

УДК 539.3

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСТЯЖЕНИЯ СТЕРЖНЯ И ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ ДЕФОРМИРОВАНИЯ МАТЕРИАЛА В РЕЖИМЕ СВЕРХПЛАСТИЧНОСТИ\*

© 2017 г.      **Баженов В.Г., Осетров С.Л., Осетров Д.Л.**

Научно-исследовательский институт механики  
Национального исследовательского Нижегородского государственного  
университета им. Н.И. Лобачевского, Нижний Новгород, Российская Федерация

[bazhenov@mech.unn.ru](mailto:bazhenov@mech.unn.ru)

Поступила в редакцию 01.09.2017

Предложен экспериментально-расчетной подход построения зависимости между интенсивностью напряжений и скоростью деформаций при растяжении образца в режиме сверхпластичности, предполагающий проведение совместного анализа результатов эксперимента и полномасштабного (в рамках механики сплошных сред) компьютерного моделирования процессов деформирования лабораторных образцов или элементов конструкций без принятия априорных силовых и кинематических гипотез. Область применимости предлагаемого подхода определяется областью применимости математической модели упругопластических сред с учетом скоростного упрочнения.

Для иллюстрации предложенного подхода проанализированы результаты численного и натурного экспериментов на растяжение с постоянной скоростью деформаций цилиндрического стержня из сплава ВТ9 на основе одного эксперимента в режиме сверхпластичности. Получено хорошее соответствие результатов численного и натурного экспериментов. Предложенный подход можно применять при других видах нагружения в режиме сверхпластичности независимо от формы поперечного сечения образцов.

*Ключевые слова:* сверхпластичность, экспериментально-расчетный метод, анализ устойчивости, численное моделирование.

### Введение

В последнее время большое внимание уделяется исследованию поведения наноструктурных материалов при различных воздействиях [1]. Эти материалы обладают уникальными механическими свойствами. Формирование наноструктур в различных металлах и сплавах может привести к высокопрочному состоянию, а также к появлению сверхпластичности, при которой деформация составляет сотни и тысячи процентов удлинения при растяжении. В наноструктурных материалах сверхпластичность достигается при относительно низких температурах и высоких скоростях деформаций. Явление сверхпластичности наблюдается также и в микро-

---

\* Выполнено при финансовой поддержке РФФИ (грант №17-08-00972 а).

кристаллических материалах при их деформировании в определенном температурно-скоростном диапазоне ( $T = (0,5\text{--}0,6)T_{\text{пл}}$ ,  $\dot{\epsilon} = 10^{-4} \text{--} 10^{-3} \text{ с}^{-1}$ ).

Большинство исследователей уделяют внимание экспериментальному изучению физических и механических свойств материалов в условиях сверхпластичности [2–5]. Вопросы разработки определяющих соотношений поведения материалов в условиях сверхпластичности, оснащения их необходимыми материальными функциями и константами мало изучены [6–12]. Исследование применимости моделей осложняется большим количеством факторов, влияющих на поведение материалов в режиме сверхпластичности. Для оснащения определяющих соотношений с учетом вида напряженно-деформированного состояния (НДС) необходимо проводить большое количество экспериментальных исследований поведения материалов на микро- и макроуровне [7]. В большинстве случаев проводятся экспериментальные исследования поведения материалов в режиме сверхпластичности при одноосном растяжении образцов.

В [13] рассматривается процесс одноосного растяжения стержней из упругопластических материалов с учетом зависимости свойств от скорости деформаций. Вводится связь между интенсивностью напряжений и скоростью деформаций при растяжении образцов в условиях сверхпластичности в виде:

$$\sigma_i = \tilde{\sigma}_i(e_i) \left( \frac{\dot{e}_i}{\dot{e}_i^*} \right)^n, \quad (1)$$

где  $\tilde{\sigma}_i(e_i)$  – истинная диаграмма, полученная при одноосном растяжении;  $\dot{e}_i$  – текущая интенсивность скорости деформаций;  $\dot{e}_i^*$  – постоянная скорость деформации, при которой получена диаграмма  $\tilde{\sigma}_i(e_i)$ ;  $n$  – коэффициент скоростной чувствительности.

Из (1) видно, что степень влияния скоростного упрочнения характеризуется коэффициентом  $n$ . В [13] показано, что для соблюдения устойчивости пластического деформирования при растяжении коэффициент  $n$  должен находиться в пределах  $1/3 \leq n \leq 1$ . Для ряда материалов экспериментально показано [14], что коэффициент  $n$  изменяется в пределах от 0,3 до 0,7.

В [15, 16] для описания режима сверхпластичности принимаются реологические соотношения:

$$\sigma_i = \sigma_0 + K\dot{e}^n, \quad (2)$$

где  $\sigma_0$  – реологический параметр материала;  $K$  – константа материала, зависящая от температуры, среднего размера зерен и других структурных параметров.

На основе модели (2) численно решено большое количество технологических задач глубокой формовки пластин в режиме сверхпластичности [17–25]. При моделировании использовалась безмоментная теория пластин и оболочек. Полученные результаты хорошо согласуются с экспериментами. Численное моделирование процессов деформирования в режиме сверхпластичности на основе соотношений (1), (2) в постановке механики сплошной среды практически не представлено в отечественной литературе. Это обусловлено сложностью численной реализации конечно-элементной модели при больших деформациях и искажением сетки. Для численного моделирования процессов сверхпластичности, при которых деформации достигают более 100%, предпочтительным является применение динамической постановки задач. (Обычно моделирование процессов сверхпластичности осущес-

ствляется в квазистатической постановке аналогично задачам ползучести.) Динамическая постановка является наиболее общей и позволяет описать контактные взаимодействия, большие деформации, предельные состояния и локализацию деформаций.

