

УДК 539.3

МЕТОДИКА ЧИСЛЕННОГО ИССЛЕДОВАНИЯ ДИНАМИЧЕСКОЙ ПРОЧНОСТИ КИРПИЧНОЙ КЛАДКИ С УЧЕТОМ ФРАГМЕНТАЦИИ*

© 2018 г. **Иванов В.А.¹, Кибец А.И.², Кибец Ю.И.²**

¹*Чувашский государственный университет им. И.Н. Ульянова,
Чебоксары, Российская Федерация*

²*Научно-исследовательский институт механики
Национального исследовательского Нижегородского государственного
университета им. Н.И. Лобачевского, Нижний Новгород, Российская Федерация*

kibec@mech.unn.ru

Поступила в редакцию 29.09.2017

Излагается методика численного решения трехмерной задачи нестационарного деформирования и накопления повреждений в кирпичной кладке. Определяющая система уравнений формулируется в переменных Лагранжа. Уравнения движения выводятся из баланса мощности виртуальной работы. Кинематические соотношения определяются в метрике текущего состояния. Кирпичная кладка моделируется как континуальная разномодульная среда, свойства которой зависят от вида напряженно-деформированного состояния и текущего уровня поврежденности материала. Для расчета фрагментации кирпичной кладки применяется упрощенная модель, учитывающая деформируемость швов, прочность кирпича и раствора на растяжение и сдвиг, а также контактное взаимодействие фрагментов кладки. Для решения задачи применяется моментная схема метода конечных элементов и явная конечно-разностная схема интегрирования по времени типа «крест». Дискретизация расчетной области основана на восьмиузловых конечных элементах с полилинейной аппроксимацией скорости перемещений. Для верификации конечно-элементной методики рассматривается задача деформирования и разрушения блока кирпичной кладки при взрывном нагружении. Результаты численного решения задачи сопоставлены с экспериментальными данными по форме разрушения кладки и перемещению ее центра. Хорошее соответствие экспериментальным данным подтвердило достоверность результатов расчетов и эффективность разработанной методики численного решения.

Ключевые слова: кирпичная кладка, динамическое воздействие, накопление повреждений, фрагментация, метод конечных элементов.

Введение

Кирпичная кладка как конструкционный материал для возведения зданий и сооружений широко применяется в практике строительства. Современные нормы

* Выполнено при финансовой поддержке РФФИ (грант №17-08-00986-а).

проектирования и строительства зданий основаны на концепции кладки как гомогенной среды с набором «эффективных» характеристик, что позволяет выполнять расчетную оценку прочности кирпичных конструкций [1–3]. Исследования [3–30], практика проектирования и строительство кирпичных зданий и сооружений для обычных условий эксплуатации подтвердили обоснованность применения континуальной теории кирпичной кладки. Стойкость жилых и производственных кирпичных сооружений к воздействию динамических нагрузок (взрыв, удар, сейсмические вибрации) менее изучена [31–36]. Для решения проблемы снижения тяжести последствий таких воздействий на сооружения необходима информация о реакции стен, перекрытий и других конструктивных элементов на динамические нагрузки. Применение численных методов для уточнения решения затрудняется необходимостью детального учета свойств отдельных компонентов материала и реального их расположения в сооружении. Для разработки и верификации надежных расчетных моделей необходимы экспериментальные данные о величине прилагаемой нагрузки, реакции объекта на воздействие, свойствах материала и т.д.

В настоящей статье для оценки динамической прочности кирпичной кладки применяется модель поврежденной среды, деформационные и прочностные характеристики которой зависят от вида напряженно-деформированного состояния (НДС). Фрагментация кирпичной кладки описывается упрощенной моделью, учитывающей деформируемость швов, прочность кирпича и раствора, а также контактное взаимодействие фрагментов кладки. Для верификации вычислительной модели проведено исследование деформирования и разрушения блока кирпичной кладки при взрыве заряда взрывчатого вещества (ВВ).

1. Определяющая система уравнений и метод решения

Определяющая система уравнений динамики конструкции формулируется в переменных Лагранжа с позиций механики сплошных сред. Кирпичная кладка моделируется как континуальная разномодульная среда, свойства которой зависят от вида НДС и текущего уровня поврежденности материала [16, 37]. Влияние поврежденности на процесс деформирования учитывается с помощью скалярной функции целостности ω [16], представляющей собой меру уменьшения эффективных площадок действия напряжений по отношению к их начальному неповрежденному значению. Изменение меры поврежденности $\Delta\omega$ описывается соотношениями кинетического типа:

$$\Delta\omega = \begin{cases} 0 & \text{при } \sigma_1 < \sigma^R, \sigma_3 > \sigma^S, \\ C \frac{1-\omega}{\sigma_1} (\sigma_1 - \sigma^R) & \text{при } \sigma_1 > \sigma^R, \\ C \frac{1-\omega}{\sigma_3} (\sigma_3 - \sigma^S) & \text{при } \sigma_3 < \sigma^S, \end{cases} \quad (1)$$

где σ_1, σ_3 – текущие значения первого и третьего главных напряжений; ω – накопленное значение меры поврежденности; C – константа, используемая для регуляризации описания процесса развития повреждений; σ^R, σ^S – разрушающие значения главных напряжений при растяжении и сжатии. Величины σ^R, σ^S зависят от вида НДС и определяются данными о пределах прочности материала при одноосном растяжении и сжатии.

