

УДК 539.3

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ТРЕХМЕРНЫХ ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРОУПРУГИХ ТЕЛ С ОТВЕРСТИЯМИ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА ГРАНИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ*

© 2017 г.

Игумнов Л.А., Марков И.П.

*Научно-исследовательский институт механики
Национального исследовательского Нижегородского государственного
университета им. Н.И. Лобачевского, Нижний Новгород, Российская Федерация*

teanku@gmail.com

Поступила в редакцию 05.06.2017

Прямой подход метода граничных элементов в пространстве преобразований Лапласа применен для моделирования динамики трехмерных линейных электроупругих тел с отверстиями. Представленная гранично-элементная формулировка базируется на слабосингулярных граничных интегральных уравнениях для обобщенных перемещений. Используются интегральные представления электроупругих фундаментальных и сингулярных решений в пространстве Лапласа. Для пространственной дискретизации применен метод коллокаций совместно с согласованным подходом Гольдштейна. В качестве схемы численного обращения интегрального преобразования Лапласа для получения откликов во временной области использован метод квадратур сверток совместно с методом Рунге – Кутты на узлах схемы Радо. Приведены результаты гранично-элементного решения тестовой нестационарной динамической задачи об электроупругом теле с отверстием под действием внезапно приложенной равномерно распределенной механической нагрузки в виде функции Хевисайда по времени.

Ключевые слова: электроупругость, анизотропия, динамика, метод граничных элементов, преобразование Лапласа.

Введение

Электромеханические устройства, используемые в интеллектуальных системах, сенсоры и актуаторы, изготовленные из пьезоэлектрических материалов, имеют множество технологических применений. В последнее время пьезоэлектрические материалы активно исследуются с целью их применения для преобразования энергии колебаний в электрическую энергию [1–5]. Численное моделирование нестационарных динамических откликов электроупругих тел широко используется для исследования поведения пьезоэлектриков, встроенных в технические конструкции.

* Выполнено при финансовой поддержке грантом Президента Российской Федерации для государственной поддержки молодых российских ученых МК-5395.2016.1.

При изучении нестационарных волновых процессов одним из наиболее эффективных численных методов является метод граничных элементов (МГЭ). Однако в научной литературе мало работ посвящено применению традиционного прямого подхода МГЭ для решения трехмерных начально-краевых задач линейной электроупругости. Это вызвано трудоемкостью численного построения динамических фундаментальных решений (функций Грина) электроупругости. С использованием преобразования Радона по схеме, аналогичной схеме, применяемой в случае анизотропной упругости [6–8], в статье [9] были получены интегральные выражения электроупругих функций Грина. Альтернативный подход к вычислению статической части фундаментальных решений был предложен в [10]. В публикациях [11, 12] представлен гранично-элементный подход с двойным применением теоремы взаимности [13], который позволяет избежать использования динамических функций Грина. Однако в подобных гранично-элементных формулировках используются приближенные гранично-интегральные уравнения и остаются открытыми вопросы оптимального расположения коллокационных узлов внутри рассматриваемой области и корректного выбора функций, аппроксимирующих обобщенные массовые силы.

В настоящей статье для решения динамических задач линейной электроупругости предложен вариант прямого подхода МГЭ в пространстве Лапласа, основанный на слабосингулярных граничных интегральных уравнениях и интегральных выражениях динамических фундаментальных решений. Для получения решений во временной области использован метод квадратур сверток [14–16] совместно с методом Рунге – Кутты на узлах схемы Радо [17]. Приведены результаты гранично-элементного решения тестовой нестационарной динамической задачи об электроупругом теле с отверстием под действием внезапно приложенной равномерно распределенной механической нагрузки в виде функции Хевисайда по времени.

