

УДК 539.3

**ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ДИНАМИЧЕСКОГО
ДЕФОРМИРОВАНИЯ И ПОТЕРИ УСТОЙЧИВОСТИ
ПРЕДВАРИТЕЛЬНО НАПРЯЖЕННЫХ КОМПОЗИТНЫХ
ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК***

© 2017 г.

Абросимов Н.А., Елесин А.В.

*Научно-исследовательский институт механики
Национального исследовательского Нижегородского государственного
университета им. Н.И. Лобачевского, Нижний Новгород, Российская Федерация*

abrosimov@mech.unn.ru

Поступила в редакцию 08.09.2017

Разработана методика численного исследования нелинейного нестационарного деформирования и потери устойчивости цилиндрических оболочек из композитных материалов при комбинированных квазистатических и импульсных воздействиях. Кинематическая модель деформирования композитного материала основана на прикладной геометрически нелинейной теории оболочек. Геометрические зависимости базируются на соотношениях простейшего квадратичного варианта нелинейной теории упругости. Физические соотношения композитного слоя формулируются на основе обобщенного закона Гука для ортотропного материала с учетом гипотез прикладной теории оболочек. Энергетически согласованная система уравнений движения в прикладной теории оболочек выводится из условия стационарности функционала полной энергии оболочки. Критическая нагрузка потери устойчивости определяется по характерному излому на кривой зависимости максимального прогиба от амплитуды воздействия. Численный метод решения сформулированной задачи основывается на явной вариационно-разностной схеме. Квазистатический режим нагрузки моделируется заданием внутреннего давления в виде линейно растущей функции с выходом на стационарное значение в течение трех периодов колебаний композитной цилиндрической оболочки по нижней форме. Проведено тестирование предложенной методики, и проанализированы формы и критические нагрузки потери устойчивости композитной цилиндрической оболочки в зависимости от уровня предварительной нагрузки и скорости роста импульса внешнего давления.

Ключевые слова: композитные материалы, цилиндрические оболочки, потеря устойчивости, численное моделирование, квазистатическое и импульсное нагружение.

* Выполнено при частичном финансировании РНФ (проект №16-19-10237) в части разработки методики расчета композитных цилиндрических оболочек при комбинированных нагрузках и РФФИ (гранты №15-08-04268, №16-08-01124).

Введение

Композитные материалы благодаря высоким прочностным и жесткостным характеристикам открывают широкие возможности для создания рациональных конструкций в различных областях современной техники. Для эффективного использования потенциальных возможностей композитных материалов необходимо всестороннее исследование динамического деформирования и потери устойчивости элементов конструкций из композитных материалов при совместных квазистатических и динамических воздействиях.

Имеющиеся в этом направлении исследования посвящены, как правило, анализу нелинейного поведения и потери устойчивости цилиндрических оболочек из традиционных изотропных материалов [1–10]. В статье [1] приведены результаты экспериментально-теоретического исследования области неустойчивости стальной цилиндрической оболочки при импульсном нагружении внешним давлением в комбинации с внешним (или внутренним) статическим давлением. В [2] представлены результаты экспериментальных исследований влияния внутреннего статического давления и скорости нагружения на устойчивость алюминиевых цилиндрических оболочек при импульсном нагружении внешним давлением.

Экспериментальный анализ выпучивания тонкостенных цилиндрических оболочек при локальном импульсном нагружении внешним давлением и различных значениях усилий осевого статического сжатия представлен в [3]. В публикациях [4, 5] приведены результаты исследования устойчивости цилиндрических оболочек, подвергающихся воздействию осевых статических сил и набегающей в направлении продольной оси волны давления.

В то же время нелинейные пространственные задачи динамического деформирования и потери устойчивости предварительно нагруженных композитных цилиндрических оболочек исследованы явно недостаточно [11–15].

В настоящей статье изложена методика численного исследования нелинейного нестационарного деформирования и потери устойчивости цилиндрических оболочек из композитных материалов при комбинированных квазистатических и импульсных воздействиях.

1. Постановка и метод решения задачи

Рассмотрим цилиндрическую оболочку, образованную перекрестной намоткой однонаправленного композитного материала, в ортогональной криволинейной системе координат α_i ($i = \overline{1, 3}$), совпадающей с линиями главных кривизн и внешней нормалью к внутренней поверхности оболочки. Коэффициенты Ламе рассматриваемой оболочки $H_1 = 1$, $H_2 = 1 + k_2\alpha_3$, $H_3 = 1$, главные кривизны $k_1 = 0$, $k_2 = 1/R$, где R – радиус внутренней поверхности оболочки.

Компоненты нелинейного тензора деформаций прикладной теории цилиндрических оболочек можно представить в виде [16]:

$$e_{11} = \frac{1}{H_1} \left(\varepsilon_{11} + \frac{\varepsilon_{13}^2}{2} + \alpha_3 \chi_{11} \right),$$
$$e_{12} = \frac{1}{H_1} \left(\varepsilon_{12} + \frac{\varepsilon_{13}\varepsilon_{23}}{2} + \alpha_3 \chi_{12} \right) + \frac{1}{H_2} \left(\varepsilon_{21} + \frac{\varepsilon_{13}\varepsilon_{23}}{2} + \alpha_3 \chi_{21} \right),$$

$$e_{13} = \frac{1}{H_1}(\varphi_1 + \varepsilon_{13}),$$

$$(1 \leftrightarrow 2), \quad (1)$$

где

$$\varepsilon_{11} = \frac{\partial u_1}{\partial \alpha_1} + k_1 u_3, \quad \chi_{11} = \frac{\partial \varphi_1}{\partial \alpha_1},$$

$$\varepsilon_{12} = \frac{\partial u_2}{\partial \alpha_1}, \quad \chi_{12} = \frac{\partial \varphi_2}{\partial \alpha_1},$$

$$\varepsilon_{13} = \frac{\partial u_3}{\partial \alpha_1} - k_1 u_1,$$

$$(1 \leftrightarrow 2), \quad (2)$$

$u_i(\alpha_1, \alpha_2, t)$ ($i = \overline{1, 3}$) – перемещения точек внутренней поверхности в направлениях осей α_i ; φ_i ($i = 1, 2$) – углы поворота нормали к внутренней поверхности.

