

УДК 519.6:539.3

**ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ТРЕХМЕРНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ
УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ
С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АЖУРНОЙ СХЕМЫ
МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ**

© 2017 г.

**Жидков А.В.¹, Крутова К.А.²,
Миронов А.А.², Чекмарев Д.Т.¹**

¹*Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, Нижний Новгород, Российская Федерация*

²*Научно-исследовательский институт механики
Национального исследовательского Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского, Нижний Новгород, Российская Федерация*

4ekm@mm.unn.ru

Поступила в редакцию 03.07.2017

Статья продолжает серию публикаций авторов, посвященных ажурным схемам метода конечных элементов решения трехмерных задач теории упругости и пластичности. Ажурные схемы основаны на традиционной схеме четырехузлового конечного элемента в виде тетраэдра. Особенностью схем является расположение конечных элементов, заполняющих расчетную область, с регулярными промежутками между ними. Это позволяет существенно уменьшить число элементов и тем самым сократить вычислительные затраты на решение задач. Рассматривается вариант ажурной схемы на базе исходной гексаэдрической сетки конечных элементов, в которой в каждой ячейке исходной сетки располагается один расчетный элемент в виде тетраэдра. Высокая точность и эффективность этой схемы при решении линейных динамических задач теории упругости были показаны в публикациях авторов. В статье рассматривается применение ажурной схемы метода конечных элементов к решению геометрически и физически нелинейных трехмерных нестационарных задач динамического деформирования упругопластических сред и конструкций. Приводятся результаты численного решения ряда модельных и прикладных задач, сравнение с экспериментальными данными и численными решениями на основе пакета прикладных программ ANSYS. Результаты расчетов демонстрируют высокое качество численной схемы.

Ключевые слова: ажурная схема МКЭ, упругопластические задачи, трехмерные задачи, нестационарная динамика.

Введение

Предложенная в [1–5] ажурная численная схема метода конечных элементов (МКЭ) решения трехмерных задач теории упругости и пластичности хорошо зарекомендовала себя при решении упругих задач нестационарной динамики сплошных сред и конструкций. Схема показала свою высокую точность и эффективность

[6, 7]. Она свободна от двух известных недостатков схем МКЭ – эффекта завышенной сдвиговой жесткости для схем на базе 4-узлового конечного элемента (КЭ) и эффекта неустойчивости «песочные часы» («hourglass instability», см., например, [8]) для 8-узлового КЭ с неполным интегрированием (схема Уилкинса [9]). Анализ свойств, точности и эффективности схемы для упругих задач приведен в [4, 6, 7]. В настоящей статье рассматривается применение ажурной схемы к решению нестационарных геометрически и физически нелинейных задач динамики упругопластических сред и конструкций. Приводится решение ряда модельных и прикладных задач. Численные результаты сравниваются с экспериментальными данными и результатами расчетов, полученных с помощью инженерного комплекса программ ANSYS. Результаты демонстрируют высокое качество и эффективность методики численного решения на базе ажурной схемы МКЭ.

1. Основные уравнения и методика численного решения на основе ажурной схемы

В целом методика численного решения является традиционной на базе использования 4-узлового КЭ и явной схемы «крест» интегрирования по времени. Отличие методики от известных вариантов [10, 11] состоит в использовании ажурной сетки, в которой расчетные элементы заполняют область решения задачи с регулярными промежутками.

Подробное описание методики имеется в [12]. Приведем ее основные положения. Полагаем, что тело занимает объем V , на границе которого $\partial V = S_u \cup S_p$ заданы граничные условия: на части границы S_u – в перемещениях, на S_p – в напряжениях. Предполагаются известными поля внешних массовых F и поверхностных P сил, распределение перемещений u и скоростей \dot{u} при $t = 0$ (начальные условия). При выводе уравнений будем исходить из общего уравнения динамики (вариационного принципа Даламбера – Лагранжа или принципа виртуальной работы):

$$\delta A_{\text{внутр}} = \delta A_{\text{внеш}}$$

где работа внешних сил на действительных перемещениях равна сумме работ внешних массовых и поверхностных сил. Будем придерживаться следующих обозначений: x^1, x^2, x^3 – декартова система координат; t – время; $u(x^1, x^2, x^3) = (u_1, u_2, u_3)$ – вектор перемещения; $\varepsilon_{ij} = (u_{ij} + u_{ji})/2$ – тензор деформации; ρ – плотность.

