

УДК 539.3

## КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗВИТИЯ ТРЕЩИНЫ В ОБРАЗЦЕ С КОНЦЕНТРАТОРОМ В УСЛОВИЯХ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОЙ ПОЛЗУЧЕСТИ\*

© 2017 г.

Горохов В.А., Капустин С.А.,  
Мионов А.А., Чурилов Ю.А.

*Научно-исследовательский институт механики  
Национального исследовательского Нижегородского государственного  
университета им. Н.И. Лобачевского, Нижний Новгород, Российская Федерация*

vas-gor@rambler.ru

*Поступила в редакцию 25.04.2017*

Рассмотрена численная методика исследования процессов разрушения конструкций в рамках соотношений механики поврежденной среды, позволяющая проводить анализ поведения конструкций с учетом особенностей процессов разрушения как на начальной стадии зарождения, так и на заключительной стадии развития трещин. Приводятся полученные на основе предлагаемой методики результаты численного исследования закономерностей возникновения и развития трещин в цилиндрическом образце с концентратором при осевом растяжении в условиях высокотемпературной ползучести в предположении вязкого характера разрушения образца. Показана зависимость результатов расчетов от параметров конечно-элементной дискретизации образца в окрестности траектории развития трещины. Установлены зависимости времени образования, времени устойчивого роста и скорости развития трещин от значения коэффициента концентрации напряжений в надрезе и интенсивности растягивающих напряжений.

*Ключевые слова:* ползучесть, концентратор напряжений, накопление повреждений, разрушение, трещина, метод конечных элементов.

### **Введение**

Вопросы экспериментального и теоретического изучения процессов упруго-вязкопластического деформирования и разрушения конструкций, работающих в условиях интенсивных воздействий нагрузок и высоких температур, являются важным объектом современных исследований многих ученых, занимающихся оценкой прочности конструкций.

В середине двадцатого века Л.М. Качанов и Ю.Н. Работнов заложили основы подхода механики поврежденной среды (МПС) к описанию процессов ползучести и разрушения, в котором вводится параметр поврежденности, описывающий состояние материала от первоначально неповрежденного до полностью разрушенного [1, 2].

---

\* Выполнено при финансовой поддержке РФФ (проект № 16-19-10237).

Значительный вклад в развитие моделей и их экспериментальное обоснование с использованием меры поврежденности для описания ползучести и разрушения конструкционных материалов внесли А.М. Локощенко [3–5], В.П. Радченко [6–8] и другие исследователи [9–11]. Разработке, экспериментальному оснащению и применению в расчетах прочности ядерных установок математических моделей деформирования и разрушения при ползучести, как одному из механизмов деградации свойств материалов, подвергающихся радиационным воздействиям, посвящены публикации Б.З. Марголина [12, 13].

Следует отметить, что в настоящее время имеется большое количество публикаций, посвященных различным аспектам моделирования ползучести, в частности взаимному влиянию процессов ползучести и пластического деформирования [14, 15], ползучести при силовом циклическом нагружении [16, 17], ползучести в условиях термоциклирования [18], особенностям расчета длительной прочности [4, 5, 19], стохастическому подходу к моделированию ползучести [7, 19, 20], ползучести при наличии в материале микронеоднородностей [8], ползучести в присутствии агрессивных сред [5], ползучести материалов, разносопротивляющихся растяжению и сжатию [21, 22].

В статье [23] представлен вариант модели накопления повреждений в материале в условиях ползучести и выполнены численные расчеты по определению времени до разрушения для образцов с различными надрезами. В указанной статье не рассматривается процесс развития трещины, при этом расчетное время до разрушения удовлетворительно согласуется с экспериментально определенными долговечностями образцов с четырьмя типами надрезов [24].

В настоящей статье рассматривается численная методика исследования процессов разрушения конструкций в рамках соотношений механики поврежденной среды [9, 11], позволяющая проводить анализ поведения конструкций с учетом особенностей процессов разрушения как на начальной стадии зарождения, так и на заключительной стадии развития трещин. Приводятся полученные на основе предлагаемой методики результаты численного исследования закономерностей возникновения и развития трещин в цилиндрическом образце с концентратором при осевом растяжении в условиях высокотемпературной ползучести в предположении вязкого характера разрушения образца.

### **1. Методика численного исследования зарождения и развития повреждений в элементах конструкций в условиях ползучести**

Современные подходы к решению задач прочности конструкций наиболее широко используют методы линейной и нелинейной механики разрушения, применяемые при изучении заключительной стадии разрушения – стадии развития магистральной трещины. Значительно меньше внимания уделяется изучению начального периода разрушения, связанного с накоплением повреждений. Однако трещина зарождается и развивается в объемах материала, в которых образовались повреждения на начальной стадии, а моделирование реальных процессов разрушения конструкций должно обеспечивать возможность описания протекания этих процессов как на начальной, так и на заключительной стадиях.