Символ $(1 \leftrightarrow 2)$, находящийся один в строке, означает, что каждое приведенное соотношение, расположенное перед данным символом, дополняется еще одним соотношением путем замены индексов 1 на 2, 2 на 1. Указанный символ, расположенный в строке с другими соотношениями, означает ту же операцию с соотношениями этой строки.

Физические соотношения элементарного слоя с учетом гипотез прикладной теории оболочек запишем в виде:

$$\sigma_{11} = \left(A_{11} - \frac{A_{13}^2}{A_{33}} \right) e_{11} + \left(A_{12} - \frac{A_{13}A_{23}}{A_{33}} \right) e_{22},$$

$$\sigma_{12} = A_{66}e_{12},$$

$$(1 \leftrightarrow 2), \quad (3)$$

$$\sigma_{13} = A_{44}e_{13},$$

$$\sigma_{23} = A_{55}e_{23},$$

где A_{mn} – жесткости однонаправленного слоя, которые вычисляются через модули упругости и коэффициенты Пуассона элементарного слоя и являются ступенчато изменяющимися функциями переменной α_3 .

Определяющие соотношения в изотропной оболочке формулируются на основе дифференциальной теории пластичности с линейным упрочнением [17]:

$$\sigma_{ij} = \frac{\nu E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} e + \frac{E}{2(1 + \nu)} e'_{ij},$$

$$e_{ij} = e'_{ij} + e''_{ij}, \quad e = e_{11} + e_{22} + e_{33}, \quad \dot{e}_{ij} = \dot{\gamma} S_{ij}, \quad \sigma = \frac{\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}}{3}, \quad (4)$$

$$\sum_{i,j=1}^3 S_{ij} S_{ij} = \frac{2}{3} \sigma_*^2, \quad S_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma \delta_{ij} - \rho_{ij}, \quad \rho_{ij} = 2g e''_{ij}, \quad e''_{ij} = \int_0^t \dot{e}''_{ij} dt,$$

где E – модуль упругости; ν – коэффициент Пуассона; e'_{ij} , e''_{ij} – упругие и пластичес-

кие компоненты тензора деформации; δ_{ij} – тензор Кронекера; σ_* , g – предел текучести и модуль упрочнения материала; $\dot{\gamma}$ – скалярный параметр.

Энергетически согласованная система уравнений движения в прикладной теории цилиндрических оболочек выводится из условия минимизации функционала полной энергии оболочки, который для цилиндрической оболочки со свободными торцами, нагруженной импульсом внутреннего (внешнего) давления, записываем в виде [17]:

$$\begin{aligned} & \iint_S \left[N_{11} \frac{\partial(\delta u_1)}{\partial \alpha_1} + N_{21} \frac{\partial(\delta u_1)}{\partial \alpha_2} + N_{22} \frac{\partial(\delta u_2)}{\partial \alpha_2} + N_{12} \frac{\partial(\delta u_2)}{\partial \alpha_1} - N_{23}^* k_2 \delta u_2 + \right. \\ & + N_{13}^* \frac{\partial(\delta u_3)}{\partial \alpha_1} + N_{23}^* \frac{\partial(\delta u_3)}{\partial \alpha_2} + N_{22} k_2 \delta u_3 + M_{11} \frac{\partial(\delta \varphi_1)}{\partial \alpha_1} + M_{21} \frac{\partial(\delta \varphi_1)}{\partial \alpha_2} + Q_{13} \delta \varphi_1 + \\ & \left. + M_{22} \frac{\partial(\delta \varphi_2)}{\partial \alpha_2} + M_{12} \frac{\partial(\delta \varphi_2)}{\partial \alpha_1} + Q_{23} \delta \varphi_2 \right] d\alpha_1 d\alpha_2 + \iint_S [(\bar{B}_{11} \ddot{u}_1 + \bar{B}_{12} \ddot{\varphi}_1) \delta u_1 + \\ & + (\bar{B}_{11} \ddot{u}_2 + \bar{B}_{12} \ddot{\varphi}_2) \delta u_2 + \bar{B}_{11} \ddot{u}_3 \delta u_3 + (\bar{B}_{22} \ddot{\varphi}_1 + \bar{B}_{21} \ddot{u}_1) \delta \varphi_1 + (\bar{B}_{22} \ddot{\varphi}_2 + \bar{B}_{21} \ddot{u}_2) \delta \varphi_2] d\alpha_1 d\alpha_2 - \\ & - \iint_S F_3 \delta u_3 d\alpha_1 d\alpha_2 = 0, \end{aligned} \quad (5)$$

где

$$(N_{11}, N_{12}, M_{11}, M_{12}, Q_{13}) = \int_0^h (\sigma_{11}, \sigma_{12}, \alpha_3 \sigma_{11}, \alpha_3 \sigma_{12}, \sigma_{13}) H_2 d\alpha_3,$$

$$N_{13}^* = Q_{13} + N_{11} \varepsilon_{13} + N_{12} \varepsilon_{23},$$

$$(1 \leftrightarrow 2),$$

$$\bar{B}_{11} = \rho \left(h + \frac{k_2 h^2}{2} \right); \quad \bar{B}_{22} = \rho \left(\frac{h^3}{3} + \frac{k_2 h^4}{4} \right); \quad \bar{B}_{12} = \bar{B}_{21} = \rho \left(\frac{h^2}{2} + \frac{k_2 h^3}{3} \right),$$

S – внутренняя поверхность оболочки, F_3 – нагрузка по направлению координатной оси α_3 ; ρ – плотность материала оболочки, h – толщина оболочки.

