

УДК 539.3

ОПРЕДЕЛЕНИЕ НЕКОТОРЫХ ПАРАМЕТРОВ ЗАЩИТНОГО ВЯЗКОУПРУГОГО ПОКРЫТИЯ С ПОМОЩЬЮ СДВИГОВЫХ НОРМАЛЬНЫХ ВОЛН*

© 2018 г. Ерофеев В.И.^{1,2}, Ключева Н.В.¹, Солдатов И.Н.¹

¹Институт проблем машиностроения РАН – филиал Федерального исследовательского центра «Институт прикладной физики Российской академии наук», Нижний Новгород, Российская Федерация

²Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, Нижний Новгород, Российская Федерация

erof.vi@yandex.ru

Поступила в редакцию 15.03.2018

Исследуется деформируемое твердое тело, состоящее из произвольного числа слоев разной толщины, плотности и упругих модулей сдвига. Верхний слой, моделирующий защитное покрытие, нанесенное на многослойный элемент конструкции, последовательно наделяется свойствами упругого материала и вязкоупругого материала. Во втором случае для описания поглощения акустической энергии в верхнем слое применяется модель Фойгта, в которой напряжения линейно зависят от деформаций и скоростей деформаций. Изучаются особенности распространения горизонтально-поляризованной сдвиговой упругой волны (SH-волны). При отражении такой волны от свободной плоскости не возбуждаются дилатационные волновые движения. Получены формулы для коэффициента ее затухания и изменения фазовой скорости, обусловленных вязкоупругим покрытием. Показано, что эти формулы позволяют определить модуль сдвига, коэффициент сдвиговой вязкости и толщину покрытия с помощью измерений фазовой скорости и коэффициента затухания двух мод SH-волны.

Подробно рассмотрен двухслойный волновод для случая, когда основной (нижний) упругий слой является более «скоростным» (то есть имеет больший модуль сдвига), более плотным по сравнению с верхним слоем и имеет несколько большую толщину. Такой случай типичен не только для техники, где часто используются относительно мягкие защитные покрытия (полимерные, лакокрасочные, битумные), но и для геофизики.

Показано, что на низких частотах отличия от волновода, целиком состоящего из одного упругого высокоскоростного слоя, невелики. На низкой частоте низшие моды почти «не чувствуют» наличия тонкого низкоскоростного слоя. С ростом частоты отличия становятся все более заметными. Моды становятся все более похожими на волны Лява, их скорости при стремлении час-

* Выполнено в рамках государственного задания ИПФ РАН на проведение фундаментальных научных исследований на 2013–2020 гг. по теме № 0035-2014-0402 (№ госрегистрации 01201458047) и при частичном финансировании РФФИ (грант № 18-08-00715).

тоты к бесконечности стремятся к скорости сдвиговой волны в низкоскоростном слое. При этом скорость сдвиговой волны в высокоскоростном слое оказывается промежуточной асимптотикой. Важным изменением является также то, что увеличивается число распространяющихся мод и увеличение тем больше, чем толще защитный слой.

Ключевые слова: SH-волны, защитное покрытие, приведенные граничные условия, фазовая скорость, коэффициент затухания.

Введение

В практике неразрушающего контроля акустическими методами нередко приходится сталкиваться со случаями, когда контролируемое изделие обладает защитным покрытием или каким-либо иным приповерхностным слоем, отличающимся по своим физическим свойствам от основного материала. Строго говоря, у тела со свободной поверхностью всегда имеется приповерхностный неоднородный слой, отличающийся по своим физическим свойствам от основного объема. Образование этого слоя невозможно предотвратить никакими технологическими ухищрениями – верхние поверхностные атомы в любом случае находятся в условиях, отличных от тех, в которых находятся атомы в объеме среды. В идеальном случае толщина приповерхностного слоя имеет порядок межатомного расстояния в кристаллической решетке. На практике приходится иметь дело со слоями больших размеров, возникающими в результате, например, электролитического нанесения тонкого слоя металла (хрома, кадмия, цинка и т.д.), покрытия лаками, красками, полимерными пленками, битумсодержащими мастиками. Ошибки, допущенные при нанесении этого покрытия (а также изменения, отслоения защитного слоя в процессе неправильной эксплуатации или естественной деградации с течением времени), могут вести к быстрому разрушающему воздействию внешней среды на основной материал.

Для выявления дефектов, определения некоторых характеристик защитного покрытия и (или) нарушений соединения покрытия с защищаемым изделием чаще всего применяются методы, основанные на использовании объемных волн [1, 2]. Методы, связанные с использованием нормальных и поверхностных волн (МНВ), активно развиваются и представляются перспективными для скрининга защитного покрытия [3–6]. Хотя эти методы, как правило, обладают меньшей разрешающей способностью (вследствие использования больших длин волн) по сравнению с методами, использующими объемные волны, во многих случаях диагностические возможности МНВ более чем достаточны. Применение МНВ для интегральной оценки покрытия имеет ряд преимуществ. Используя нормальные волны, удается обследовать большую поверхность (30 м и более) без пропусков и, возможно, без непосредственного доступа к контролируемому участку поверхности (что особенно привлекательно при наличии труднодоступных мест) и тщательной подготовки всей поверхности контроля. Современные изменения в технике возбуждения и приема нормальных волн («phased array focusing technique» [7, 8]) делают МНВ еще более эффективными.