В настоящей статье исследование процессов упруговязкопластического деформирования и разрушения материалов конструкций осуществляется на основе со-

ставной иерархической модели поврежденного материала в рамках соотношений МПС [9, 11]. В основу модели положена возможность представления сложного процесса развития взаимосвязанных эффектов деформирования и разрушения в виде последовательности формально независимых элементарных актов, описываемых соответствующими частными моделями пластичности и накопления повреждений. Учет взаимодействия и взаимного влияния таких элементарных актов при описании реальных процессов осуществляется в составной модели, обеспечивающей последовательную инициализацию частных моделей и коррекцию входящих в них параметров (напряжений, поврежденности, параметров, характеризующих историю упруговязкопластического деформирования материала). При этом описание взаимодействия различных видов поврежденности и влияния их на процесс деформирования строится на основе инвариантной по отношению к природе этих повреждений скалярной меры поврежденности  $\omega$ , впервые введенной Л.М. Качановым и Ю.Н. Работновым [1, 2] и меняющейся от значения  $\omega = 0$  для неповрежденного материала до  $\omega = 1$  для полностью разрушенного материала.

Непосредственное влияние поврежденности на процесс деформирования учитывается в уравнениях равновесия путем введения зависимости упругих характеристик материала от текущего значения функции  $\omega$ . В связи с этим при формулировке составной модели поврежденного материала в рассмотрение введены два вида напряжений: эффективные  $\sigma_{ij}$ , действующие на поврежденных площадках, и приведенные  $\sigma_{ij}^*$ , статически эквивалентные первым, но отнесенные к неповрежденным площадкам. Первые фигурируют во всех частных моделях, определяющих состояние материала в точке тела, вторые используются на уровне описания конструкции при формулировке уравнений равновесия и статических граничных условий:

$$\begin{aligned}\Delta\sigma_{ij}^* &= 2G(\Delta e_{ij} - \Delta d_{ij}) + \delta_{ij}\left(K - \frac{2}{3}G\right)(\Delta e_{ii} - \Delta d_{ii}), \\ \Delta d_{ij} &= \Delta e_{ij}^* + \omega(\Delta e_{ij} - \Delta e_{ij}^*), \\ \Delta e_{ij}^* &= \Delta e_{ij}^p + \Delta e_{ij}^c - \frac{\Delta G^* \bar{\sigma}'_{ij}}{2G^* \bar{G}^*} + \delta_{ij}\left[\Delta(\alpha T) - \frac{\Delta K^* \bar{\sigma}}{3K^* \bar{K}^*}\right], \\ \Delta G^* &= G^* - \bar{G}^*, \quad G^* = (1 - \omega)G, \quad \bar{G}^* = (1 - \bar{\omega})\bar{G}, \\ \Delta K^* &= K^* - \bar{K}^*, \quad K^* = (1 - \omega)K, \quad \bar{K}^* = (1 - \bar{\omega})\bar{K}, \\ \Delta(\alpha T) &= \alpha T - \bar{\alpha} \bar{T},\end{aligned}\tag{1}$$

где  $\bar{K} = K(\bar{T})$ ,  $K = K(T)$ ,  $\bar{G} = G(\bar{T})$ ,  $G = G(T)$  – модули объемной и сдвиговой деформации неповрежденного материала, отнесенные к уровню температур в исходном (в начале шага) и текущем (в конце шага) состояниях;  $\bar{\alpha} = \alpha(\bar{T})$ ,  $\alpha = \alpha(T)$  – значения коэффициентов температурного расширения;  $\bar{\omega}$ ,  $\omega$  – значения мер поврежденности в исходном и текущем состояниях;  $\bar{\sigma}'_{ij}$ ,  $\bar{\sigma}$  – значения девиаторных и шаровой составляющих тензора эффективных напряжений в исходном состоянии;  $i = 1, 3$ ,  $j = 1, 3$ .

Фигурирующие в общей модели величины изменения пластических деформаций  $\Delta e_{ij}^p$  и деформаций ползучести  $\Delta e_{ij}^c$ , описываемые соответствующими частными моделями [9, 11], однозначно определяются уровнями эффективных напряжений  $\sigma_{ij}$  и температур  $T$  в исходном и текущем состояниях, а также наборами скалярных

и тензорных параметров, являющихся функционалами процесса и характеризующих истории упругопластического деформирования и ползучести соответственно.

Определяющие соотношения в этих моделях записываются для неповрежденного материала и формально не включают в себя какой-либо зависимости от текущей поврежденности. Влияние последней проявляется лишь через уровень зависящих от  $\omega$  эффективных напряжений  $\sigma'_{ij}$ .

Для описания процессов необратимого деформирования материала используются модель термопластичности с комбинированным упрочнением [11, 25] и модель термоползучести, основанная на гипотезе существования поверхности ползучести и градиентного к ней вектора скорости деформации ползучести  $\dot{e}_{ij}^c$ .

