

УДК 519.853.4

МЕТОДЫ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ВИБРОЗАЩИТЫ

© 2018 г. Гергель В.П., Козинов Е.А., Соврасов В.В.

Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, Нижний Новгород, Российская Федерация

evgeny.kozinov@itmm.unn.ru

Поступила в редакцию 18.01.2018

Представлен подход, позволяющий решать проблемы оптимизации для типичных задач виброизоляции зданий, аппаратов и людей, расположенных на подвижных поверхностях (например, в зонах землетрясений), при существенном сокращении объема вычислений за счет повторного использования и оптимального хранения поисковой информации большого объема. Поисковая информация представляется в блочном виде, и для ее хранения используется страничный принцип организации памяти. При таком подходе оперативная память и внешняя память разделяются на непрерывные участки (страницы) фиксированного (одинакового) размера. Использование страничной памяти позволяет обеспечить хранение матрицы состояния поиска практически неограниченного объема. При этом в оперативной памяти может располагаться ограниченное число блоков, которые необходимы для выполнения обработки поисковой информации в каждый текущий момент времени. Хранение поисковой информации в страницах внешней памяти повышает надежность вычислений и позволяет организовать приостановку вычислений с возможностью последующего продолжения. Эффективность разработанного подхода подтверждается на примере решения задачи виброзащиты механических систем, подверженных периодическим вибрациям. Рассматривается один из возможных подходов к решению подобных задач, основанный на применении виброизоляции. В решаемой задаче предполагается, что система состоит из подвижного основания и закрепленного на нем посредством виброизолятора объекта защиты. Виброизолятор представляет собой многомассовую механическую систему, состоящую из нескольких материальных точек, связанных гасящими вибрации элементами. Цель задачи заключается в определении количества гасящих вибрацию элементов и их расположения с точки зрения стоимости и качества гашения колебаний. Для решения задачи механическая система описывается системой дифференциальных уравнений с управлением. Для поиска оптимального управления формулируются несколько критериев и решается задача многокритериальной оптимизации. Найденное управление позволяет построить виброизолирующие устройства, сохраняющие целостность объектов, находящихся в зонах риска.

Ключевые слова: многокритериальная оптимизация, глобальная оптимизация, эффективные структуры хранения данных, виброзащита механических систем, вычислительный эксперимент.

Введение

Задачи поиска оптимальных решений требуют рассмотрения огромного числа вариантов, что может быть обеспечено только при использовании значительных вычислительных ресурсов. Во многих случаях эти задачи могут быть сведены к задачам многокритериальной оптимизации. При этом в сложных задачах принятия решения частные критерии многокритериальной задачи могут быть многоэкстремальными, а вычисление их значений может требовать большого объема вычислений.

Эффективность предлагаемого подхода для решения сложных задач многокритериальной оптимизации подтверждается на примере решения задачи виброзащиты механических систем. Задачи подобного вида возникают при проектировании физических объектов и механических систем. При постановке задачи виброизоляции, как правило, выделяют несколько подсистем [1]: И – источник колебаний, ВИ – виброизоляция, О – объект виброзащиты, ДГ – система динамического гашения колебаний. Источник колебаний И и объект виброзащиты О имеют между собой связи – С (рис. 1).

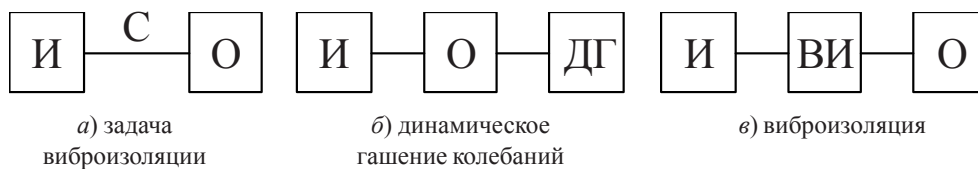


Рис.1. Задача виброизоляции и методы решения

Существует большое количество примеров задач виброзащиты: проблема гашения колебаний корпуса двигателя, вызванных неуравновешенностью ротора; задачи защиты фундамента от вибраций, вызванных закрепленным на нем двигателем или другим источником колебаний; проблема уменьшения амплитуды колебаний корпуса навигационных приборов, установленных в самолетах; проблема гашения колебаний, передаваемых от транспортных средств к водителю; защита объектов от землетрясений и др. [1, 2].

Чтобы решить задачу виброизоляции, существует несколько подходов [1]:

1. Снижение уровня механических воздействий, вызванных источником колебаний (снижение виброактивности источника колебаний).
2. Изменение конструкции объекта виброзащиты, снижающее воздействие источника колебаний (внутренняя защита объекта).
3. Присоединение к объекту виброзащиты дополнительных механических систем – ДГ (рис. 1б), изменяющих характер имеющихся колебаний (динамическое гашение колебаний).
4. Установка между источником колебаний и объектом виброзащиты дополнительных механических систем виброизоляции, гасящих колебания источника (рис. 1в).