В последнее время предлагаются методики идентификации коэффициентов в (2) для материалов в режиме сверхпластичности на основе минимизации отклонения результатов вычислительных и натурных экспериментов формовки пластин и оболочек [26]. Численный расчет проводится на основе безмоментной теории пластин и оболочек. В [27, 28] предлагаются методики определения коэффициентов в (2) на основе заданных экспериментальных значений напряжений и скорости деформаций. В [29] предлагается методика определения параметров при проведении технологических экспериментов формовки цилиндрических и сферических оболочек из листовых заготовок. Методика основана на решении задачи прогиба мембранны и итерационном уточнении коэффициента скоростного упрочнения до совпадения результатов расчета и эксперимента. Для предлагаемых методик показано, что для получения значений с приемлемой для инженерных расчетов точностью достаточно двух-трех экспериментов.

Следует заметить, что безмоментная теория плохо применима при решении контактных задач и не позволяет описать потерю устойчивости пластического деформирования и локализацию деформаций по толщине оболочки.

В литературе не описаны общие методики и базовые эксперименты по определению параметров деформационного и скоростного упрочнения материалов в режиме сверхпластичности.

### **Сравнительный анализ численного и физического моделирования процесса растяжения цилиндрического стержня в условиях сверхпластичности**

Численное моделирование растяжения стержня осуществляется с использованием пакета прикладных программ «Динамика-2» [30]. Рассматривается осесимметрическая задача механики сплошной среды в динамической постановке. Для решения задачи вводятся два времени: физическое и математическое. Физическое время вводится для описания реологии поведения материала, математическое – для решения начально-краевой задачи. Однозначное соотношение этих времен определяется из условия малости влияния сил инерции на результат решения задачи.

Полагается, что в меридиональном сечении сплошная среда занимает область  $\Omega$ , ограниченную контуром  $\Gamma$ , которую всегда можно разбить на односвязные подобласти:

$$\Omega = \bigcup_j \Omega_j, \quad \Gamma = \bigcup_j \Gamma_j, \quad j = \overline{1, D}.$$

Движение среды описывается в переменных Лагранжа уравнениями, следующими из вариационного принципа Даламбера – Лагранжа в форме Журдена, в неподвижной цилиндрической  $r, \beta, z$  ( $Oz$  – ось вращения) системе координат:

$$\begin{aligned} & \iint_{\Omega} (\sigma_{rr} \delta \dot{e}_{rr} + \sigma_{\beta\beta} \delta \dot{e}_{\beta\beta} + \sigma_{zz} \delta \dot{e}_{zz} + 2\sigma_{rz} \delta \dot{e}_{rz}) r d\Omega + \\ & + \iint_{\Omega} (\rho(\ddot{u}_r \delta \dot{u}_r + \ddot{u}_z \delta \dot{u}_z)) r d\Omega - \int_{\Gamma} (p_r \delta \dot{u}_r + p_z \delta \dot{u}_z) r dS = 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь  $\sigma_{ij}$ ,  $\dot{e}_{ij}$  – компоненты тензора напряжений Коши и скоростей деформаций;  $\dot{u}_\alpha$  – скорости перемещений;  $p_\alpha$  – компоненты поверхностной нагрузки ( $\alpha = r, z$ ).

Геометрическая нелинейность учитывается поэтапной перестройкой конфигурации сеточной модели во времени. Связь тензора скоростей деформаций со скоростями перемещений определяется в метрике текущего состояния:

$$\dot{e}_{rr} = \dot{u}_{r,r}, \quad \dot{e}_{\beta\beta} = \dot{u}_r r^{-1}, \quad \dot{e}_{zz} = \dot{u}_{z,z}, \quad \dot{e}_{rz} = \frac{1}{2}(\dot{u}_{z,r} + \dot{u}_{r,z}), \quad (4)$$

где  $\dot{u}_r$ ,  $\dot{u}_z$  – компоненты вектора скорости перемещения в общем базисе  $rOz$ .

С целью повышения точности при численном интегрировании уравнений (3), (4) проводится замена переменных:

$$\dot{v}_r = r\dot{u}_r, \quad \dot{v}_z = r\dot{u}_z.$$

Для описания упругопластических свойств материалов применяется теория течения с нелинейным изотропным и кинематическим упрочнением. Полагается, что скорость деформации  $\dot{e}_{ij}$  можно представить в виде суммы скоростей упругих  $\dot{e}_{ij}^y$  и пластических  $\dot{e}_{ij}^n$  составляющих:

$$\dot{e}_{ij} = \dot{e}_{ij}^y + \dot{e}_{ij}^n. \quad (5)$$

Связь между скоростями девиатора напряжений  $\dot{\sigma}'_{ij} = \dot{\sigma}_{ij} - \delta_{ij}\dot{\sigma}$  и упругих составляющих девиатора деформаций  $\dot{e}'_{ij}^y = \dot{e}_{ij}^y - \delta_{ij}\dot{e} - \dot{e}_{ij}^n$  определяется в виде:

$$D_J \dot{\sigma}'_{ij} = 2G \dot{e}'_{ij}^y, \quad D_J \dot{\sigma}'_{ij} = \dot{\sigma}'_{ij} - \dot{\omega}_{ik} \sigma'_{kj} - \dot{\omega}_{jk} \sigma'_{ik}, \quad \dot{\omega}_{ij} = \frac{1}{2}(\dot{u}_{i,j} - \dot{u}_{j,i}), \quad (6)$$

где  $D_J$  – производная Яуманна;  $G$  – модуль сдвига;  $\delta_{ij}$  – символ Кронекера.

Связь между скоростями шаровых составляющих напряжений  $\dot{\sigma}$  и деформаций  $\dot{e}$  полагается линейной:

$$\dot{\sigma} = 3K\dot{e}, \quad \dot{\sigma} = \frac{1}{3}\dot{\sigma}_{ii}, \quad \dot{e} = \frac{1}{3}\dot{e}_{ii}, \quad \dot{e}_{ii}^n = 0, \quad (7)$$

где  $K$  – модуль объемного сжатия.