Скорость деформации ползучести связана с девиатором эффективных напряжений  $\sigma'_{ij}$ :

$$\dot{e}_{ij}^c = \sigma'_{ij} L(T, \theta) H(T, \tau, \theta), \quad (2)$$

$$\theta = \frac{\sigma'_{ij} \sigma'_{ij} - C_c^2}{C_c^2}, \quad (3)$$

где  $H(T, \tau, \theta)$  – функция упрочнения, характеризующая изменение начальной скорости ползучести  $\dot{e}_{ij}^c$  от параметра  $\tau$  (при  $\tau_0 = 0$  функция  $H(T, \theta, \tau_0) = 1, 0$ );  $C_c = C_c(T)$  – радиус поверхности ползучести, зависящий только от температуры;  $L(T, \theta)$  – функция, характеризующая начальную скорость ползучести, отнесенную к единичному напряжению при уровне напряжений, определяемых параметром  $\theta$ . В качестве параметра  $\tau$  может приниматься либо время ползучести  $\tau = t$ , либо длина траектории деформации ползучести

$$\tau = k_c = \int_0^t \left( \frac{2}{3} \dot{e}_{ij}^c \dot{e}_{ij}^c \right)^{1/2} dt,$$

либо энергия диссипации

$$\tau = \int_0^t \sigma'_{ij} \dot{e}_{ij}^c dt.$$

На основе уравнений (2) и (3) удается непосредственно описать лишь первые два участка: начальный – неустановившейся ползучести и линейный – установившейся ползучести. Описание третьего участка строится в рамках соотношений механики поврежденной среды с учетом влияния на скорость ползучести накопленной поврежденности материала.

В качестве переменной, определяющей процесс накопления повреждений при ползучести, принимается соответствующая доля энергии диссипации, изменение которой на шаге нагружения может быть записано в виде [11, 25]:

$$\Delta V = \sigma'_{ij} \Delta e_{ij}^c. \quad (4)$$

Соответствующее изменение функции поврежденности:

$$\Delta \psi = \frac{\Delta V}{V^R}, \quad (5)$$

где  $V^R = V^R(\Pi, T)$  – предельное значение энергии диссипации при ползучести, отвечающее текущему виду напряженно-деформированного состояния (НДС), характеризующему параметром  $\Pi$  и действующей температурой  $T$ . В качестве пара-

метра  $\Pi$  используется величина, определяемая через главные напряжения  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  и  $\sigma_3$  в точке тела [11]:

$$\Pi = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{\sqrt{3(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2)}}. \quad (6)$$

Величина  $\Pi$  монотонно меняется от значения  $\Pi = -1$  при всестороннем сжатии до  $\Pi = +1$  при всестороннем растяжении. При чистом сдвиге  $\Pi = 0$ , при одностороннем растяжении  $\Pi = 1/\sqrt{3}$ .

Вклад рассматриваемого вида поврежденности в изменение меры поврежденности принимается в виде

$$\Delta\omega = s \cdot \bar{\omega}^{(s-1)/s} \Delta\psi, \quad (7)$$

где  $s = s(T)$  – функция материала.

Необходимые для реализации моделей термоупругости, термопластичности и термолучести материальные функции строятся на основе проведения соответствующих экспериментов и хранятся в оперативной базе данных для рассматриваемого материала в виде набора одномерных или двумерных таблиц.

Моделирование процессов деформирования и разрушения конструкций на основе перечисленных моделей осуществляется в вычислительном комплексе УПАКС [11, 26] путем пошагового интегрирования инкрементальных уравнений, записанных в метрике текущей деформированной конфигурации, с использованием специальной комбинированной шаговой схемы [9, 11]. В основу этой схемы положена возможность оптимального сочетания простейших схем интегрирования эволюционных уравнений пластичности, ползучести и накопления повреждений в отдельных точках материала с итерационным уточнением равновесного состояния конструкции в целом.

Численное решение линеаризованных задач осуществляется на основе метода конечных элементов (МКЭ) с использованием изопараметрических конечных элементов (КЭ) с сирендиновой аппроксимацией поля перемещений [11]. Носителями информации, определяющей значения физических величин (температуры, напряжений, деформаций, мер поврежденности), в таких элементах служат «физические» узлы, совпадающие с геометрическими узлами сетки КЭ исследуемой области. Локализация физических величин в физических узлах позволила более адекватно описать процессы возникновения и развития необратимых деформаций и, в частности, представить траекторию развития трещины в виде линии, а не зоны разрушенных элементов.

Согласно рассмотренным выше модельным представлениям, процесс зарождения и развития трещины в элементе конструкции можно трактовать следующим образом. В процессе пошагового решения задачи в отдельных зонах материала конструкции могут зарождаться и развиваться зоны повреждений, интенсивность которых характеризуется мерой поврежденности  $\omega$ . Увеличение меры  $\omega$  в физическом узле конструкции приводит к снижению упругих характеристик материала (модулей  $G$  и  $K$ ) и, тем самым, к снижению сопротивления деформированию и перераспределению напряжений по объему материала.