Записывая работу внутренних и внешних сил, получим уравнение:

$$\int_V \sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} dv = \int_V \rho (F_i - \ddot{u}_i) \delta u_i dv + \int_{S_p} P_i \delta u_i dS. \quad (1)$$

Учет геометрической нелинейности производится путем перестройки сетки с линеаризацией уравнений в текущей конфигурации, для физической нелинейности используется теория течения с линейным кинематическим упрочнением [13].

Связь между напряжениями и деформациями в решаемых задачах установим на основе инкрементальной теории пластичности с линейным кинематическим упрочнением. Тензор деформаций представим в виде суммы упругих ε'_{ij} и пластических ε''_{ij} деформаций: $\varepsilon_{ij} = \varepsilon'_{ij} + \varepsilon''_{ij}$. Упругие деформации связаны с напряжениями σ_{ij} законом Гука:

$$\sigma_{ij} = \lambda \delta_{ij} \varepsilon'_{kk} + 2\mu \varepsilon'_{ij}, \quad (2)$$

где используются следующие характеристики материала: E – модуль Юнга; ν – коэффициент Пуассона; $\lambda = E\nu/[(1 + \nu)(1 - 2\nu)]$, $\mu = E/[2(1 + \nu)]$ – параметры Ламе.

Пластические деформации определяются историей пластического течения:

$$\varepsilon_{ij}'' = \int_0^t \dot{\varepsilon}_{ij}'' dt, \quad (3)$$

при этом предполагается пластическая несжимаемость материала $\varepsilon_{ii}'' = 0$.

Скорости пластических деформаций и напряжения связаны законом течения

$$\dot{\varepsilon}_{ij}'' = \dot{\zeta} S_{ij}^0, \quad (4)$$

где $S_{ij}^0 = \sigma_{ij} - 1/3 \cdot \delta_{ij} \sigma_{kk} - p_{ij}$ – тензор активных напряжений, $p_{ij} = 2g\varepsilon_{ij}''$ – тензор микронапряжений, g – модуль упрочнения, параметр $\dot{\zeta}$ определяется равенством [13]:

$$\dot{\zeta} = \begin{cases} 0, & |S_{ij} S_{ij}| < \frac{2}{3} \sigma_T^2, \\ \frac{3}{8gG_T^2} \left| S_{mn}^0 \left(\sigma_{mn} - \frac{1}{3} \delta_{mn} \sigma_{kk} \right) \right|, & |S_{ij} S_{ij}| = \frac{2}{3} \sigma_T^2, \end{cases} \quad (5)$$

где S_{ij} – девиатор напряжений, σ_T – предел текучести материала. Во всех случаях предполагается $0 < g < G$.

Добавляя к приведенным соотношениям граничные условия в перемещениях

$$u_i|_{S_u} = u_i^*(X) \quad (6)$$

и начальные условия

$$u_i|_{t=0} = u_i^0(X), \quad \dot{u}_i|_{t=0} = v_i^0(X), \quad (7)$$

получаем полную формулировку начально-краевой задачи нелинейной теории пластичности.

Вариационное уравнение (1) эквивалентно системе уравнений движения

$$\sigma_{ij,j} + \rho F_i = \rho \ddot{u}_i \quad (8)$$

и граничным условиям в напряжениях

$$\sigma_{ij} n_j|_{S_p} = P_i. \quad (9)$$

Таким образом, геометрически и физически нелинейная задача теории пластичности формулируется как система соотношений (1)–(7) (вариационная постановка) или (2)–(8) (дифференциальная постановка).

Реализован вариант методики, в котором учет геометрической нелинейности производится в метрике начального состояния с использованием квадратичного варианта нелинейной теории упругости [14].

Для расчетов используется гексаэдрическая сетка, расчетным элементом является центральный тетраэдр (рис. 1). При этом масса, объем и другие экстенсивные характеристики крайних тетраэдров присоединяются к центральному тетраэдру. Сокращение количества элементов и узлов приводит к сокращению объема вычислений, точность при этом не теряется. Подробнее см. в [1, 2, 6].

