16, 18, 19], которые сформулированы на основании проведенного асимптотического анализа решения задачи для тонкой упругой полосы [5]. В [16] представлено подробное описание цикла вычислительных экспериментов, проведенных в конечно-элементном пакете FlexPDE в задаче для полосы с тонким покрытием. Эти сравнительные расчеты посвящены исследованию вопроса адекватности принятой модели для различных соотношений геометрических и физических параметров. В частности, установлено, что для относительной толщины покрытия $h_1/h \leq 0,02$ погрешность модели не превышает 5% в широком диапазоне физических параметров и возрастает при ее увеличении.

Вывод интегрального уравнения

В системе уравнений (1) представим функции $u(x, y)$ и $v(x, y)$ в форме интегралов Фурье, в результате чего уравнения сводятся к системе однородных обыкновенных дифференциальных уравнений в терминах трансформант, общее решение которой известно [5]. Удовлетворяя далее граничным условиям (2)–(6), представленным в трансформантах Фурье, переходим к терминам оригиналов. Описанные преобразования являются стандартными и поэтому здесь не приведены. Единственная особенность – это удовлетворение граничному условию (2), моделирующему наличие покрытия. В результате получаем

$$\int_{-a}^a \gamma'(\xi) \int_0^\infty M(u) \sin\left(u \frac{\xi-x}{h}\right) du d\xi = \frac{\pi h}{\theta} q, \quad \theta = \frac{G}{1-\nu}, \quad (7)$$

где

$$M(u) = 2 \frac{Gh(1-\nu_1)(\text{sh}^2 u - u^2) + 2G_1 h_1 u(1-\nu)(2u - \text{sh} 2u)}{Gh(1-\nu_1)(2u + \text{sh} 2u) - 8G_1 h_1 u(1-\nu)\text{ch}^2 u}. \quad (8)$$

Функция (8) удовлетворяет условию

$$M(u) \sim 1 + O(\exp(-2u)), \quad u \rightarrow \infty,$$

поэтому представим подынтегральную функцию (7) в виде

$$(M(u) - 1) \sin\left(u \frac{\xi-x}{h}\right) + \sin\left(u \frac{\xi-x}{h}\right). \quad (9)$$

Используя табличный интеграл $\int_0^\infty \sin(ut) du = 1/t$ [20], получаем сингулярное интегральное уравнение (СИУ) с ядром Коши 1-го рода:

$$\int_{-a}^a \gamma'(\xi) \left(\frac{1}{\xi-x} + \frac{1}{h} \int_0^\infty K(u) \sin \frac{u(\xi-x)}{h} du \right) d\xi = \frac{\pi}{\theta} q, \quad (10)$$

где $K(u) = M(u) - 1$.

Введем следующие переменные и функции:

$$\zeta = \frac{\xi}{a}, \quad z = \frac{x}{a}, \quad \lambda = \frac{h}{a}, \quad \chi'(\zeta) = \gamma'(a\zeta), \quad f(z) = \frac{\pi}{\theta} q(az),$$

позволяющие свести СИУ (10) к безразмерному виду:

$$\int_{-1}^1 \chi'(\zeta) \left[\frac{1}{\zeta-z} + \frac{1}{\lambda} \int_0^\infty (K(u) - 1) \sin \frac{u(\zeta-z)}{\lambda} du \right] d\zeta = f(z). \quad (11)$$

В предельном случае $h_1 \rightarrow 0$ интегральное уравнение (11) соответствует задаче о продольной трещине в полосе без покрытия [21].

Решение интегрального уравнения

Построим решение интегрального уравнения (11) методом коллокаций в виде линейной комбинации базисных функций, явно учитывающим особенность в окрестности вершин трещины:

$$\chi'(\zeta) = \frac{1}{\sqrt{1-z^2}} \sum_{n=1}^m X_n T_n(\zeta), \quad (12)$$

где T_n – полиномы Чебышева первого рода, X_n – коэффициенты при базисных функциях, m – количество узловых точек. Узловые точки – корни полиномов Чебышева:

$$z_i = \cos \frac{\pi(2i-1)}{2m}, \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (13)$$

Подстановка рядов (12) в СИУ (11) позволяет свести задачу к решению системы линейных алгебраических уравнений относительно коэффициентов X_i :

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mm} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \dots \\ X_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \pi f(x_1) \\ \pi f(x_2) \\ \dots \\ \pi f(x_m) \end{pmatrix}. \quad (14)$$