В рамках настоящей статьи рассматривается решение задачи виброзащиты, основанное на применении виброизоляции. Задача виброизоляции может быть представлена в виде системы дифференциальных уравнений с управлением. Для проектирования механической системы, осуществляющей виброизоляцию, необходимо найти управление. Подобная задача может быть сведена к задаче многокритериальной оптимизации (МКО).

1. Основы подхода к решению задачи виброзащиты

Многие прикладные задачи могут быть сведены к решению задач МКО [2–9].

В статье [2] рассматривается проблема виброизоляции для системы с несколькими степенями свободы, состоящей из подвижного основания и закрепленного на нем посредством виброизолятора упругого тела. Если объект защиты представлен двухмассовой механической системой, то математическая модель может быть описана дифференциальными уравнениями следующего вида:

$$\begin{aligned}\ddot{\xi}_1 &= \beta(\dot{\xi}_2 - \dot{\xi}_1) + \xi_2 - \xi_1 + u + v, \\ \ddot{\xi}_2 &= -\beta(\dot{\xi}_2 - \dot{\xi}_1) - (\xi_2 - \xi_1) + v, \\ \xi_1(0) = \xi_2(0) &= 0, \quad \dot{\xi}_1(0) = \dot{\xi}_2(0) = 0,\end{aligned}\tag{1}$$

где ξ_1 и ξ_2 – координаты материальных точек, v – ускорение основания (внешнее воздействие), u – управление (характеристика виброизолятора), β – положительный параметр, характеризующий затухающие свойства механической системы. Система (1) может быть переписана в стандартной форме

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_3, \\ \dot{x}_2 &= x_4, \\ \dot{x}_3 &= -x_1 + x_2 - \beta x_3 + \beta x_4 + u + v, \\ \dot{x}_4 &= x_1 - x_2 + \beta x_3 - \beta x_4 + v, \\ x_1(0) = x_2(0) &= x_3(0) = x_4(0) = 0.\end{aligned}\tag{2}$$

Приведенная модель (2) позволяет описать типичные ситуации виброизоляции для зданий, аппаратов и людей, расположенных на подвижных поверхностях (например, в зонах землетрясений). Найденное управление позволяет построить виброизолирующие устройства, сохраняющие целостность объектов, находящихся в зонах риска.

Для поиска оптимального управления может быть сформировано два критерия

$$\begin{aligned}f_1(u) &= \sup_{v \in L_2} \frac{\sup_{t \geq 0} |x_2(t) - x_1(t)|}{\|v\|_2}, \\ f_2(u) &= \sup_{v \in L_2} \frac{\sup_{t \geq 0} |x_1(t)|}{\|v\|_2}.\end{aligned}\tag{3}$$

Первый критерий f_1 характеризует максимальную упругую деформацию двухмассовой упругой системы. Вторым критерий f_2 характеризует максимальное смещение объекта относительно основания. Эти критерии являются противоречивыми – как правило, чем больше допускается максимальное смещение объекта относительно основания, тем меньше деформируется защищаемый объект. Задача оптимального управления состоит в нахождении управления u , заданного в виде $u = \theta_1 x_1 + \theta_2 x_2 + \theta_3 x_3 + \theta_4 x_4$, в форме обратной связи по состоянию, минимизирующему в смысле Парето векторный критерий $\{f_1(u), f_2(u)\}$.

Изложенная постановка задачи виброзащиты может быть представлена в виде многомассовой механической системы, состоящей из нескольких материальных точек, связанных гасящими вибрации элементами [2]. При решении задачи разработчик системы может рассматривать разное количество виброизоляторов для того,

чтобы найти наиболее рациональное решение с точки зрения стоимости реализации и качества гашения колебаний. Задача поиска количества виброизоляторов и их расположения в защищаемых объектах может быть представлена в виде задач МКО.

2. Общая схема решения задач многокритериальной оптимизации

Задача МКО (2) может быть определена следующим образом:

$$f(y) = (f_1(y), f_2(y), \dots, f_s(y)) \rightarrow \min, \quad y \in D, \quad (4)$$

где $y = (y_1, y_2, \dots, y_N)$ – вектор варьируемых параметров, N – размерность решаемой задачи многокритериальной оптимизации, D – область поиска, представляющая собой N -мерный гиперпараллелепипед

$$D = \{y \in R^N : a_i \leq y_i \leq b_i, 1 \leq i \leq N\}.$$

В качестве решения задачи МКО может рассматриваться любой эффективный вариант, для которого нельзя улучшить показатели одного из критериев без ухудшения значений других критериев. В общем случае при решении такой задачи может потребоваться нахождение всего множества эффективных вариантов, называемого также областью Парето [10, 11]. Для нахождения области Парето предложено большое количество эффективных методов [10–17].