Уравнения движения конструкции выводятся из вариационного принципа баланса виртуальных мощностей:

$$\int_{\Omega} \sigma_{ij}^* \delta \dot{\varepsilon}_{ij} dV + \int_{\Omega} \rho \ddot{U}_i \delta \dot{U}_i dV = \int_{\Gamma_p} P_i \delta \dot{U}_i d\gamma + \int_{\Gamma_q} P_i^q \delta \dot{U}_i d\gamma \quad (i, j = \overline{1, 3}). \quad (2)$$

В (2) $\dot{\varepsilon}_{ij}$ – компоненты тензора скоростей деформаций; σ_{ij}^* – приведенные напряжения, отнесенные к неповрежденным площадкам, статически эквивалентные эффективным напряжениям σ_{ij} , действующим на поврежденных площадках; U_i – перемещения в общей системе координат X ; ρ – плотность кладки; P_i^q – контактное давление; P_i – распределенная нагрузка; Ω – область, занимаемая конструкцией; Γ_q – поверхность контакта; Γ_p – зона действия внешнего давления; точка над символом означает частную производную по времени t , по повторяющимся индексам ведется суммирование.

Соотношения, устанавливающие связь между приращениями напряжений $\Delta \sigma_{ij}$, $\Delta \sigma_{ij}^*$ и деформаций $\Delta \varepsilon_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij} \Delta t$, записываются в виде [16]:

$$\begin{aligned} \Delta \sigma_{ij} &= 2G_0 \Delta \varepsilon'_{ij} + \delta_{ij} 3K_0 \Delta \varepsilon + \Delta r_{ij} + \Delta t_{ij}, & \Delta \sigma_{ij}^* &= \Delta \sigma_{ij} - \Delta d_{ij}, \\ \Delta t_{ij} &= \frac{\Delta G \sigma'_{ij}}{G} + \delta_{ij} \frac{\Delta K \sigma}{K}, & \Delta d_{ij} &= \Delta \sigma_{ij} \omega + \sigma_{ij} \Delta \omega, \\ \Delta r_{ij} &= 2G_0 (A_1 + A_2 + A_1 A_2) \Delta \varepsilon'_{ij} + \delta_{ij} 3K_0 \Delta \varepsilon B. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь ε'_{ij} , ε , σ'_{ij} , σ – девиаторные и шаровые компоненты тензоров деформаций и напряжений; δ_{ij} – символ Кронекера; G , K – модули сдвига и объемной деформации:

$$\begin{aligned} K &= K_0 (1 + B), & K_0 &= \frac{K^+ + K^-}{2}, & B &= g_1 \text{sign } P, & g_1 &= \frac{K^+ - K^-}{K^+ + K^-}, \\ G &= G_0 (1 + A_1)(1 + A_2), & G_0 &= \frac{G^+ + G^-}{2}, & A_1 &= 1 + \sqrt{3} g_2 P + 3g_3 P^2, \\ A_2 &= \frac{G'_0 - G_0}{G_0}, & g_2 &= \frac{G^+ - G^-}{2G_0}, & g_3 &= \frac{G^+ + G^-}{2G_0} - 1, \\ P &= \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{\sqrt{3(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2)}}, \end{aligned} \quad (4)$$

G^+ , G^- , K^+ , K^- – значения модулей сдвига и объемной деформации при одноосном растяжении и сжатии; G'_0 – секущий модуль сдвига на диаграмме $\sigma_i \sim \varepsilon_i$ при чистом сдвиге ($P=0$), характеризующий нелинейную упругость. Для применения соотношений (1)–(4) требуются деформационные и прочностные характеристики материала при сдвиге, одноосном растяжении и сжатии, а также экспериментальные данные по разрушению материала в условиях сложного НДС, необходимые для получения функций $\sigma^R(P)$, $\sigma^S(P)$ из (1).

При достижении мерой поврежденности критического значения $\omega = 1$ происходит локальное разрушение кирпичной кладки. Для расчета фрагментации кирпичной кладки применяем упрощенную модель [38], учитывающую деформируемость швов, прочность кирпича и раствора на растяжение и сдвиг, а также контактное взаимодействие фрагментов кладки. Каждый кирпич разбивается на ряд сег-