К моменту достижения в узле предельного значения  $\omega = \omega_f$  (в расчетах предельное значение меры поврежденности  $\omega_f$  принимается равным 0,99) материал в окрестности такого узла перестает сопротивляться дальнейшему деформированию, пе-

перераспределяя воспринимаемую ранее нагрузку на ближайшие физические узлы. В процессе дальнейшего развития повреждений разрушенными оказываются следующие узлы. При этом интерполяция функций поврежденности между соседними разрушенными узлами образует линию  $\omega = \omega_f$ , которой соответствует траектория развития исследуемой трещины [27].

Реализация такого подхода позволяет отказаться от необходимости перестраивать сетку КЭ разбиения исследуемой области и, следовательно, менять топологию и структуру информационных массивов для каждого случая локального нарушения прочности, не нарушая при этом условий равновесного состояния в локальной зоне повреждения и конструкции в целом. При этом процесс последовательного разрушения соседних узлов в процессе нагружения можно рассматривать как процесс развития магистральной трещины и продолжать вычисления, не меняя начальной топологии исследуемой области.

## **2. Численное исследование закономерностей развития трещин в образце с концентратором в условиях высокотемпературной ползучести**

С помощью разработанного методического и программного обеспечения проведено численное исследование закономерностей развития трещин в образце с концентратором в условиях осевого растяжения при температуре  $T = 850^\circ\text{C}$ .

Форма концентратора в образце выбрана в виде острого надреза, не имеющего какого-либо скругления. Согласно теории, коэффициент концентрации напряжений (ККН) в таком надрезе должен стремиться к бесконечности. Однако согласно Нейберу [28], ККН в остром надрезе конечен и соответствует значению такого коэффициента в надрезе со скруглением, радиус  $r$  которого определяется структурой материала и для сталей составляет величину  $\sim 0,5$  мм. Значение такого ККН можно получить при использовании надреза с острым углом для достаточно грубой сетки КЭ. Поскольку в настоящем исследовании основной интерес представлял не сам концентратор, а вызванное им локальное возмущение напряжений, учет концентрации напряжений осуществлялся на основе представления концентратора в виде надреза с острым углом с использованием простейших схем дискретизации, позволяющих получать значения ККН в пределах  $K_\sigma = 3,8-7,2$ .

Разрушение образца рассматривается как вязкое за счет развития деформаций ползучести без учета возможных эффектов хрупких повреждений.

Образец выполнен из жаропрочного сплава ВЖ-159, для которого получены и верифицированы материальные функции, используемые для реализации рассмотренных выше моделей [25]. На рис. 1 приведены расчетная (точки) и экспериментальная (сплошная линия) кривые ползучести исследуемого материала, полученные при  $T = 850^\circ\text{C}$  и уровне напряжений  $\sigma = 96$  МПа в условиях одноосного деформирования, подтверждающие хорошее качество полученных материальных функций при описании всех трех участков ползучести.

Расчетная область и схема нагружения рассматриваемого симметричного фрагмента рабочей части образца с концентратором в виде углового разреза изображены на рис. 2 (ось  $x$  – ось симметрии, плоскость  $x = 0$  является плоскостью симметрии). Длина образца  $ED = 7$  мм, радиус образца  $CD = 5$  мм, глубина надреза  $BF = 1$  мм, ширина надреза  $AF = 0,5$  мм.

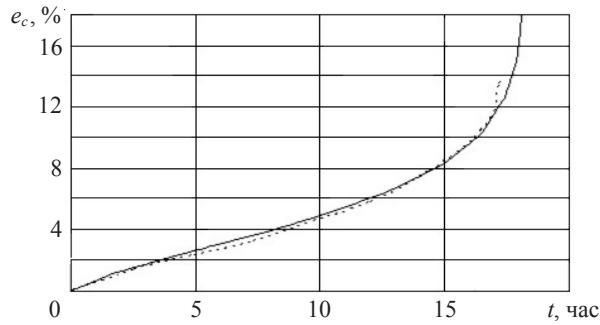


Рис. 1

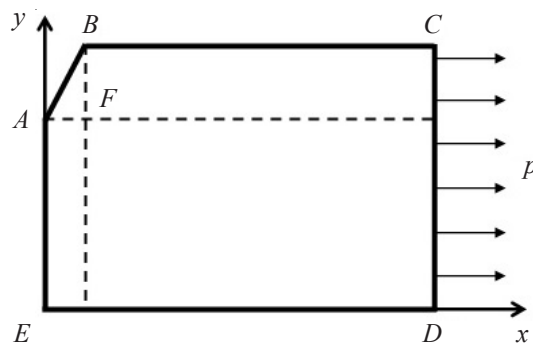


Рис. 2

Процесс нагружения образца производился в три этапа: этап 1 – прогрев до температуры  $T = 850\text{ }^{\circ}\text{C}$ ; этап 2 – растяжение осевыми силами интенсивностью  $p$ , распределенными по торцам образца; этап 3 – выдержка нагруженного образца в течение 40 часов.

Численные исследования проводились для вариантов расчета, отличающихся значениями растягивающих усилий  $p$ , параметрами КЭ-дискретизации при неизменных размерах и форме образца и значениями коэффициентов концентрации напряжений в области выреза, обусловленных используемой схемой дискретизации.