Нарушения покрытия могут быть в виде отслоений от основы, растрескивания и расслоений покрытия, эрозийного изнашивания и т.д. В настоящей статье исследуются некоторые возможности ультразвуковой диагностики нормальными сдвиговыми волнами не всех возможных нарушений покрытия, а только тех, которые связаны с протяженным изменением его толщины и механических характеристик. Ос-

новное внимание в литературе по неразрушающим методам контроля (НМК) традиционно уделяется нормальным волнам Лэмба. Все более частое применение в НМК электромагнитно-акустических преобразователей (ЭМАП) и вязких покрытий (битумных и подобных) для защиты металла усиливает интерес к сдвиговым нормальным волнам. Защитное изолирующее покрытие (если оно не толще, например, 10 мм) для ЭМАП не представляет препятствия к возбуждению SH-волн (то есть сдвиговых горизонтально поляризованных волн) в металле, а вязкость покрытия не столь сильно влияет на затухание SH-волн в сравнении с поверхностными волнами Рэлея. Для многих защитных материалов характерна более низкая скорость и сильное поглощение ультразвуковых волн в сравнении с основным материалом. В частности, такая ситуация имеет место при использовании битумных мастик для защиты газопроводных и нефтепроводных труб. В настоящей статье, являющейся продолжением цикла статей [9–17], для определения некоторых характеристик поверхностного защитного слоя предлагается использовать сдвиговые нормальные моды, если изделие ограничено плоскими параллельными поверхностями (точнее, если кривизной поверхностей можно пренебречь).

1. Распространение SH-волн в волноводе из n слоев разной толщины, плотности и упругих модулей сдвига

Будем рассматривать контролируемое изделие как некий многослойный упругий волновод (рис. 1), в котором верхний слой (с индексом 1) моделирует покрытие; h_j , ρ_j , μ_j – толщина, плотность и модуль сдвига j -го слоя.

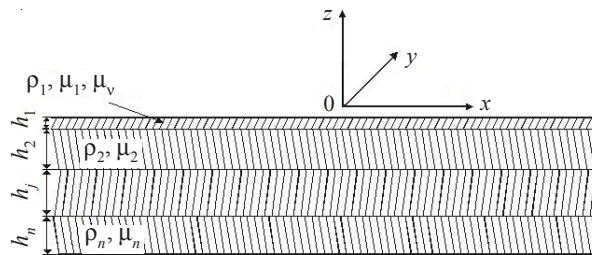


Рис. 1

Используется прямоугольная декартова система координат $Oxyz$, компоненты u_1 , u_2 , u_3 вектора перемещений \mathbf{u} коллинеарны осям Ox , Oy , Oz соответственно. Рассмотрим сдвиговую волну

$$\rho_j \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} + \mu_j \operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

в волноводе, не учитывая пока вязкоупругих свойств покрытия. В выбранной системе координат уравнение (1), описывающее движение частиц в j -м упругом слое, соответствующее SH-волне, может быть записано в виде [1]:

$$\rho_j \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} - \mu_j \left(\frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_2}{\partial z^2} \right) = 0. \quad (2)$$

Монохроматическая плоская SH-волна с частотой ω , распространяющаяся вдоль оси x , вызывает в j -м слое перемещения частиц

$$u_2 = (C_1 \cos \zeta_j z + C_2 \sin \zeta_j z) e^{-i\omega t + ikx}$$

и соответствующие напряжения

$$\sigma_{zy} = \mu_j \zeta_j (-C_1 \sin \zeta_j z + C_2 \cos \zeta_j z) e^{-i\omega t + ikx}.$$

Как следует из (2),

$$\zeta_j^2 = \frac{\rho_j \omega^2}{\mu_j} - k^2.$$

SH-волны являются наиболее простым типом волновых движений. При отражении SH-волны от свободной плоской поверхности не возбуждаются дилатационные волновые движения, что и обуславливает простоту этого случая.

Для любого слоя j всегда может быть введена локальная система координат, такая, что на верхней стороне слоя $z = h_j$, тогда как на нижней стороне слоя $z = 0$. Таким образом, напряжения и перемещения на верхней стороне j -го слоя могут быть обозначены как $\sigma_{zy}(h_j)$, $u_2(h_j)$, а на нижней стороне как $\sigma_{zy}(0)$, $u_2(0)$. Нетрудно записать соотношения, связывающие перемещения и напряжения на верхней и нижней сторонах j -го слоя:

$$\begin{pmatrix} u_2(h_j) \\ \sigma_{zy}(h_j) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \zeta_j h_j & \frac{1}{\mu_j \zeta_j} \sin \zeta_j h_j \\ -\mu_j \zeta_j \sin \zeta_j h_j & \cos \zeta_j h_j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_2(0) \\ \sigma_{zy}(0) \end{pmatrix}.$$

Вводя обозначения

$$\mathbf{G}_j = \begin{pmatrix} \cos \zeta_j h_j & \frac{1}{\mu_j \zeta_j} \sin \zeta_j h_j \\ -\mu_j \zeta_j \sin \zeta_j h_j & \cos \zeta_j h_j \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{P}_j^t = (u_2(h_j), \sigma_{zy}(h_j))^T, \quad \mathbf{P}_j^b = (u_2(0), \sigma_{zy}(0))^T,$$

перепишем последнее выражение в виде

$$\mathbf{P}_j^t = \mathbf{G}_j \mathbf{P}_j^b. \quad (3)$$

На границах раздела слоев должны выполняться условия непрерывности тангенциальных напряжений σ_{zy} и тангенциальной (трансверсальной к направлению распространения волны) компоненты вектора перемещений. Это с учетом формулы (3) означает, что амплитуды напряжений и скорости на верхней границе верхнего слоя волновода связаны с аналогичными переменными на нижней границе нижнего слоя соотношением

$$\mathbf{P}_n^t = \mathbf{G}_n \mathbf{G}_{n-1} \dots \mathbf{G}_2 \mathbf{G}_1 \mathbf{P}_1^b = \mathbf{Q} \mathbf{P}_1^b, \quad (4)$$

где

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} q_{11} & q_{12} \\ q_{21} & q_{22} \end{pmatrix} = \prod_{j=1}^n \mathbf{G}_j$$

(матрица с более высоким номером умножается слева).