ментов (блоков). На контактных границах между блоками вводится местный базис n, τ_1, τ_2 . Здесь n – нормаль к поверхности контакта; τ_1, τ_2 – оси, расположенные в касательной плоскости. Материал кирпича полагается изотропным и идеально упругим. Рассматривается разрушение кладки по горизонтальным и вертикальным швам и по сечениям кирпичей, перевязывающим вертикальные швы. На начальном этапе (до разрушения) при анализе взаимодействия двух блоков одного кирпича компоненты контактного давления $q_n, q_{\tau_1}, q_{\tau_2}$ вычисляются из условий жесткой склейки. Напряжения в швах определяются через деформации $\varepsilon_n, \varepsilon_{\tau_1}, \varepsilon_{\tau_2}$ и характеристики связующего E_n, E_τ :

$$q_n = E_n \varepsilon_n, \quad q_{\tau_1} = E_\tau \varepsilon_{\tau_1}, \quad q_{\tau_2} = E_\tau \varepsilon_{\tau_2}, \quad (5)$$

где

$$\varepsilon_\alpha = \int_0^t \dot{\varepsilon}_\alpha dt, \quad \dot{\varepsilon}_\alpha = \frac{\dot{u}'_\alpha - \ddot{u}_\alpha}{h} \quad (\alpha = n, \tau_1, \tau_2),$$

h – текущая толщина контактного слоя,

$$h = h^0 + \int_0^t \dot{h} dt, \quad \dot{h} = \dot{u}'_n - \ddot{u}_n,$$

штрих и два штриха вверху символа выделяют параметры контактных поверхностей. При $q_n > 0$ последовательно проверяются критерии прочности на растяжение

$$q_n \leq [q_n^0] - k_\tau |q_\tau|, \quad |q_\tau| = \max(|q_{\tau_1}|, |q_{\tau_2}|) \quad (6)$$

и сдвиг

$$q_\tau \leq [q_\tau^0] - k_n |q_n|. \quad (7)$$

Здесь $[q_\tau^0], [q_n]$ – пределы прочности на сдвиг и растяжение, k_n, k_τ – коэффициенты трения. Таким образом, в (6), (7) осуществляется учет зависимости пределов прочности от величины соответствующего давления. При сжатии ($q_n < 0$) анализируется только выполнение критерия на сдвиг. При нарушении хотя бы одного из критериев прочности считается, что произошло локальное разрушение кирпичной кладки, и в дальнейшем контактное взаимодействие в этой точке моделируется по алгоритму непроникания с трением.

Решение определяющей системы уравнений при заданных начальных и граничных условиях основано на моментной схеме метода конечных элементов и явной конечно-разностной схеме интегрирования по времени типа «крест» [39–41]. Численная схема определения контактного давления и статически эквивалентных ему узловых сил приведена в статье [42].

2. Результаты расчетов

Конечно-элементная методика решения трехмерных нелинейных задач динамической прочности армированной кирпичной кладки реализована в рамках вычислительной системы «Динамика-3» [43]. Для апробирования методики и программного обеспечения решена задача о разрушении блока кирпичной кладки (1,035×0,522×0,25 м) при взрыве заряда ВВ типа ТГ 50/50 цилиндрической формы ($R = 5$ см, $h = 15$ см, масса 1,84 кг), расположенного на расстоянии 2 м от стенки.

Нижний край блока кирпичной кладки жестко зашцеилен, а перемещения ее торцов ограничены неподвижными вертикальными опорами. Для механических и прочностных характеристик кирпичной кладки задавались следующие значения [44]: $\rho = 1,4 \text{ г/см}^3$, модуль упругости $E = 28 \text{ ГПа}$, коэффициент Пуассона $\mu = 0,16$. Прочностные характеристики кирпичной кладки σ^S , σ^R подбирались путем сопоставления результатов численных и натурных экспериментов, моделирующих ее разрушение при взрыве накладного заряда ВВ [45]. Параметры взрывной нагрузки задавались в соответствии с диаграммами, полученными в натурном эксперименте.

Результаты решения приведены на рис. 1, 2 в виде временных зависимостей перемещения U и скорости перемещения \dot{U} центра стенки в горизонтальной плоскости. На этих рисунках сплошными линиями отмечены результаты эксперимента [46], а пунктирными – расчета по изложенной выше методике.