Уравнение поверхности текучести, ограничивающей в пространстве девиаторов напряжений область упругих состояний, принимается в форме Мизеса. Скорости пластических составляющих деформации определяются ассоциированным законом течения:

$$\dot{e}_{ij}^n = \lambda s_{ij}, \quad s_{ij}s_{ij} = \frac{2}{3}C^2, \quad s_{ij} = \sigma_{ij} - \delta_{ij}\sigma, \quad \sigma = \frac{1}{3}\sigma_{ii}, \quad (8)$$

здесь  $C = C(\kappa)$  – радиус поверхности текучести ( $\kappa = \sqrt{2/3} \int_0^t \sqrt{\dot{e}_{ij}^n \dot{e}_{ij}^n} dt$  – параметр Одквиста). Параметр  $\lambda$  тождественно равен нулю при упругом деформировании, а при пластическом деформировании определяется из условия прохождения мгновенной поверхности текучести через конец вектора догрузки.

Определяющая система уравнений при заданных начальных и граничных условиях решается по явной конечно-разностной схеме интегрирования по времени типа «крест». Пространственные производные аппроксимируются исходя из дивергентной схемы в предположении линейного изменения вдоль каждой из сторон четырехугольной элементарной ячейки. Перемещения и скорости перемещений определяются в узлах разностной сетки, а тензоры напряжений и скоростей деформаций – в центрах ячеек.

Для задания свойств материала в рассматриваемой модели необходимо знать скалярную функцию  $C(\kappa)$ , которая определяется из экспериментов на растяжение. При моделировании процесса растяжения стержня без учета скоростного упрочнения в качестве  $C(\kappa)$  используется истинная диаграмма деформирования, в случае учета скоростного упрочнения – зависимость (1).

В [31–35] предложены экспериментально-расчетные методики построения истинных диаграмм деформирования упругопластических материалов на основе анализа отклонений экспериментальной и расчетной зависимости силы от перемещения образцов. Используя данный подход, можно определять параметры модели (1) при растяжении образцов в режиме сверхпластичности. На основе экспериментальной зависимости силы от перемещения определяется истинная диаграмма деформирования материала  $\tilde{\sigma}_i(e_i)$  при постоянной скорости деформаций. Затем находится значение коэффициента скоростного упрочнения  $n$  на основе линейного экстраполирования и метода деления отрезка пополам пропорционально отклонению зависимости силы от перемещения в эксперименте и расчете при различных значениях коэффициента.

В [36] приведены экспериментальные результаты растяжения цилиндрического стержня в условиях сверхпластического деформирования. Материал образца – сплав титана ВТ9. Определен температурно-скоростной режим сверхпластического течения: температура  $950^{\circ}\text{C}$ , постоянная скорость деформации  $2 \cdot 10^{-3} \text{ с}^{-1}$ . Эксперимент проводится при условии, что цилиндрический стержень длиной  $L$  растягивается с осевой скоростью  $\dot{L}$  таким образом, что выполняется соотношение:

$$\frac{\dot{L}}{L} = c = \text{const}, \quad \text{то есть } L = L_0 e^{ct}. \quad (9)$$

На рис. 1 представлена полученная в [36] зависимость осевого усилия на торце от относительного удлинения стержня, где  $L_0$  – начальная длина образца,  $\Delta L$  – перемещение торца в процессе нагружения,  $F$  – растягивающее усилие на торце. Начальный радиус и длина рабочей части образца  $R_0 = 0,5 \text{ см}$ ,  $L_0 = 3,5 \text{ см}$  соответственно.

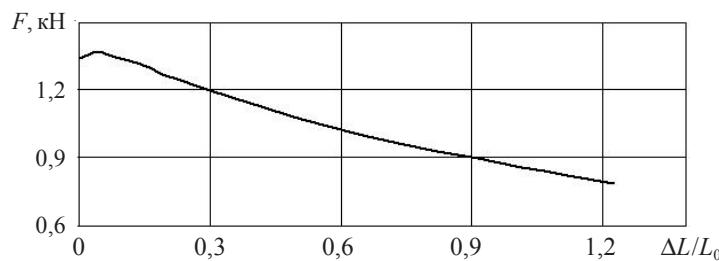


Рис. 1

Для оснащения модели (1) сначала определяем истинную диаграмму деформирования материала при постоянной скорости деформаций. В предположении несжимаемости материала, равномерного и одноосного распределения деформаций и напряжений в стержне строим истинную диаграмму деформирования сплава титана ВТ9  $\sigma_i(e_i)$  (рис. 2) по формулам:

$$\sigma_i = \frac{F}{\pi R^2}, \quad R = R_0 \sqrt{\frac{L_0}{L}}, \quad e_i = \ln\left(\frac{L}{L_0}\right), \quad (10)$$

где  $F$  – растягивающее усилие;  $R_0, R$  – начальный и текущий радиусы рабочей части образца;  $L_0, L$  – начальная и текущая длины рабочей части образца;  $\sigma_i$  – интенсивность истинных напряжений;  $e_i$  – интенсивность логарифмических деформаций.

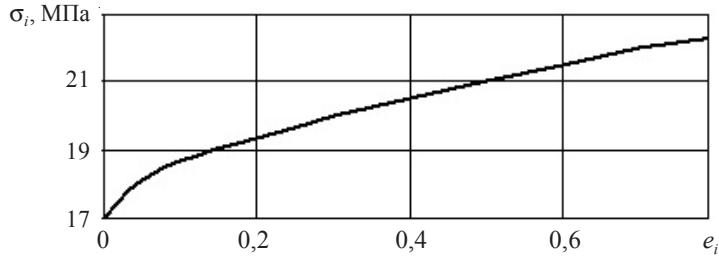


Рис. 2

Для проведения расчетов в режиме сверхпластичности необходимо определить скоростной режим  $v(t)$  растяжения стержня при условии (9).