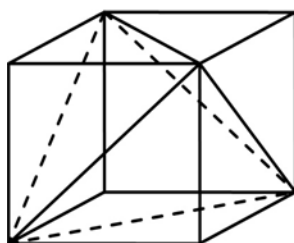


Рис. 1. Ячейка ажурной сетки

2. Нестационарные задачи деформирования упругопластических тел

Работоспособность и эффективность методики тестировалась на большом количестве решенных задач для упругих и упругопластических тел. Результаты решения ряда упругих задач приведены в [3, 6]. Приведем результаты решения нестационарных задач деформирования упругопластических тел. Рассмотренные трехмерные и осесимметричные задачи решались в трехмерной постановке. В приведенных для сравнения решениях ANSYS расчеты во всех задачах проводились с использованием объемного конечного элемента SOLID 183.

Задача 1. Расчет упругопластической деформации ударника. Проведены расчеты задачи об ударе осесимметричного тела при заданной начальной скорости ударника $v_0 = 0,1$ км/с о неподвижную преграду. Длина ударника 19,2 см, размер каждого ребра $0,5 \times 1$ см. Геометрия ударника и вид сетки в начальный момент времени приведены на рис. 2. В расчетной области выполнена генерация неструктурированной расчетной сетки с количеством элементов, равным 2336.

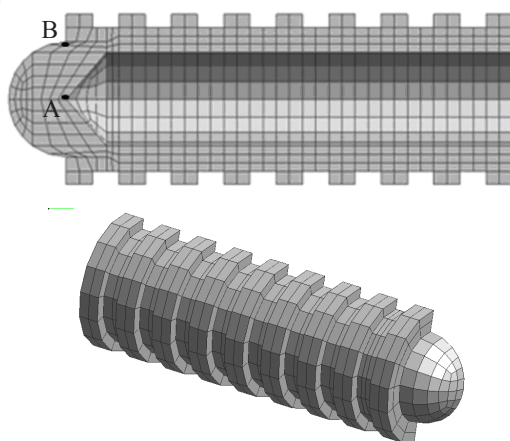


Рис. 2. Сетка в начальный момент времени

В расчете использовалась упругопластическая модель материала с кинематическим упрочнением: $\rho = 7,8$ г/см³, $E = 200$ ГПа, $\nu = 0,33$, предел текучести $\sigma_T = 0,23$ ГПа, модуль упрочнения $g = 0,63$ ГПа. В плоскости $X = 0$ расположена жесткая стенка.

Задача решалась в геометрически нелинейной постановке в метрике текущего состояния, проводилось сравнение компонент перемещений и скоростей перемещений на временном интервале $(0, 100)$ мкс в двух точках. На рис. 3 изображена

геометрия ударника в конечный момент времени $t = 100$ мкс и показаны расчетные точки, на рис. 4, 5 – результаты решения задачи с использованием ажурной схемы и ANSYS для точек А(3,2; 0; 2,75) и В(2,2; 2,2981; 2,2981) соответственно.

