

УДК 539.3

ГРАНИЧНО-ЭЛЕМЕНТНЫЙ АНАЛИЗ ЗАДАЧИ О ШТАМПЕ НА ПОРОВАЗКОУПРУГОМ ПОЛУПРОСТРАНСТВЕ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ДИНАМИЧЕСКОЙ НАГРУЗКИ*

© 2017 г.

Игумнов Л.А., Ипатов А.А.

*Научно-исследовательский институт механики
Национального исследовательского Нижегородского государственного
университета им. Н.И. Лобачевского, Нижний Новгород, Российская Федерация*

ipatov@mech.unn.ru

Поступила в редакцию 11.08.2017

Статья посвящена численному моделированию задачи о нагрузке в виде функции Хевисайда, действующей на штамп, который находится на водонасыщенном основании. Штамп рассматривается как пороупругая скальная порода. Основание моделируется как поровязкоупругая среда. Формулировка поровязкоупругой задачи опирается на теорию пороупругости Био в сочетании с принципом соответствия упругой и вязкоупругой реакции. Используются классические модели вязкоупругости, такие как модель Кельвина – Фойгта, стандартного вязкоупругого тела и модель со слабосингулярным ядром типа Абеля. Решение исходной задачи строится в пространстве преобразований Лапласа. Применяется прямой метод гранично-интегральных уравнений. Решение в явном времени строится с помощью модифицированного алгоритма Дурбина численного обращения преобразования Лапласа. Представлены динамические отклики среды, когда поровязкоупругое полупространство описывается с помощью различных моделей вязкоупругости.

Ключевые слова: метод граничных элементов, поровязкоупругость, волна Рэлея, вязкоупругие модели, обратное преобразование Лапласа, пороупругость, метод Дурбина.

Введение

Различные типы взаимодействий в дисперсных средах, таких как пористые или вязкие среды, вызывают значительный интерес. Исследование распространения волн в пористых средах является важным для геофизики, геомеханики, нефтехимических отраслей, механики грунтов и биомеханики. Поверхностные волны являются одним из самых значимых эффектов при распространении их в полупространстве (например, волна Рэлея из-за ее разрушительного влияния в случае землетрясений). Для широкого класса материалов, таких как водонасыщенные грунты, насыщенные нефтепродуктами скальные породы и другие образования с воздушными порами,

* Выполнено при финансовой поддержке грантом Президента Российской Федерации для государственной поддержки молодых российских ученых МК-5395.2016.1, РФФИ (грант №15-48-02333).

классическая теория упругости не может быть применена для корректного их описания. Изучению процесса распространения волн в насыщенных пористых средах посвящены статьи Дж. Френкеля [1] и М. Био [2, 3]. Реализация вязкоупругих эффектов в теории пороупругости впервые была предложена М. Био [4]. Актуальное состояние вопроса по развитию механики пористых материалов отражено в публикациях М. Schanz [5], R. de Boer [6] и др. [7–9]. Одномерное аналитическое решение для стержня в случае динамической пороупругости представлено М. Schanz и А.Н.Д. Cheng [10]. Для уравнения насыщенной пороупругой среды, дополненной моделью Кельвина – Фойгта, было получено одномерное аналитическое решение в пространстве преобразований Лапласа [11].

Несмотря на множество значительных достижений в развитии теории пористых сред, из-за сложности механических связей в пористых средах и внутренней вязкости большая часть задач о динамических откликах может быть решена только с помощью численных методов. Существуют два основных подхода к моделированию динамических процессов в пористых средах методом граничных элементов (МГЭ): решение системы гранично-интегральных уравнений непосредственно в явном времени [12] и решение в преобразованиях Фурье или Лапласа с последующим обращением [13].

Настоящая статья посвящена развитию техники численного моделирования, базирующейся на использовании МГЭ в пространстве преобразований Лапласа для решения задач трехмерной поровязкоупругости. Рассматривается классическая трехмерная постановка, исследуется влияние вязкоупругих параметров на динамические отклики.