1. Постановка задачи

Рассматривается трехмерное конечное однородное линейное электроупругое тело, занимающее область $\Omega \in R^3$, ограниченную поверхностью $\Gamma = \partial\Omega$. Электрическое поле рассматривается в квазистатическом приближении. Начальные условия принимаются нулевыми. Массовые силы и свободные электрические заряды отсутствуют. При сделанных предположениях, при использовании преобразования Лапласа по переменной времени, краевая задача имеет следующий вид [18, 19]:

$$C_{ijkl} \bar{U}_{k,il} = \rho s^2 \delta_{jk}^* \bar{U}_k, \quad i, l = \overline{1, 3}, \quad j, k = \overline{1, 4}, \quad (1)$$

$$\bar{U}_i(\mathbf{x}, s) = \bar{U}_i^*(\mathbf{x}, s), \quad \mathbf{x} \in \Gamma_U, \quad (2)$$

$$\bar{T}_i(\mathbf{x}, s) = \bar{T}_i^*(\mathbf{x}, s), \quad \mathbf{x} \in \Gamma_T, \quad (3)$$

$$\delta_{jk}^* = \begin{cases} \delta_{jk}, & j, k = \overline{1, 3}, \\ 0, & j, k = 4, \end{cases} \quad (4)$$

где s – комплекснозначный параметр преобразования Лапласа, ρ – плотность материала. Обобщенные перемещения \bar{U}_k , обобщенные поверхностные усилия \bar{T}_j и обобщенный тензор модулей упругости C_{ijkl} определяются согласно системе обобщенных обозначений [20] следующим образом:

$$\bar{U}_k = \begin{cases} \bar{u}_k, & k = \overline{1, 3}, \\ \bar{\phi}, & k = 4, \end{cases} \quad (5)$$

$$\bar{T}_j = \begin{cases} \bar{t}_j = \bar{\sigma}_{jk} n_k, & j = \overline{1, 3}, \\ \bar{D}_n = \bar{D}_k n_k, & j = 4, \end{cases} \quad (6)$$

$$C_{ijkl} = \begin{cases} C_{ijkl}^E, & i, j, k, l = \overline{1, 3}, \\ e_{lij}, & i, l, j = \overline{1, 3}, k = 4, \\ e_{ikl}, & i, l, k = \overline{1, 3}, j = 4, \\ -\varepsilon_{il}, & i, l = \overline{1, 3}, k, j = 4, \end{cases} \quad (7)$$

где \bar{u}_k и $\bar{\phi}$ – перемещения и электрический потенциал; t_j – поверхностные усилия; $\bar{\sigma}_{ij}$ и \bar{D}_i – тензор напряжений и вектор электрической индукции; n_k – единичный вектор внешней нормали к границе; C_{ijkl}^E , e_{lij} и ε_{il} – тензор упругих модулей, тензор пьезоэлектрических свойств и тензор диэлектрической проницаемости.

2. Гранично-элементная схема

Система слабосингулярных граничных интегральных уравнений в обобщенных перемещениях для краевой задачи (1)–(3) имеет следующий вид:

$$\int_{\Gamma} [\bar{U}_k(\mathbf{y}, s) \bar{h}_{jk}(\mathbf{y}, \mathbf{x}, s) - \bar{U}_k(\mathbf{x}, s) h_{jk}^S(\mathbf{y}, \mathbf{x})] d\Gamma(\mathbf{y}) - \int_{\Gamma} \bar{T}_k(\mathbf{y}, s) \bar{g}_{jk}(\mathbf{y}, \mathbf{x}, s) d\Gamma(\mathbf{y}) = 0, \quad (8)$$

где $\mathbf{x} \in \Gamma$ – точка коллокации, \mathbf{y} – точка наблюдения, \bar{g}_{jk} и \bar{h}_{jk} – электроупругие динамические фундаментальные и сингулярные решения, h_{jk}^S – статическая часть \bar{h}_{jk} .

Гранично-элементная пространственная дискретизация уравнения (8) основана на согласованном подходе Гольдштейна: геометрия границы рассматриваемой области аппроксимируется совокупностью четырехугольных восьмиузловых квадратичных элементов, поведение обобщенных перемещений и поверхностных усилий на каждом граничном элементе описывается с помощью линейных и постоянных функций формы. Эффективное вычисление фундаментальных решений достигается за счет линейной интерполяции динамических частей по граничному элементу в случаях, когда коллокационная точка достаточно удалена от этого элемента [21]. Коэффициенты при неизвестных и свободные члены разрешающей системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) являются комплекснозначными и зависят от значения параметра преобразования Лапласа s . Итоговые СЛАУ для разных значений параметра s являются информационно независимыми, что определяет ресурс для параллелизма с целью эффективного распределения вычислительной нагрузки при проведении расчетов на высокопроизводительных многопроцессорных системах. Реализация параллелизма проведена с использованием наиболее распространенной на сегодняшний день комбинированной модели MPI-OpenMP. Технология MPI (Message Passing Interface) применяется для межузлового параллелизма, а для организации параллельных вычислений на каждом узле используется OpenMP (Open Multi-Processing).