Усилия и моменты в соотношениях (5) можно представить через обобщенные деформационные характеристики ε_{11} , ε_{22} , ε_{12} , ε_{21} , ε_{13} , ε_{23} , χ_{11} , χ_{22} , χ_{12} , χ_{21} внутренней поверхности оболочки в виде [18]:

$$N_{11} = B_{11} \bar{\varepsilon}_{11} + B_{12} \bar{\varepsilon}_{22} + C_{11} \chi_{11} + C_{12} \chi_{22},$$

$$N_{12} = B_{33}^{11} \bar{\varepsilon}_{12} + B_{33}^{12} \bar{\varepsilon}_{21} + C_{33}^{11} \chi_{12} + C_{33}^{12} \chi_{21},$$

$$M_{11} = C_{11} \bar{\varepsilon}_{11} + C_{12} \bar{\varepsilon}_{22} + D_{11} \chi_{11} + D_{12} \chi_{22},$$

$$M_{12} = C_{33}^{11} \bar{\varepsilon}_{12} + C_{33}^{12} \bar{\varepsilon}_{21} + D_{33}^{11} \chi_{12} + D_{33}^{12} \chi_{21},$$

$$Q_{13} = K_1 (\varepsilon_{13} + \varphi_1),$$

$$(1 \leftrightarrow 2),$$

где

$$\bar{\varepsilon}_{11} = \varepsilon_{11} + \frac{\varepsilon_{13}^2}{2}, \quad \bar{\varepsilon}_{12} = \varepsilon_{12} + \frac{\varepsilon_{13} \varepsilon_{23}}{2}, \quad (1 \leftrightarrow 2),$$

$$\begin{aligned}
B_{jj} &= I_{jj}^{(0)}, \quad B_{12} = B_{21} = J_{12}^{(0)}, \quad C_{jj} = I_{jj}^{(1)}, \quad C_{12} = C_{21} = J_{12}^{(1)}, \\
B_{33}^{jj} &= I_{33,jj}^{(0)}, \quad B_{33}^{12} = B_{33}^{21} = J_{33}^{(0)}, \quad C_{33}^{jj} = I_{33,jj}^{(1)}, \quad C_{33}^{12} = C_{33}^{21} = J_{33}^{(1)}, \\
D_{jj} &= I_{jj}^{(2)}, \quad D_{12} = D_{21} = J_{12}^{(2)}, \quad D_{33}^{jj} = I_{33,jj}^{(2)}, \quad D_{33}^{12} = D_{33}^{21} = J_{33}^{(2)}, \\
K_j &= h^2 \left[\sum_{\kappa=1}^K \frac{H_j^{(\kappa)} \bar{h}_\kappa}{A_{j+3,j+3}^{(\kappa)}} \right]^{-1} \quad (j=1, 2), \quad H_1^{(\kappa)} = \frac{1 + \bar{h}_\kappa k_1}{1 + \bar{h}_\kappa k_2}, \quad (1 \leftrightarrow 2),
\end{aligned}$$

$$h_\kappa = z_\kappa - z_{\kappa-1}, \quad \bar{h}_\kappa = \frac{z_\kappa + z_{\kappa-1}}{2},$$

$$I_{11}^{(i)} = \frac{1}{i+1} \sum_{\kappa=1}^K A_{11}^{(\kappa)} H_2^{(\kappa)} (z_\kappa^{i+1} - z_{\kappa-1}^{i+1}),$$

$$I_{33,11}^{(i)} = \frac{1}{i+1} \sum_{\kappa=1}^K A_{33}^{(\kappa)} H_2^{(\kappa)} (z_\kappa^{i+1} - z_{\kappa-1}^{i+1}),$$

$$J_{12}^{(i)} = \frac{1}{i+1} \sum_{\kappa=1}^K A_{12}^{(\kappa)} (z_\kappa^{i+1} - z_{\kappa-1}^{i+1}),$$

$$J_{33}^{(i)} = \frac{1}{i+1} \sum_{\kappa=1}^K A_{33}^{(\kappa)} (z_\kappa^{i+1} - z_{\kappa-1}^{i+1}) \quad (i=0, 1, 2),$$

$$(1 \leftrightarrow 2),$$

$A_{ij}^{(\kappa)}$ – эффективные жесткостные характеристики элементарного слоя, которые вычисляются через модули упругости и коэффициенты Пуассона; z_κ – координаты слоев, отсчитываемые от внутренней поверхности оболочки, K – число слоев.

Минимизация функционала полной энергии оболочки (5) позволяет получить систему уравнений движения

$$\begin{aligned}
L_1(N) &= \bar{B}_{11} \ddot{u}_1 + \bar{B}_{12} \ddot{\phi}_1; \quad L_2(N) + N_{13}^* k_2 = \bar{B}_{11} \ddot{u}_2 + \bar{B}_{12} \ddot{\phi}_2, \\
L_1(M) - Q_{13} &= \bar{B}_{22} \ddot{\phi}_1 + \bar{B}_{21} \ddot{u}_1; \quad L_2(M) - Q_{23} = \bar{B}_{22} \ddot{\phi}_2 + \bar{B}_{21} \ddot{u}_2, \\
L_1(T) &= \frac{\partial T_{11}}{\partial \alpha_1} + \frac{\partial T_{21}}{\partial \alpha_2}, \\
\frac{\partial N_{13}^*}{\partial \alpha_1} + \frac{\partial N_{23}^*}{\partial \alpha_2} - k_2 N_{22} + F_3 &= B_{11} \ddot{u}_3, \\
(1 \leftrightarrow 2)
\end{aligned} \tag{6}$$