Постановка задачи

Рассматривается однородное тело Ω в трехмерном евклидовом пространстве R^3 с границей $\Gamma = \partial\Omega$. Предполагается, что тело Ω изотропное поровязкоупругое. Система дифференциальных уравнений теории Био в обобщенных перемещениях $\bar{u} = (\bar{u}_1, \bar{u}_2, \bar{u}_3, \bar{p})$ в преобразованиях Лапласа (параметр преобразования s) для перемещений \bar{u}_i и порового давления \bar{p} принимает вид [5]:

$$G\bar{u}_{i,jj} + \left(K + \frac{1}{3}G \right) \bar{u}_{j,ij} - (\psi - \beta)\bar{p}_{,i} - s^2(\rho - \beta\rho_f)\bar{u}_i = -\bar{F}_i,$$

$$\frac{\beta}{s\rho_f}\bar{p}_{,ii} - \frac{\phi^2 s}{R}\bar{p} - (\psi - \beta)s\bar{u}_{i,i} = -\bar{a},$$

$$\beta = \frac{k\rho_f\phi^2 s^2}{\phi^2 s + s^2 k(\rho_a + \phi\rho_f)}, \quad R = \frac{\phi^2 K_f K_s^2}{K_f(K_s - K) + \phi K_s(K_s - K_f)},$$

где G, K – константы упругости; ϕ – пористость; k – проницаемость; $\psi = 1 - K/K_s$ – коэффициент эффективных напряжений Био; ρ, ρ_a, ρ_f – плотности скелета, присоединенной массы и жидкой среды; \bar{F}_i, \bar{a} – объемные силы; K_s – объемный модуль зерен скелета, K_f – объемный модуль текучей среды.

Рассмотрим следующие типы граничных условий:

$$u_l(x, s) = f_l(x, s), \quad u_4(x, s) = p(x, s) = f_4(x, s), \quad x \in \Gamma^u, \quad l = \overline{1, 3},$$

$$t_l(x, s) = g_l(x, s), \quad t_4(x, s) = q(x, s) = g_4(x, s), \quad x \in \Gamma^\sigma, \quad l = \overline{1, 3},$$

где Γ^u и Γ^σ – части границы Γ , где заданы соответствующие обобщенные перемещения u_i и обобщенные поверхностные усилия t_i .

Поровязкоупругое решение рассчитывается из пороупругого решения с помощью принципа соответствия, применяемого к модулям упругости скелета K и G в пространстве Лапласа.

Модули $\bar{K}(s)$ и $\bar{G}(s)$ вычисляются по формулам:

– для модели Кельвина – Фойгта

$$\bar{K}(s) = K[1 + s/\gamma], \quad \bar{G}(s) = G[1 + s/\gamma];$$

– для модели стандартного вязкоупругого тела

$$\bar{K}(s) = K^\infty [(\beta - 1)s/(s + \gamma) + 1], \\ \bar{G}(s) = G^\infty [(\beta - 1)s/(s + \gamma) + 1], \quad \beta = K^0/K^\infty = G^0/G^\infty;$$

– для модели со слабосингулярным ядром

$$\bar{K}(s) = K/(1 + hs^{\alpha-1}), \quad \bar{G}(s) = G/(1 + hs^{\alpha-1}),$$

где γ , β , α и h – параметры вязкоупругих моделей [14], индексами ∞ и 0 обозначены длительные и мгновенные модули.

Модифицированный метод Дурбина

Пусть $s = \lambda + i\omega$, тогда обратное преобразование Лапласа по методу Дурбина [15] запишется в виде:

$$f(0) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \operatorname{Re}[\bar{f}(\lambda + i\omega)] d\omega, \\ f(t) = \frac{e^{\lambda t}}{\pi} \int_0^\infty \{ \operatorname{Re}[\bar{f}(\lambda + i\omega)] \cos \omega t - \operatorname{Im}[\bar{f}(\lambda + i\omega)] \sin \omega t \} d\omega, \quad t > 0.$$

Опишем модификацию метода Дурбина на основе формул трапеций с переменным шагом для всей подынтегральной функции.

Разбивая промежуток $[0, R]$ на n частей, получаем следующие аппроксимации [16]:

$$f(0) = \frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^n \int_{\omega_k}^{\omega_{k+1}} \operatorname{Re}[\bar{f}(\lambda + i\omega)] d\omega, \\ f(t) = \frac{e^{\lambda t}}{\pi} \sum_{k=1}^n \int_{\omega_k}^{\omega_{k+1}} \{ \operatorname{Re}[\bar{f}(\lambda + i\omega)] \cos(\omega t) - \operatorname{Im}[\bar{f}(\lambda + i\omega)] \sin(\omega t) \} d\omega, \quad t > 0.$$