Метод квадратур сверток [14–16], разработанный для вычисления интеграла свертки, может быть использован для численного обращения преобразования Лапласа. В настоящей статье используется метод квадратур сверток совместно с методом Рунге – Кутты на узлах схемы Радо (Radau II), заданным с помощью таблицы Бутчера $\frac{\mathbf{c}|\mathbf{A}}{\mathbf{b}^\top}$, где $\mathbf{A} \in R^{m \times m}$, $\mathbf{b}, \mathbf{c} \in R^m$. На временном интервале $[0, N\Delta t]$ для оригинала $f(t)$ можно записать следующую аппроксимацию:

$$f(0) = 0, \quad f((n+1)\Delta t) = \mathbf{b}^\top \mathbf{A}^{-1} \sum_{k=0}^n \omega_{n-k} (sf^{\bar{}}(s)), \quad (9)$$

$$\omega_n (sf^{\bar{}}(s)) = \frac{R^{-n}}{L} \sum_{p=0}^{L-1} s_p \bar{f}(s_p) \exp(-in\phi_p), \quad n = \overline{0, N-1}, \quad (10)$$

$$s_p = \frac{\gamma(z_p)}{\Delta t}, \quad z_p = R \exp(i\phi_p), \quad \phi_p = 2\pi \frac{p}{L}, \quad (11)$$

$$\gamma(z_p) = \mathbf{A}^{-1} - z_p \mathbf{A}^{-1} \mathbf{I} \mathbf{b}^\top \mathbf{A}^{-1}, \quad \mathbf{I} = (1, \dots, 1)^\top, \quad (12)$$

где Δt – величина шага по времени, N – общее число шагов по времени, $0 < R < 1$ – параметр метода квадратур сверток.

В преобразованиях по Лапласу электроупругие трехмерные фундаментальные решения могут быть представлены в виде [9]:

$$\bar{g}_{ij}(\mathbf{r}, s) = g_{ij}^S(\mathbf{r}) + \bar{g}_{ij}^D(\mathbf{r}, s), \quad \mathbf{r} = \mathbf{y} - \mathbf{x}, \quad (13)$$

где

$$g_{ij}^S(\mathbf{r}) = \frac{1}{8\pi^2 |\mathbf{r}|} \int_{|\mathbf{d}|=1} \Gamma_{ij}^{-1}(\mathbf{d}) dL(\mathbf{d}), \quad (14)$$

$$\bar{g}_{ij}^D(\mathbf{r}, s) = -\frac{1}{8\pi^2} \int_{\substack{|\mathbf{n}|=1 \\ \mathbf{n} \cdot \mathbf{r} > 0}} \sum_{m=1}^3 \frac{k_m E_{im} E_{jm}}{\rho c_m^2} \exp(-k_m |\mathbf{n} \cdot \mathbf{r}|) dS(\mathbf{n}), \quad (15)$$

$$c_m = \sqrt{\frac{\lambda_m}{\rho}}, \quad k_m = \frac{s}{c_m}, \quad \Gamma_{ij}(\mathbf{d}) = C_{kijl} d_k d_l, \quad (16)$$

$$dL(\mathbf{d}(\varphi)) \in D^S = \{0 \leq \varphi \leq 2\pi\}, \quad (17)$$

$$dS(\mathbf{n}(b, \varphi)) \in D^D = \{0 \leq b \leq 1; 0 \leq \varphi \leq 2\pi\}, \quad (18)$$

$$\mathbf{n}(b, \varphi) = \sqrt{1-b^2} \mathbf{d} + b\mathbf{e}, \quad \mathbf{e} = \frac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|}, \quad \mathbf{e} = [e_1, e_2, e_3], \quad (19)$$

$$\mathbf{d}(\varphi) = \frac{[e_2 \cos \varphi + e_1 e_3 \sin \varphi, -e_1 \cos \varphi + e_2 e_3 \sin \varphi, -(1-e_3^2) \sin \varphi]}{\sqrt{1-e_3^2}}, \quad (20)$$

через λ_m, E_{jm} обозначены собственные числа и соответствующие собственные векторы матрицы $\Gamma_{ij}(\mathbf{n}) = C_{kijl} n_k n_l$.