и естественные граничные условия

$$N_{11} = 0, \quad N_{12} = 0, \quad N_{13}^* = 0, \quad M_{11} = 0, \quad M_{12} = 0, \quad (1 \leftrightarrow 2). \tag{7}$$

Дополняя соотношения (6), (7) необходимым числом начальных условий

$$\begin{aligned}
u_i(\alpha_1, \alpha_2, 0) &= u_i^0(\alpha_1, \alpha_2), \quad \phi_j(\alpha_1, \alpha_2, 0) = \phi_j^0(\alpha_1, \alpha_2), \\
\dot{u}_i(\alpha_1, \alpha_2, 0) &= \dot{u}_i^0(\alpha_1, \alpha_2), \quad \dot{\phi}_j(\alpha_1, \alpha_2, 0) = \dot{\phi}_j^0(\alpha_1, \alpha_2) \quad (i=1, 3; \quad j=1, 2)
\end{aligned}$$

и задавая начальную погибь, получим полную систему уравнений для анализа нелинейных волновых процессов деформации и потери устойчивости цилиндричес-

ких оболочек, полученных укладкой элементарных слоев однонаправленного композитного материала.

Критическая нагрузка потери устойчивости определяется по характерному излому на кривой амплитуда воздействия – максимальный прогиб.

Численный метод решения сформулированной задачи основывается на явной вариационно-разностной схеме [17, 19]. При этом квазистатический режим нагрузки моделируется заданием внутреннего давления в виде линейно растущей функции с выходом на стационарное значение в течение трех периодов колебаний композитной цилиндрической оболочки по низшей форме.

2. Результаты исследования

Для обоснования достоверности и точности предлагаемой методики проведено сопоставление численных расчетов с экспериментальными данными [2] по динамической устойчивости изотропных цилиндрических оболочек, предварительно нагруженных внутренним давлением и последующим импульсом внешнего давления с различными скоростями.

Геометрические и физико-механические параметры материала оболочки: $R/h = 104$; $h = 0,0005$ м; $L/R = 1,9$; $E = 73$ ГПа; $\nu = 0,3$; $\rho = 2700$ кг/м³, $\sigma_* = 0,37$ ГПа; $g = 0,6$ ГПа, L – длина оболочки.

Статическое внутреннее давление создавалось сжатым воздухом, а импульсное давление осуществлялось в результате электрогидравлического разряда при подрыве калиброванных медных проволочек [2]. Закрепление краев оболочки было близко к жесткому защемлению.

На рис. 1 приведены экспериментальные и расчетные зависимости коэффициента динамичности $K = F_3^*/F_3^0$ от скорости нагружения импульсом внешнего давления \dot{F}_3 (F_3^* , F_3^0 – критические нагрузки потери устойчивости при динамическом и статическом внешнем давлении). Приведенные результаты получены при уровне статического внутреннего давления F_3^+ , который в безразмерном виде определяется выражением $\bar{F}_3^+ = (F_3^+/E)(R/h)^2$ и равен 0,07.

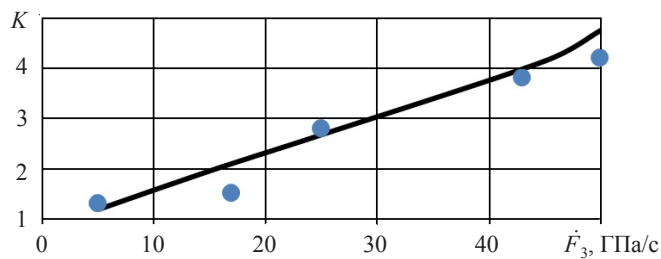


Рис. 1. Зависимость коэффициента динамической перегрузки от скорости нагружения (точки – эксперимент [2], кривая – расчет)

Полученные результаты свидетельствуют о хорошем соответствии результатов расчетов экспериментальным данным.

На рис. 2 представлены характерные формы потери устойчивости при статическом нагружении внешним давлением (*a*) и динамическом нагружении с различными скоростями внешнего давления (*b* – 10 ГПа/с, *в* – 30 ГПа/с, *г* – 50 ГПа/с) с учетом предварительного внутреннего давления $\bar{F}_3^+ = 0,42$.

Из приведенных результатов следует, что рост скорости внешнего давления приводит к существенному повышению коэффициента динамической перегрузки. Подтверждается тенденция увеличения числа волн по окружности и по длине оболочки при увеличении скорости нагружения, отмеченная в статье [2].