На каждом отрезке $[\omega_k, \omega_{k+1}]$ аппроксимируем отдельно реальную и мнимую части функции $\bar{f}(\lambda + i\omega)$:

$$\operatorname{Re}[\bar{f}(\lambda + i\omega)] \approx F_k + \frac{F_{k+1} - F_k}{\omega_{k+1} - \omega_k} (\omega - \omega_k), \\ \operatorname{Im}[\bar{f}(\lambda + i\omega)] \approx G_k + \frac{G_{k+1} - G_k}{\omega_{k+1} - \omega_k} (\omega - \omega_k),$$

где

$$F_k = \operatorname{Re}[\bar{f}(\lambda + i\omega_k)], \quad F_{k+1} = \operatorname{Re}[\bar{f}(\lambda + i\omega_{k+1})],$$

$$G_k = \text{Im}[\bar{f}(\lambda + i\omega_k)], \quad G_{k+1} = \text{Im}[\bar{f}(\lambda + i\omega_{k+1})].$$

Тогда с использованием линейной интерполянты получим формулы:

$$f(0) \approx \sum_{k=1}^n \frac{(F_{k+1} + F_k)\Delta_k}{2\pi}, \quad \Delta_k = \omega_{k+1} - \omega_k,$$

$$f(t) \approx \frac{e^{\lambda t}}{\pi} \sum_{k=1}^n \left[\frac{F_{k+1} \sin(\omega_{k+1}t) - F_k \sin(\omega_k t)}{t} + \frac{F_{k+1} - F_k}{\Delta_k} \frac{\cos(\omega_{k+1}t) - \cos(\omega_k t)}{t^2} + \right. \\ \left. + \frac{G_{k+1} \cos(\omega_{k+1}t) - G_k \cos(\omega_k t)}{t} + \frac{G_{k+1} - G_k}{\Delta_k} \frac{\sin(\omega_{k+1}t) - \sin(\omega_k t)}{t^2} \right].$$

С учетом того, что $\omega_1 = 0$, $F_k \rightarrow 0$ и $G_k \rightarrow 0$ при $k \rightarrow \infty$, в итоге получаем формулу:

$$f(t) \approx \frac{e^{\lambda t}}{\pi t^2} \sum_{k=1}^n \left[\frac{F_{k+1} - F_k}{\Delta_k} (\cos(\omega_{k+1}t) - \cos(\omega_k t)) + \frac{G_{k+1} - G_k}{\Delta_k} (\sin(\omega_{k+1}t) - \sin(\omega_k t)) \right].$$

Формулы имеют такой же порядок точности, как и формула трапеций численного интегрирования, а именно $O(\Delta_{\max}^2)$.

Гранично-элементная методика

Численная схема основана на прямом подходе с использованием формулы Грина – Бетти – Сомильяны. Чтобы ввести гранично-элементную дискретизацию, рассмотрим регуляризованное уравнение:

$$\alpha_{\Omega} u_k(x, s) + \int_{\Gamma} (T_{ik}(x, y, s) u_i(y, s) - T_{ik}^0(x, y, s) u_i(x, s) - U_{ik}(x, y, s) t_i(y, s)) d\Gamma = 0,$$

$$\alpha_{\Omega} u_k(x, t) + \int_{\Gamma} (F_k^1(x, y, t) - F_k^2(x, y, t)) d\Gamma = 0,$$

$$(x \in \Gamma), \quad t = [t_1, t_2, t_3, q], \quad u = (u_1, u_2, u_3, p),$$

где u_i – обобщенные перемещения, p – поровое давление, t_i – обобщенные поверхностные усилия, q – поток. В качестве функций формы при описании границы тела выбраны квадратичные полиномы интерполяции. Неизвестные граничные поля интегрируются через узловые значения в интерполяционных узлах. При поэлементном численном интегрировании используется метод Гаусса и иерархический алгоритм интегрирования. Гранично-элементные схемы созданы на основе согласованной аппроксимации граничных функций. Применяется метод коллокации. Решения в явном времени строятся с использованием модифицированного алгоритма Дурбина.

Численные результаты

Рассматривается задача о вертикальной нагрузке в виде функции Хевисайда на штамп, находящийся на полупространстве (рис. 1).