В первой части исследований рассмотрено влияние параметров, определяющих густоту сетки КЭ в окрестности предполагаемой траектории трещины, на характеристики ее развития (время возникновения, время и предельная длина устойчивого роста трещины).

Для уровня растягивающих напряжений  $p = 100\text{ МПа}$  выполнен расчет нескольких вариантов задач с различными схемами конечно-элементной дискретизации расчетной области. Схема дискретизации с наиболее густой из рассмотренных вариантов сеткой КЭ изображена на рис. 3.

Для этого варианта число КЭ вдоль поперечного сечения образца  $AE$  равно 32, коэффициент концентрации напряжений в упругой стадии  $K_{\sigma} = 6,075$ , после завершения пластического деформирования на втором этапе нагружения  $K_p = 4,912$ .

Другие варианты отличались иными схемами разбиения подобласти сеткой КЭ вдоль линии  $AB$ , обеспечивающими подбор желаемого коэффициента концентрации напряжений  $K_{\sigma}$ , иной схемой и числом разбиений  $n$  сечения вдоль линии  $AE$ .

В результате расчетов было установлено, что для всех рассмотренных вариантов трещина развивалась по сечению образца от концентратора к его оси вдоль

линии  $AE$ . Время начала разрушения (зарождения трещины) для каждого варианта было различным и зависело от соответствующего значения коэффициента концентрации напряжений  $K_\sigma$ .

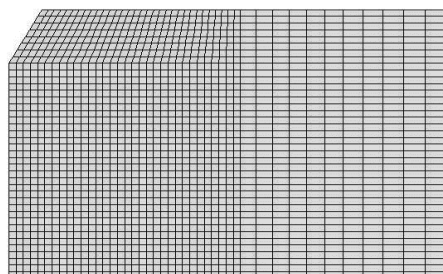


Рис. 3

Следует также заметить, что к концу второго этапа нагружения образца в окрестности концентратора наблюдалось возникновение зоны пластических деформаций, размер и интенсивность которых определялись значениями коэффициента  $K_\sigma$ .

На рис. 4 изображены полученные на основе расчетов кривые зависимости длины трещины  $l$  от времени ее устойчивого распространения  $t$  для некоторых из рассмотренных вариантов, характеризующихся числом разбиений  $n$  и значением коэффициента концентрации напряжений  $K_\sigma$ :

- $n = 12$ ,  $K_\sigma = 4,15$  (синяя линия);
- $n = 15$ ,  $K_\sigma = 5,21$  (красная линия);
- $n = 20$ ,  $K_\sigma = 5,22$  (зеленая линия);
- $n = 32$ ,  $K_\sigma = 6,075$  (черная линия).

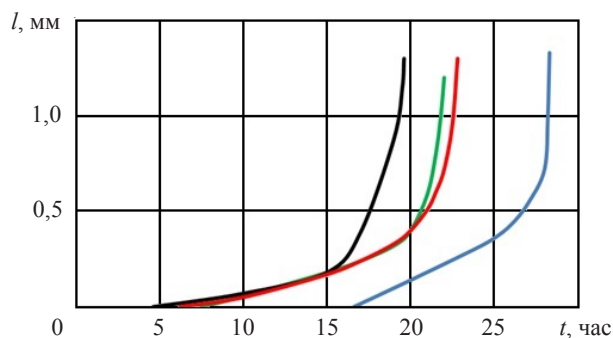


Рис. 4

Во всех перечисленных вариантах принимался равномерный шаг сетки вдоль оси  $y$ . Кроме этого, для всех элементов, располагаемых вдоль линии  $AE$ , принималось одинаковое соотношение сторон ячеек сетки  $h_x = h_y$ .

Из рисунка можно видеть хорошее качественное и удовлетворительное количественное согласование скорости, времен устойчивого развития и предельных длин трещин для различных схем конечно-элементной дискретизации расчетной области; также видно, что по мере сгущения сетки КЭ вдоль траектории развития трещины расчетные кривые приближаются к графику  $n = 32$  для наиболее мелкого разбиения.

Для этого же уровня нагрузки на рис. 5 показан построенный по результатам



расчетов график зависимости времени начала разрушения  $t_r^0$  от значения коэффициента концентрации напряжений  $K_\sigma$ . Точками на графике указаны значения времен  $t_r^0$  для ряда конкретных вариантов расчета.