В предлагаемом подходе предполагается, что критерии $f_i(y)$, $1 \leq i \leq s$, могут быть многоэкстремальными, а получение значений критериев в точках области поиска $y \in D$ требует значительного объема вычислений. Частные критерии $f_i(y)$, $1 \leq i \leq s$, должны удовлетворять условию Липшица:

$$|f_i(y') - f_i(y'')| < L_i \|y' - y''\|, \quad y', y'' \in D, 1 \leq i \leq s. \quad (5)$$

Сведем решение задачи МКО к решению последовательности более простых оптимизационных задач:

$$\begin{aligned} \min \varphi(x), \quad \varphi(x) = F(\lambda, y(x)), \\ F(\lambda, y(x)) = \max (\lambda_i f_i(y(x)), \quad 1 \leq i \leq s), \quad y(x) \in D, \quad x \in [0, 1]. \end{aligned} \quad (6)$$

Переход к серии оптимизационных задач осуществляется путем применения минимаксной свертки частных критериев задачи МКО $F(\lambda, y)$ с использованием вектора весовых коэффициентов $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_s)$ [10, 11]. Меняя значения коэффициентов λ_i , можно найти различные эффективные варианты решения задачи МКО. В (6) используется редукция размерности с помощью кривых Пеано $y(x)$, позволяющая свести решение многомерных задач к оптимизации одномерных редуцированных функций $F(\lambda, y(x))$ [17].

Для решения подзадач многоэкстремальной оптимизации (6) в предлагаемом подходе применяется эффективный многомерный обобщенный алгоритм глобального поиска (МОАГП) [17].

Общая вычислительная схема МОАГП состоит в следующем. Начальные итерации осуществляются на концах отрезка $x^0 = 0$, $x^1 = 1$. Пусть далее выполнены k итераций глобального поиска ($k > 1$), на каждой из которых проводилось вычисление значения (далее – испытания) минимизируемой функции $\varphi(x)$ из (6). Выбор следующей ($k + 1$) точки испытания на очередной итерации происходит в соответствии с этапами:

Этап 1. Перенумерование точек выполненных итераций поиска нижними индексами в порядке увеличения значений координаты

$$0 = x_0 < x_1 < \dots < x_i < \dots < x_k = 1. \quad (7)$$

Этап 2. Вычисление текущих оценок константы Липшица редуцированной функции $\varphi(x)$:

$$m = \begin{cases} rM, & M > 0, \\ 1, & M = 0, \end{cases} \quad M = \max_{1 \leq i \leq k} \frac{|z_i - z_{i-1}|}{\rho_i}, \quad (8)$$

где $z_i = \varphi(x_i)$, $\rho_i = \sqrt[N]{x_i - x_{i-1}}$, $1 \leq i \leq k$. Константа $r > 1$ есть параметр надежности алгоритма.

Этап 3. Определение интервала (x_{t-1}, x_t) с максимальной характеристикой, то есть

$$R(t) = \max \{R(i) : 1 \leq i \leq k\}, \quad (9)$$

где

$$R(i) = \rho_i + \frac{(z_i - z_{i-1})^2}{m^2 \rho_i} - \frac{2(z_i + z_{i-1})}{m}, \quad 1 \leq i \leq k. \quad (10)$$

Этап 4. Вычисление точек x^{k+1} очередной итерации глобального поиска в интервале с максимальной характеристикой:

$$x^{k+1} = \frac{x_t + x_{t-1}}{2} - \text{sign}(z_t - z_{t-1}) \frac{1}{2r} \left[\frac{r |z_t - z_{t-1}|}{m} \right]^N. \quad (11)$$

Условие остановки, в соответствии с которым прекращаются испытания:

$$\rho_t \leq \varepsilon, \quad (12)$$

где t определяется из (9). Величина $\varepsilon > 0$ есть заданная точность решения задачи.

3. Эффективные способы обработки поисковой информации большого объема

При решении сложных задач МКО объем поисковой информации может оказаться достаточно большим, вследствие чего организация хранения и эффективной обработки данных оказывает существенное влияние на возможность численного решения оптимизационных задач [18–20].