Параметры пористого материала: $K = 8 \cdot 10^9$ Н/м², $G = 6 \cdot 10^9$ Н/м², $\rho = 2458$ кг/м³, $\phi = 0,66$, $K_s = 3,6 \cdot 10^{10}$ Н/м², $\rho_f = 1000$ кг/м³, $K_f = 3,3 \cdot 10^{10}$ Н/м², $k = 1,9 \cdot 10^{-10}$ м⁴/(Н·с), что соответствует песчанику *Berea* [5]. Точка наблюдения $Q(10$ м; 0; 0) расположена на поверхности полупространства. Поверхность полупространства предполага-

ется непроницаемой и свободной от усилий (поток и поверхностные усилия равны нулю). Вводится гранично-элементная сетка для численного решения задачи (рис. 2).

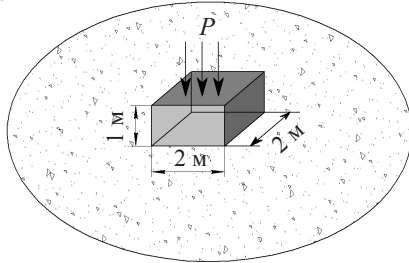


Рис. 1. Постановка задачи

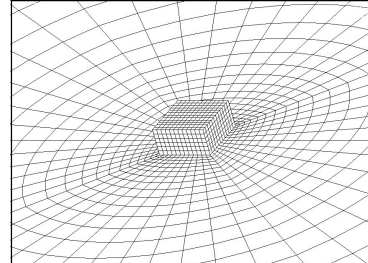


Рис. 2. Гранично-элементная сетка

Строятся отклики перемещений в точке наблюдения для варианта нагружения $P(t) = P_0 f(t)$, $f(t) = H(t)$ при $P_0 = 1000 \text{ Н/м}^2$.

Исследование сходимости проводилось для пороупругих штампа и полупространства. Рассматриваются гранично-элементные сетки с различной степенью дискретизации: сетка «а» – штамп 64 элемента, полупространство 132 элемента; сетка «б» – штамп 256 элементов, полупространство 548 элементов; сетка «в» – штамп 576 элементов, полупространство 1252 элемента; сетка «г» – штамп 1024 элемента, полупространство 2308 элементов. На рис. 3, 4 показаны решения на этих сетках для перемещений u_1 и u_3 соответственно.

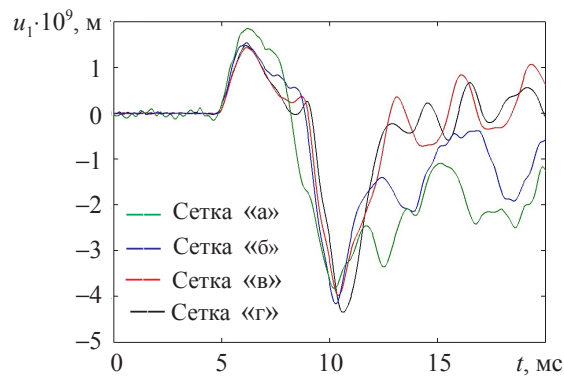


Рис. 3. Перемещения u_1

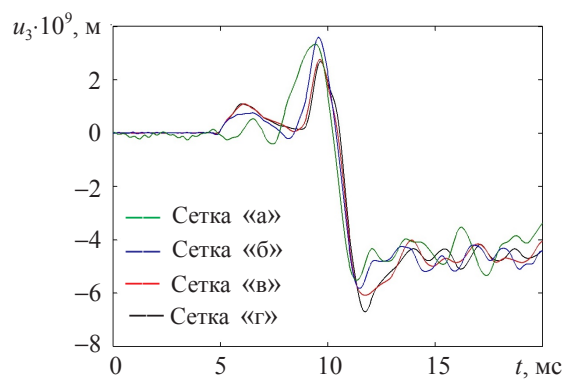


Рис. 4. Перемещения u_3

Для дальнейших вычислений выбрана сетка «в». Вертикальные перемещения u_3 в точке наблюдения в случае пороупругого штампа и поровязкоупругого полупространства для моделей Кельвина – Фойгта и стандартного вязкоупругого тела приведены на рис. 5, 6.