Следует отметить, что при растяжении стержней с учетом зависимости свойств материалов от скорости деформаций (1) пластические деформации возникают и в опорных частях стержня, так как скорость деформаций здесь меньше, чем в рабочей части стержня. Для того чтобы попасть в скоростной режим (9), начальную длину  $L_0$  необходимо задавать с учетом всей деформированной части стержня. На основе вычислительных экспериментов для рассматриваемой задачи получено значение  $L_0 = 5$  см.

Численное моделирование растяжения стержня проводилось с учетом плоскости симметрии. На рис. 3 показаны результаты численного решения задачи растяжения стержня с использованием истинной диаграммы деформирования (см. рис. 2) без учета влияния скорости деформаций на свойства материала.

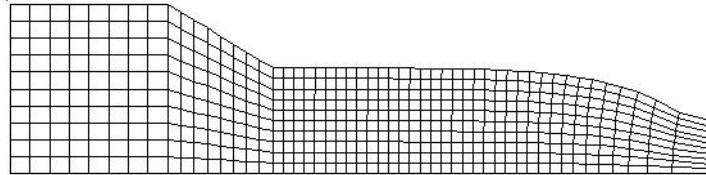


Рис. 3

На рис. 4 показана зависимость осевого усилия на торце от относительного удлинения образца (сплошная линия – результат расчета, пунктирная – результат эксперимента). На рис. 4, 6 и 8 введены обозначения:  $L_0$  – начальная длина образца,  $\Delta L$  – перемещение торца в процессе нагружения,  $F$  – растягивающее усилие на торце. Получено хорошее соответствие между результатами эксперимента и расчета до максимума по осевым усилиям. На закритической ветви наблюдается большое расхождение результатов, так как при численном моделировании возникает локализация деформаций в виде шейки (см. рис. 3).

При растяжении стержня из упругопластического материала, свойства которого мало чувствительны к изменению скорости деформаций, происходит образование шейки [37]. Момент потери устойчивости пластического деформирования соответствует максимуму на диаграмме сила–перемещение. Критерием начала образования шейки служит условие  $dF = 0$ .

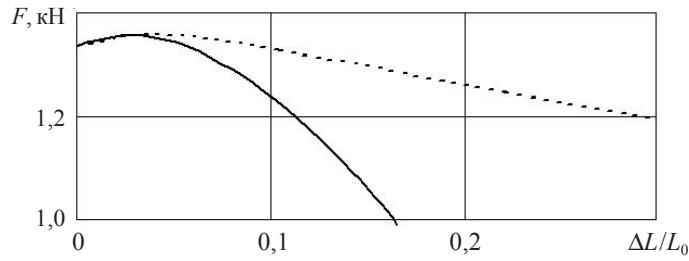


Рис. 4

Из (6) с учетом несжимаемости материала следует:

$$\frac{d\sigma_i}{de_i} = \sigma_i,$$

где  $\sigma_i$  – интенсивность истинных напряжений,  $e_i$  – интенсивность логарифмических деформаций.

При деформировании стержня в режиме сверхпластичности наблюдается максимум на условной диаграмме деформирования, но ярко выраженной локализации деформаций в этом случае не происходит. В зоне образования шейки скорость деформаций резко возрастает и происходит сглаживание концентраторов напряжений и деформаций.

Для определения параметра скоростного упрочнения (1) первоначально проводится численное моделирование растяжения стержня с учетом влияния скоростного упрочнения со значением коэффициента  $n = 0,1$ . На рис. 5 представлены результаты численного решения осесимметричной задачи растяжения стержня с плоскостью симметрии.

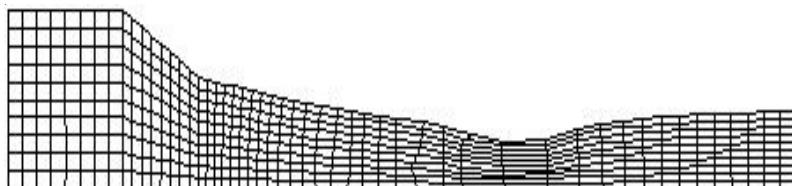


Рис. 5

На рис. 6 показана зависимость осевого усилия на торце от относительного удлинения стержня (сплошная линия – результат расчета, пунктирная – результат эксперимента).

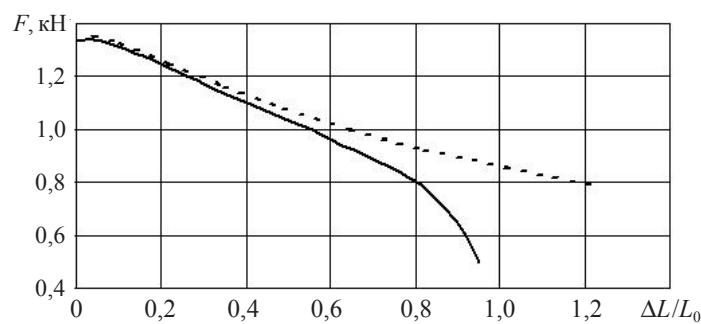


Рис. 6

Далее проводится корректировка значения коэффициента  $n$  пропорционально отклонению значений силы в эксперименте и расчете. Для рассматриваемой задачи растяжения стержня из сплава титана ВТ9 при температуре 950 °C и при постоянной скорости деформаций  $2 \cdot 10^{-3}$  с<sup>-1</sup> наилучшее согласование с экспериментом получено при значении коэффициента  $n = 0,55$ . На рис. 7 представлены результаты численного решения задачи растяжения стержня с плоскостью симметрии и учетом влияния скорости деформаций на свойства материала в виде (1) с коэффициентом  $n = 0,55$ . Как видно из рисунка, при растяжении не происходит локализации деформаций в виде шейки.



Рис. 7

На рис. 8 показана зависимость осевого усилия на торце от относительного удлинения стержня (сплошная линия – результат расчета, штриховая – результат эксперимента). В этом случае экспериментальная и расчетная зависимости осевых усилий от относительного удлинения стержня практически совпадают.