3.1. Структура поисковой информации. Численное решение задачи оптимизации (6) в соответствии с алгоритмом МОАГП состоит в последовательном вычислении значений частных критериев $f^i = f(y^i)$ в точках y^i , $1 \leq i \leq k$, области поиска D . Получаемая в результате вычислений поисковая информация может быть представлена в виде матрицы поисковой информации (МПИ):

$$\Omega_k = \{(y^i, f^i = f(y^i))^T : 1 \leq i \leq k\}. \quad (13)$$

В результате скаляризации векторного критерия, редукции размерности и необходимости упорядоченного представления (см. этап 1 МОАГП) МПИ преобразуется к матрице состояния поиска (МСП)

$$A_k = \{\alpha_i = (x_i, z_i, v_i)^T : 0 \leq i \leq k\}, \quad (14)$$

где x_i , $0 \leq i \leq k$, – точки выполненных испытаний глобального поиска; $z_i = F(\lambda, x_i)$, $0 \leq i \leq k$, – значения критерия одномерной задачи (6); v_i , $0 \leq i \leq k$, – значения векторного критерия $f(y(x))$, вычисленные в точках x_i , то есть

$$v_i = (v_i^1, v_i^2, \dots, v_i^s), \quad v_i^j = f_j(y(x_i)), \quad 1 \leq j \leq s, \quad 1 \leq i \leq k.$$

Поисковая информация A_k содержит вычисленные значения частных критериев в исходной постановке задачи МКО. Доступность такой поисковой информации позволяет пересчитать текущие значения z_i , $1 \leq i \leq k$, для решения новых задач (6) с любыми новыми значениями коэффициентов свертки λ_j' , $1 \leq j \leq k$, то есть

$$z_i' = \max (\lambda_j' v_i^j), \quad 1 \leq j \leq s, \quad 1 \leq i \leq k, \quad (15)$$

без трудоемких вычислений значений частных критериев $f_i(y(x))$, $1 \leq i \leq s$. Количество вычислительных операций, необходимых для пересчета матрицы состояния поиска, можно оценить как $M = 2sk$, что является пренебрежимо малым по сравнению с трудоемкими вычислениями значений частных критериев.

Благодаря возможности пересчета значений z_i , $1 \leq i \leq k$, поисковая информация A_k из (14) может быть использована для решения целой серии задач оптимизации (6). Решение каждой очередной задачи может быть продолжено с использованием всей имеющейся поисковой информации. Наличие поисковой информации большого объема способствует сокращению количества итераций глобального поиска, необходимых для достижения условия останова (12). Размер поисковой информации может достигнуть такой величины, что решение каждой очередной подзадачи будет требовать самого минимального количества дополнительных вычислений.

3.2. Логическое представление поисковой информации. Использование поисковых данных большого объема (десятки и сотни миллионов строк в МПИ и МСП) предполагает организацию эффективного хранения и обработки этих данных. Должны быть обеспечены быстрые операции вставки и поиска результатов выполняемых итераций, вычисления характеристик интервалов и определения интервалов с максимальными характеристиками (см. этапы 2–4 алгоритма МОАГП). Выбранные структуры хранения поисковой информации должны способствовать быстрому обновлению МСП при смене постановки решаемой задачи оптимизации.

Для эффективного выполнения операций обработки МСП может быть использовано блочное представление поисковой информации в следующем виде:

$$A_k \rightarrow \langle B_l, H_l \rangle, \quad (16)$$

где $B_l = (\beta_1, \dots, \beta_l)$ – множество блоков МСП, а $H_l = (\eta_1, \dots, \eta_l)$ – каталог блоков МСП.

Каждый блок МСП состоит из набора столбцов исходной матрицы A_k (14):

$$\beta_j = \{\alpha_{i_j}, \dots, \alpha_{i_j+k_j}\}, \quad 1 \leq j \leq l. \quad (17)$$

Каталог H_l фиксирует используемое блочное представление МСП и состоит из элементов:

$$\eta_j = \{X_j, k_j\}, \quad 1 \leq j \leq l, \quad (18)$$

где X_j соответствует координате последнего столбца блока β_j , а k_j – количество столбцов в этом блоке. Введение каталога позволяет обеспечить доступ к любому требуемому столбцу по его координате или номеру.

Введение блочного представления МСП позволяет свести глобальные операции обработки поисковой информации к обработке отдельных локальных блоков.

Размер блоков и каталога существенно меньше общего объема хранимых и обрабатываемых данных, вследствие чего трудоемкость обработки МСП существенно уменьшается. Так, операции вставки и поиска требуют не более $O(k/l + K)$ операций, где k – количество выполненных испытаний, l – количество имеющихся блоков, K – максимальный размер блока (для сравнения: трудоемкость этих операций при исходном представлении в виде единой матрицы имеет порядок $O(k)$).

3.3. Физическое представление поисковой информации. Для хранения поисковой информации, представленной в блочном виде (16), может быть использован страничный принцип организации памяти. При таком подходе оперативная память (ОП) и внешняя память (ВП) разделяются на непрерывные участки (страницы) фиксированного (одинакового) размера. Пусть L есть общее число имеющихся уровней памяти (предполагается, что чем больше номер уровня, тем ниже скорость работы запоминающего устройства), на каждом из которых имеется m_i , $1 \leq i \leq L$, страниц. Обозначим через M общее количество страниц, а через K – максимальное число столбцов МСП, которое можно поместить в страницу (объем страницы). Для адресации страниц можно использовать двухиндексный указатель вида

$$p_i = (l_i, \mu_i), \quad 1 \leq i \leq M, \quad 1 \leq l_i \leq L, \quad 1 \leq \mu_i \leq m_{l_i}, \quad (19)$$

где l_i – номер уровня памяти, на котором располагается страница, μ_i – номер страницы на этом уровне.