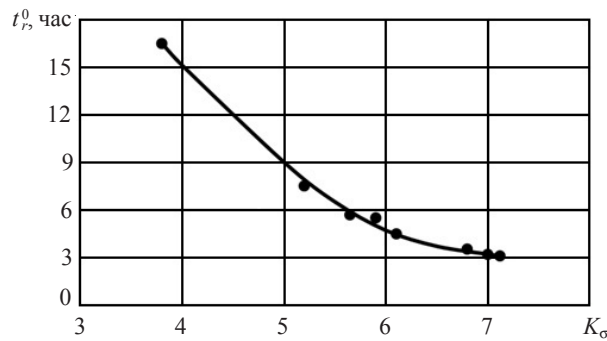


Рис. 5

Во второй части исследований рассмотрено влияние уровня приложенной нагрузки  $p$  на закономерности развития трещины в образце. Рассмотрено пять вариантов нагрузок: 1)  $p = 140$  МПа; 2)  $p = 120$  МПа; 3)  $p = 100$  МПа; 4)  $p = 90$  МПа; 5)  $p = 80$  МПа. Во всех рассмотренных вариантах использовалась схема конечно-элементной дискретизации  $n = 20$ .

В таблице 1 представлены значения моментов времени до зарождения трещины (величина меры поврежденности  $\omega$  достигает значения  $\omega_f = 0,99$ ) от начала выдержки образца.

Таблица 1

$p$ , МПа	140	120	100	90	80
Время выдержки до зарождения трещины, час	0,425	1,8	7,55	14,6	27,9

На рис. 6 представлены зависимости длины трещины  $l$  от времени выдержки  $t$ . На рисунке цифра соответствует рассмотренному варианту уровня нагрузки  $p$ .

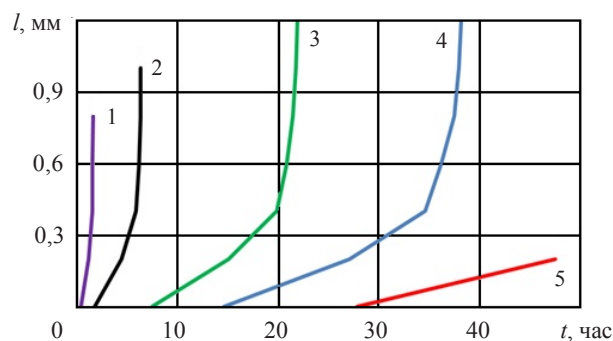


Рис. 6

Приведенные результаты показывают, что увеличение растягивающей нагрузки приводит к уменьшению времени до момента образования трещины, увеличению скорости и сокращению времени ее устойчивого роста. Для варианта нагрузки 1 ( $p = 140$  МПа) разрушение образца произошло практически сразу же после образо-

вания трещины; для варианта 5 ( $p = 80$  МПа) трещина образовалась, но за время выдержки 40 часов вглубь образца практически не продвинулась.

Следует отметить, что в представленном исследовании процесс развития трещин рассматривался в предположении чисто вязкого разрушения без учета возможности возникновения каких-либо эффектов хрупких повреждений. Однако анализ кинетики напряжений в области распространения трещины показал, что в материале образца перед фронтом трещины возникает зона, характеризующаяся высоким уровнем напряжений и видом НДС, близким к условиям всестороннего растяжения.

На рис. 7, 8 и 9 показаны картины распределения уровней поврежденности  $\omega$ , параметра  $\Pi$ , характеризующего вид НДС, и главных напряжений  $\sigma_1$  по сечению образца для варианта расчета  $n = 20$  при нагрузке  $p = 100$  МПа для момента времени  $t \approx 21,8$  часа, соответствующего концу периода устойчивого роста трещины. Конфигурация трещины просматривается на рис. 7 в виде зоны поврежденности, соответствующей уровню поврежденности  $\omega = 0,99$ .

Вполне возможно, что в таких зонах могут происходить акты хрупких разрушений, которые приведут к ускорению процесса развития трещины либо мгновенному продвижению ее по всему сечению образца. Поэтому дальнейшие исследования по численному моделированию процессов развития трещин в условиях высокотемпературной ползучести предполагается проводить с учетом возможности возникновения в процессе ползучести эффектов хрупкого разрушения.