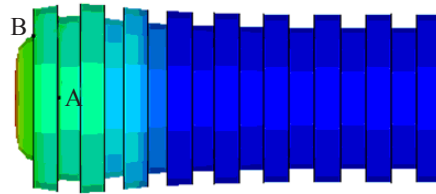


Рис. 3. Вид ударника в момент $t = 100$ мкс

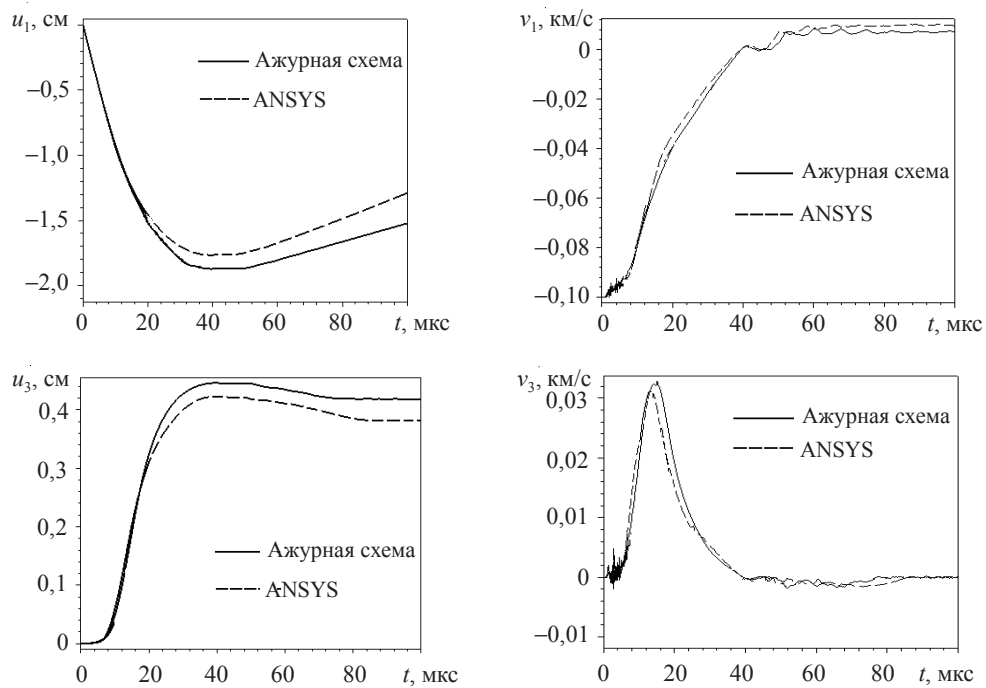


Рис. 4. Результаты решений задачи в точке А

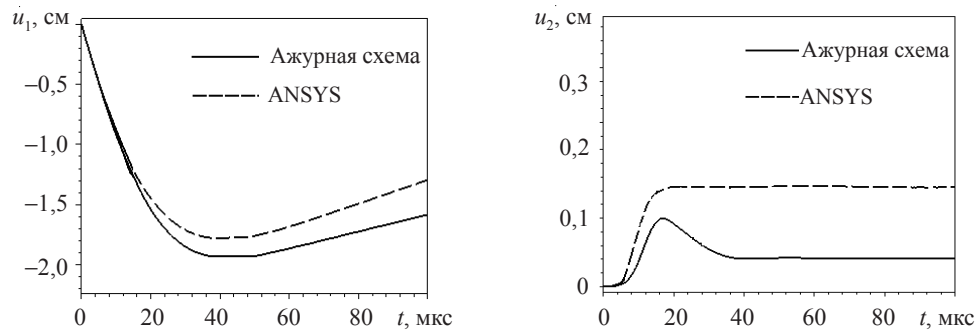


Рис. 5. Результаты решений задачи в точке В

Результаты показывают хорошее качественное согласование с результатами ANSYS. Количественные расхождения могут быть объяснены упрощенной моделью контакта с жестким телом, реализованной в ажурной схеме.

Задача 2. Динамический изгиб бруса с отверстием. Рассматривается брус, состоящий из двух жестко соединенных между собой частей из разных материалов, в одной из которых имеется отверстие. Геометрические параметры бруса в сантиметрах показаны на рис. 6. Материал верхней части бруса – упругий, нижней части с отверстием – идеально-пластический. Физико-механические характеристики материалов бруса: плотность $\rho = 4,99 \text{ г/см}^3$, модуль Юнга $E = 110,37 \text{ ГПа}$, коэффициент Пуассона $\nu = 0,32$ для материала 1; плотность $\rho = 4,99 \text{ г/см}^3$, модуль Юнга $E = 11,37 \text{ ГПа}$, коэффициент Пуассона $\nu = 0,32$, предел текучести $\sigma_T = 468 \text{ МПа}$ для материала 2. На верхнюю часть бруса действует мгновенно приложенная распределенная нагрузка $F = 0,1 \text{ МН}$. Брус жестко заделан по нижней торцевой поверхности. Целью расчета является определение деформированного состояния бруса.

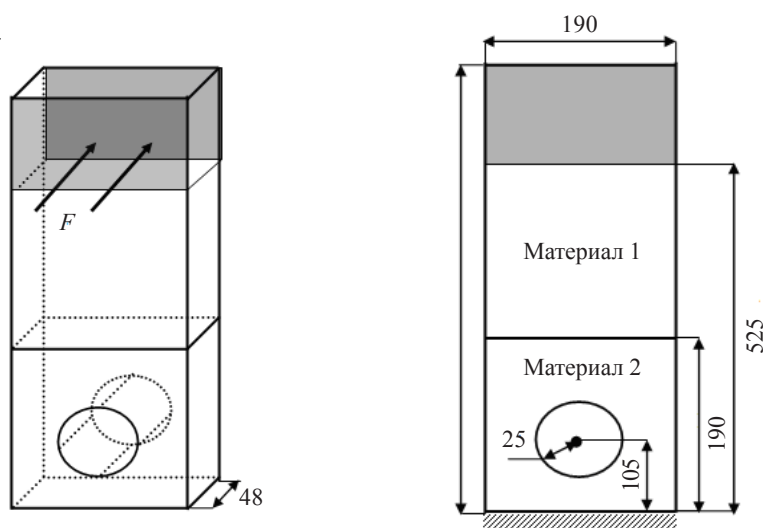


Рис. 6. Брус с отверстием

С учетом симметрии задачи при численном решении моделируется 1/2 часть бруса с заданием граничных условий симметрии на соответствующих поверхностях. На торцевой поверхности бруса задается условие жесткой заделки. На рис. 7 приведена конечно-элементная сетка.