Для хранения поисковой информации блоки МСП β_j , $1 \leq j \leq l$, из (17) размещаются в страницах памяти. Для этого размер каждого блока не должен превышать размера страницы памяти, то есть $k_j < K$, $1 \leq j \leq l$; в противном случае большие блоки можно разделить дополнительно на несколько блоков меньшего размера. Для запоминания месторасположения блоков элементы каталога МСП η_j из (18) могут быть расширены указателями p_j , $1 \leq j \leq l$, на страницы, в которых блоки располагаются.

Обработка поисковой информации может быть выполнена только для блоков, которые располагаются в страницах ОП. Если блоки располагаются в страницах ВП, такие блоки необходимо переместить в ОП. При этом ОП может быть переполнена (все страницы ОП заняты какими-то блоками МСП), и в этом случае часть блоков МСП из ОП должна быть переписана обратно в ВП (дисциплина определения блоков, которые удаляются из ОП, обычно именуется стратегией замещения [21]).

Обновление поисковой информации происходит следующим образом. Для очередного столбца, подлежащего вставке, по каталогу МСП определяется расположение блока. Если блок располагается в страницах ВП, он переписывается в ОП. Если блок, в который должен быть вставлен новый столбец, полностью заполняет страницу памяти, то этот блок делится на две равные части с соответствующей корректировкой каталога МСП. Далее выполняется вставка нового столбца в блок МСП.

Использование страничной памяти позволяет обеспечить хранение МСП практически неограниченного объема. При этом в ОП может располагаться ограниченное число блоков, которые необходимы для выполнения обработки поисковой информации в каждый текущий момент времени. Хранение поисковой информации в страницах ВП повышает надежность вычислений и позволяет организовать приостановку вычислений с возможностью последующего продолжения.

4. Результаты вычислительных экспериментов

Вычислительные эксперименты проводились на суперкомпьютере «Лобачевский» Нижегородского государственного университета. Один узел суперкомпьютера располагает двумя процессорами Intel Sandy Bridge E5-2660 2.2 GHz, 64 Gb RAM. Каждый центральный процессор является восьмиядерным.

Для демонстрации эффективности предлагаемого подхода была решена задача виброизоляции для системы с несколькими степенями свободы, состоящей из подвижного основания и упругого тела, в случае, когда объект защиты представлен в виде многомассовой механической системы из статьи [2]. Если управление является линейной обратной связью по состоянию, то система с управлением имеет вид:

$$\dot{x} = (A + B_u \Theta)x + B_v v, \quad x(0) = 0, \quad (20)$$

где $v(t) \in L_2$ – некоторое возмущение. Выходы системы описываются формулами

$$z_k = (C_k + D_k \Theta)x, \quad k = \overline{1, N}.$$

В рассматриваемой задаче параметры системы (20) определялись по формулам:

$$A = \begin{bmatrix} 0_{n \times n} & I_n \\ -K & -\beta K \end{bmatrix}, \quad B_v = \begin{bmatrix} 0_{n \times 1} \\ p \end{bmatrix}, \quad B_u = \begin{bmatrix} 0_{n \times 1} \\ q \end{bmatrix}, \quad p = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \dots \\ 1 \end{bmatrix}, \quad q = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$K = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ -1 & 2 & -1 & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & -1 & 2 & -1 \\ 0 & \dots & \dots & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \beta = 0,1,$$

$$C_1 = [1 \ 0 \ \dots \ 0], \quad C_2 = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \dots & -1 & 1 & \dots & 0 \end{bmatrix}, \quad D_1 = [0], \quad D_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix},$$

где $K \in R^{n \times n}$, $p \in R^n$, $q \in R^n$, $C_1 \in R^{1 \times 2n}$, $C_2 \in R^{n-1 \times 2n}$, $D_2 \in R^{1 \times 2n}$.

Рассматривалась задача виброизоляции при $n = 10$. Поскольку на практике получать информацию о полном состоянии системы часто не представляется возможным, размерность пространства оптимизируемых параметров была выбрана равной 3 (то есть не все элементы вектора-состояния участвовали в формировании обратной связи). Управление искали в виде $u = \Theta_1 x_1 + \Theta_2 x_{11} + \Theta_3 (x_2 - x_3)$, $\Theta_1 \leq 0$, $\Theta_2 \leq 0$. В качестве критериев эффективности, как и в задаче (1), минимизировались максимальная деформация J_1 и максимальное смещение объекта относительно основания J_2 . Область Парето в пространстве критериев представлена на рис. 2.