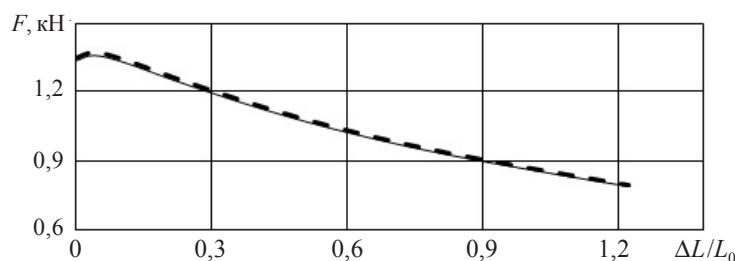


Рис. 8

### Заключение

Проведен сравнительный анализ результатов численного и натурного экспериментов растяжения цилиндрического стержня из сплава титана ВТ9 в режиме сверхпластичности. В качестве определяющих соотношений поведения материала в режиме сверхпластичности рассматривалась зависимость  $\sigma_i = \tilde{\sigma}_i(e_i)(\dot{e}_i/\dot{e}_i^*)^n$ . На основе экспериментально-расчетного подхода предложена методика определения коэффициента скоростного упрочнения  $n$  на основе одного эксперимента растяжения образца с постоянной скоростью деформаций. Для сплава титана ВТ9 при температуре 950 °C и скорости деформации  $2 \cdot 10^{-3}$  с<sup>-1</sup> определено значение коэффициента  $n = 0,55$ , при котором получено хорошее соответствие с экспериментальным результатом. Этот подход можно применять и при других видах нагружения в режиме сверхпластичности независимо от формы поперечного сечения образцов. Подход предполагает проведение совместного анализа результатов эксперимента и полномасштабного (в рамках механики сплошных сред) компьютерного моделирования процессов деформирования лабораторных образцов или элементов конструкций без принятия априорных силовых и кинематических гипотез. Таким образом, область применимости экспериментально-расчетной методики определяется областью при-

менимости математической модели упругопластических сред с учетом скоростного упрочнения.

#### *Список литературы*

1. Александров И.В., Валиев Р.З. *Наноструктурные материалы, полученные интенсивной пластической деформацией*. М.: Логос, 2000. 272 с.
2. Смирнов О.М. *Обработка металлов давлением в состоянии сверхпластичности*. М.: Машиностроение, 1979. 184 с.
3. Корзников А.В., Корзникова Г.Ф., Зарипова Р.Г., Закирова А.А. Сверхпластичность сталей и сплавов на основе железа. Обзор. *Письма о материалах*. 2012. Т. 2. №3. С. 170–176.
4. Namas Chandra. Constitutive behavior of superplastic materials. *International Journal of Non-Linear Mechanics*. 2002. No 37. P. 461–484.
5. Kaibyshev O.A. Fundamental aspects of superplastic deformation. *Materials Science and Engineering: A*. 2002. **324**. P. 96–102.
6. Чумаченко Е.Н., Смирнов О.М., Цепин М.А. *Сверхпластичность: материалы, теория, технологии*. М.: КомКнига, 2009. 319 с.
7. Останина Т.В., Трусов П.В. Трехуровневая иерархическая модель структурной сверхпластичности. *Физическая мезомеханика*. 2001. Т. 4. №5. С. 55–65.
8. Васин Р.А., Быля О.И. О формулировке условия сверхпластичности в задачах механики (проблема его экспериментального построения). *Письма о материалах*. 2013. Т. 3. №2. С. 95–98.
9. Васин Р.А., Быля О.И., Блеквелл П.Л., Чистяков П.В. Горячее деформирование сплавов: характерные структурно-механические свойства и определяющие соотношения, используемые для моделирования технологических процессов. *Механика машин, механизмов и материалов*. 2016. №4 (37). С. 75–81.
10. Пшеничнюк А.И., Кайбышев О.А., Астанин В.В. О возможности использования физических моделей при построении определяющих соотношений сверхпластичности. *Вестник ПГТУ. Математическое моделирование систем и процессов*. 1998. №6. С. 92–98.
11. Ridley N., Bate P.S., Zhang B. Material modelling data for superplastic forming optimization. *Materials Science and Engineering: A*. 2005. Vol. 410–411. P. 100–104.
12. Urdanpilleta M., Gil Sevillano J. A novel method of analysis of superplastic behavior. *Materials Letters*. 2004. No 58. P. 3052–3057.
13. Hart E.W. Theory of the tensile test. *Acta Metallurgica*. 1967. Vol. 15. P. 352–355.
14. Перевезенцев В.Н., Чувильдеев В.Н. Высокоскоростная сверхпластичность микрокристаллических алюминиевых сплавов. *Механика оболочек и пластин. Сб. докладов XX Международной конференции по теории оболочек и пластин*. 17–19 сент. 2002 г. Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2002. С. 58–77.
15. Backofen W.A., Turner I.R., Avery D.H. Superplasticity in an Al–Zn Alloy. *Trans. ASME*. 1964. Vol. 57. P. 980–990.
16. Васин Р.А., Еникеев Ф.У. *Введение в механику сверхпластичности*. В 2 ч. Ч. I. Уфа: Гилем, 1998. 280 с.
17. Самойлова А.Ю., Загиров Т.М., Еникеев Ф.У., Круглов А.А. Анализ напряженно-деформированного состояния в очаге деформации при сверхпластической формовке круглой мембранны. Часть I. Проблемы моделирования процесса сверхпластической формовки. *Письма о материалах*. 2013. Т. 3. №1. С. 41–44.
18. Самойлова А.Ю., Ганиева В.Р., Еникеев Ф.У., Круглов А.А. Анализ напряженно-деформированного состояния в очаге деформации при сверхпластической формовке круглой мембранны. Часть II. Моделирование процесса сверхпластической формовки. *Письма о материалах*. 2013. Т. 3. №3. С. 252–256.
19. Жеребцов Ю.В., Загиров Т.М., Аюпов И.Ф., Еникеев Ф.У. Компьютерное моделирование процессов сверхпластической формовки ультрамелкозернистых листовых материалов. *Обработка металлов. Технология*. 2010. №2 (47). С. 3–7.
20. Bonet J., Gil A., Wood R.D., Said R., Curtis R.V. Simulating superplastic forming. *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* 2006. No 195. P. 6580–6603.