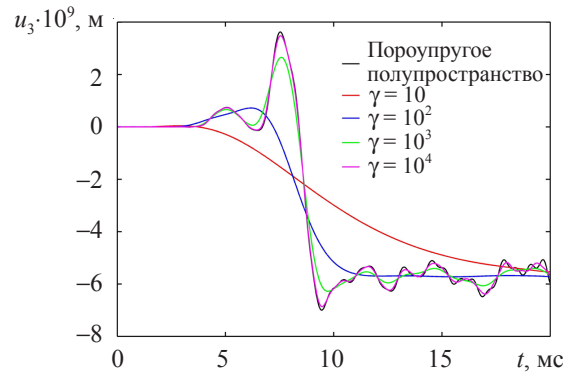


Рис. 5. Перемещения u_3 в случае модели Кельвина – Фойгта

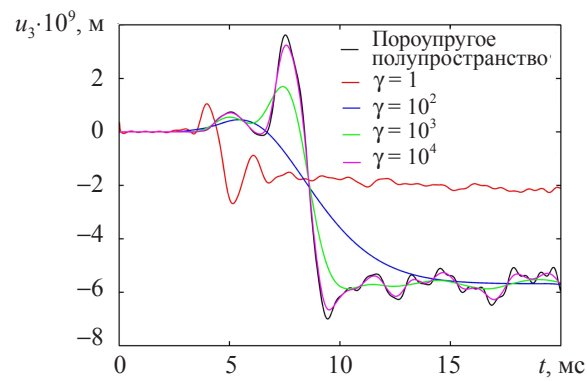


Рис. 6. Перемещения u_3 в случае модели стандартного вязкоупругого тела ($\beta = 4$)

Перемещения в контрольной точке Q в случае модели с слабосингулярным ядром приведены на рис. 7, 8.

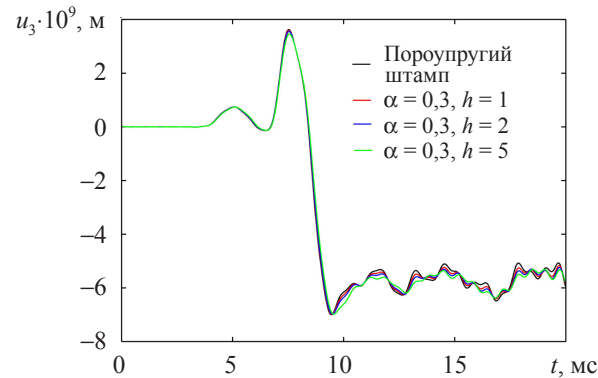


Рис. 7. Случай поровязкоупругого штампа на пороупругом основании

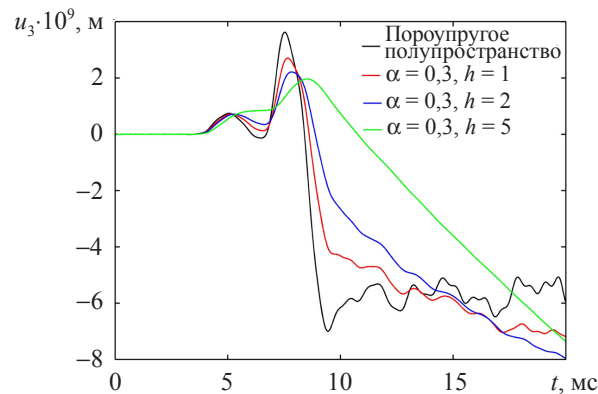


Рис. 8. Случай пороупругого штампа на поровязкоупругом основании

На рис. 5–8 представлено сравнение откликов перемещений для различных параметров исследуемых вязкоупругих моделей. Продемонстрирован эффект перестройки волновых полей внутренних перемещений, когда свойства вязкоупругого материала модели стандартного вязкоупругого тела изменялись с мгновенных модулей на длительные. Подобный эффект был описан ранее в [17] и продемонстрирован в [18].

Заключение

Метод интегральных уравнений и метод граничных элементов применяются к решению трехмерных краевых задач поровязкоупругости. Численный подход основан на методе граничных элементов и верифицируется исследованием сеточной сходимости. Моделирование поровязкоупругой среды опирается на модель Био и принцип соответствия. Вязкоупругие свойства описываются различными моделями вязкоупругости.

Решена задача о действии силы в виде функции Хевисайда на штамп, лежащий на поровязкоупругом полупространстве. Приведено сравнение динамических откликов среды в случае, когда полупространство описывается с помощью различных моделей вязкоупругости. Продемонстрировано влияние вязкоупругих параметров на волну Рэлея.