Формулы (4) позволяют записать дисперсионное соотношение. В случае свободных поверхностей (нижней нижнего слоя и верхней верхнего слоя) должно вы-

полняться $q_{21} = 0$, а в случае жестко заземленной нижней поверхности и свободной верхней – $q_{22} = 0$, для обеих заземленных поверхностей – $q_{12} = 0$.

В случае волновода из двух упругих слоев со свободными верхней и нижней поверхностями дисперсионное уравнение $q_{21} = 0$ приобретает вид

$$\mu_1 \zeta_1 \sin \zeta_1 h_1 \cos \zeta_2 h_2 + \mu_2 \zeta_2 \sin \zeta_2 h_2 \cos \zeta_1 h_1 = 0. \quad (5)$$

Для волновода из двух упругих слоев со свободными верхней и заземленной нижней поверхностями имеем дисперсионное уравнение $q_{22} = 0$ или

$$\mu_1 \cos \zeta_1 h_1 \cos \zeta_2 h_2 - \mu_2 \zeta_2 \sin \zeta_2 h_2 \frac{\sin \zeta_1 h_1}{\zeta_1} = 0.$$

Для волновода из одного упругого слоя со свободными поверхностями имеем простое уравнение

$$\sin \zeta h = 0. \quad (6)$$

Из (6) следует известная формула для однослойного волновода

$$k = \sqrt{\omega^2 c_s^2 - \pi^2 n^2 h^{-2}}, \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad (7)$$

выражающая явную зависимость волнового числа k от частоты ω ; c_s – скорость звука в материале.

Как видно из (7), на любой частоте существует конечное число распространяющихся SH-волн (то есть волн с вещественным k) в слое, и это число увеличивается с увеличением частоты. Существует также бесконечное число волн с чисто мнимым k , которые, как не представляющие интереса для акустодиагностики, рассматривать не будем.

Зависимости безразмерных фазовых

$$\frac{c_{ph}}{c_s} = \Omega(\Omega^2 - \pi^2 n^2)^{-1/2} \quad (c_s = \sqrt{\mu/\rho}, \quad n = 0, 1, 2, \dots)$$

и групповых

$$\frac{c_{gr}}{c_s} = \sqrt{1 - \frac{\pi^2 n^2}{\Omega^2}} \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

скоростей SH-волн от безразмерной частоты $\Omega = \omega h/c_s$ для волновода из одного упругого слоя показаны соответственно сплошными и пунктирными кривыми на рис. 2.

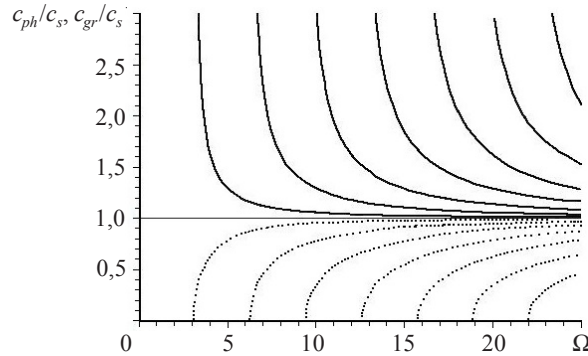


Рис. 2

Рассмотрим изменения в картине дисперсионных кривых, к которым приводит добавление нового слоя. Наибольший интерес представляет случай двухслойного волновода, когда основной (нижний) упругий слой более скоростной (то есть имеет больший модуль сдвига), более плотный по сравнению с верхним слоем и имеет несколько большую толщину. Такой случай типичен не только для техники, где часто используются относительно мягкие защитные покрытия (полимерные, лакокрасочные, битумные), но и для геофизики. Его иллюстрирует рис. 3, на котором сплошными кривыми изображены зависимости безразмерных фазовых скоростей нескольких первых SH-мод, когда толщина верхнего тонкого низкоскоростного слоя составляет 0,1 общей толщины волновода, скорость сдвиговой волны в этом слое составляет 0,26 скорости в основном слое и отношение плотностей равно 0,6.