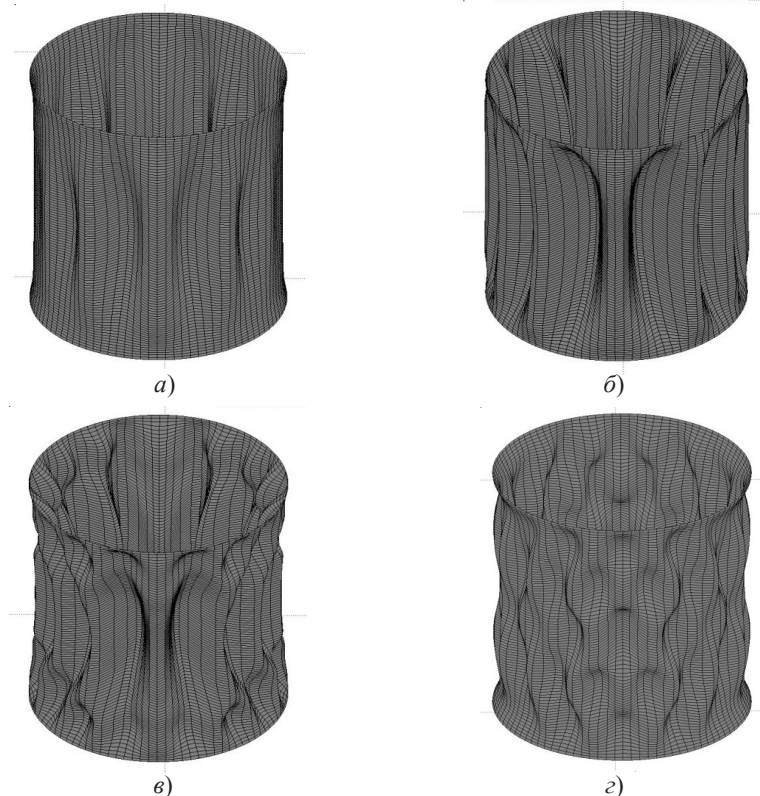


Рис. 2. Характерные формы волнообразования изотропных цилиндрических оболочек при различных скоростях импульса давления

Далее рассматривалась цилиндрическая оболочка, выполненная из композитного материала со следующими геометрическими и физико-механическими параметрами материала: $R = 0,072$ м; $R/h = 112$; $L/R = 2,22$; $E_1 = 200$ ГПа; $E_2 = E_1/30$; $G_{12} = G_{13} = G_{23} = E_2/2$; $\nu_{12} = 0,25$; $\rho = 1800$ кг/м³. Предварительно было определено значение критического внешнего давления потери устойчивости при квазистатическом нагружении оболочки $F_3^0 = 5$ МПа.

Результаты исследования влияния предварительного статического нагружения внутренним давлением на потерю устойчивости оболочки при последующем динамическом нагружении внешним давлением со скоростью $\dot{F}_3 = 5$ ГПа/с представлены на рис. 3, 4.

На рис. 3 показаны зависимости модуля максимальных прогибов во времени для различных уровней статического внутреннего давления. Уровень внутреннего статического давления \bar{F}_3^+ варьировался от 0 до 0,5.

Характерные формы потери устойчивости оболочки при статическом и динамическом нагружениях внешним давлением со скоростью $\dot{F}_3 = 5$ ГПа/с для различных уровней статического внутреннего давления приведены на рис. 4 (а – статическое нагружение; б – динамическое нагружение; в, г и д – динамическое нагруже-

ние с учетом предварительного статического нагружения \bar{F}_3^+ , соответственно равного 0,07, 0,21 и 0,5.

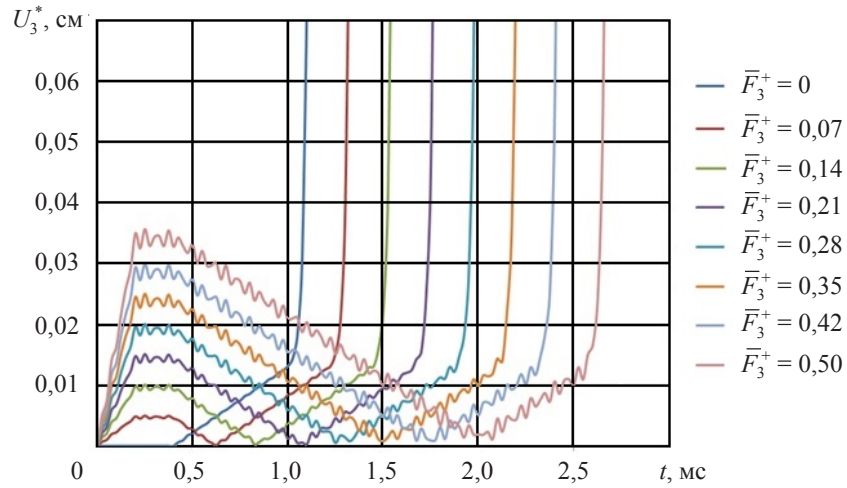


Рис. 3. Максимальные значения прогиба от времени при различных уровнях предварительного внутреннего нагружения

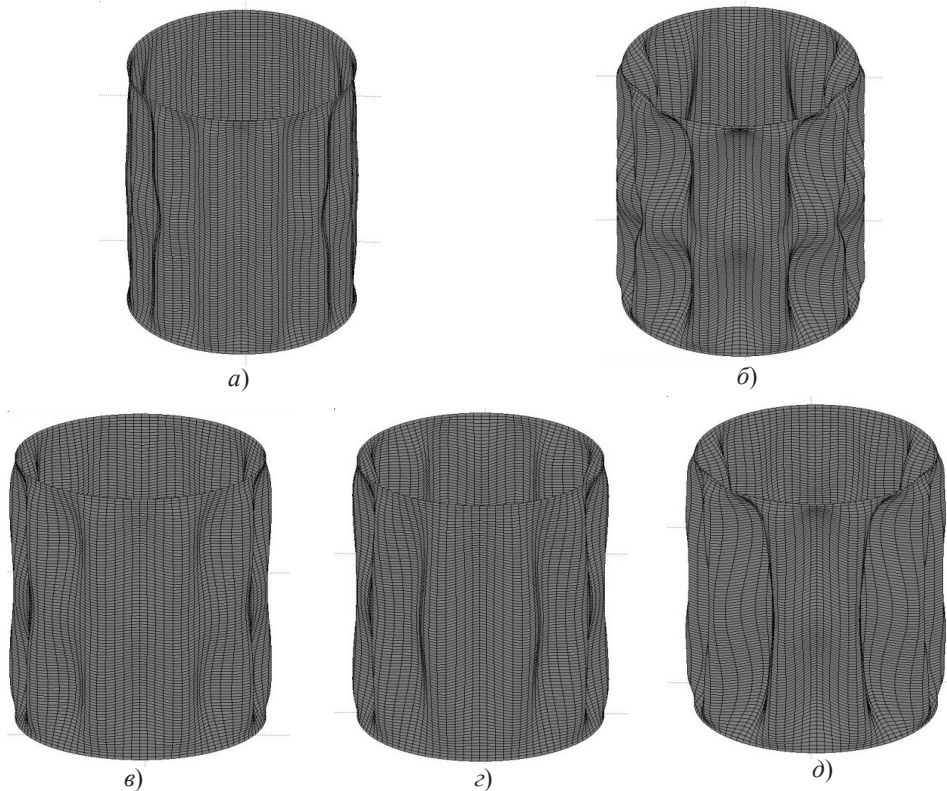


Рис. 4. Характерные формы потери устойчивости композитных цилиндрических оболочек

Из рис. 3, 4 видно, что внутреннее давление оказывает существенное влияние как на величину критической нагрузки потери устойчивости оболочки, так и на характерные формы волнообразования композитных цилиндрических оболочек.