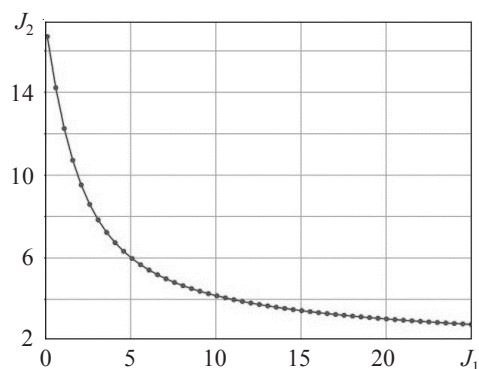


Рис. 2. Область Парето в задаче оптимальной виброизоляции

При решении задачи МКО (20) было найдено 50 недоминируемых решений. При поиске решений использовался параллельный вариант алгоритма МОАГП (выражения (7)–(12)). В параллельном варианте алгоритма на этапе 4 вместо одного интервала выбираются несколько интервалов с наилучшими характеристиками и в них параллельно проводятся испытания. Подробное описание параллельного алгоритма приведено в [18]. Результаты вычислительных экспериментов представлены в таблице 1.

Таблица 1

Время поиска области Парето

Количество потоков	1	2	4	8
Время решения, с	75,09	59,58	39,60	12,28
Ускорение	1,00	1,26	1,89	6,11

Из таблицы видно, что время решения задачи при использовании одного потока составило 75,09 с. При использовании 8 потоков было достигнуто ускорение более чем в 6 раз, а время решения составило 12,28 с.

Список литературы

1. *Вибрации в технике: Справочник. В 6 т. Т. 6. Защита от вибрации и ударов.* Под ред. К.В. Фролова. М.: Машиностроение, 1981. 456 с.
2. Баландин Д.В., Коган М.М. Оптимальное по Парето обобщенное H_2 -управление и задачи виброзащиты. *Автоматика и телемеханика.* 2017. №8. С. 76–90.
3. Карпенко А.П., Мухлисуллина Д.Т., Цветков А.А. Многокритериальная оптимизация геометрии щелевого фильтра для очистки жидкостей. *Наука и образование: научное издание МГТУ им. Н.Э. Баумана.* 2013. №2. С. 221–240.
4. Антонов М.О., Елсаков С.М., Ширяев В.И. Нахождение оптимального расположения радиомаяков в разностно-дальномерной системе посадки летательного аппарата. *Авиакосмическое приборостроение.* 2005. №11. С. 41–45.
5. Волкоморов С.В., Карпенко А.П. Планирование оптимальной целевой конфигурации робота-манипулятора типа «хобот». *Наука и образование: научное издание МГТУ им. Н.Э. Баумана.* 2013. № 2. С. 30–36.
6. Артеменко Ю.Н., Карпенко А.П., Пашенко В.Н. и др. Синтез механизмов ориентации космического телескопа «Миллиметрон». 2. Синтез и оптимизация многосекционного манипулятора параллельной структуры для управления ориентацией космического телескопа «Миллиметрон». *Наука и образование: научное издание МГТУ им. Н.Э. Баумана.* 2013. №3. С. 207–256.

7. Салмин В.В., Васильев В.В., Ишков С.А. и др. Приближенные методы расчета оптимальных перелетов космических аппаратов с двигателями малой тяги. Ч. I. *Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета им. академика С.П. Королёва*. 2007. №1(12). С. 37–52.
8. Салмин В.В., Васильев В.В., Ишков С.А. и др. Приближенные методы расчета оптимальных перелетов космических аппаратов с двигателями малой тяги. Ч. II. *Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета им. академика С.П. Королёва*. 2008. №1 (14). С. 45–67.
9. Баничук Н.В., Иванова С.Ю., Макеев Е.В. Проникание жестких ударников в слоистые пластины и некоторые задачи глобальной многоцелевой структурной оптимизации. *Проблемы прочности и пластичности*. 2012. Вып. 74. С. 124–133.
10. Marler R.T., Arora J.S. *Multi-Objective Optimization: Concepts and Methods for Engineering*. VDM Verlag. 2009. 208 p.
11. Ehrgott M. *Multicriteria Optimization*. Berlin–Heidelberg: Springer-Verlag, 2010. 328 p.
12. Evtushenko Yu.G., Posypkin M.A. A deterministic algorithm for global multi-objective optimization. *Optimization Methods and Software*. 2014. Vol. 29. No 5. P. 1005–1019. DOI: 10.1080/10556788.2013.854357.
13. Floudas C.A., Pardalos M.P. *Recent Advances in Global Optimization*. Princeton: Princeton University Press, 2016. 644 p.
14. Hill J.D. A search technique for multimodal surfaces. *IEEE Transactions on Systems and Cybernetics*. 1969. Vol. 5. Iss. 1. P. 2–8.
15. Pintér J.D. *Global Optimization in Action (Continuous and Lipschitz Optimization: Algorithms, Implementations and Applications)*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1996. 89 p.
16. Zilinskas A., Zilinskas J. Adaptation of a one-step worst-case optimal univariate algorithm of bi-objective Lipschitz optimization to multidimensional problems. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*. 2015. Vol. 21. Iss. 1–3. P. 89–98.
17. Strongin R.G., Sergeyev Ya.D. *Global Optimization with Non-Convex Constraints. Sequential and Parallel Algorithms*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2014. 732 p.
18. Gergel V.P., Kozinov E.A. Accelerating parallel multicriterial optimization methods based on intensive using of search information. *Procedia Computer Science*. 2017. Vol. 108. P. 1463–1472.
19. Gergel V., Kozinov E. Parallel computing for time-consuming multicriterial optimization problems. *Lecture Notes in Computer Science*. 2017. Vol. 10421. P. 446–458.
20. Gergel V., Kozinov E. Efficient methods of multicriterial optimization based on the intensive use of search information. *Springer Proceedings in Mathematics and Statistics*. 2017. Vol. 197. P. 27–45.
21. Паттерсон Д.А., Хеннесси Д.Л. *Архитектура компьютера и проектирование компьютерных систем*. СПб.: Питер, 2012. 784 с.