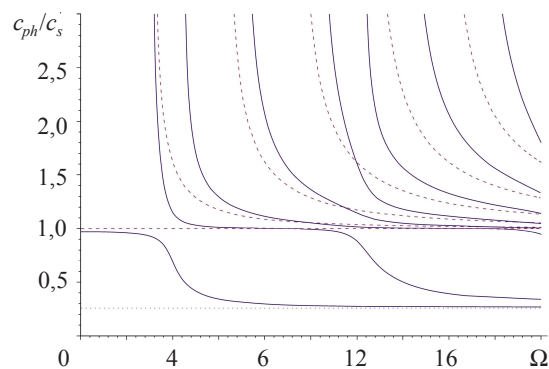


Рис. 3

На этом же рисунке штриховыми кривыми показаны зависимости фазовых скоростей от безразмерной частоты $\Omega = \omega(h_1 + h_2)/c_s$ в случае, если бы волновод состоял целиком из материала основного слоя. На низких частотах ($\Omega < 4$) отличия от волновода, целиком состоящего из одного упругого высокоскоростного слоя, невелики: на низкой частоте низшие моды почти «не чувствуют» наличия тонкого низкоскоростного слоя. С ростом частоты отличия становятся более заметными. Так, с ростом частоты моды становятся все более похожи на волны Лява и их скорость стремится при $\Omega \rightarrow \infty$ к скорости сдвиговой волны в низкоскоростном слое (при этом скорость сдвиговой волны в высокоскоростном слое оказывается промежуточной асимптотикой). Важным изменением является также то, что увеличивается число распространяющихся мод (увеличение тем больше, чем толще защитный слой).

Более полезно для целей неразрушающего контроля знание зависимостей от частоты не фазовых, а групповых скоростей. На рис. 4 представлены графики групповых скоростей для случая, когда стальную плиту ($c_s = 3260$ м/с, $\rho = 7850$ кг/м³) покрывает тонкий (толщиной всего 0,03 толщины плиты) слой битумоподобного материала ($c_s = 900$ м/с, $\rho = 1500$ кг/м³). Пунктирные кривые соответствуют слою без покрытия: групповые скорости монотонно растут с ростом частоты, и чем ниже номер моды, тем выше на любой фиксированной частоте ее групповая скорость. Картина значительно усложняется даже при учете одного дополнительного очень тонкого низкоскоростного слоя: появляются выраженные минимумы и максимумы, теряется простая упорядоченность групповая скорость–мода.

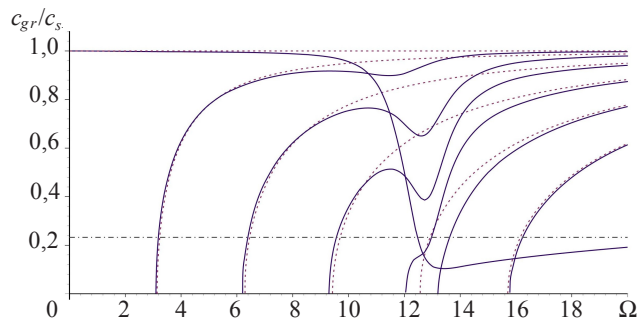


Рис. 4

Значительно чаще приходится встречаться с не столь тонкими слоями, как в приведенном примере. Наличие большого числа мод в рабочем диапазоне частот создает весьма сложную картину, если возбуждение мод происходит недостаточно избирательно (рис. 5). В отличие от случая, представленного на рис. 4, отношение толщины защитного слоя к толщине основного составляет 0,46 (все остальные параметры те же, что в предыдущем случае).

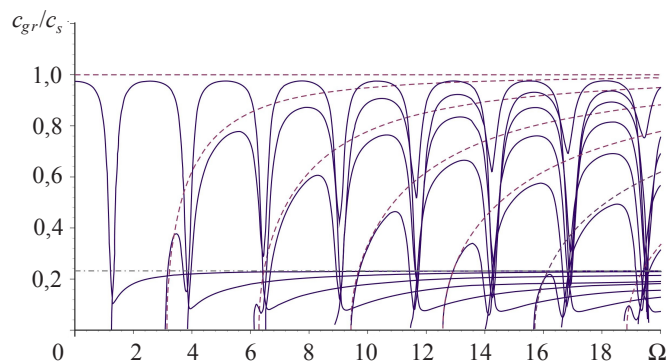


Рис. 5

Параметры защитного покрытия μ , μ_v , h_1 могут быть неизвестны, в то время как известны параметры основного слоя (или слоев). Будем исходить из того, что имеется возможность селективно возбуждать SH-моды и определять их фазовые (или групповые) скорости и коэффициенты затухания. Как, используя нормальные волны, определить параметры покрытия? Ограничимся рассмотрением задачи в приближении невязкого основного слоя и малой толщины покрытия.

2. Однослойный волновод с тонким вязкоупругим покрытием

Рассмотрим случай, когда волновод формирует лишь один упругий слой с тонким вязкоупругим покрытием (слоем). Дисперсионное уравнение для слоя с покрытием без учета внутреннего трения – уравнение (5).

Зависимость внутреннего трения от частоты в материалах, вообще говоря, весьма сложная. Но в узком частотном диапазоне с достаточной для приложений точностью можно аппроксимировать эту зависимость линейной функцией и воспользоваться моделью Фойгта для описания поглощения акустической энергии в материале верхнего тонкого слоя. В модели Фойгта напряжения линейно зависят от деформаций и от скоростей деформаций:

$$\sigma_{ij} = \left(\lambda_1 + \lambda_v \frac{\partial}{\partial t} \right) u_{k,k} \delta_{ij} + \left(\mu_1 + \mu_v \frac{\partial}{\partial t} \right) (u_{i,j} + u_{j,i}), \quad (8)$$

где σ_{ij} – компоненты тензора напряжений; u_i – компоненты вектора перемещений, λ_1, μ_1 – модули упругости Ламе; λ_v, μ_v – объемный и сдвиговый модули вязкости.

Поскольку для монохроматической СН-волны связь между сдвиговыми напряжениями и сдвиговыми деформациями в модели Фойгта приобретает вид $\sigma_{zy} = (\mu_1 + i\omega\mu_v)\partial u_2/\partial z$, то случай вязкоупругого слоя получим простым переходом от μ_1 к $\mu_1 + i\omega\mu_v$. Далее индекс 2 у основного слоя волновода будем опускать.