21. Giuliano G., Franchitti S. On the evaluation of superplastic characteristics using the finite element method. *International Journal of Machine Tools & Manufacture*. 2007. No 47. P. 471–476.
22. Giuliano G. Failure analysis in superplastic materials. *International Journal of Machine Tools & Manufacture*. 2006. No 46. P. 1604–1609.
23. Yenihayat O.F., Mimaroglu A., Unal H. Modeling and tracing the super plastic deformation process of 7075 aluminum alloy sheet: use of finite element technique. *Materials and Design*. 2005. No 26. P. 73–78.
24. Guofeng Wang, Kaifeng Zhang, Guoqing Chen, Zhenjie Wang, Wenbo Han. Numerical simulation and experimental research on superplasticity of ceramic/ceramic laminated composite. *Ceramics International*. 2005. No 31. P. 923–927.
25. Carrino L., Giuliano G., Palmieri C. On the optimisation of superplastic forming processes by the finite-element method. *Journal of Materials Processing Technology*. 2003. No 143–144. P. 373–377.
26. Тулупова О.П., Ганиева В.Р., Круглов А.А., Еникеев Ф.У. Новая методика идентификации определяющих соотношений по результатам технологических экспериментов. *Письма о материалах*. 2017. Т. 7. №1. С. 68–71.
27. Ганиева В.Р., Кутглуева А.И., Еникеев Ф.У. Методика определения параметров точки перегиба сигмоидальной кривой сверхпластичности. *Проблемы машиностроения и автоматизации*. 2012. №1. С. 132–138.
28. Самойлова А.Ю., Ганиева В.Р., Еникеев Ф.У., Круглов А.А. Методика расчета значений реологических параметров для сверхпластичных материалов. *Письма о материалах*. 2012. Т. 2. №4. С. 240–244.
29. Васин Р.А., Еникеев Ф.У., Круглов А.А., Сафиуллин Р.В. Об идентификации определяющих соотношений по результатам технологических экспериментов. *Механика деформируемого твердого тела*. 2003. №2. С. 111–123.
30. Баженов В.Г., Зефиров С.В., Кочетков А.В. и др. Пакет прикладных программ «Динамика-2». *Прикладные проблемы прочности и пластичности. Алгоритмизация и автоматизация исследований*. 1987. Вып. 35. С. 4–13.
31. Баженов В.Г., Зефиров С.В., Крамарев Л.Н., Осетров С.Л., Павленкова Е.В. Способ определения деформационных и прочностных свойств материалов при больших деформациях и неоднородном напряженно-деформированном состоянии. Патент на изобретение №2324162. Заявка №2006115805. Опубл. 10.05.2008. Бюлл. №13.
32. Баженов В.Г., Зефиров С.В., Осетров С.Л. Экспериментально-расчетный метод построения истинных диаграмм деформирования при больших деформациях на основе испытаний на твердость. *Докл. РАН*. 2006. Т. 407. №2. С. 183–185.
33. Баженов В.Г., Зефиров С.В., Осетров С.Л. Экспериментально-расчетный метод идентификации деформационных и прочностных свойств материалов. *Заводская лаборатория. Диагностика материалов*. 2006. Т. 72. №9. С. 39–45.
34. Баженов В.Г., Зефиров С.В., Осетров С.Л. Метод идентификации деформационных и прочностных свойств металлов и сплавов. *Деформация и разрушение материалов*. 2007. №3. С. 43–48.
35. Баженов В.Г., Ломунов В.К., Осетров С.Л., Павленкова Е.В. Экспериментально-расчетный метод исследования больших упругопластических деформаций цилиндрических оболочек при растяжении до разрыва и построение диаграмм деформирования при неоднородном напряженно-деформированном состоянии. *Прикладная механика и техническая физика*. 2013. Т. 54. №1. С. 116–124.
36. Бердин В.К., Кашаев Р.М. Об определении напряженного состояния при растяжении с кручением сплошного цилиндра. *Проблемы прочности*. 2001. №1. С. 28–37.
37. Малинин Н.Н. *Прикладная теория пластичности и ползучести*. М.: Машиностроение, 1975. 399 с.

#### References

- Aleksandrov I.V., Valiev R.Z. *Nanostrukturye materialy, poluchennye intensivnoy plasticheskoy deformatsiei* [Nanostructured Materials Obtained by Severe Plastic Deformation]. Moscow. Logos Publ. 2000. 272 p. (In Russian).