На рис. 5 приведены результаты исследования влияния скорости нагружения на коэффициент динамической перегрузки для двух уровней предварительного нагружения внутренним давлением $\bar{F}_3^* = 0,1$ (кривая 1) и $\bar{F}_3^* = 0,5$ (кривая 2).

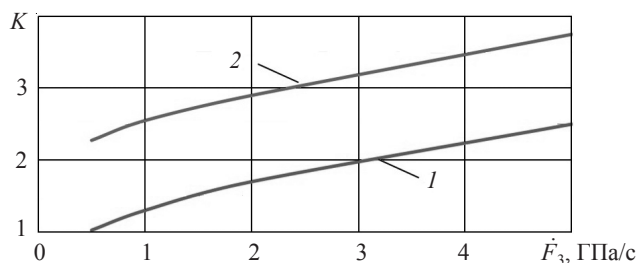


Рис. 5. Зависимость коэффициента динамической перегрузки от скорости импульса давления при разных уровнях предварительного нагружения

Видно, что с увеличением скорости импульса давления коэффициент динамичности повышается, причем увеличение внутреннего статического давления приводит к бóльшим значениям коэффициента динамической перегрузки.

Характерные формы потери устойчивости при уровне внутреннего давления $\bar{F}_3^+ = 0,1$ и скоростях внешнего давления \dot{F}_3 , равных 10, 30 и 50 ГПа/с, представлены на рис. 6а, б и в соответственно.

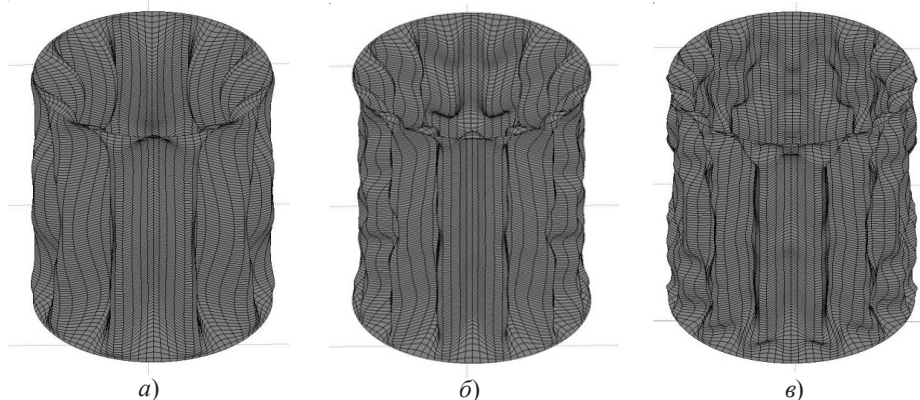


Рис. 6. Характерные формы волнообразования при потере устойчивости композитных цилиндрических оболочек при различных скоростях импульса внешнего давления

Из рис. 6 следует, что для композитных оболочек с ростом скорости импульса давления наблюдается увеличение числа волн как в окружном, так и продольном направлениях.

Из полученных результатов следует, что скорость нагружения и уровень предварительной статической нагрузки оказывают существенное влияние на величину коэффициента динамической перегрузки и на характерные формы волнообразования в процессе потери устойчивости композитных цилиндрических оболочек.

Заключение

По результатам проведенных исследований можно сделать следующие выводы: внутреннее статическое давление приводит к существенному повышению критической нагрузки потери устойчивости цилиндрической оболочки; с увеличением

скорости нагружения наблюдается тенденция к увеличению числа волн как в окружном, так и продольном направлениях оболочки.