Вычисление коэффициентов

$$a_{ij} = \int_{-1}^1 T_j(\zeta) \frac{1}{\sqrt{1-\zeta}} \left[\frac{1}{\zeta - z_i} + \frac{1}{\lambda} \int_0^\infty (K(u) - 1) \sin\left(u \frac{\zeta - z}{h}\right) du \right] d\zeta \quad (15)$$

системы (14) осуществляется в два этапа. Сингулярная часть, то есть интеграл (15) без второго слагаемого в квадратных скобках, представляет собой табличный интеграл [20]; он равен $\pi U_{n-1}(x)$, а регулярная часть определяется численно (U_n – полиномы Чебышева второго рода). Зная $\chi'(\zeta)$, можно установить значения коэффициента интенсивности нормальных напряжений в окрестности соответственно левой и правой вершин трещины:

$$K_I = \lim_{x \rightarrow -1+0} (\theta \sqrt{2\pi(1+x)} \chi'(\zeta));$$

$$K_I = - \lim_{x \rightarrow 1-0} (\theta \sqrt{2\pi(1-x)} \chi'(\zeta)).$$

При выборе количества узлов коллокации m необходимо учитывать значения геометрических и физических параметров задачи. Проведено исследование внутренней сходимости метода. Как показали непосредственные вычисления, при $m = 8$ и $m = 16$ отклонение результатов не превышает 5% при $E_1/E = 2,1$, $h_1/h = 0,005$ (E и E_1 – модули Юнга материала полосы и материала покрытия). При увеличении относительной толщины или жесткости покрытия точность снижается. Столь высокая эффективность метода в этом случае объясняется удачным подбором базисных функций.

Анализ результатов

Проведем исследование влияния свойств некоторых материалов покрытия на зависимость фактора влияния $N(\pm 1)$ (приведенного коэффициента интенсивности нормальных напряжений) от параметра $\lambda = h/a$, характеризующего относительную толщину полосы; $N(\pm 1) = K_I/K_{I\infty}$, $K_{I\infty}$ – соответствующая величина в классическом случае. В качестве материала полосы рассматривается конструкционная сталь ($\nu = 0,28$, $E = 200$ ГПа). Материалы накладок, соответственно, PTFE – тефлон ($\nu_1 = 0,46$, $e = 0,0025$), Al – алюминий ($\nu_1 = 0,34$, $e = 0,35$), Ti – титан ($\nu_1 = 0,32$, $e = 0,56$), Ni –

никель ($\nu_1 = 0,28$, $e = 1,02$), Cr – хром ($\nu_1 = 0,35$, $e = 1,44$), TiN – нитрид титана ($\nu_1 = 0,28$, $e = 1,80$), W – вольфрам ($\nu_1 = 0,30$, $e = 2,10$), WC – карбид вольфрама ($\nu_1 = 0,26$, $e = 2,66$); $e = E_1/E$.

На рис. 2 представлены результаты расчетов зависимости фактора влияния (в окрестности вершины трещины) от параметра λ , когда относительная толщина накладки $h_1/h = 0,015$. Рассмотрены случаи, когда материал накладки более мягкий (тефлон, алюминий) и когда он более жесткий (никель, нитрид титана, карбид вольфрама), чем материал полосы. Выявлено, что чем мягче материал накладки, тем меньше его влияние на раскрытие трещины, причем увеличение толщины накладки для мягких материалов не является сдерживающим фактором. Например, в случае материалов накладки из тефлона и алюминия факторы влияния при рассмотренных относительных толщинах совпадают с точностью до 1%. Если материал накладки более жесткий, чем материал полосы, накладка оказывает сдерживающее влияние, причем чем больше ее толщина, тем больше влияние.

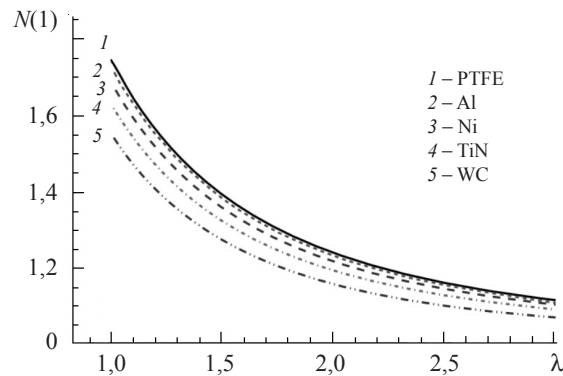


Рис. 2

Для сравнения влияния толщины накладки из более мягкого материала (алюминий) и более жесткого материала (вольфрам) представлены результаты на рис. 3 и 4 соответственно. Анализ результатов позволяет сделать вывод, что более мягкий по сравнению с материалом подложки материал накладки приводит к небольшому сдерживанию концентрации напряжений у вершины трещины (см. рис. 3), более жесткий усиливает эффект сдерживания раскрытия трещины (см. рис. 4).