Сингулярные фундаментальные решения определяются следующим образом:

$$\bar{h}_{jp}(\mathbf{r}, s) = C_{ijkl} \bar{g}_{kp,l}(\mathbf{r}, s) n_i(\mathbf{y}), \quad j, k, p = \overline{1, 4}; \quad j, l = \overline{1, 3}, \quad (21)$$

$n_i(\mathbf{y})$ – единичный вектор внешней нормали к границе в точке \mathbf{y} .

3. Численный пример

Рассматривается электроупругий прямоугольный параллелепипед (рис. 1) с размерами $a \times b \times c$ ($a = 0,16$ м, $b = 0,4$ м, $c = 0,32$ м) и центральным отверстием, которое имеет радиус $d = 0,05$ м. На боковых сторонах $x_1 = 0$ и $x_1 = b$ заданы граничные условия $u_1 = 0$. На нижней стороне $x_3 = 0$ задана жесткая заделка и нулевой электрический потенциал. На верхней стороне $x_3 = c$ задана внезапно приложенная равномерно распределенная механическая нагрузка в виде $t_3 = t^*H(t)$, $t^* = -0,1$ ГПа, где $H(t)$ – функция Хевисайда. Остальная поверхность принимается свободной от обобщенных поверхностных усилий.

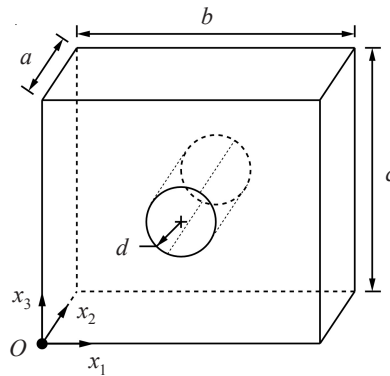


Рис. 1. Прямоугольный параллелепипед с центральным отверстием

Параллелепипед изготовлен из пьезокерамического материала PZT-4 на основе цирконата-титаната свинца. Материал PZT-4 имеет плотность $\rho = 7500$ кг/м³ и следующие параметры:

$$\mathbf{C}^E = \begin{pmatrix} 139 & 78 & 74 & 0 & 0 & 0 \\ 78 & 139 & 74 & 0 & 0 & 0 \\ 74 & 74 & 115 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 25,6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 25,6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 30,5 \end{pmatrix} \text{ ГПа}, \quad (22)$$

$$\mathbf{e} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 12,7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 12,7 & 0 & 0 \\ -5,2 & -5,2 & 15,1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ Кл/м}^2, \quad (23)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{pmatrix} 6,5 & 0 & 0 \\ 0 & 6,5 & 0 \\ 0 & 0 & 5,6 \end{pmatrix} \cdot 10^{-9} \text{ Кл/(В}\cdot\text{м)}. \quad (24)$$

На рис. 2–4 представлены полученные авторами результаты гранично-элементных решений и результаты конечно-элементного моделирования для перемещений $u_3(t)$ и электрического потенциала $\phi(t)$ в точке с координатами $(b/2, a/2, c)$ и для поверхностных усилий $t_3(t)$ в точке с координатами $(b/2, a/2, 0)$. Имеет место качественное и количественное соответствие результатов.