Список литературы

1. Маневич Л.И., Михайлов Г.В., Павленко И.Д., Прокопало Е.Ф. Исследование устойчивости оболочек при совместном действии статических и динамических нагрузок. *Прикладная механика*. 1977. Т. XIII. №1. С. 27–32.
2. Баскаков В.Н., Костоготов А.И., Швецова Л.А. Исследование динамической устойчивости гладких цилиндрических оболочек. *Проблемы прочности*. 1982. №5. С. 31–33.
3. Бендюков В.В., Дерюшев В.В. Динамическая коротковолновая неустойчивость тонкостенных цилиндрических оболочек при локальном действии импульса внешнего давления. *Проблемы прочности*. 1995. №4. С. 36–43.
4. Скурлатов Э.Д. Экспериментальное исследование поведения цилиндрических оболочек при динамических нагрузках. *Проблемы прочности*. 1972. №9. С. 79–83.
5. Скурлатов Э.Д. Экспериментальное исследование устойчивости цилиндрических оболочек при действии подвижных нагрузок. *Труды Всесоюзной конференции по теории пластин и оболочек*. М.: Наука, 1973. С. 565–568.
6. Андреев Л.В., Крушельницкий И.Н., Павленко И.Д., Приварников Ю.К., Прокопало Е.Ф. Динамическая устойчивость подкрепленных цилиндрических оболочек при нагружении импульсом внешнего давления. *Изв. АН СССР. Механика твердого тела*. 1974. №1. С. 118–125.
7. Костоготов А.И., Бендюков В.В., Дерюшев В.В., Швецова Л.А. Исследование процесса потери устойчивости гладких тонкостенных цилиндрических оболочек при локальном действии импульса излучения. *Проблемы прочности*. 2004. №5. С. 56–62.
8. Дубровин В.М., Бутина Т.А. Моделирование динамической устойчивости цилиндрической оболочки при действии осевой сжимающей нагрузки. *Математическое моделирование и численные методы*. 2015. №6. С. 46–57.
9. Коломоец А.А., Модин А.С. Нелинейная динамика предварительно нагруженной несовершенной цилиндрической оболочки при действии неравномерного внешнего давления. *Вестник Саратовского государственного технического университета*. 2015. №80. С. 7–12.
10. Коломоец А.А., Модин А.С. Динамическая потеря устойчивости предварительно нагруженной цилиндрической оболочки при действии неравномерного внешнего давления. *Международ. науч.-исслед. журн*. 2016. №5(47). С. 21–29.
11. Викторов И.В., Товстик П.Е. Некоторые задачи устойчивости анизотропных цилиндрических оболочек. *Современные проблемы механики сплошной среды: Тр. XIII Международ. конф. Ростов-на-Дону*. 2009. Т. 1. С. 57–62.
12. Jansen E.L. Dynamic stability problems of anisotropic cylindrical shells via a simplified analysis. *Nonlinear Dynamics*. 2005. Vol. 39. P. 349–367.
13. Bisagni C. Dynamic buckling of fiber composite shells under impulsive axial compression. *Thin-Walled Structure*. 2005. Vol. 43. P. 499–514.
14. Rahman T., Jansen E.L. Finite element based coupled mode initial post-buckling analysis of a composite cylindrical shell. *Thin-Walled Structure*. 2010. Vol. 48. P. 25–32.
15. Rahman T., Jansen E.L., Gürdal Z. Dynamic buckling analysis of composite cylindrical shells using a finite element based perturbation method. *Nonlinear Dynamics*. 2011. Vol. 66. No 3. P. 389–401.
16. Шаповалов Л.А. Об учете поперечного обжатия в уравнениях нелинейной динамики оболочек. *Изв. РАН. Механика твердого тела*. 1997. №3. С. 156–168.
17. Абросимов Н.А., Баженов В.Г. *Нелинейные задачи динамики композитных конструкций*. Н.Новгород: Изд-во ННГУ, 2002. 400 с.
18. Васильев В.В. *Механика конструкций из композиционных материалов*. М.: Машиностроение, 1988. 272 с.
19. Абросимов Н.А., Елесин А.В., Пирогов С.А. Численный анализ неосесимметричного деформирования и прогрессирующего разрушения слоистых композитных цилиндрических

ких оболочек при импульсном нагружении. *Проблемы прочности и пластичности*. 2015. Т.77. №1. С. 23–32.

References

1. Manevich L.I., Mikhailov G.V., Pavlenko I.D., Prokopalo E.F. Issledovanie ustoychivosti obolochek pri sovmestnom deystvii sticheskikh i dinamicheskikh nagruzok [The study of the stability of shells under combined action of static and dynamic loads]. *Prikladnaya mekhanika [International Applied Mechanics]*. 1977. Vol. XIII. No 1. P. 27–32 (In Russian).
2. Baskakov V.N., Kostoglotov A.I., Shvetsova L.A. Issledovanie dinamicheskoy ustoychivosti gladkikh tsilindricheskikh obolochek [The study of dynamic stability of smooth cylindrical shells]. *Problemy prochnosti [Strength of Materials]*. 1982. No 5. P. 31–33 (In Russian).
3. Bendyukov V.V., Deryushev V.V. Dinamicheskaya korotkovolnovaya neustoychivost tonkostennykh tsilindricheskikh obolochek pri lokalnom deystvii impulsa vneshnego davleniya [Dynamic short-wave instability of thin-walled cylindrical shells upon local action of an external pulse pressure]. *Problemy prochnosti [Strength of Materials]*. 1995. No 4. P. 36–43 (In Russian).
4. Skurlatov E.D. Eksperimentalnoe issledovanie povedeniya tsilindricheskikh obolochek pri dinamicheskikh nagruzkakh [Experimental study of the behavior of cylindrical shells under dynamic loads]. *Problemy prochnosti [Strength of Materials]*. 1972. No 9. P. 79–83 (In Russian).
5. Skurlatov E.D. Eksperimentalnoe issledovanie ustoychivosti tsilindricheskikh obolochek pri deystvii podvizhnykh nagruzok [Experimental investigation of the stability of cylindrical shells under the action of moving loads]. *Trudy Vsesoyuznoy konferentsii po teorii plastin i obolochek [Proceedings all-Union Conference on Theory of Plates and Shells]*. Moscow. Nauka Publ. 1973. P. 565–568 (In Russian).
6. Andreev L.V., Krushel'nitskii I.N., Pavlenko I.D., Privarnikov Yu.K., Prokopalo E.F. Dinamicheskaya ustoychivost podkreplennykh tsilindricheskikh obolochek pri nagruzenii impulsom vneshnego davleniya [Dynamic stability of stiffened cylindrical shells under impulse loading by external pressure]. *Izvestiya AN SSSR. Mekhanika tverdogo tela [Mechanics of Solids]*. 1974. No 1. P. 118–125 (In Russian).
7. Kostoglotov A.I., Bendyukov V.V., Deryushev V.V., Shevtsova L.A. Issledovanie protsessa poteri ustoychivosti gladkikh tonkostennykh tsilindricheskikh obolochek pri lokalnom deystvii impulsa izlucheniya [Investigation of the process of stability loss for smooth thin-walled cylindrical shells under the local action of a radiation pulse]. *Problemy prochnosti [Strength of Materials]*. 2004. No 5. P. 56–62 (In Russian).
8. Dubrovin V.M., Butina T.A. Modelirovanie dinamicheskoy ustoychivosti tsilindricheskoy obolochki pri deystvii osevoy szhimayushchey nagruзки [Modeling dynamic stability of cylindrical shells under the action of axial compressive loads]. *Matematicheskoe modelirovanie i chislennyye metody [Mathematical Modeling and Numerical Methods]*. 2015. No 6. P. 46–57 (In Russian).
9. Kolomoets A.A., Modin A.S. Nelineynaya dinamika predvaritelno nagruzhennoy nesovershennoy tsilindricheskoy obolochki pri deystvii neravnomernogo vneshnego davleniya [Nonlinear dynamics of a preloaded imperfect cylindrical shell under non-uniform external pressure]. *Vestnik Saratovskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta [Vestnik Saratov State Technical University]*. 2015. No 80. P. 7–12 (In Russian).
10. Kolomoets A.A., Modin A.S. Dinamicheskaya poterya ustoychivosti predvaritelno nagruzhennoy tsilindricheskoy obolochki pri deystvii neravnomernogo vneshnego davleniya [Dynamical stability loss of a preloaded cylindrical shell under the non-uniform external pressure]. *Mezhdunarodnyy nauchno-issledovatel'skiy zhurnal [International Research Journal]* 2016. No 5(47). P. 21–29 (In Russian).
11. Viktorov I.V., Tovstik P.E. Nekotorye zadachi ustoychivosti anizotropnykh tsilindricheskikh obolochek [Some stability problems of anisotropic cylindrical shells]. *Sovremennyye problemy mekhaniki sploshnoy sredy: Trudy XIII Mezhdunarodnoy konferentsii [Proceedings of the XIII International Conference. Modern Problems of Continuum Mechanics]*. Rostov-on-Don. 2009. Vol. I. P. 57–62 (In Russian).
12. Jansen E.L. Dynamic stability problems of anisotropic cylindrical shells via a simplified analysis. *Nonlinear Dynamics*. 2005. Vol. 39. P. 349–367.