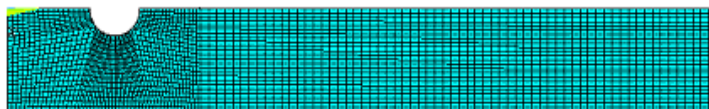


Рис. 7. Конечно-элементная сетка

Для решения задачи использовались следующие численные схемы: 1 – ажурная в метрике текущего состояния (ажурная т.с.), 2 – ажурная в метрике начального состояния (ажурная н.с.), 3 – решение ANSYS. Результаты расчетов приведены на графиках временной зависимости интенсивности пластических деформаций для двух угловых элементов на границе раздела материалов, расположенных в области

материала 2 на внешней границе бруса с противоположных сторон по отношению к изгибу: 12048 – область растяжения, 9232 – область сжатия (рис. 8).

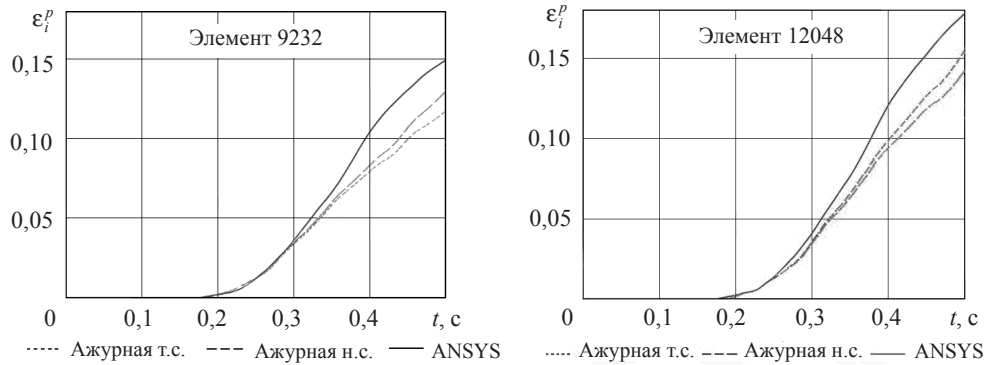


Рис. 8. Зависимость интенсивности пластических деформаций от времени

Оба варианта ажурной схемы показали хорошее согласование между собой и удовлетворительное – с результатами ANSYS.

Задача 3. Динамический изгиб упругопластической балки под действием взрыва. Балка прямоугольного поперечного сечения с жестко заделанными торцами нагружена в центральной части равномерно распределенной поверхностной силой (рис. 9).

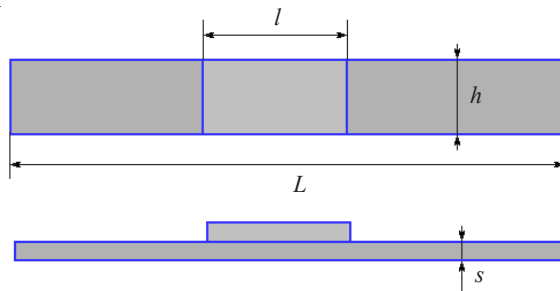


Рис. 9. Балка с накладным зарядом

Геометрические параметры балки: длина $L = 25,4$ см, ширина $h = 3,048$ см, высота $s = 0,635$ см. Физико-механические характеристики материала: $\rho = 2,7$ г/см³, $E = 74,6$ ГПа, $\sigma_T = 287$ МПа, $g = 427$ МПа, $\nu = 0,33$. Длина области нагружения поверхностной силой $l = 5,08$ см. Изменение поверхностной силы во времени представлено графиком на рис. 10. Целью расчета является сравнение его с экспериментом [12].