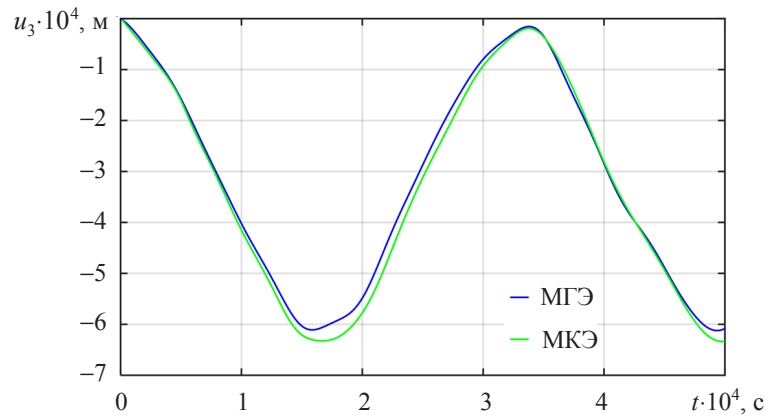


Рис. 2. Перемещения $u_3(t)$ в точке $(b/2, a/2, c)$

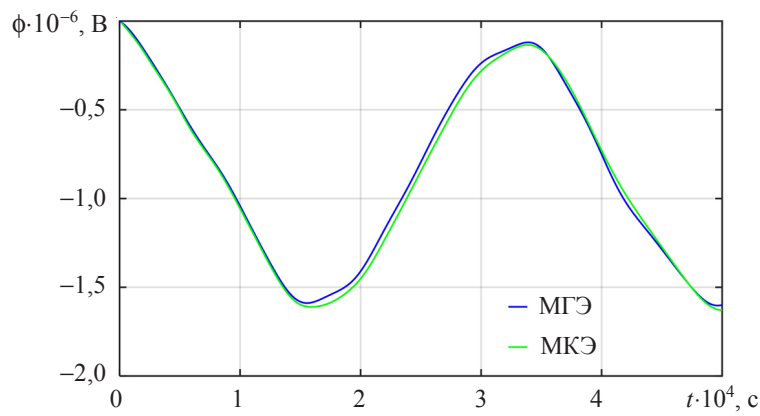


Рис. 3. Электрический потенциал $\phi(t)$ в точке $(b/2, a/2, c)$

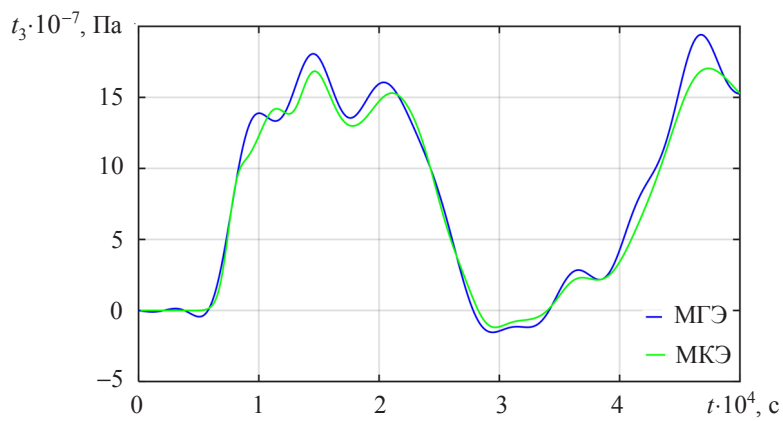


Рис. 4. Поверхностные усилия $t_3(t)$ в точке $(b/2, a/2, 0)$

Заключение

Предложенная формулировка прямого подхода метода граничных элементов в пространстве Лапласа, основанная на системе слабосингулярных граничных интегральных уравнений, успешно использована для численного моделирования ди-

намики трехмерных линейных электроупругих тел с отверстиями. Приведены результаты гранично-элементного моделирования и конечно-элементного решения тестовой нестационарной динамической задачи об электроупругом прямоугольном параллелепипеде с центральным отверстием под действием внезапно приложенной равномерно распределенной механической нагрузки в виде функции Хевисайда по времени. Продемонстрировано хорошее соответствие ГЭ- и КЭ-решений.