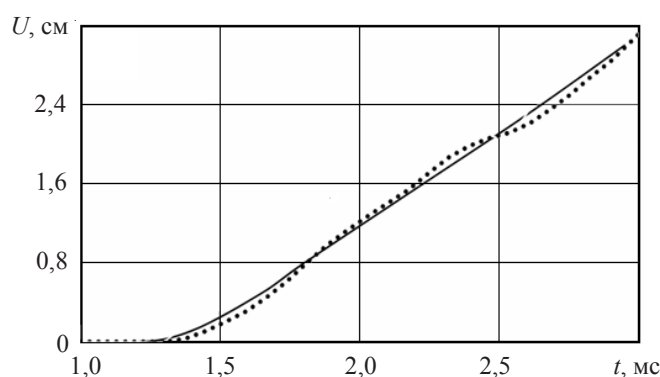


Рис. 1

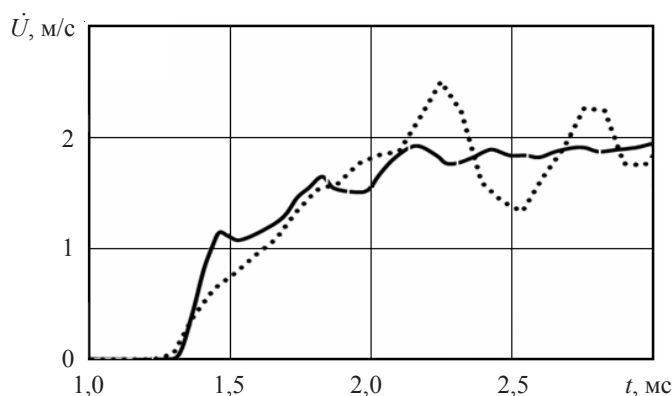


Рис. 2

Расчет показывает, что при рассматриваемых параметрах взрывного воздействия в центральной части тыльной поверхности кирпичной кладки возникает зона повреждений от растягивающих напряжений. Накопление повреждений в процессе динамического изгиба приводит к образованию вертикальной трещины, которая со временем распространяется по всему поперечному сечению кирпичной кладки. Достоверность результатов компьютерного моделирования подтверждается данными натурных экспериментов [46].

Заключение

На основе соотношений механики поврежденных сред построена вычислительная модель нестационарного деформирования и разрушения кирпичной кладки. Для решения задачи применяется моментная схема метода конечных элементов и явная конечно-разностная схема интегрирования по времени. Проведено численное исследование деформирования и разрушения блока кирпичной кладки при взрыве удаленного заряда ВВ. Результаты расчетов соответствуют экспериментальным данным. Таким образом, разработанная вычислительная модель может быть использована при исследовании динамической прочности кирпичной кладки и, в частности, при оценке сейсмостойкости каменных зданий.

Список литературы

1. Онищик Л.И. *Каменные конструкции промышленных и гражданских зданий*. М.: Стройиздат, 1939. 208 с.
2. СП 15.13330.2012. *Каменные и армокаменные конструкции*. Актуализированная редакция СНиП II-22-81*. М.: Минрегион России, 2012. 78 с.
3. Кабанцев О.В. Деформационные свойства каменной кладки как разномодульной кусочно-однородной среды. *Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений*. 2013. №4. С. 36–40.
4. Pietruszczak S., Niu X.A. A mathematical description of macroscopic behavior of unit masonry. *International Journal of Solids and Structures*. 1992. Vol. 29. No 5. P. 531–546.
5. Anthoine A. Derivation of the in-plane elastic characteristics of masonry through homogenization theory. *International Journal of Solids and Structures*. 1995. Vol. 32. No 2. P. 137–163.
6. Lukkassen D., Persson L.E., Wall P. Some engineering and mathematical aspects on the homogenisation method. *Composites Engineering*. 1995. Vol. 5. No 5. P. 519–531.
7. Lee J.S., Pande G.N., Middleton J., Kralj B. Numerical modelling of brick masonry panels subject to lateral loading. *Computers & Structures*. 1996. Vol. 61. No 4. P. 735–745.
8. Sayed-Ahmed E.Y., Shrive N.G. Nonlinear finite-element model of hollow masonry. *Journal of Structural Engineering. ASCE*. 1996. Vol. 122. No 6. P. 683–690.
9. Pegon P., Anthoine A. Numerical strategies for solving continuum damage problems with softening: Application to the homogenization of masonry. *Computers & Structures*. 1997. Vol. 64. No 1–4. P. 623–642.
10. Luciano R., Sacco E. Homogenization technique and damage model for old masonry material. *International Journal of Solids and Structures*. 1997. Vol. 34. No 4. P. 3191–3208.
11. DeBuhan P., DeFelice G. A homogenization approach to the ultimate strength of brick masonry. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 1997. Vol. 45. No 7. P. 1085–1104.
12. Luciano R., Sacco E. Variational methods for the homogenization of periodic heterogeneous media. *European Journal of Mechanics A-Solid*. 1998. Vol. 17. No 4. P. 599–617.
13. Luciano R., Sacco E. A damage model for masonry structures. *European Journal of Mechanics A-Solid*. 1998. Vol. 17. No 2. P. 285–303.
14. Lopez J., Oller S., Onate E., Lubliner J. A homogeneous constitutive model for masonry. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 1999. Vol. 46. No 10. P. 1651–1661.
15. Lourenço P.B. Anisotropic softening model for masonry plates and shells. *ASCE Engineering*. 2000. Vol. 126. No 9. P. 1008–1015.
16. Капустин С.А., Лихачева С.Ю. Численный анализ поведения конструкций из кусочно-однородных материалов, имеющих блочно-периодическую структуру. *Проблемы прочности и пластичности*. 2000. Вып. 62. С. 93–100.
17. Cecchi A., Di Marco R. Homogenized strategy toward to constitutive identification of masonry. *Journal of Engineering Mechanics. ASCE*. 2002. Vol. 128. No 6. P. 688–697.
18. Ma G.W., Hao H., Lu Y. Homogenization of masonry using numerical simulation. *Journal of Engineering Mechanics. ASCE*. 2001. Vol. 127. No 5. P. 421–431.
19. Gilbert M., Hobbs B., Molyneaux T. The performance of unreinforced masonry walls