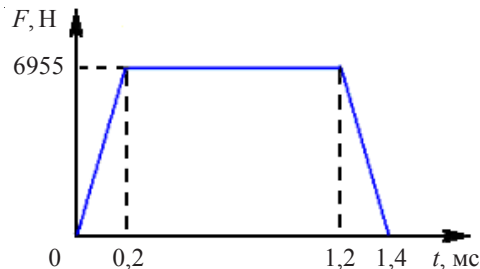


Рис. 10. Импульс давления

С учетом симметрии задачи при численном решении моделируется 1/4 часть балки с заданием граничных условий симметрии на соответствующих поверхностях. На торцевой поверхности балки задается условие жесткой заделки. На рис. 11 показаны конечно-элементная сетка ($60 \times 8 \times 4$), условия симметрии и условия жесткой заделки.

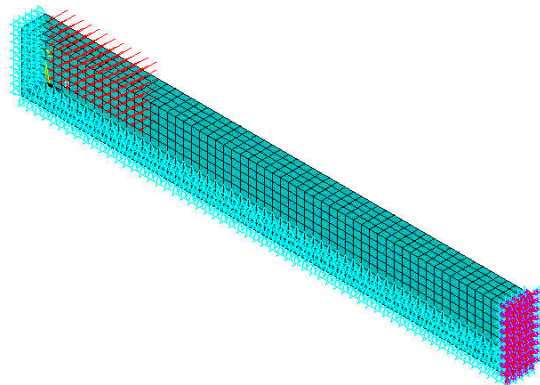


Рис. 11. Расчетная сетка для балки

Задача решена с помощью численных схем (ажурной в метрике текущего состояния (ажурная т.с.), ажурной в метрике начального состояния (ажурная н.с.)) и программы ANSYS.

На рис. 12 приведены графики временной зависимости смещения центральной точки балки в направлении приложения нагрузки, полученные для различных схем численного решения задачи (ANSYS, ажурная схема в метрике текущего состояния, ажурная схема в метрике начального состояния).

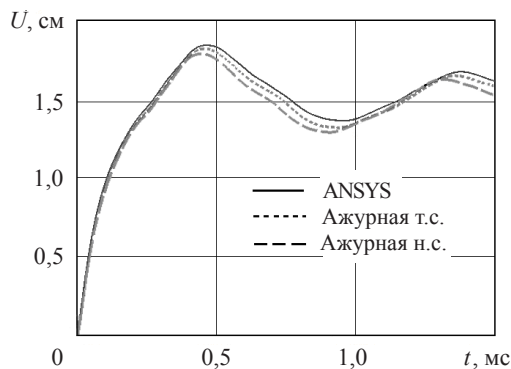


Рис. 12. Зависимость смещения центральной точки балки от времени

Все схемы дают качественно похожие результаты. Максимальные значения прогибов в центральной точке балки: для ажурной т.с. – 1,847 см, для ажурной н.с. – 1,808 см, ANSYS – 1,869 см; экспериментальные данные [15] – 1,897 см.

Заключение

Рассмотрено применение ажурной схемы метода конечных элементов к решению нестационарных упругопластических задач динамики сплошных сред и конструкций. Приведены результаты решения некоторых модельных и прикладных задач

и их сравнение с экспериментальными данными и результатами расчетов по другим методикам. Показано высокое качество и эффективность численных решений на базе ажурной схемы. Достоинства ажурной схемы служат основанием для включения ее в состав инженерных пакетов прикладных программ для численного решения широкого круга задач механики сплошных сред и конструкций.