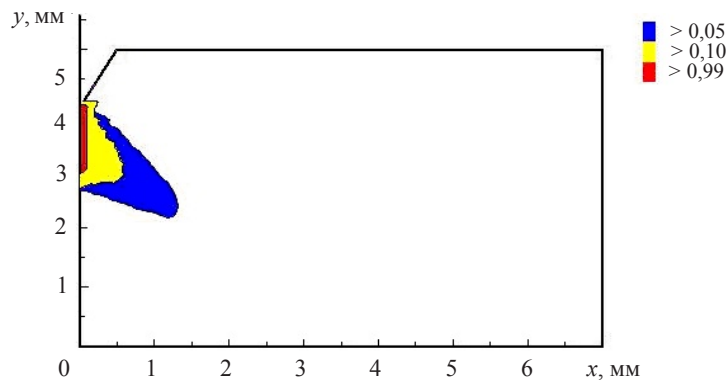


Рис. 7

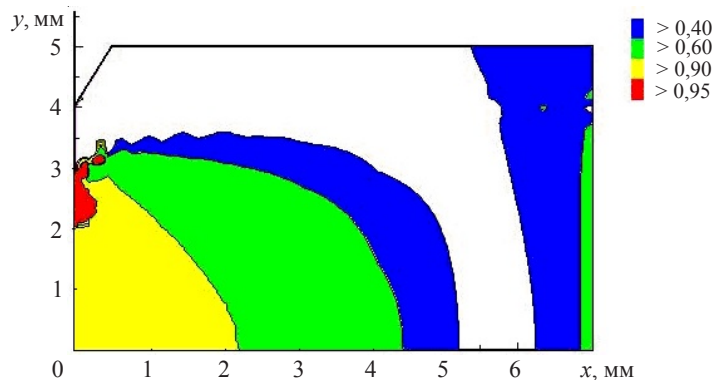


Рис. 8

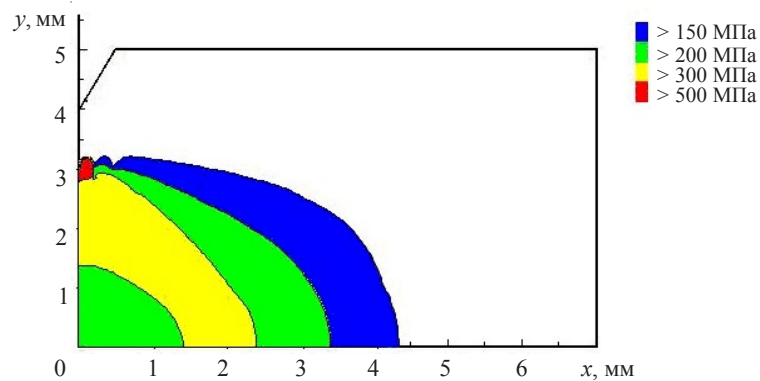


Рис. 9

### Заключение

Рассмотрена численная методика исследования процессов разрушения конструкций в рамках соотношений механики поврежденной среды, позволяющая проводить анализ поведения конструкций с учетом особенностей процессов разрушения как на начальной стадии зарождения, так и на заключительной стадии развития трещин.

На основе предлагаемой методики проведены численные исследования закономерностей возникновения и развития трещин в цилиндрическом образце с концентратором при осевом растяжении в условиях высокотемпературной ползучести в предположении вязкого характера разрушения образца. Показана зависимость результатов расчетов от параметров КЭ-дискретизации образца в окрестности траектории развития трещины. Установлены зависимости времени образования, времени устойчивого роста и скорости развития трещин от значения коэффициента концентрации напряжений в надрезе и интенсивности растягивающих напряжений. На основе анализа кинетики напряжений в окрестности фронта развития трещины установлено существование зон, характеризующихся высоким уровнем напряжений и видом НДС, близким к всестороннему растяжению, в которых создаются условия для возникновения эффектов хрупкого разрушения.

Таким образом, продемонстрирована возможность численного моделирования на основе МКЭ процессов возникновения и развития трещин в элементах конструкций в условиях высокотемпературной ползучести.

#### Список литературы

1. Работнов Ю.Н. *Ползучесть элементов конструкций*. М.: Наука, 1966. 752 с.
2. Качанов Л.М. *Основы механики разрушения*. М.: Наука, 1974. 312 с.
3. Локощенко А.М. *Ползучесть и длительная прочность металлов*. М.: Физматлит, 2016. 504 с.
4. Локощенко А.М. Длительная прочность металлов при сложном напряженном состоянии (обзор). *Механика твердого тела*. 2012. №3. С. 116–136.
5. Локощенко А.М., Фомин Л.В. Длительное разрушение пластин при переменных изгибающих моментах в присутствии агрессивной среды. *Прикладная математика и механика*. 2016. Т. 57. №2. С. 276–284.
6. Радченко В.П., Еремин Ю.А. *Реологическое деформирование и разрушение материалов и элементов конструкций*. М.: Машиностроение, 2004. 264 с.