- subjected to low-velocity impacts: experiments. *International Journal of Impact Engineering*. 2002. Vol. 27. P. 231–251.
20. Zucchini A., Lourenco P.B. A micro-mechanical model for the homogenisation of masonry. *International Journal of Solids and Structures*. 2002. Vol. 39. No 12. P. 3233–3255.
21. Berto L., Sietta A., Scotta R., Vitaliani R. et al. An orthotropic damage model for masonry structures. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 2002. Vol. 55. No 2. P. 127–157.
22. Cecchi A., Sab K. Out of plane model for heterogeneous periodic materials: the case of masonry. *European Journal of Mechanics. A-Solid*. 2002. Vol. 21. No 5. P. 715–746.
23. Carbone V.I., Codegone M. Homogenization process of stratified masonry. *Mathematical and Computer Modelling*. 2005. Vol. 42. No 3-4. P. 375–380.
24. Cecchi A., Milani G., Tralli A. Validation of analytical multiparameter homogenization models for out-of-plane loaded masonry walls by means of the finite element method. *Journal of Engineering Mechanics. ASCE*. 2005. Vol. 131. No 2. P. 185–198.
25. Milani G., Lourenco P.B., Tralli A. Homogenised limit analysis of masonry walls. Part I: Failure surfaces. *Composites & Structures*. 2006. Vol. 84. No 3-4. P. 166–180.
26. Milani G., Lourenco P.B., Tralli A. Homogenised limit analysis of masonry walls. Part II: Structural Examples. *Composites & Structures*. 2006. Vol. 84. No 3-4. P. 181–195.
27. Milani G., Lourenco P.B., Tralli A. Homogenization approach for the limit analysis of out-of-plane loaded masonry walls. *Journal of Structural Engineering. ASCE*. 2006. Vol. 130. No 10. P. 1650–1663.
28. Wu C., Hao H. Derivation of 3D masonry properties using numerical homogenization technique. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 2006. Vol. 66. P. 1717–1737.
29. Lourenco P.B., Milani G., Tralli A., Zucchini A. Analysis of masonry structures: Review of and recent trends in homogenization techniques. *Canadian Journal of Civil Engineering*. 2007. Vol. 34. No 11. P. 1443–1457.
30. Brasile S., Casciaro R., Formica G. Finite element formulation for nonlinear analysis of masonry walls. *Computers & Structures*. 2010. Vol. 88. No 3-4. P. 135–143.
31. Wu C., Hao H. Numerical simulation of structural response and damage to simultaneous ground shock and air blast loads. *International Journal of Impact Engineering*. 2007. Vol. 34. No 3. P. 556–572.
32. Ngo T., Mendis P., Gupta A., Ramsay J. Blast loading and blast effects on structures. An overview. *Electronic Journal of Structural Engineering*. 2007. Vol. 7. P. 76–91.
33. Wei X., Stewart M.G. Model validation and parametric study on the blast response of unreinforced brick masonry walls. *International Journal of Impact Engineering*. 2010. Vol. 37. No 11. P. 1150–1159.
34. Hao H., Tarasov B. Experimental study of dynamic material properties of clay brick and mortar at different strain rates. *Australian Journal of Structural Engineering*. 2008. Vol. 8. P. 117–132.
35. Wei X., Hao H. Numerical derivation of homogenized dynamic masonry material properties with strain rate effects. *International Journal of Impact Engineering*. 2009. Vol. 36. P. 522–536.
36. Bazhenov V.G., Kibetz A.I., Kruszka L. Finite element analysis of 3D problems of deformation and failure of masonry under explosive loading. *International Journal of Protective Structures*. 2012. Vol. 3. No 4. P. 449–456.
37. Качанов Л.М. *Основы механики разрушения*. М.: Наука, 1974. 312 с.
38. Баженов В.Г., Зефирова С.В., Корюкин Д.Б., Крылов С.В. Деформирование и разрушение конструкции кирпичной кладки при взрывном нагружении. *Прикладные проблемы прочности и пластичности. Численное моделирование физико-механических процессов*. 1999. Вып. 60. С.19–25.
39. Баженов В.Г., Демарева А.В., Жестков М.Н., Кибец А.И. Математическое моделирование развития запроектной аварии внутри корпуса реактора на быстрых нейтронах. *Вестник ПНИПУ. Механика*. 2015. №3. С. 5–14.
40. Голованов А.И., Тюленева О.Н., Шигабутдинов А.Ф. *Метод конечных элементов в статике и динамике тонкостенных конструкций*. М.: Физматлит, 2006. 391 с.
41. Баженов В.Г., Гоник Е.Г., Кибец А.И., Шошин Д.В. Устойчивость и предельные состояния упругопластических сферических оболочек при статических и динамических на-

гружениях. *Прикладная механика и техническая физика*. 2014. Т. 55. №1. С. 13–22.