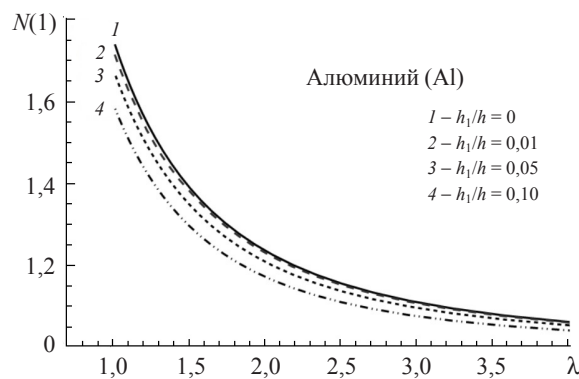


Рис. 3

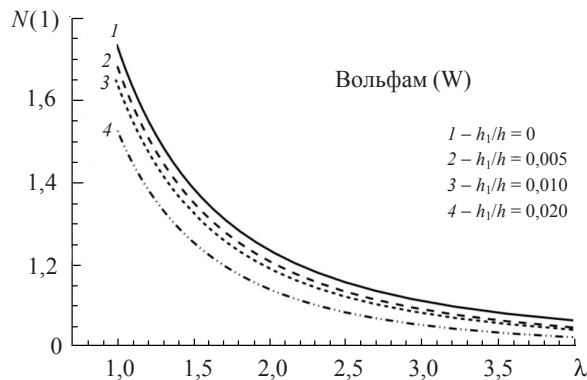


Рис. 4

Выводы

Цель исследования – определение значений фактора влияния (приведенного коэффициента интенсивности напряжений в окрестности вершин трещины) в каждом конкретном случае. Проведен анализ влияния геометрических и физических параметров задачи на величину исследуемого параметра.

Установлено:

– увеличение толщины и жесткости покрытия ведет к снижению фактора влияния;

– увеличение длины трещины или уменьшение ширины полосы вызывает увеличение фактора влияния.

В предельном случае отсутствия покрытия результаты совпадают с имеющимися в литературе данными [21].

Список литературы

1. Melan E. Zur plastizität des räumlichen Kontinuums. *Archive of Applied Mechanics*. 1938. No 9/2. P. 116–126.
2. Рейсснер Э. Некоторые проблемы теории оболочек. В кн. *Упругие оболочки*. Пер. с англ. А.И. Смирнова. Под ред. Э.И. Григолюка. М.: Изд-во ИЛ, 1962. С. 7–65.
3. Koiter W., Warner T. On the nonlinear theory of thin elastic shells. *Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen*. 1966. No 69.1. P. 1–54.
4. *Развитие теории контактных задач в СССР*. Под ред. Л.А. Галина. М.: Наука, 1976. 493 с.
5. Александров В.М., Мхитарян С.М. *Контактные задачи для тел с тонкими покрытиями и прослойками*. М.: Наука, 1979. 486 с.
6. Мхитарян С.М., Агаян К.Л. Об одной периодической контактной задаче для упругой полосы, ослабленной трещинами и усиленной упругими стрингерами. *Изв. АН Арм. ССР. Механика*. 1978. Т. 31. №3. С. 3–17.
7. Акопян В.Н. Об одной смешанной задаче для составной плоскости, ослабленной трещиной. *Изв. НАН Армении. Механика*. 1995. Т. 48. №4. С. 57–65.
8. Арутюнян Л.А. Плоские задачи со смешанными краевыми условиями для составной плоскости с трещинами. *Изв. НАН Армении. Механика*. 2012. Т. 65. №3. С. 5–9.
9. Rizk A. Stress intensity factor for an edge crack in two bonded dissimilar materials under convective cooling. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*. 2008. No 49.3. P. 251–267.
10. Antipov Y., Bardzokas D., Exadaktylos G. Partially stiffened elastic half-plane with an edge crack. *International Journal of Fracture*. 1997. No 85.3. P. 241–263.
11. Tsamasphyros G., Dimou G. Stress intensities in a strip reinforced by stiffeners at the edges. *Engineering Fracture Mechanics*. 1995. No 51.6. P. 897–914.