Список литературы

1. Frenkel J. On the theory of seismic and seismoelectric phenomena in a moist soil. *Journal of Physics*. 1944. Vol. 8. P. 230–241.
2. Biot M.A. General theory of three-dimensional consolidation. *J. Appl. Phys.* 1941. Vol. 12(2). P. 155–164.
3. Biot M.A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. *J. Acoust. Soc. Amer.* 1956. Vol. 28. P. 168–191.
4. Biot M.A. Theory of deformation of a porous viscoelastic anisotropic solid. *J. Appl. Phys.* 1956. Vol. 27(5). P. 459–467.
5. Schanz M. *Wave Propagation in Viscoelastic and Poroelastic Continua*. Berlin: Springer, 2001. 170 p.
6. Schanz M. Poroelastodynamics: Linear models, analytical solutions, and numerical methods. *Appl. Mech. Rev.* 2009. 62(3). 15 p. DOI:10.1115/1.3090831.
7. De Boer R. Highlights in the historical development of the porous media theory: Toward a consistent macroscopic theory. *Appl. Mech. Rev.* 1996. Vol. 49(4). P. 201–262.

8. Nikolaevskiy V.N. Biot – Frenkel poromechanics in Russia (Review). *J. Eng. Mech.* 2005. Vol. 131(9). P. 888–897.
9. Garg S.K., Nayfeh A.H., Good A.J. Compressional waves in fluid-saturated elastic porous media. *J. Appl. Phys.* 1974. Vol. 45. P. 1968–1974.
10. Schanz M., Cheng A.H.D. Transient wave propagation in a one-dimensional poroelastic column. *Acta Mech.* 2000. 145. P. 1–8.
11. Schanz M., Cheng A.H.D. Dynamic analysis of a one-dimensional poroviscoelastic column. *J. Appl. Mech.* 2001. Vol. 68. P. 192–198.
12. Nardini D., Brebbia C.A. *Boundary Element Methods in Engineering*. C.A. Brebbia (Ed.). Berlin: Springer, 1982.
13. Babeshko V.A. New approach of solving boundary-value problems of continuum solids and mathematical physics for non-classical domains. *Proceedings of the USSR Academy of Sciences*. 1985. 284. P. 73–76.
14. Угодчиков А.Г., Хуторянский Н.М. *Метод граничных элементов в механике деформируемого твердого тела*. Казань: Изд-во КГУ, 1986. 296 с.
15. Durbin F. Numerical inversion of Laplace transforms: an efficient improvement to Dubner and Abate's method. *Computer Journal*. 1974. Vol. 17. No 4. P. 371–376.
16. Zhao X. An efficient approach for the numerical inversion of Laplace transform and its application in dynamic fracture analysis of a piezoelectric laminate. *Int. J. Solids Struct.* 2004. Vol. 41. P. 3653–3674.
17. Баженов В.Г., Игумнов Л.А. *Методы граничных интегральных уравнений и граничных элементов в решении задач трехмерной динамической теории упругости с сопряженными полями*. М.: Физматлит, 2008. 352 с.
18. Игумнов Л.А., Ипатов А.А., Сабаева Т.А. Влияние вязкости на динамический отклик в вязкоупругих и поровязкоупругих телах. *Проблемы прочности и пластичности*. 2014. Вып. 76(2). С. 106–113.

References

1. Frenkel J. On the theory of seismic and seismoelectric phenomena in a moist soil. *Journal of Physics*. 1944. Vol. 8. P. 230–241.
2. Biot M.A. General theory of three-dimensional consolidation. *J. Appl. Phys.* 1941. Vol. 12(2). P. 155–164.
3. Biot M.A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. *J. Acoust. Soc. Amer.* 1956. Vol. 28. P. 168–191.
4. Biot M.A. Theory of deformation of a porous viscoelastic anisotropic solid. *J. Appl. Phys.* 1956. Vol. 27(5). P. 459–467.
5. Schanz M. *Wave Propagation in Viscoelastic and Poroelastic Continua*. Berlin: Springer, 2001. 170 p.
6. Schanz M. Poroelastodynamics: Linear models, analytical solutions, and numerical methods. *Appl. Mech. Rev.* 2009. 62(3). 15 p. DOI:10.1115/1.3090831.
7. De Boer R. Highlights in the historical development of the porous media theory: Toward a consistent macroscopic theory. *Appl. Mech. Rev.* 1996. Vol. 49(4). P. 201–262.
8. Nikolaevskiy V.N. Biot – Frenkel poromechanics in Russia (Review). *J. Eng. Mech.* 2005. Vol. 131(9). P. 888–897.
9. Garg S.K., Nayfeh A.H., Good A.J. Compressional waves in fluid-saturated elastic porous media. *J. Appl. Phys.* 1974. Vol. 45. P. 1968–1974.
10. Schanz M., Cheng A.H.D. Transient wave propagation in a one-dimensional poroelastic column. *Acta Mech.* 2000. 145. P. 1–8.
11. Schanz M., Cheng A.H.D. Dynamic analysis of a one-dimensional poroviscoelastic column. *J. Appl. Mech.* 2001. Vol. 68. P. 192–198.
12. Nardini D., Brebbia C.A. *Boundary Element Methods in Engineering*. Ed.: C.A. Brebbia. Berlin. Springer. 1982.
13. Babeshko V.A. New approach of solving boundary-value problems of continuum solids and mathematical physics for non-classical domains. *Proceedings of the USSR Academy of Sciences*. 1985. 284. P. 73–76. 1985. 284 73-76.