2. Smirnov O.M. *Obrabotka metallov davleniem v sostoyanii sverkhplastichnosti* [Processing of Metals by Pressure in a State of Superplasticity]. Moscow. Mashinostroenie Publ. 1979. 184 p. (In Russian).
3. Korznikov A.V., Korznikova G.F., Zaripova R.G., Zakirova A.A. Sverkhplastichnost staley i splavov na osnove zheleza. Obzor [Steels and iron alloy materials superplasticity. Survey]. *Pisma o materialakh* [Letters on Materials]. 2012. Vol. 2. No 3. P. 170–176 (In Russian).
4. Namas Chandra. Constitutive behavior of superplastic materials. *International Journal of Non-Linear Mechanics*. 2002. No 37. P. 461–484.
5. Kaibyshev O.A. Fundamental aspects of superplastic deformation. *Materials Science and Engineering: A*. 2002. **324**. P. 96–102.
6. Chyumachenko E.N., Smirnov O.M., Tsepina M.A. *Sverkhplastichnost: materialy, teoriya, tekhnologii* [Superplasticity: Materials, Theory, Technology]. Moscow. KomKniga Publ. 2009. 319 p. (In Russian).
7. Ostanina T.V., Trusov P.V. Trekhurovnevaya ierarkhicheskaya model strukturnoy sverkhplastichnosti [Three-level hierarchical model of structural superplasticity]. Fizicheskaya mezomekhanika [Physical Mesomechanics]. 2001. Vol. 4. No 5. P. 55–65 (In Russian).
8. Vasin R.A., Bylya O.I. O formulirovke usloviya sverkhplastichnosti v zadachakh mekhaniki (problema ego eksperimentalnogo postroeniya) [On the formulation of superplasticity criterion in the problems of mechanics (the problem of its experimental design)]. *Pisma o materialakh* [Letters on Materials]. 2013. Vol. 3 No 2. P. 95–98 (In Russian).
9. Vasin R.A., Bylya O.I., Blackwell P.L., Chistyakov P.V. Goryachee deformirovaniye splavov: kharakternye strukturno-mekhanicheskie svoystva i opredelyayushchie sootnosheniya, ispolzuemye dlya modelirovaniya tekhnologicheskikh protsessov [Hot deformation of alloys: typical structural-mechanical properties and constitutive relationships used for modeling of technological processes]. *Mekhanika mashin, mehanizmov i materialov* [Mechanics of Machines, Mechanisms and Materials]. 2016. No 4(37). P. 75–81 (In Russian).
10. Pshenichnyuk A.I., Kaibyshev O.A., Actanin V.V. O vozmozhnosti ispolzovaniya fizicheskikh modeley pri postroenii opredelyayushchikh sootnosheniya sverkhplastichnosti [On the possibility of using physical models in the construction of constitutive equations for superplasticity]. *Vestnik PGTU. Matematicheskoe modelirovanie sistem i protsessov* [PGTU Bulletin. Mathematical Modeling of Systems and Processes]. 1998. No 6. P. 92–98 (In Russian).
11. Ridley N., Bate P.S., Zhang B. Material modelling data for superplastic forming optimization. *Materials Science and Engineering: A*. 2005. Vol. 410–411. P. 100–104.
12. Urdanpilleta M., Gil Sevillano J. A novel method of analysis of superplastic behavior. *Materials Letters*. 2004. No 58. P. 3052–3057.
13. Hart E.W. Theory of the tensile test. *Acta Metallurgica*. 1967. Vol. 15. P. 352–355.
14. Perevezentsev V.N., Chyuvil'deev V.N. Vysokoskorostnaya sverkhplastichnost mikrokristalicheskikh aluminievyykh splavov [High-speed superplasticity of microcrystalline aluminum alloys]. *Mekhanika obolochek i plastin. Sb. dokladov XX Mezhdunarodnoy konferentsii po teorii obolochek i plastin*. [The Mechanics of Shells and Plates. A Collection of Papers of XX International Conference on Theory of Shells and Plates]. 17–19 sentyabrya 2002 g. Nizni Novgorod. UNN Publ. P. 58–77 (In Russian).
15. Backofen W.A., Turner I.R., Avery D.H. Superplasticity in an Al–Zn Alloy. *Trans. ASME*. 1964. Vol. 57. P. 980–990.
16. Vasin R.A., Enikeev F.U. *Vvedenie v mekhaniku sverkhplastichnosti*. V 2 chastyakh. Chast 1 [Introduction to the Mechanics of Superplasticity]. In 2 parts. Part I. Ufa. Gilem Publ. 1998. 280 p. (In Russian).
17. Samoilova A.Yu., Ganieva V.R., Enikeev F.U., Kruglov A.A. Analiz napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya v ochage deformatsii pri sverkhplasticheskoy formovke krugloy membrany. Chast I. Problemy modelirovaniya protsessa sverkhplasticheskoy formovki [Stress analysis of the superplastic forming of circular membrane. Part I. Problems of modelling of superplastic forming]. *Pisma o materialakh* [Letters on Materials]. 2013. Vol. 3. No 1. P. 41–44 (In Russian).
18. Samoilova A.Y., Ganieva V.R., Enikeev F.U., Kruglov A.A. Analiz napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya v ochage deformatsii pri sverkhplasticheskoy formovke krugloy