References

1. *Vibratsii v tekhnike: Spravochnik. V 6 t. T. 6. Zashchita ot vibratsii i udarov [Vibration in Engineering: Handbook. In 6 vol. Vol. 6. Vibration and Shock Protection]*. Ed. K.V. Frolov. Moscow. Mashinostroenie Publ. 1981. 456 p. (In Russian).
2. Balandin D.V., Kogan M.M. Pareto optimal generalized H2-control and vibroprotection problems. *Automation and Remote Control*. 2017. Vol. 78. No 8. P. 1417–1429.
3. Karpenko A.P., Muhlisullina D.T., Tsvetkov A.A. Mnogokriterialnaya optimizatsiya geometrii shchelevogo filtra dlya ochistki zhidkostey [Multi-objective optimization of geometry of a slotted filter for purification of liquids]. *Nauka i obrazovanie [Science and Education]*. Moscow. Bauman MSTU Publ. 2013. No 2. P. 221–240 (In Russian).
4. Antonov M.O., Elsakov S.M., Shiryaev V.I. Nakhozhdenie optimalnogo raspolozheniya radiomayakov v raznostno-dalnomernoy sisteme posadki letatel'nogo apparata [Finding of the optimum location of radio beacons in rangedifference system of landing of the aircraft]. *Aviakosmicheskoe priboroostroenie [Aerospace Instrument-Making Journal]*. 2005. No 11. P. 41–45 (In Russian).