Пусть на частоте ω возбуждается одна или несколько распространяющихся мод. Допустим, что частоте ω соответствует волновое число k_{0n} n -й распространяющейся моды основного волновода (волновода из одного основного слоя толщиной h). Этой же частоте в «полном» волноводе (основной слой плюс верхний защитный слой толщиной h_1) будет соответствовать волновое число k . Предположим также, что ω не является критической частотой ω_{cr} ни для первого, ни для второго волноводов. Введение дополнительного слоя, как было показано, может сильно изменить всю топологию дисперсионных кривых (в частности, всегда увеличивается число дисперсионных ветвей), но условия относительно тонкого дополнительного слоя и $\omega \neq \omega_{cr}$ обеспечивают принадлежность $k(h_1)$ той же моде (хотя и с несколько изменившимся профилем дисперсионной кривой и, возможно, с другим увеличившимся номером) и непрерывность $k(h_1)$ при малых h_1 : $k(h_1) = k_{0n} + \delta k(h_1)$, $\delta k(h_1) \rightarrow 0$ при $h_1 \rightarrow 0$.

Представим волновое число k как

$$k = k_{0n} + \delta k, \quad (9)$$

где k_{0n} – волновое число n -й распространяющейся моды волновода без покрытия, то есть удовлетворяющего дисперсионному соотношению (7) для волновода без слоя с индексом 1; $\delta k = \delta k_r + ik_i$, $\delta k_r \ll k_0$, $k_i \ll k_0$. После подстановки (9) в (5), отбрасывания малых членов, с использованием (6) получаем выражения для приращения вещественной части волнового числа:

$$\delta k_r = \frac{\mu_1}{\mu} \left(\frac{\rho_1 \mu_1 \omega^2}{\mu_1^2 + \omega^2 \mu_v^2} - \frac{\omega^2}{c_s^2} + \frac{\pi^2 n^2}{h^2} \right) \frac{h_1}{h} \frac{1}{\sqrt{\omega^2/c_s^2 - \pi^2 n^2 h^{-2}}}, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (10)$$

$$\delta k_r = \frac{\mu_1}{2\mu} \left(\frac{\rho_1 \mu_1 \omega c_s}{\mu_1^2 + \omega^2 \mu_v^2} - \frac{\omega}{c_s} \right) \frac{h_1}{h}, \quad n = 0,$$

и коэффициента затухания:

$$k_i = - \frac{\mu_1 \mu_v \rho_1 \omega^3 h_1}{\mu h (\mu_1^2 + \omega^2 \mu_v^2) \sqrt{\omega^2/c_s^2 - \pi^2 n^2 h^{-2}}}, \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad (11)$$

$$k_i = - \frac{\mu_1 \mu_v \rho_1 \omega^3 h_1 c_s}{\mu h (\mu_1^2 + \omega^2 \mu_v^2) \omega}, \quad n = 0.$$

Из (10) нетрудно найти выражение для фазовой скорости

$$c_{ph} = \frac{\omega}{\sqrt{\omega^2/c_s^2 - \pi^2 n^2 h^{-2}}} \left(1 - \frac{\delta k_r}{\sqrt{\omega^2/c_s^2 - \pi^2 n^2 h^{-2}}} \right), \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (12)$$

3. Многослойный волновод с тонким вязкоупругим покрытием

Обратимся теперь к случаю многослойного волновода. Покрытие волновода, как и сам волновод, будем считать многослойным. Допустим, что покрытие состоит из m вязкоупругих слоев суммарной толщиной h_1 . На свободной поверхности покрытия должно выполняться условие отсутствия напряжений. Из (4) следует

$$\tilde{q}_{21}\tilde{u}_2(0) + \tilde{q}_{22}\tilde{\sigma}_{zy}(0) = 0,$$

где $\tilde{u}_2(0), \tilde{\sigma}_{zy}(0)$ – перемещения, напряжения на стороне покрытия, контактирующей с основным объемом волновода; $\tilde{q}_{21}, \tilde{q}_{22}$ – элементы второй строки матрицы $\mathbf{Q} = \prod_{j=1}^m \mathbf{G}_j$, в которых совершена замена $\mu_j \rightarrow \mu_j + i\omega\mu_v$ ($j = \overline{1, m}$). В силу условий жесткого контакта напряжения и перемещения на нижней стороне покрытия равны напряжениям и перемещениям на верхней стороне основной системы слоев:

$$\tilde{q}_{21}u_2(h) + \tilde{q}_{22}\sigma_{zy}(h) = 0. \quad (13)$$

Формулу (13) можно рассматривать как граничное условие на поверхности основного волновода, которое имеет неклассический вид из-за наличия покрытия. Если покрытие однослойное, то (13) принимает вид

$$\sigma_{zy}(h) = -(\mu_1 + i\omega\mu_v)\zeta_1 u_2(h) \operatorname{tg} \zeta_1 h_1, \quad (14)$$

где

$$\zeta_1^2 = \frac{\rho_1 \omega^2}{\mu_1 + i\omega\mu_v} - k^2.$$

Если величина kh_1 мала, то вместо (14) можно использовать его линеаризованный вариант

$$\sigma_{zy}(h) = h_1(-\rho_1 \omega^2 + (\mu_1 + i\omega\mu_v)k^2)u_2(h). \quad (15)$$

Использование специально сконструированных граничных условий вроде (15), часто называемых приведенными или эффективными, позволяет свести исследование к более простой задаче. Примеры построения другими способами приведенных граничных условий можно найти в [18–23].