Список литературы

1. Priya S. Advances in energy harvesting using low profile piezoelectric transducers. *Journal of Electroceramics*. 2007. Vol. 19. P. 165–182.
2. Reddy A.R., Umapathy M., Ezhilarasi D., Uma G. Cantilever beam with trapezoidal cavity for improved energy harvesting. *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*. 2015. Vol. 16. P. 1875–1881.
3. Raju S., Umapathy M., Uma G. Cantilever piezoelectric energy harvester with multiple cavities. *Smart Materials and Structures*. 2015. Vol. 24. P. 115023.
4. Reddy A.R., Umapathy M., Ezhilarasi D., Gandhi U. Improved energy harvesting from vibration by introducing cavity in a cantilever beam. *Journal of Vibration and Control*. 2016. Vol. 22. P. 3057–3066.
5. Raju S., Umapathy M., Uma G. Piezoelectric energy harvesting with single and multiple condensed cavities. *Ferroelectrics*. 2017. Vol. 507. P. 29–42.
6. Wang C.Y., Achenbach J.D. Elastodynamic fundamental solution for anisotropic solids. *Geophysical Journal International*. 1994. Vol. 118. P. 384–392.
7. Wang C.Y., Achenbach J.D. Three-dimensional time-harmonic elastodynamic Green's functions for anisotropic solids. *Proceedings of the Royal Society of London A*. 1995. Vol. 449. P. 441–458.
8. Norris A. Dynamic Green's functions in anisotropic piezoelectric, thermoelastic and poroelastic solids. *Proceedings of the Royal Society of London A*. 1994. Vol. 447. P. 175–188.
9. Wang C.Y., Zhang Ch. 3D and 2D dynamic Green's functions and time-domain BIEs for piezoelectric solids. *Engineering Analysis with Boundary Elements*. 2005. Vol. 29. P. 454–465.
10. Pan E., Toton F. Three-dimensional Green's functions in anisotropic piezoelectric solids. *International Journal of Solids and Structures*. 2000. Vol. 37. P. 943–958.
11. Kogl M., Gaul L. A boundary element method for transient piezoelectric analysis. *Engineering Analysis with Boundary Elements*. 2000. Vol. 24. P. 591–598.
12. Gaul L., Kogl M., Wagner M. *Boundary Element Methods for Engineers and Scientists*. Berlin: Springer, 2003. 488 p.
13. Nardini D., Brebbia C.A. A new approach to free vibration analysis using boundary elements. *Applied Mathematical Modeling*. 1983. Vol. 7. P. 157–162.
14. Белов А.А., Игумнов Л.А., Литвинчук С.Ю. Гранично-элементная методика на основе модифицированного метода квадратур сверток в динамических задачах упругих тел. *Проблемы прочности и пластичности*. 2008. Вып. 70. С. 150–158.
15. Lubich C. Convolution quadrature and discretized operational calculus. I. *Numerische Mathematik*. 1988. Vol. 52. P. 129–145.
16. Lubich C. Convolution quadrature and discretized operational calculus. II. *Numerische Mathematik*. 1988. Vol. 52. P. 413–442.
17. Banjai L., Messner M., Schanz M. Runge–Kutta convolution quadrature for the boundary element method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2012. Vol. 245–246. P. 90–101.
18. Parton V.Z., Kudryavtsev B.A. *Electromagnetoelasticity*. New York: Gordon and Breach Science Publishers, 1988.
19. Tiersten H.F. *Linear Piezoelectric Plate Vibrations*. New York: Plenum Press, 1969. 212 p.
20. Barnett D.M., Lothe J. Dislocations and line charges in anisotropic piezoelectric insulators. *Physica Status Solidi B*. 1975. Vol. 76. P. 105–111.
21. Matsumoto T., Tanaka M., Ogawa Y. A simple technique for efficient evaluations of boundary integrals of time-harmonic elastodynamic BEM analyses for anisotropic solids.

Proceedings Second MIT Conference on Computational Fluid and Solid Mechanics. 2003. P. 2071–2073.