5. Volkomorov S.V., Karpenko A.P. Planirovanie optimalnoy tselevoy konfiguratsii robota-manipulyatora tipa "khobot" [Optimal goal configuration planning of a trunk robot-manipulator]. *Nauka i obrazovanie [Science and Education]*. Moscow. Bauman MSTU Publ. 2013. No 2. P. 30–36 (In Russian).
6. Artemenko Yu.N., Karpenko A.P., Pastchenko V.N. et al. Sintez i optimizatsiya mnogosektsionnogo manipulyatora parallelnoy struktury dlya upravleniya orientatsiy kosmicheskogo teleskopa "Millimetron" [Synthesis of mechanisms of orientation of space telescope "Millimetron". 2. Synthesis and optimization of multisectoral manipulator of parallel structure for orientation control of space telescope "Millimetron"]. *Nauka i obrazovanie [Science and Education]*. Moscow. Bauman MSTU Publ. 2013. No 3. P. 207–256 (In Russian).
7. Salmin V.V., Vasiliev V.V., Ishkov S.A. et al. Priblizhennyye metody rascheta optimalnykh pereletov kosmicheskikh apparatov s dvigatelyami maloy tyagi. Ch. I [Approximate methods of calculation of optimal flights of spacecraft with low thrust engines. Pt. I]. *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo aerokosmicheskogo universiteta im. akademika S.P. Koroleva [Bulletin of Samara State Aerospace University Named after Academician S.P. Korolev]*. 2007. No 1(12). P. 37–52 (In Russian).
8. Salmin V.V., Vasiliev V.V., Ishkov S.A. et al. Priblizhennyye metody rascheta optimalnykh pereletov kosmicheskikh apparatov s dvigatelyami maloy tyagi. Ch. II [Approximate methods of calculation of optimal flights of spacecraft with low thrust engines. Pt. II]. *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo aerokosmicheskogo universiteta im. akademika S.P. Koroleva [Bulletin of Samara State Aerospace University Named after Academician S.P. Korolev]*. 2008. No 1(14). P. 45–67 (In Russian).
9. Banichuk N.V., Ivanova S.Yu., Makeev E.V. Pronikanie zhestkikh udarnikov v sloistye plastiny i nekotorye zadachi globalnoy mnogotselevoy strukturnoy optimizatsii [Penetration of rigid strikers in layered plates and some problems of global multipurpose structural optimization]. *Problemy prochnosti i plastichnosti [Problems of Strength and Plasticity]*. 2012. Iss. 74. P. 124–133 (In Russian).
10. Marler R.T., Arora J.S. *Multi-Objective Optimization: Concepts and Methods for Engineering*. VDM Verlag. 2009. 208 p.
11. Ehrgott M. *Multicriteria Optimization*. Berlin, Heidelberg. Springer-Verlag. 2010. 328 p.
12. Evtushenko Yu.G., Posypkin M.A. A deterministic algorithm for global multi-objective optimization. *Optimization Methods and Software*. 2014. Vol. 29. No 5. P. 1005–1019. DOI: 10.1080/10556788.2013.854357.
13. Floudas C.A., Pardalos M.P. *Recent Advances in Global Optimization*. Princeton. Princeton University Press. 2016. 644 p.
14. Hill J.D. A search technique for multimodal surfaces. *IEEE Transactions on Systems and Cybernetics*. 1969. Vol. 5. Iss. 1. P. 2–8.
15. Pintér J.D. *Global Optimization in Action (Continuous and Lipschitz Optimization: Algorithms, Implementations and Applications)*. Dordrecht. Kluwer Academic Publishers. 1996. 89 p.
16. Zilinskas A., Zilinskas J. Adaptation of a one-step worst-case optimal univariate algorithm of bi-objective Lipschitz optimization to multidimensional problems. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*. 2015. Vol. 21. Iss. 1–3. P. 89–98.
17. Strongin R.G., Sergeyev Ya.D. *Global Optimization with Non-Convex Constraints. Sequential and Parallel Algorithms*. Dordrecht. Kluwer Academic Publishers. 2014. 732 p.
18. Gergel V.P., Kozinov E.A. Accelerating parallel multicriterial optimization methods based on intensive using of search information. *Procedia Computer Science*. 2017. Vol. 108. P. 1463–1472.
19. Gergel V., Kozinov E. Parallel computing for time-consuming multicriterial optimization problems. *Lecture Notes in Computer Science*. 2017. Vol. 10421. P. 446–458.
20. Gergel V., Kozinov E. Efficient methods of multicriterial optimization based on the intensive use of search information. *Springer Proceedings in Mathematics and Statistics*. 2017. Vol. 197. P. 27–45.
21. Patterson D.A., Hennessy J.L. *Computer Organization & Design. The Hardware/Software Interface*. Morgan Kaufmann. 2000. 916 c.

MULTI-CRITERION OPTIMIZATION METHODS FOR SOLVING PROBLEMS OF VIBRO-PROTECTION

Gergel V.P., Kozinov E.A., Sovrasov V.V.

Lobachevsky State University of Nizhni Novgorod, Nizhni Novgorod, Russian Federation

An approach is presented that makes it possible to solve optimization problems in typical tasks of vibro-isolation of buildings, apparatuses and people located on movable surfaces (e.g., in earthquake areas), with considerably reducing computational chore by repeated use and optimal storage of large bulks of search information. Search information is represented in a blocked form and stored using the page principle of memory arrangement. With such an approach, the random access memory and external memory are divided into continual areas (pages) of fixed (similar) dimensions. Using such a paged memory makes it possible to store search state matrices of practically unlimited dimensions. Moreover, the RAM can accommodate an unlimited number of blocks required for processing search information at each current moment. Storing search information in pages of the external memory makes computation more reliable and allows one to stop computation with the possibility to resume it later. The efficiency of the developed approach is illustrated by solving a problem of vibro-protection of mechanical systems subject to periodic vibrations. One of the possible approaches to solving such problems is considered, which is based on using vibro-isolation. In the problem analyzed, a system is assumed to consist of a fixed foundation and an object of the protection secured on it with a vibro-isolator. The vibro-isolator is a multi-mass mechanical system consisting of several material points interconnected with vibration-damping elements. The task is to determine the number of vibration-damping elements and their location from the view-point of their cost and vibration-damping effectiveness. To solve the problem, the mechanical system is described by a system of differential equations with control. To find the optimal control, several criteria are formulated, and a multi-criterion optimization problem is solved. The determined control makes it possible to design vibro-isolating devices preserving the integrity of the objects situated in hazardous zones.

Keywords: multicriterion optimization, global optimization, efficient storage structures, vibration protection of mechanical systems, computational experiment.