Список литературы

1. Чекмарев Д.Т. «Ажурные» схемы метода конечного элемента. *Прикладные проблемы прочности и пластичности. Численное моделирование физико-механических процессов*. 1997. Вып. 55. С. 157–159.
2. Чекмарев Д.Т. Численные схемы метода конечного элемента на «ажурных» сетках. *Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов*. 2009. Вып. 2. С. 49–54.
3. Жидков А.В., Зефиров С.В., Кастальская К.А., Спиринов С.В., Чекмарев Д.Т. Ажурная схема численного решения трехмерных динамических задач теории упругости и пластичности. *Вестник ННГУ*. 2011. Вып. 4(4). С. 1480–1482.
4. Кастальская К.А., Чекмарев Д.Т. Устойчивость явных ажурных схем «крест» решения динамических задач теории упругости. *Проблемы прочности и пластичности*. 2011. Вып. 73. С. 77–86.
5. Spirin S.V., Chekmarev D.T., Zhidkov A.V. Solving the 3D elasticity problems by rare mesh FEM scheme. *Finite Difference Methods, Theory and Applications*. Vol. 9045 of the Series Lecture Notes in Computer Science. 2015. P. 379–384.
6. Крутова К.А., Спиринов С.В., Чекмарев Д.Т. О влиянии взаимного расположения конечных элементов на точность численного решения задач теории упругости. *Проблемы прочности и пластичности*. 2013. Т. 75. №4. С. 312–322.
7. Chekmarev D.T. Some results of FEM schemes analysis by finite difference method. *Finite Difference Methods, Theory and Applications*. Vol. 9045 of the Series Lecture Notes in Computer Science. 2015. P. 153–160.
8. Ohya Y., Yoshida N. FEM model of Biot's equation free from volume locking and hourglass instability. *The 14th World Conference on Earthquake Engineering*. October 12–17, 2008. Beijing, China.
9. Уилкинс М.Л. Расчет упругопластических течений. *Вычислительные методы в гидродинамике*. М.: Мир, 1967. С. 212–263.
10. Стренг Г., Фикс Дж. *Теория метода конечных элементов*. М.: Мир, 1977. 349 с.
11. Голованов А.И., Бережной Д.В. *Метод конечных элементов в механике деформируемых твердых тел*. Казань: ДАС, 2001. 301 с.
12. Крутова К.А. *Численное решение трехмерных динамических задач теории упругости и пластичности на основе ажурной вариационно-разностной схемы*: Дис. ... канд. физ.-мат. наук. Нижегородский гос. университет, Нижний Новгород. 2015. 105 с.
13. Кадашевич Ю.И., Новожилов В.В. Теория пластичности, учитывающая эффект Баушингера. *ДАН СССР*. 1957. Т. 117. Вып. 4. С. 586–588.
14. Баженов В.Г. Численное моделирование нестационарных задач динамики упругопластических конструкций. *Прикладные проблемы прочности и пластичности. Методы решения* 1995. Вып. 53. С. 17–29.
15. Hartzman W., Hutchinson J.R. Nonlinear dynamics of solids by finite element method. *Int. Comp. and Struct.* 1972. Vol. 2. 1–2. P. 47–77.

References

1. Chekmarev D.T. "Azhurnye" skhemy metoda konechnogo elementa ["Fishnet" diagrams of the finite elements method]. *Prikladnye problemy prochnosti i plastichnosti. Chislennoe modelirovanie physiko-mekhanicheskikh protsessov* [Application Problems of Strength and Plasticity. Numerical Simulation of Physico-mechanical Processes]. 1997. Iss. 55. P. 157–159 (In Russian).