14. Ugodchikov A.G., Khutoryanskii N.M. *Metod granichnykh elementov v mekhanike deformiruemogo tverdogo tela* [Boundary Element Method in Deformable Solid Mechanics]. Kazan. KGU Publ. 1986. 296 p. (In Russian).
15. Durbin F. Numerical inversion of Laplace transforms: an efficient improvement to Dubner and Abate's method. *Computer Journal*. 1974. Vol 17. No 4. P. 371–376.
16. Zhao X. An efficient approach for the numerical inversion of Laplace transform and its application in dynamic fracture analysis of a piezoelectric laminate. *Int. J. Solids Struct.* 2004. Vol. 41. P. 3653–3674.
17. Bazhenov V.G., Igumnov L.A. *Metody granichnykh integralnykh uravneniy i granichnykh elementov v reshenii zadach trekhmernoy dinamicheskoy teorii uprugosti s sopryazhennymi polyami* [Boundary Integral Equations & Boundary Element Methods in Treating the Problems of 3D Elastodynamics with Coupled Fields]. Moscow. Phymathlit Publ. 2008. 352 p. (In Russian).
18. Igumnov L.A., Ipatov A.A., Sabaeva T.A. Vliyanie vyazkosti na dinamicheskiy otklik v vyazkouprugikh i porovyazkouprugikh telakh [Material viscosity effect on dynamic response in viscoelastic and poroviscoelastic solids]. *Problemy prochnosti i plastichnosti* [Problems of Strength and Plasticity]. 2014. Vol. 76(2). P. 106–113 (In Russian).

THE DYNAMIC ANALYSIS OF A SLAB ON A POROVISCOELASTIC HALFSPACE UNDER VERTICAL LOAD VIA BOUNDARY ELEMENT METHOD

Igumnov L.A., Ipatov A.A.

*Research Institute of Mechanics University of Nizhni Novgorod,
Nizhni Novgorod, Russian Federation*

The mechanics of advanced materials, such as poro-, visco- or poroviscoelastic materials, are relevant to such disciplines as geophysics, geo- and biomechanics, seismology, construction. Because of the complexity of the inertial viscosity and mechanical phases coupling in porous media, most transient response problems can only be solved via numerical methods. The present work is dedicated to the numerical modelling of a problem of a Heaviside-type impact load acting on a brittle slab situated above a fluid saturated foundation. Slab is treated as poroelastic rock. The fluid saturated foundation is soil modeled as a poroviscoelastic media. The poroviscoelastic formulation is based on the Biot's theory of poroelasticity in combination with the elastic-viscoelastic correspondence principle. Classical models of viscoelasticity are employed, such as the Kelvin –Voight model, standard linear solid model and model with weakly singular kernel. The problem is treated in the Laplace domain. Direct boundary integral method approach is used to obtain solution. Modified Durbin's algorithm of numerical inversion of Laplace transform is applied to perform solution in time domain. A problem of Heaviside-type vertical load acting on a slab bonded on a poroviscoelastic halfspace is considered. The comparison of dynamic responses when poroviscoelastic halfspace is described by different viscoelastic models is presented.

Keywords: boundary element method, poroviscoelasticity, Rayleigh surface wave, viscoelastic models, Laplace transform inversion, poroelasticity, Durbin method.