12. Cook T.S., Erdogan F. Stress in bounded material with a crack perpendicular to the interface. *International Journal of Energy Research*. 1972. No 10. P. 677–697.
13. Панасюк В.В., Саврук М.П., Дацьшин А.П. *Распределение напряжений около трещин в пластинах и оболочках*. Киев: Наукова думка, 1976. 443 с.
14. Греков М.А., Даль Ю.М., Курочкин В.А. Предельное состояние упругой полосы с внутренней трещиной. *Изв. РАН. МТТ*. 1992. №6. С. 148–155.
15. *Справочник по коэффициентам интенсивности напряжений*: В 2 т. Т. 1. Пер. с англ. Под ред. Ю. Мураками. М.: Мир, 1990. 448 с.
16. Sobol V., Soloviev A., Krasnoschekov A. The transverse crack problem for elastic bodies stiffened by thin elastic coating. *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*. 2015. Vol. 95. No 11. P. 1302–1314.
17. Соболев Б.В., Рашидова Е.В. Равновесная поперечная внутренняя трещина в составной упругой полуплоскости. *Прикладная математика и механика*. 2017. Т. 81. Вып. 3. С. 348–364.
18. Соболев Б.В., Рашидова Е.В. Равновесие упругого клина с тонким покрытием, ослабленного внутренней прямолинейной трещиной. *Экологический вестник научных центров ЧЭС*. 2017. №2. С. 74–85.
19. Sobol V., Soloviev A.N., Rashidova E.V., Vasiliev P.V. Equilibrium inner radial crack in a pipe section with an external protective coating. *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*. 2017. Vol. 97. No 6. P. 744–754.
20. Градштейн И.С., Рыжик И.М. *Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений*. М.: Физматгиз, 1963. 1100 с.
21. Александров В.М., Сметанин Б.И., Соболев Б.В. *Тонкие концентраторы напряжений в упругих телах*. М.: Физматлит, 1993. 224 с.

References

1. Melan E. Zur plastizität des räumlichen Kontinuums. *Archive of Applied Mechanics*. 1938. No 9/2. P. 116–126.
2. Reissner E. On some problems in shell theory. Structural mechanics. *Proceedings of 1st Symposium on Naval Structural Mechanics. Stanford University. 11–14 Aug. 1958*. New York. Pergamon Press Inc. 1960.
3. Koiter W., Warner T. On the nonlinear theory of thin elastic shells. *Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen*. 1966. No 69.1. P. 1–54.
4. *Razvitie teorii kontaktnykh zadach v SSSR [Development of Theory of Contact Problems in the USSR]*. Ed. by L.A. Galin. Moscow. Nauka Publ. 1976. 493 p. (In Russian).
5. Aleksandrov V.M., Mhitarian S.M. *Kontaktnye zadachi dlya tel s tonkimi pokrytiyami i prosloykami [Contact Problems for Bodies with Thin Coatings and Interlayers]*. Moscow. Nauka Publ. 1979. 486 p. (In Russian).
6. Mhitarian S.M., Agaian K.L. Ob odnoy periodicheskoy kontaktnoy zadache dlya uprugoy polosity, oslablennoy treshchinami i usilennoy uprugimi stringerami [On a periodic contact problem for an elastic band weakened by cracks and strengthened by elastic stringers]. *Izvestiya Akademii nauk Armyanskoy SSR. Mekhanika [News of Academy of Sciences of the Armenian SSR. Mechanics]*. 1978 Vol. 31. No 3. P. 3–17 (In Russian).
7. Akopian V.N. Ob odnoy smeshannoy zadache dlya sostavnoy ploskosti, oslablennoy treshchinoy [On a mixed problem for a compound plane weakened by a crack]. *Izvestiya Natsionalnoy akademii nauk Armenii. Mekhanika [Proceedings of the National Academy of Sciences of Armenia. Mechanics]*. 1995. Vol. 48. No 4. P. 57–65 (In Russian).
8. Arutiunian L.A. Ploskie zadachi so smeshannymi kraevymi usloviyami dlya sostavnoy ploskosti s treshchinami [Plane problems with mixed boundary conditions for a compound plane with cracks]. *Izvestiya Natsionalnoy akademii nauk Armenii. Mekhanika [Proceedings of Academy of Sciences of the Armenian SSR. Mechanics]*. 2012. Vol. 65. No 3. P. 5–9 (In Russian).
9. Rizk A. Stress intensity factor for an edge crack in two bonded dissimilar materials under convective cooling. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*. 2008. No 49.3. P. 251–267.
10. Antipov Y., Bardzokas D., Exadaktylos G. Partially stiffened elastic half-plane with an edge crack. *International Journal of Fracture*. 1997. No 85.3. P. 241–263.