Поскольку нижняя поверхность волновода свободна, то

$$u_2(h) = q_{11}u_2(0), \quad \sigma_{zy}(h) = q_{21}u_2(0), \quad (16)$$

где $u_2(0)$ – перемещения на нижней поверхности волновода. Соотношения (16) позволяют переписать (13) и (14) в виде

$$\tilde{q}_{21}(h_1)q_{11} + \tilde{q}_{22}(h_1)q_{21} = 0, \quad (17)$$

$$q_{21} = -(\mu_1 + i\omega\mu_v)\zeta_1 q_{11} \operatorname{tg} \zeta_1 h_1. \quad (18)$$

Если, как и в предыдущем разделе статьи, допустить, что защитный слой относительно тонкий, то есть h_1/h – малая величина, и использовать представление (9) для волнового числа, то из (17) и (18) можно получить формулы для $\delta k_r, k_i$. В частности, для волновода с однослойным вязкоупругим покрытием из (18) следует

$$\delta k = \frac{(\mu_1 + i\omega\mu_v)\zeta_{1k_{0n}} q_{11}(k_{0n}) \operatorname{tg} \zeta_{1k_{0n}} h_1}{q'_{21}(k_{0n}) - (\mu_1 + i\omega\mu_v) \{ [h_1 + \zeta_{1k_0}^{-1} \operatorname{tg} \zeta_{1k_0} h_1] k_{0n} q_{11}(k_{0n}) - \zeta_{1k_{0n}} q'_{11}(k_{0n}) \operatorname{tg} \zeta_{1k_{0n}} h_1 \}}, \quad (19)$$

где

$$q'_{j1}(k_{0n}) = \left. \frac{\partial q_{j1}}{\partial k} \right|_{k=k_{0n}} \quad (j = 1, 2).$$

Выделяя в (19) действительную и мнимую части, найдем δk_r и коэффициент затухания k_i .

Заключение

При известных дисперсионных характеристиках основного волновода (которые несложно определить по известным данным о толщине и материале слоев, образующих волновод) формулы (11), (12) для однослойного основного волновода или (19) для многослойного основного волновода позволяют, проведя измерения фазовой скорости и коэффициента затухания у двух SH-мод, определить четыре параметра тонкого покрытия (толщину, упругий модуль сдвига, плотность и коэффициент сдвиговой вязкости) из четырех уравнений, возникших после подстановки полученных величин в указанные формулы. Необходимо учитывать, что моды должны возбуждаться на одной и той же или близких частотах. Это связано с тем, что в силу сложного характера зависимости коэффициента вязкости от частоты для сильно разнесенных частот модель Фойгта не дает адекватного описания. Это можно поправить, вводя на основных частотах свой коэффициент, но в этом случае придется проводить дополнительные измерения. Чтобы определить модуль объемного сжатия и коэффициент объемной вязкости покрытия, необходимо использовать моды Лэмба. Вопрос использования мод Лэмба требует отдельного изучения.

Список литературы

1. Попов В.А., Матвиенко А.Ф. Выявление дефектов сплошности металла и защитного покрытия на трубопроводах. *Дефектоскопия*. 2009. №7. С. 8–12.
2. Попов В.А. Выявление нарушений соединения полиэтиленового антикоррозионного покрытия с металлическими трубами при заводском нанесении. *Дефектоскопия*. 2009. № 7. С. 37–39.
3. Викторов И.А. *Физические основы применения ультразвуковых волн Рэля и Лэмба в технике*. М.: Наука, 1966. 168 с.
4. Cheeke J.D.N. *Fundamentals and Applications of Ultrasonic Waves*. 2 ed. Boca Raton: CRC Press, 2012. 484 p.
5. *Advanced Ultrasonic Methods for Material and Structure Inspection*. Ed. T. Kundu. London: Willey-ISTE, 2007. 408 p.
6. Su Z., Ye L. *Identification of Damage Using Lamb Waves*. Berlin–Heidelberg: Springer-Verlag, 2009. 346 p.
7. Rose J.L., Sun Zongqi, Mudge P.J., Avioli M.J. Guided wave flexural mode tuning and focusing for pipe testing. *Materials Evaluation*. 2003. Vol. 61. No 2. P. 162–167.
8. Rose J.L. *Ultrasonic Guided Waves in Solid Media*. Cambridge: Cambridge University Press, 2014. 512 p.
9. Ерофеев В.И., Солдатов И.Н. Поле смещений в ближней зоне от источника в вязкоупругой среде (Сообщение 1). *Проблемы прочности и пластичности*. 2001. Вып. 63. С. 148–156.
10. Ерофеев В.И., Ключева Н.В., Солдатов И.Н. Сравнительный анализ дисперсионных зависимостей волн Лэмба в слое и стержне. *Труды Нижегородской акустической научной сессии*. Нижний Новгород: Изд-во ТАЛАМ, 2002. С. 118–120.
11. Ерофеев В.И., Ключева Н.В., Солдатов И.Н. О некоторых особенностях поля перемещений в слое на жестком основании под действием поверхностной нагрузки. *Механика обо-*

лочек и пластин. Сб. докл. XX Междунар. конф. Нижний Новгород: Изд-во ННГУ, 2002. С. 102–107.