42. Баженов В.Г., Кибец А.И., Цветкова И.Н. Численное моделирование нестационарных процессов ударного взаимодействия деформируемых элементов конструкций. *Проблемы машиностроения и надежности машин*. 1995. №2. С. 20–26.

43. *Вычислительный комплекс «Динамика-3»*. Научно-технический центр по ядерной и радиационной безопасности. Аттестационный паспорт программного средства. Регистрационный паспорт аттестации ПС № 325 от 18.04.2013.

44. Еременко А.С., Гердюков Н.Н., Новиков С.А., Синецын В.А., Кальманов А.В., Цибиков А.Н. Экспериментальные исследования поведения фрагментов кирпичной кладки при воздействии сосредоточенной динамической нагрузкой. *Проблемы прочности и пластичности*. 2004. Вып. 66. С. 101–108.

45. Баженов В.Г., Гердюков Н.Н., Гордиенко А.В., Дудник А.В., Кибец А.И., Крушка Л. Расчетно-экспериментальный метод анализа деформационных и прочностных характеристик кирпичной кладки при взрывном нагружении. *Проблемы прочности и пластичности*. 2008. Вып. 70. С. 140–145.

46. Vazhenov V.G., Kibets A.I., Gerdyukov N.N., Novikov S.A., Sinitsyn V.A. et al. Experimental and theoretical investigation of brickwork deformation and fracture under explosive loading. *International Conference Vth Khariton's Topical Scientific Readings*. Sarov. 2003. P. 40–41.

References

1. Onischik L.I. *Kamennye konstruksii promyshlennykh i grazhdanskikh zdaniy* [Stone Structures of Industrial and Civil Buildings]. Moscow. Stroizdat Publ. 1939. 208 p. (In Russian).

2. SP 15.13330.2012. *Kamennye i armokamennye konstruksii. Aktualizirovannaya redaktsiya* [Stone and Reinforced Masonry Structures. Revised Edition] SNIIP II-22-81*. Moscow. Minregion Rossii Publ. 2012. 78 p. (In Russian).

3. Kabantsev O.V. Deformatsionnye svoystva kamennoy kladki kak raznomodulnoy kusochno-odnorodnoy sredy [Deformation properties of masonry as a piecewise homogeneous medium for elastoplastic strain analysis]. *Seysmostoykoe stroitelstvo. Bezopasnost sooruzheniy* [Earthquake-resistant Construction. Safety of Structures]. 2013. No 4. P. 36–40 (In Russian).

4. Pietruszczak S., Niu X.A. A mathematical description of macroscopic behavior of unit masonry. *International Journal of Solids and Structures*. 1992. Vol. 29. No 5. P. 531–546.

5. Anthoine A. Derivation of the in-plane elastic characteristics of masonry through homogenization theory. *International Journal of Solids and Structures*. 1995. Vol. 32. No 2. P. 137–163.

6. Lukkassen D., Persson L.E., Wall P. Some engineering and mathematical aspects on the homogenisation method. *Composites Engineering*. 1995. Vol. 5. No 5. P. 519–531.

7. Lee J.S., Pande G.N., Middleton J., Kralj B. Numerical modelling of brick masonry panels subject to lateral loading. *Computers & Structures*. 1996. Vol. 61. No 4. P. 735–745.

8. Sayed-Ahmed E.Y., Shrive N.G. Nonlinear finite-element model of hollow masonry. *Journal of Structural Engineering. ASCE*. 1996. Vol. 122. No 6. P. 683–690.

9. Pegon P., Anthoine A. Numerical strategies for solving continuum damage problems with softening: Application to the homogenization of masonry. *Computers & Structures*. 1997. Vol. 64. No 1–4. P. 623–642.

10. Luciano R., Sacco E. Homogenization technique and damage model for old masonry material. *International Journal of Solids and Structures*. 1997. Vol. 34. No 4. P. 3191–3208.

11. DeBuhan P., DeFelice G. A homogenization approach to the ultimate strength of brick masonry. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 1997. Vol. 45. No 7. P. 1085–1104.

12. Luciano R., Sacco E. Variational methods for the homogenization of periodic heterogeneous media. *European Journal of Mechanics A-Solid*. 1998. Vol. 17. No 4. P. 599–617.

13. Luciano R., Sacco E. A damage model for masonry structures. *European Journal of Mechanics A-Solid*. 1998. Vol. 17. No 2. P. 285–303.

14. Lopez J., Oller S., Onate E., Lubliner J. A homogeneous constitutive model for masonry. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 1999. Vol. 46. No 10. P. 1651–1661.

15. Lourenço P.B. Anisotropic softening model for masonry plates and shells. *ASCE Engineering*. 2000. Vol. 126. No 9. P. 1008–1015.