References

1. Priya S. Advances in energy harvesting using low profile piezoelectric transducers. *Journal of Electroceramics*. 2007. Vol. 19. P. 165–182.
2. Reddy A.R., Umapathy M., Ezhilarasi D., Uma G. Cantilever beam with trapezoidal cavity for improved energy harvesting. *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*. 2015. Vol. 16. P. 1875–1881.
3. Raju S., Umapathy M., Uma G. Cantilever piezoelectric energy harvester with multiple cavities. *Smart Materials and Structures*. 2015. Vol. 24. P. 115023.
4. Reddy A.R., Umapathy M., Ezhilarasi D., Gandhi U. Improved energy harvesting from vibration by introducing cavity in a cantilever beam. *Journal of Vibration and Control*. 2016. Vol. 22. P. 3057–3066.
5. Raju S., Umapathy M., Uma G. Piezoelectric energy harvesting with single and multiple condensed cavities. *Ferroelectrics*. 2017. Vol. 507. P. 29–42.
6. Wang C.Y., Achenbach J.D. Elastodynamic fundamental solution for anisotropic solids. *Geophysical Journal International*. 1994. Vol. 118. P. 384–392.
7. Wang C.Y., Achenbach J.D. Three-dimensional time-harmonic elastodynamic Green's functions for anisotropic solids. *Proceedings of the Royal Society of London A*. 1995. Vol. 449. P. 441–458.
8. Norris A. Dynamic Green's functions in anisotropic piezoelectric, thermoelastic and poroelastic solids. *Proceedings of the Royal Society of London A*. 1994. Vol. 447. P. 175–188.
9. Wang C.Y., Zhang Ch. 3D and 2D dynamic Green's functions and time-domain BIEs for piezoelectric solids. *Engineering Analysis with Boundary Elements*. 2005. Vol. 29. P. 454–465.
10. Pan E., Tonon F. Three-dimensional Green's functions in anisotropic piezoelectric solids. *International Journal of Solids and Structures*. 2000. Vol. 37. P. 943–958.
11. Kogl M., Gaul L. A boundary element method for transient piezoelectric analysis. *Engineering Analysis with Boundary Elements*. 2000. Vol. 24. P. 591–598.
12. Gaul L., Kogl M., Wagner M. *Boundary Element Methods for Engineers and Scientists*. Berlin: Springer, 2003. 488 p.
13. Nardini D., Brebbia C.A. A new approach to free vibration analysis using boundary elements. *Applied Mathematical Modeling*. 1983. Vol. 7. P. 157–162.
14. Belov A.A., Igumnov L.A., Litvinchuk S. Yu. Granichno-elementnaya metodika na osnove modifitsirovannogo metoda kvadratur svertok v dinamicheskikh zadachakh uprugikh tel [Boundary-element procedure based on modified convolution quadrature method in dynamic problems of elastic bodies]. *Problemy prochnosti i plastichnosti [Problems of Strength and Plasticity]*. 2008. Iss. 70. P. 150–158 (In Russian).
15. Lubich C. Convolution quadrature and discretized operational calculus. I. *Numerische Mathematik*. 1988. Vol. 52. P. 129–145.
16. Lubich C. Convolution quadrature and discretized operational calculus. II. *Numerische Mathematik*. 1988. Vol. 52. P. 413–442.
17. Banjai L., Messner M., Schanz M. Runge–Kutta convolution quadrature for the boundary element method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2012. Vol. 245–246. P. 90–101.
18. Parton V.Z., Kudryavtsev B.A. *Electrocmagnetoelasticity*. New York: Gordon and Breach Science Publishers, 1988.
19. Tiersten H.F. *Linear Piezoelectric Plate Vibrations*. New York: Plenum Press, 1969. 212 p.
20. Barnett D.M., Lothe J. Dislocations and line charges in anisotropic piezoelectric insulators. *Physica Status Solidi B*. 1975. Vol. 76. P. 105–111.
21. Matsumoto T., Tanaka M., Ogawa Y. A simple technique for efficient evaluations of boundary integrals of time-harmonic elastodynamic BEM analyses for anisotropic solids. *Proceedings Second MIT Conference on Computational Fluid and Solid Mechanics*. 2003. P. 2071–2073.

MODELING OF DYNAMIC BEHAVIOUR OF A 3D PIEZOELECTRIC SOLIDS WITH HOLES USING BOUNDARY ELEMENT METHOD

Igumnov L.A., Markov I.P.

*Research Institute of Mechanics University of Nizhni Novgorod,
Nizhni Novgorod, Russian Federation*

In this work, a direct Laplace domain boundary element method is applied for modeling dynamic behaviour of 3D linear piezoelectric solids with holes. Presented boundary element formulation is based on weakly singular boundary integral equations for generalized displacements. Integral representations of Laplace domain piezoelectric dynamic fundamental solutions are employed. For the spatial discretization a collocation method is used together with the matched approach. Numerical inversion of the Laplace transform is done via Runge – Kutta Radau convolution quadrature method. Boundary element solutions for the transient dynamic test problem of a piezoelectric solid with hole and subjected to suddenly applied uniformly distributed Heaviside-type mechanical loading are presented.

Keywords: piezoelectricity, anisotropy, dynamics, boundary element method, Laplace transform.