13. Bisagni C. Dynamic buckling of fiber composite shells under impulsive axial compression. *Thin-Walled Structure*. 2005. Vol. 43. P. 499–514.
14. Rahman T., Jansen E.L. Finite element based coupled mode initial post-buckling analysis of a composite cylindrical shell. *Thin-Walled Structure*. 2010. Vol. 48. P. 25–32.
15. Rahman T., Jansen E.L., Gürdal Z. Dynamic buckling analysis of composite cylindrical shells using a finite element based perturbation method. *Nonlinear Dynamics*. 2011. Vol. 66. No 3. P. 389–401.
16. Shapovalov L.A. Ob uchete poperechnogo obzhatiya v uravneniyakh nelineynoy dinamiki obolochek [On account of transverse compression in nonlinear dynamics of shells]. *Izvestiya RAN. Mekhanika tverdogo tela [Mechanics of Solids]*. 1997. No 3. P. 156–168 (In Russian).
17. Abrosimov N.A., Bazhenov V.G. *Nelineynye zadachi dinamiki kompozitnykh konstruksiy [Nonlinear Problems of Dynamics of Composite Structures]*. Nizhni Novgorod. NNGU Publ. 2002. 400 p. (In Russian).
18. Vasil'ev V.V. *Mekhanika konstruksiy iz kompozitsionnykh materialov [Mechanics of Structures of Composite Materials]*. Moscow. Mashinostroenie Publ. 1988. 272 p. (In Russian).
19. Abrosimov N.A., Yelesin A.V., Pirogov S.A. Chislenny analiz neosesimmetrichnogo deformirovaniya i progressiruyushchego razrusheniya sloistykh kompozitnykh tsilindricheskikh obolochek pri impulsnom nagruzhenii [Numerically analyzing non-axisymmetric deformation and progressive failure of layered composite cylindrical shells under pulsed loading]. *Problemy prochnosti i plastichnosti [Problems of Strength and Plasticity]*. 2015. Vol. 77. No 1. P. 23–32 (In Russian).

NUMERICALLY ANALYZING DYNAMIC DEFORMATION AND LOSS OF STABILITY OF PRESTRESSED COMPOSITE CYLINDRICAL SHELLS

Abrosimov N.A., Yelesin A.V.

*Research Institute of Mechanics University of Nizhni Novgorod,
Nizhni Novgorod, Russian Federation*

A methodology has been developed for numerically analyzing nonlinear nonstationary deformation and loss of stability of cylindrical shells made of composite materials under combined quasi-static and pulsed loading. The kinematical model of deformation of a composite material is based on the applied geometrically nonlinear shell theory. The geometrical relations are based on relations of the simplest quadratic version of the nonlinear theory of elasticity. Physical relations of the composite layer are formulated using generalized Hook law for the orthotropic material, accounting for the hypotheses of the applied shell theory. An energy-correlated system of equation of motion in the applied shell theory is derived from the condition of stationarity of the total energy potential of the shell. The critical load of loss of stability is manifested by a break of the maximal deflection – loading amplitude curve. The numerical method of analyzing the formulated problem is based on an explicit variational-difference scheme. The quasi-static loading regime is modeled by assigning internal pressure in the form of a linearly-increasing function finishing in a stationary value during three periods of vibrations of the composite cylindrical shell along the lowest form.

The introduced methodology has been tested; the forms and critical loads of loss of stability of a composite cylindrical shell as a function of the preloading value and rate of the increase of the external pressure pulse have been analyzed.

Keywords: composite materials, cylindrical shells, loss of stability, numerical modeling, quasi-static and pulsed loading.