16. Kapustin S.A., Likhacheva S.Yu. Chislennyy analiz povedeniya konstruktsiy iz kusochnoodnorodnykh materialov, imeyushchikh blochno-periodicheskuyu strukturu [Numerical analysis of structure behavior made from piecewise-homogeneous materials with block-periodic structure]. *Problemy prochnosti i plastichnosti [Problems of Strength and Plasticity]*. 2000. Iss. 62. P. 93–100 (In Russian).
17. Cecchi A., Di Marco R. Homogenized strategy toward constitutive identification of masonry. *Journal of Engineering Mechanics. ASCE*. 2002. Vol. 128. No 6. P. 688–697.
18. Ma G.W., Hao H., Lu Y. Homogenization of masonry using numerical simulation. *Journal of Engineering Mechanics. ASCE*. 2001. Vol. 127. No 5. P. 421–431.
19. Gilbert M., Hobbs B., Molyneaux T. The performance of unreinforced masonry walls subjected to low-velocity impacts: experiments. *International Journal of Impact Engineering*. 2002. Vol. 27. P. 231–251.
20. Zucchini A., Lourenco P.B. A micro-mechanical model for the homogenisation of masonry. *International Journal of Solids and Structures*. 2002. Vol. 39. No 12. P. 3233–3255.
21. Berto L., Saetta A., Scotta R., Vitaliani R. et al. An orthotropic damage model for masonry structures. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 2002. Vol. 55. No 2. P. 127–157.
22. Cecchi A., Sab K. Out of plane model for heterogeneous periodic materials: the case of masonry. *European Journal of Mechanics. A-Solid*. 2002. Vol. 21. No 5. P. 715–746.
23. Carbone V.I., Codegone M. Homogenization process of stratified masonry. *Mathematical and Computer Modelling*. 2005. Vol. 42. No 3-4. P. 375–380.
24. Cecchi A., Milani G., Tralli A. Validation of analytical multiparameter homogenization models for out-of-plane loaded masonry walls by means of the finite element method. *Journal of Engineering Mechanics. ASCE*. 2005. Vol. 131. No 2. P. 185–198.
25. Milani G., Lourenco P.B., Tralli A. Homogenised limit analysis of masonry walls. Part I: Failure surfaces. *Composites & Structures*. 2006. Vol. 84. No 3-4. P. 166–180.
26. Milani G., Lourenco P.B., Tralli A. Homogenised limit analysis of masonry walls. Part II: Structural Examples. *Composites & Structures*. 2006. Vol. 84. No 3-4. P. 181–195.
27. Milani G., Lourenco P.B., Tralli A. Homogenization approach for the limit analysis of out-of-plane loaded masonry walls. *Journal of Structural Engineering. ASCE*. 2006. Vol. 130. No 10. P. 1650–1663.
28. Wu C., Hao H. Derivation of 3D masonry properties using numerical homogenization technique. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 2006. Vol. 66. P. 1717–1737.
29. Lourenco P.B., Milani G., Tralli A., Zucchini A. Analysis of masonry structures: Review of and recent trends in homogenization techniques. *Canadian Journal of Civil Engineering*. 2007. Vol. 34. No 11. P. 1443–1457.
30. Brasile S., Casciaro R., Formica G. Finite element formulation for nonlinear analysis of masonry walls. *Computers & Structures*. 2010. Vol. 88. No 3-4. P. 135–143.
31. Wu C., Hao H. Numerical simulation of structural response and damage to simultaneous ground shock and air blast loads. *International Journal of Impact Engineering*. 2007. Vol. 34. No 3. P. 556–572.
32. Ngo T., Mendis P., Gupta A., Ramsay J. Blast loading and blast effects on structures. An overview. *Electronic Journal of Structural Engineering*. 2007. Vol. 7. P. 76–91.
33. Wei X., Stewart M.G. Model validation and parametric study on the blast response of unreinforced brick masonry walls. *International Journal of Impact Engineering*. 2010. Vol. 37. No 11. P. 1150–1159.
34. Hao H., Tarasov B. Experimental study of dynamic material properties of clay brick and mortar at different strain rates. *Australian Journal of Structural Engineering*. 2008. Vol. 8. P. 117–132.
35. Wei X., Hao H. Numerical derivation of homogenized dynamic masonry material properties with strain rate effects. *International Journal of Impact Engineering*. 2009. Vol. 36. P. 522–536.
36. Bazhenov V.G., Kibetz A.I., Kruszka L. Finite element analysis of 3D problems of deformation and failure of masonry under explosive loading. *International Journal of Protective Structures*. 2012. Vol. 3. No 4. P. 449–456.
37. Kachanov L.M. *Osnovy mekhaniki razrusheniya [Fundamentals of Fracture Mechanics]*. Moscow. Nauka Publ. 1974. 312 p. (In Russian).