- membrany. Chast II. Modelirovanie protsessa sverkhplasticheskoy formovki [Stress analysis of the superplastic forming of circular membrane. Part II. Modelling of superplastic forming]. *Pisma o materialakh [Letters on Materials]*. 2013. Vol. 3. No 3. P. 252–256 (In Russian).
19. Zherebtsov Yu.V., Zagirov T.M., Ayupov I.F., Enikeev F.U. Kompyuternoe modelirovanie protsessov sverkhplasticheskoy formovki ultramelkozernistykh listovykh materialov [Computer simulation of superplastic forming of ultrafine-grained sheet materials]. *Obrabotka metallov. Tekhnologiya [Processing of Metals. Technology]*. 2010. No 2(47) P. 3–7 (In Russian).
20. Bonet J., Gil A., Wood R.D., Said R., Curtis R.V. Simulating superplastic forming. *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* 2006. No 195. P. 6580–6603.
21. Giuliano G., Franchitti S. On the evaluation of superplastic characteristics using the finite element method. *International Journal of Machine Tools & Manufacture*. 2007. No 47. P. 471–476.
22. Giuliano G. Failure analysis in superplastic materials. *International Journal of Machine Tools & Manufacture*. 2006. No 46. P. 1604–1609.
23. Yenihayat O.F., Mimaroglu A., Unal H. Modelling and tracing the super plastic deformation process of 7075 aluminium alloy sheet: use of finite element technique. *Materials and Design*. 2005. No 26. P. 73–78.
24. Guofeng Wang, Kaifeng Zhang, Guoqing Chen, Zhenjie Wang, Wenbo Han. Numerical simulation and experimental research on superplasticity of ceramic/ceramic laminated composite. *Ceramics International*. 2005. No 31. P. 923–927.
25. Carrino L., Giuliano G., Palmieri C. On the optimisation of superplastic forming processes by the finite-element method. *Journal of Materials Processing Technology*. 2003. No 143–144. P. 373–377.
26. Tulupova O.P., Ganieva V.R., Kruglov A.A., Enikeev F.U. Novaya metodika identifikatsii opredelyayushchikh sootnosheni po rezultatam tekhnologicheskikh eksperimentov [A new method of identification of constitutive equations according to the results of technological experiments]. *Pisma o materialakh [Letters on Materials]*. 2017. Vol. 7. No 1. P. 68–71 (In Russian).
27. Ganieva V.R., Kutlueva A.I., Enikeev F.U. Metodika opredeleniya parametrov tochki peregiba sigmoidalnoy krivoy sverkhplastichnosti [Method to determine the optimal conditions for superplastic flow]. *Problemy mashinostroeniya i avtomatizatsii [Engineering & Automation Problems]*. 2012. No 1. P. 132–138 (In Russian).
28. Samoilova A.Y., Ganieva V.R., Enikeev F.U., Kruglov A.A. Metodika rascheta znacheniy reologicheskikh parametrov dlya sverkhplastichnykh materialov [Analysis rheological parameters for superplastic materials]. *Pisma o materialakh [Letters on Materials]*. 2012. Vol. 2. No 4. P. 240–244 (In Russian).
29. Vasin R.A., Enikeev F.U., Kruglov A.A., Safiulin R.B. Ob identifikatsii opredelyayushchikh sootnosheni po rezultatam tekhnologicheskikh eksperimentov [Identification of defining relations according to the results of technological experiments]. *Mekhanika deformiruemogo tverdogo tela [Mechanics of Deformable Solids]*. 2003. No 2. P. 111–123 (In Russian).
30. Bazhenov V.G., Zefirov S.V., Kochetkov A.V. et al. Paket prikladnykh programm “Dinamika-2” [The software package “Dynamika-2”]. *Prikladnye problemy prochnosti i plastichnosti. Algoritmizatsiya i avtomatizatsiya issledovaniy [Applied Problems of Strength and Plasticity. Algorithmization and Automation of Research]*. 1987. Iss. 35. P. 4–13 (In Russian).
31. Bazhenov V.G., Zefirov S.V., Kramarev L.N., Osetrov S.L., Pavlenkova E.V. *Sposob opredeleniya deformatsionnykh i prochnostnykh svoystv materialov pri bolshikh deformatsiyakh i neodnorodnom napryazhennno-deformirovannom sostoyanii* [The Method of Determining the Deformation and Strength Properties of Materials at High Strain and Heterogeneous Stress-strain State]. Patent na izobretenie №2324162. Zayavka №2006115805. Opublikovano 10.05.2008. Byulleten №13 [The patent for the invention №2324162. Application No 2006115805. Published 10.05.2008. Bulletin No 13] (In Russian).
32. Bazhenov V.G., Zefirov S.V., Osetrov S.L. Experimental and computing method for constructing true deformation diagrams at large strains on the basis of tests for hardness. *Doklady Physics*. 2006. Vol. 51. No 3. P. 118–121.
33. Bazhenov V.G., Zefirov S.V., Osetrov S.L. Eksperimentalno-raschetnyy metod identifikatsii deformatsionnykh i prochnostnykh svoystv materialov [Experimental-calculating method of deformation and strength properties identification of materials]. *Zavodskaya laboratoriya. Diagnostika*

- materialov [Industrial Laboratory]*. 2006. Vol. 72. No 9. P. 39–45 (In Russian).
34. Bazhenov V.G., Zefirov S.V., Osetrov S.L. Metod identifikatsii deformatsionnykh i prochnostnykh svoystv metallov i splavov [The method of identifying the deformation and strength properties of metals and alloys]. *Deformatsiya i razrushenie materialov [Russian Metallurgy (Metally)]*. 2007. No 3. P. 43–48 (In Russian).
35. Bazhenov V.G., Lomunov V.K., Osetrov S.L., Pavlenkova E.V. Experimental and computational method of studying large elastoplastic deformations of cylindrical shells in tension to rupture and constructing strain diagrams for an inhomogeneous stress-strain state. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. 2013. Vol. 54. No 1. P. 100–107.
36. Berdin V.K., Kashaev R.M. On determination of stressed state of solid cylinder under tension with torque. *Strength of Materials*. 2001. No 1. P. 28–37.
37. Malinin N.N. *Prikladnaya teoriya plastichnosti i polzuchesti [Applied Theory of Plasticity and Creep]*. Moscow. Mashinostroenie Publ. 1975. 399 p. (In Russian).

## NUMERICALLY MODELING TENSION OF A ROD AND IDENTIFYING MATERIAL DEFORMATION PARAMETERS IN THE SUPER-PLASTICITY MODE

**Bazhenov V.G., Osetrov S.L., Osetrov D.L.**

*Research Institute of Mechanics University of Nizhni Novgorod,  
Nizhni Novgorod, Russian Federation*

An experimental-computational approach to constructing a relation between stress intensity and strain rate for a specimen loaded in tension in the super-plasticity mode is introduced, which involves a combined analysis of experimental results and results of full-scale computer modeling (in the framework of mechanics of solids) of deformation processes in laboratory specimens or structural elements without assuming any apriori loading or kinematic hypotheses. The scope of applicability of the introduced approach is determined by that of the mathematical model of elastoplastic media accounting for strain-rate hardening.

The application of the approach is demonstrated by analyzing the results of numerical and full-scale experiments with a cylindrical rod of the VT9 alloy loaded in tension with a constant strain rate, based on a single experiment in the super-plasticity mode. The numerical and full-scale experiments are in good agreement. The introduced approach can be used for other types of loading in the super-plasticity mode, independent of the cross-section geometry of specimens.

*Keywords:* superplasticity, experimental design method, stability analysis, numerical simulation.