12. Ерофеев В.И., Ключева Н.В., Солдатов И.Н. Использование спектров нормальных и тангенциальных смещений волн Лэмба в задачах выделения одномодовой составляющей. *Дефектоскопия*. 2002. №12. С. 34–42.

13. Ерофеев В.И., Шешенина О.А. Сдвиговые горизонтальные волны в слое градиентно-упругого материала с поверхностной энергией. *Проблемы прочности и пластичности*. 2003. Вып. 65. С. 31–37.

14. Ерофеев В.И., Ключева Н.В., Солдатов И.Н. Волны в слое, возбуждаемые периодической тангенциальной нагрузкой. *Прикладная механика и техническая физика*. 2005. Т. 46. №4. С. 109–115.

15. Ерофеев В.И., Ключева Н.В., Солдатов И.Н. Влияние параметров материала на поверхностные смещения, вызываемые распространяющимися волнами в слое. *Дефектоскопия*. 2007. № 4. С. 59–66.

16. Ключева Н.В., Солдатов И.Н. Распространение нормальных волн в упругих слоях с нарушенным упругим контактом. *Дефектоскопия*. 2013. №4. С. 29–39.

17. Ерофеев В.И., Ключева Н.В., Солдатов И.Н. О граничных условиях при несовершенном контакте слоев многослойного твердотельного волновода. *Вестник научно-технического развития*. 2013. №1 (65). С. 9–15.

18. Кайбичев И.А., Окулов В.И. Поверхностные акустические волны типа Лява в материале с неоднородным слоем. *Дефектоскопия*. 2009. №4. С. 21–34.

19. Simonetti F., Cawley P. On the nature of shear horizontal wave propagation in elastic plates coated with viscoelastic materials. *Proceedings of the Royal Society. A*. 2004. Vol. 460. P. 2197–2221.

20. Tiersten H.F. Elastic surface waves guided by thin films. *Journal of Applied Physics*. 1969. Vol. 40. P. 770–789.

21. Biryukov S.V., Gulyaev Yu.V., Krylov V.V., Plessky V.P. *Surface Acoustic Waves in Inhomogeneous Media*. Berlin–Heidelberg–New York: Springer-Verlag, 1995. 390 p.

22. Bovik P. A comparison between the Tiersten model and O(h) boundary conditions for elastic surface waves guided by thin layers. *Journal of Applied Mechanics*. 1996. Vol. 63. Iss. 1. P. 162–167.

23. Dai H.-H., Kaplunov J., Prikazchikov D.A. A long-wave model for the surface elastic wave in a coated half-space. *Proceedings of the Royal Society. A*. 2010. Vol. 466. P. 3097–3116.

References

1. Popov V.A., Matvienko A.F. Detection of discontinuities of a metal and a protective coating on pipelines. *Russian Journal of Nondestructive Testing*. 2009. No 7. P. 449–444.

2. Popov V.A. Detection of faults in the bonding between commercial polyethylene anticorrosive coating and metal tubes. *Russian Journal of Nondestructive Testing*. 2009. No 7. P. 472–473.

3. Viktorov I.A. *Fizicheskie osnovy primeneniya ultrazvukovykh voln Releya i Lemba v tekhnike* [The Physical Basis for the Application of Rayleigh and Lamb Ultrasonic Waves in Engineering]. Moscow. Nauka Publ. 1966. 168 p. (In Russian).

4. Cheeke J.D.N. *Fundamentals and Applications of Ultrasonic Waves*. 2 ed. Boca Raton. CRC Press. 2012. 484 p.

5. *Advanced Ultrasonic Methods for Material and Structure Inspection*. Ed. T. Kundu. London. Willey-ISTE. 2007. 408 p.

6. Su Z., Ye L. *Identification of Damage Using Lamb Waves*. Berlin. Heidelberg. Springer-Verlag. 2009. 346 p.

7. Rose J.L., Sun Zongqi, Mudge P.J., Avioli M.J. Guided wave flexural mode tuning and focusing for pipe testing. *Materials Evaluation*. 2003. Vol. 61. No 2. P. 162–167.

8. Rose J.L. *Ultrasonic Guided Waves in Solid Media*. Cambridge. Cambridge University Press. 2014. 512 p.

9. Yerofeev V.I., Soldatov I.N. Pole smeshcheniy v blizhney zone ot istochnika v vyazkouprugoy srede (Soobshchenie 1) [The displacement fields in the vicinity of a source in a viscoelastic medium

(Report 1)]. *Problemy prochnosti i plastichnosti [Problems of Strength and Plasticity]*. 2001. Iss. 63. P. 148–156 (In Russian).

10. Yerofeev V.I., Klyueva N.V., Soldatov I.N. Sravnitelnyy analiz dispersionnykh zavisimostey voln Lemba v sloe i sterzhne [Comparative analysis of dispersion dependences of Lamb waves in layer and rod]. *Trudy Nizhegorodskoy akusticheskoy nauchnoy sessii [The Works of the Nizhny Novgorod Acoustic Scientific Session]*. Nizhni Novgorod. TALAM Publ. 2002. P. 118–120 (In Russian).

11. Yerofeev V.I., Klyueva N.V., Soldatov I.N. O nekotorykh osobennostyakh polya peremeshcheniy v sloe na zhestkom osnovanii pod deystviem poverkhnostnoy nagruzki [On some peculiarities of the displacement field in a layer on a rigid base under the action of a surface load]. *Mekhanika obolochek i plastin. Sbornik dokladov 20-y Mezhdunarodnoy konferentsii [Mechanics of Shells and Plates. Collection of Reports of the 20th International Conference]*. Nizhni Novgorod. UNN Publ. 2002. P.102–107 (In Russian).