2. Chekmarev D.T. Chislennye skhemy metoda konechnogo elementa na “azhurnykh” setkakh [Final element method numerical schemes on “rare” meshes]. *Voprosy atomnoy nauki i tekhniki. Ser. Matematicheskoe modelirovanie fizicheskikh protsessov [Problems of Atomic Science and Technique. Mathematical Modeling of Physical Processes]*. 2009. No 2. P. 49–54 (In Russian).
3. Zhidkov A.V., Zefirov S.V., Kastal'skaya K.A., Spirin S.V., Chekmarev D.T. Azhurnaya skhema chislennogo resheniya trekhmernykh dinamicheskikh zadach teorii uprugosti i plastichnosti [Rare mesh scheme for solution of three-dimensional dynamic problems of elasticity and plasticity]. *Vestnik NNGU [Vestnik of Lobachevsky University of Nizhni Novgorod]*. 2011. Iss. 4(4). P. 1480–1482 (In Russian).
4. Kastal'skaya K.A., Chekmarev D.T. Ustoychivost yavnykh azhurnykh skhem «krest» resheniya dinamicheskikh zadach teorii uprugosti [The stability of explicit rare mech cross-type schemes for the solution of dynamic problems of elasticity]. *Problemy prochnosti i plastichnosti [Problems of Strength and Plasticity]*. 2011. Iss. 73. P. 77–86 (In Russian).
5. Spirin S.V., Chekmarev D.T., Zhidkov A.V. Solving the 3D elasticity problems by rare mesh FEM scheme. *Finite Difference Methods, Theory and Applications*. Vol. 9045 of the Series Lecture Notes in Computer Science. 2015. P. 379–384.
6. Krutova K.A., Spirin S.V., Chekmarev D.T. O vliyaniy vzaimnogo raspolozheniya konechnykh elementov na tochnost chislennogo resheniya zadach teorii uprugosti [On the effect of the arrangement of finit elements relative to each other of the accuracy of the FE-analisis of elasticity problems]. *Problemy prochnosti i plastichnosti [Problems of Strength and Plasticity]*. 2013. Vol. 75. No 4. P. 312–322 (In Russian).
7. Chekmarev D.T. Some results of FEM schemes analysis by finite difference method. *Finite Difference Methods, Theory and Applications*. Vol. 9045 of the Series Lecture Notes in Computer Science. 2015. P. 153–160.
8. Ohya Y., Yoshida N. FEM model of Biot's equation free from volume locking and hourglass instability. *The 14th World Conference on Earthquake Engineering*. October 12–17. 2008. Beijing, China.
9. Wilkins M.L. Raschet uprugoplasticheskikh techeniy [Calculation of elastic-plastic flows]. *Vychislitelnye metody v gidrodinamike [Computational Methods in Hydrodynamics]*. Moscow. Mir Publ. 1967. P. 212–263 (In Russian).
10. Steng G., Fix J. *Teoriya metoda konechnykh elementov [The Theory of the Finite Element Method]*. Moscow. Mir Publ. 1977. 349 p. (In Russian).
11. Golovanov A.I., Berezhnoi D.V. *Metod konechnykh elementov v mekhanike deformiruemyykh tverdykh tel [Finite Element Method in Mechanics of Deformable Solids]*. Kazan. DAS Publ. 2001. 301 p. (In Russian).
12. Krutova K.A. *Chislennoe reshenie trekhmernykh dinamicheskikh zadach teorii uprugosti i plastichnosti na osnove azhurnoy variatsionno-raznostnoy skhemy [Numerical solution of three-dimensional dynamic problems of the theory of elasticity and plasticity on the basis of the openwork variational-difference schemes]*. Dis. kand. fiz.-mat. nauk [Dis. Cand. Sci. (Engineering)]. NNGU. Nizhni Novgorod. 2015. 105 p. (In Russian).
13. Kadashevich Yu.I., Novozhilov V.V. Teoriya plastichnosti, uchityvayushchaya effekt Bau-shingera [Theory of plasticity, taking into account the effect of Baushinger]. *Doklady Physics*. 1957. Vol. 117. Iss. 4. P. 586–588 (In Russian).
14. Bazhenov V.G. Chislennoe modelirovanie nestatsionarnykh zadach dinamiki uprugoplasticheskikh konstruksiy [Numerical simulation of the nonstationary dynamics problems of elastoplastic structures]. *Prikladnye problemy prochnosti i plastichnosti. Metody resheniya. [Application Problems of Strength and Plasticity]*. 1995. Iss. 53. P. 17–29 (In Russian).
15. Hartzman W., Hutchinson J.R. Nonlinear dynamics of solids by finite element method. *Int. Comp. and Struct.* 1972. Vol. 2. 1–2. P. 47–77.

NUMERICAL SOLUTION OF 3D ELASTIC-PLASTIC DYNAMICAL PROBLEMS USING RARE MESH FEM SCHEME

Zhidkov A.V.¹, Krutova K.A.², Mironov A.A.², Chekmarev D.T.¹

¹*Lobachevsky State University of Nizhni Novgorod,
Nizhni Novgorod, Russian Federation*

²*Research Institute of Mechanics University of Nizhni Novgorod,
Nizhni Novgorod, Russian Federation*

The work continues a series of authors publications, devoted to the rare mesh FEM schemes for solving 3D elasticity and plasticity problems. These schemes are based on the traditional 4-node finite element scheme in the form of a tetrahedron. A special feature of the schemes is the location of the finite elements that fill the calculation area with regular intervals between them. This allows you to significantly reduce the number of elements and thereby reduce the computational cost of solving problems. In this paper, we consider a version of an rare mesh scheme based on the initial hexahedral grid of finite elements, in which in each cell of the initial grid there is one calculated element in the form of a tetrahedron. The high accuracy and efficiency of this scheme for solving linear dynamical elasticity problems are shown in [6, 7]. In this paper, we consider the application of the rare mesh FEM scheme to solving nonlinear 3D nonstationary problems of dynamic deformation of elastic-plastic media and structures. There are presented results of some model and applied problems numerical solution, comparison with experimental data and numerical solutions by ANSYS program complex. The results of the calculations demonstrate the high quality of the numerical scheme.

Keywords: rare mesh FEM scheme, elastic-plastic problems, 3D problems, nonstationary dynamics.