11. Tsamasphyros G., Dimou G. Stress intensities in a strip reinforced by stiffeners at the edges. *Engineering Fracture Mechanics*. 1995. No 51.6. P. 897–914.
12. Cook T.S., Erdogan F. Stress in bounded material with a crack perpendicular to the interface. *International Journal of Energy Research*. 1972. Vol. 10. P 677–697.
13. Panasiuk V.B., Savruk M.P., Datsyshin A.P. *Raspredelenie napryazheniy okolo treshchin v plastinakh i obolochkakh* [Stress Distribution near Cracks in Plates and Shells]. Kiev. Naukova dumka Publ. 1976. 443 p. (In Russian).
14. Grekov M.A., Dal' Yu. M., Kurochkin V.A. Ultimate state of an elastic strip with an internal crack. *Mechanics of Solids*. 1992. Vol. 27. No 6. P. 136–145.
15. *Stress Intensity Factors Handbook*. Vol. 1. Ed. by Y. Murakami. Pergamon Press. 1987. 1464 p.
16. Sobol B., Soloviev A., Krasnoschekov A. The transverse crack problem for elastic bodies stiffened by thin elastic coating. *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*. 2015. Vol. 95. No 11. P. 1302–1314.
17. Sobol B.V., Rashidova E.V. Equilibrium transversal internal crack in a composite elastic halfplane. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*. 2017. Vol. 81. No 3. P. 236–247.
18. Sobol B.V., Rashidova E.V. Ravnovesie uprugogo klina s tonkim pokrytiem, oslablennogo vnutrenney pryamolineynoy treshchinoy [Equilibrium of an elastic wedge with a thin coating weakened by an internal rectilinear crack]. *Ekologicheskij vestnik nauchnykh tsentrov Chernomorskogo ekonomicheskogo sotrudnichestva* [Ecological Bulletin of the BSEC Research Centers]. 2017. No 2. P. 74–85 (In Russian).
19. Sobol B., Soloviev A.N., Rashidova E.V., Vasiliev P.V. Equilibrium inner radial crack in a pipe section with an external protective coating. *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*. 2017. Vol. 97. No 6. P. 744–754.
20. Gradshteyn I.S., Ryzhik I.M. *Tablitsy integralov, summ, ryadov i proizvedeniy* [Tables of Integrals, Sums, Series and Products]. Moscow. Fizmatgiz Publ. 1963. 1100 p. (In Russian).
21. Aleksandrov V.M., Smetanin B.I., Sobol B.M. *Tonkie kontsentratory napryazheniy v uprugikh telakh* [Thin Stress Concentrators in Elastic Bodies]. Moscow. Fizmatlit Publ. 1993. 224 p. (In Russian).

EQUILIBRIUM LONGITUDINAL INTERNAL CRACK IN A STRIP WITH A THIN COATING

Sobol B.V., Rashidova E.V., Petrenkova S.B.

Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

The static problem of the theory of elasticity on stress concentration in the vicinity of tips of an internal crack of finite length in a strip reinforced with a thin flexible coating is considered. The crack is located parallel to the boundaries of the strip, its sides do not interact. The problem is symmetric with respect to the crack line. The study is based on the method of integral transformations, which made it possible to reduce the problem to the solution of a singular integral equation of the first kind with a Cauchy kernel. As a model of the coating, special boundary conditions were used, formulated based on an asymptotic analysis of the solution of the problem for a thin elastic strip whose bending stiffness can be neglected. The regular part of the kernel is investigated depending on the ratio of the physical characteristics of the strip and coating materials, as well as such geometric parameters as the size of the crack and the thickness of the strip and coating. The solution of the integral equation is constructed by the collocation method in the form of an expansion in terms of Chebyshev polynomials with a pre-selected singularity. The convergence of the method is analyzed depending on the ratio of the values of the parameters of the problem. The values of the influence factor, the reduced intensity factor of normal stresses in the neighborhood of crack tips for various combinations of geometric and physical parameters of the problem are obtained. In particular, it

was found, that increasing the thickness and hardness of the coating leads to a decrease in the magnitude of the influence factor. Increasing the length of the crack or decreasing the width of the strip entails an increase in the magnitude of the influence factor. We consider certain special cases of the problem under consideration. In particular, in the absence of coverage, the results are compared with the data available in the literature.

Keywords: crack, thin flexible coating, stress intensity factor, influence factor, integral transformation method, collocation method, singular integral equation, Cauchy kernel.