12. Erofeev V.I., Klyueva N.V., Soldatov I.N. Use of a spectra of normal and tangential displacement components in Lamb waves for separating single-mode components. *Russian Journal of Nondestructive Testing*. 2002. No 12. P. 894–901.

13. Erofeev V.I., Sheshenina O.A. Sdvigovye gorizontallye volny v sloe gradientno-uprugogo materiala s poverkhnostnoy energiyey [Shear horizontal waves in the layer of gradient-elastic medium with surface energy]. *Problemy prochnosti i plastichnosti [Problems of Strength and Plasticity]*. 2003. Iss. 65. P. 31–37 (In Russian).

14. Erofeev V.I., Klyueva N.V., Soldatov I.N. Waves in a bed under periodic tangential loading. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. 2005. Vol. 46. No 4. P. 549–555.

15. Erofeev V.I., Klyueva N.V., Soldatov I.N. Effect of the parameters of a material on the surface displacements caused by waves propagating in a layer. *Russian Journal of Nondestructive Testing*. 2007. No 4. P. 258–262.

16. Klyueva N.V., Soldatov I.N. Propagation of normal waves in elastic layers with a disturbed interlayer contact. *Russian Journal of Nondestructive Testing*. 2013. No 4. P. 206–214.

17. Erofeev V.I., Klyueva N.V., Soldatov I.N. O granichnykh usloviyakh pri nesovershennom kontakte sloev mnogosloynnogo tverdotelnogo volnovod [On boundary conditions with imperfect contact of layers of a multilayer solid-state waveguide]. *Vestnik nauchno-tehnicheskogo razvitiya [The Internet Journal Bulletin of Science and Technical Development]*. 2013. No 1(65). P. 9–15 (In Russian).

18. Kaibichev I.A., Okulov V.I. Love-type surface acoustic waves in a material with a heterogeneous layer. *Russian Journal of Nondestructive Testing*. 2009. No 4. P. 236–246.

19. Simonetti F., Cawley P. On the nature of shear horizontal wave propagation in elastic plates coated with viscoelastic materials. *Proceedings of the Royal Society. A*. 2004. Vol. 460. P. 2197–2221.

20. Tiersten H.F. Elastic surface waves guided by thin films. *Journal of Applied Physics*. 1969. Vol. 40. P. 770–789.

21. Biryukov S.V., Gulyaev Yu.V., Krylov V.V., Plessky V.P. *Surface Acoustic Waves in Inhomogeneous Media*. Berlin. Heidelberg. New York. Springer-Verlag. 1995. 390 p.

22. Bovik P. A comparison between the Tiersten model and O(h) boundary conditions for elastic surface waves guided by thin layers. *Journal of Applied Mechanics*. 1996. Vol. 63. Iss. 1. P. 162–167.

23. Dai H.-H., Kaplunov J., Prikazchikov D.A. A long-wave model for the surface elastic wave in a coated half-space. *Proceedings of the Royal Society. A*. 2010. Vol. 466. P. 3097–3116.

DETERMINATION OF SOME PARAMETERS OF PROTECTIVE VISCOELASTIC COATING BY HELP SHEAR NORMAL WAVES

Erofeev V.I.^{1,2}, Klyueva N.V.¹, Soldatov I.N.¹

¹*Mechanical Engineering Research Institute of the Russian Academy of Sciences –
Branch of Federal Research Center “Institute of Applied Physics of the RAS”,
Nizhny Novgorod, Russian Federation*

²*National Research Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod,
Nizhny Novgorod, Russian Federation*

We consider a deformable solid consisting of an arbitrary number of layers of different thickness, density, and elastic shear moduli. In this case, the top layer modeling the protective coating applied to the multilayered structure element is successively endowed with the properties of the elastic material and the viscoelastic material. In the second case, the Voigt model is used to describe the absorption of acoustic energy in the upper layer, in which the stresses linearly depend on deformations and strain rates. The propagation of a horizontally polarized shear elastic wave (SH-wave) is studied. When such a wave is reflected from the free plane, the dilatational wave motion is not excited. Formulas are obtained for the coefficient of its damping and the change in the phase velocity due to the viscoelastic coating. It is shown that these formulas make it possible to determine the shear modulus, the shear viscosity coefficient, and the coating thickness by means of phase velocity measurements and the attenuation coefficient of the two modes of the SH wave.

The case of a two-layered waveguide is considered in detail when the main (lower) elastic layer is more “velocity” (i.e., has a larger shear modulus), more dense than the upper layer and has a somewhat larger thickness. Such a case is typical not only for technology, where relatively soft protective coatings (polymer, paint, bitumen) are often used, but also for geophysics.

It is shown that at low frequencies, the difference from the case of a waveguide entirely consisting of a single elastic high-speed layer is small. At a low frequency, low modes almost “do not feel” the presence of a thin low-speed layer. As the frequency increases, the differences become more noticeable. Modes become more and more like Love waves, their speeds tend to infinity as they tend to the velocity of a shear wave in a low-speed layer. In this case, the shear wave velocity in the high-speed layer turns out to be an intermediate asymptotics. An important change is also the fact that the number of propagating modes increases (by a number the greater the thicker the protective layer).

Keywords: SH-waves, protective coating, reduced boundary conditions, phase velocity, attenuation coefficient.