38. Bazhenov V.G., Zefirov S.V., Koryukin D.B., Krylov S.V. Deformirovanie i razrushenie konstruksii kirpichnoy kladki pri vzryvnom nagruzhenii [Deformation and structural failure of masonry under explosive loading]. *Prikladnye problemy prochnosti i plastichnosti. Chislennoe modelirovanie fiziko-mekhanicheskikh protsessov* [Applied Problems of Strength and Plasticity] 1999. Iss. 60. P. 19–25 (In Russian).
39. Bazhenov V.G., Demareva A.V., Zhestkov M.N., Kibets A.I. Matematicheskoe modelirovanie razvitiya zaproektnoy avarii vnutri korpusa reaktora na bystrykh neytronakh [Mathematical modeling of development of beyond design basis accident in integral fast-neutron reactors vessel]. *Vestnik PNIPU. Mekhanika* [PNRPU Mechanics Bulletin]. 2015. No 3. P. 5–14 (In Russian).
40. Golovanov A.I., Tyuleneva O.N., Shigabutdinov A.F. *Metod konechnykh elementov v statike i dinamike tonkostennykh konstruksiy* [Finite Element Method in Statics and Dynamics of Thin-walled Structures]. Moscow. Fizmatlit Publ. 2006. 391 p. (In Russian).
41. Bazhenov V.G., Gonik E.G., Kibets A.I., Shoshin D.V. Stability and limit states of elastoplastic spherical shells under static and dynamic loading. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. 2014. Vol. 55. No 1. P. 13–22.
42. Bazhenov V.G., Kibets A.I., Tsvetkova I.N. Chislennoe modelirovanie nestatsionarnykh protsessov udarnogo vzaimodeystviya deformiruemykh elementov konstruksiy [Numerical simulation of unsteady processes of impact interaction of deformable structural elements]. *Problemy mashinostroeniya i nadezhnosti mashin* [Journal of Machinery Manufacture and Reliability]. 1995. No 2. P. 20–26 (In Russian).
43. *Vychislitelnyy kompleks "Dinamika-3"* [Computing Complex "Dynamics-3"]. Nauchno-tekhnicheskii tsentr po yadernoy i radiatsionnoy bezopasnosti. Attestatsionnyy pasport programmnogo sredstva. Registratsionnyy pasport attestatsii PS № 325 ot 18.04.2013 [Scientific and technical centre for nuclear and radiation safety. Attestation passport software. Registration certification PS № 325. 18.04.2013] (In Russian).
44. Yeremenko A.S., Gerdyukov N.N., Novikov S.A., Sinitsin V.A., Kalmanov A.V., Tsybikov A.N. Eksperimentalnye issledovaniya povedeniya fragmentov kirpichnoy kladki pri vozdeystvii sosredotochennoy dinamicheskoy nagruzkoy [Experimental study of brickwork fragment behavior under the influence of concentrated dynamic loading]. *Problemy prochnosti i plastichnosti* [Problems of Strength and Plasticity]. 2004. Iss. 66. P. 101–108 (In Russian).
45. Bazhenov V.G., Gerdyukov N.N., Gordiyenko A.V., Dudnik A.V., Kibets A.I., Kruszka L. Raschetno-eksperimental'nyy metod analiza deformatsionnykh i prochnostnykh kharakteristik kirpichnoy kladki pri vzryvnom nagruzhenii [Computational-experimental method of analyzing deformation and strength characteristics of brickwork under explosive loading]. *Problemy prochnosti i plastichnosti* [Problems of Strength and Plasticity]. 2008. Iss. 70. P. 140–145 (In Russian).
46. Bazhenov V.G., Kibets A.I., Gerdyukov N.N., Novikov S.A., Sinitsyn V.A. et al. Experimental and theoretical investigation of brickwork deformation and fracture under explosive loading. *International Conference Vth Khariton's Topical Scientific Readings*. Sarov. 2003. P. 40–41.

A METHODOLOGY FOR NUMERICALLY STUDYING DYNAMIC STRENGTH OF BRICKWORK ACCOUNTING FOR FRAGMENTATION

Ivanov V.A.¹, Kibets A.I.², Kibets Yu.I.²

¹*I.N. Ulyanov Chuvash State University, Cheboksary, Russian Federation*

²*Research Institute of Mechanics University of Nizhni Novgorod, Nizhni Novgorod, Russian Federation*

A methodology for numerically analyzing a 3D problem of nonstationary deformation and damage accumulation in brickwork is presented. The defining equation set is formulated in Lagrange variables. The equation of motion is derived from the balance of virtual work power. Kinematic relations are determined in the metrics of the current state. Brickwork is modeled as a continual hetero-modular medium, the properties of which depend on the stressed-strained state type and the current level of damage of the material. To analyze fragmentation of the brickwork, a simplified model is used, accounting for deformability of the seams, tensile and shear strengths of the brick

and mortar, as well as the contact interaction of the brickwork fragments. The problem is analyzed using the moment scheme of the finite-element method and the “cross”-type explicit finite-difference time integration scheme. The discretization of the computational area is based on eight-node finite elements with poly-linear approximation of displacement velocity. The finite element methodology is verified by analyzing the problem of deformation and failure of a brickwork block under explosive loading. The results of the numerical analysis of the problem are compared with experimental data for the failure form of the brickwork and the displacement of its center. Good agreement with the experimental data corroborates the reliability of the computations and effectiveness of the developed numerical analysis methodology.

Keywords: brickwork, dynamic effect, damage accumulation, fragmentation, finite-element method.