7. Радченко В.П., Саушкин М.Н., Голудин Е.П. Стохастическая модель неізотермической ползучести и длительной прочности материалов. *Прикладная механика и техническая физика*. 2012. Т. 53. №6. С. 167–173.
8. Радченко В.П., Шапиевский Д.В. Математическая модель ползучести микронеоднородного нелинейно-упругого материала. *Прикладная механика и техническая физика*. 2008. Т. 49. №3. С. 157–163.
9. Казаков Д.А., Капустин С.А., Коротких Ю.Г. *Моделирование процессов деформирования и разрушения материалов и конструкций*. Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 1999. 226 с.
10. Волков И.А., Коротких Ю.Г. *Уравнения состояния вязкоупругопластических сред с повреждениями*. М.: Физматлит, 2008. 424 с.
11. Капустин С.А., Чурилов Ю.А., Горохов В.А. *Моделирование нелинейного деформирования и разрушения конструкций в условиях многофакторных воздействий на основе МКЭ*. Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2015. 347 с.
12. Марголин Б.З., Варовин А.Я., Минкин А.И., Сорокин А.А., Пиминов В.А., Евдокименко В.В., Федосовский М.Е., Шерстобитов А.Е., Овчинников А.Г., Ерак Д.Ю., Бобков А.В., Тимофеев А.М., Тимохин В.И., Якушев С.В., Васильев В.Г. Определение изменения геометрии выгородки реактора ВВЭР-1000 в процессе эксплуатации: расчет и измерение. *Вопросы материаловедения*. 2015. №3 (83). С. 182–196.
13. Margolin B.Z., Sorokin A.A. A physical-mechanical model of ductile fracture in irradiated austenitic steels. *Strength of Materials*. 2013. Vol. 45. No 2. P. 125–143.
14. Rusinko A.K. Analytic dependence of the rate of stationary creep of metals on the level of plastic prestraining. *Strength of Materials*. 2002. Vol. 34. No 4. P. 381–389.
15. Волков И.А., Волков А.И., Казаков Д.А., Коротких Ю.Г., Тарасов И.С. Экспериментально-теоретические исследования процессов вязкопластического деформирования конструкционных сталей с учетом взаимного влияния эффектов пластичности и ползучести. *Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика*. 2014. №1. С. 76–107.
16. Breslavs'kyi D.V., Korytko Yu.M., Morachkovs'kyi O.K. Cyclic thermal creep model for the bodies of revolution. *Strength of Materials*. 2011. Vol. 43. No 2. P. 134–143.
17. Yasnii P.V., Galushchak M.P., Fedak S.I. Modeling of material creep damage process with a superimposed high-frequency cyclic component. *Strength of Materials*. 2003. Vol. 35. No 1. P. 31–35.
18. Karpinos B.S., Samuleev V.V., Lyashenko B.A., Lais'ke E.V., Rutkovs'kyi A.V. Thermal cyclic creep and long-term strength of the material of aircraft gas turbine blades after operation. *Strength of Materials*. 2013. Vol. 45. No 5. P. 542–548.
19. Kucher N.K., Prikhod'ko R.P. Prediction of high-temperature long-term strength of materials. *Strength of Materials*. 2013. Vol. 45. No 5. P. 517–522.
20. Veklich N.A. Probability-theoretical simulation of creep in uniaxial tension of specimens. *Strength of Materials*. 2013. Vol. 45. No 2. P. 180–186.
21. Золочевская Л.А., Склепус А.Н. Энергетический вариант теории ползучести материалов, разносопротивляющихся растяжению и сжатию. *Проблемы прочности*. 2001. №2. С. 108–115.
22. Цвелодуб И.Ю. К построению определяющих уравнений ползучести ортотропных материалов с различными свойствами при растяжении и сжатии. *Прикладная механика и техническая физика*. 2012. Т. 53. №6. С. 98–101.
23. Желван Д. Прогнозирование повреждаемости при ползучести для круглых образцов с надрезами из сплава 2,25Cr-1Mo. *Прикладная механика и техническая физика*. 2017. Т. 58. №1. С. 146–157.
24. Kwon O., Thomas C.W., Knowles D. Multiaxial stress rupture behavior and stress-state sensitivity of creep damage distribution in Durehete 1055 and 2.25Cr1Mo steel. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*. 2004. Vol. 81. No 6. P. 535–542.
25. Капустин С.А., Казаков Д.А., Чурилов Ю.А., Галущенко А.И., Вахтеров А.М. Экспериментально-теоретическое изучение поведения изделий из жаропрочного сплава в условиях высокотемпературной ползучести. *Проблемы прочности и пластичности*. 2008. Вып. 70. С. 98–108.

26. Вычислительный комплекс УПАКС. Научно-технический центр по ядерной и радиационной безопасности. Аттестационный паспорт программного средства. Регистрационный паспорт аттестации ПС № 147 от 31.10.2002.

27. Горохов В.А., Капустин С.А., Чурилов Ю.А. Численное моделирование процесса разрушения экспериментального образца с концентратором в условиях плоского изгиба. *Проблемы машиностроения и надежности машин*. 2010. №6. С. 47–53.

28. Нейбер Г. *Концентрация напряжений*. М.: ОГИЗ, 1947. 204 с.

#### References

1. Rabotnov Yu.N. *Polzuchest elementov konstruktsiy [The Creep of Structural Elements]*. Moscow. Nauka Publ. 1966. 752 p. (In Russian).

2. Kachanov L.M. *Osnovy mekhaniki razrusheniya [Fundamentals of Fracture Mechanics]*. Moscow. Nauka Publ. 1974. 312 p. (In Russian).

3. Lokoshchenko A.M. *Polzuchest i dlitel'naya prochnost metallov [Creep and Long-term Strength of Metals]*. Moscow. Fizmatlit Publ. 2016. 504 p. (In Russian).

4. Lokoshchenko A.M. Long-term strength of metals in complex stress state (a survey). *Mechanics of Solids*. 2012. Vol. 47. No 3. P. 357–372.

5. Lokoshchenko A.M., Fomin L.V. Creep fracture of plates with variable bending moments in the presence of an aggressive medium. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*. 2016. Vol. 80. No 2. P. 198–204.

6. Radchenko V.P., Eremin Yu.A. *Reologicheskoe deformirovanie i razrushenie materialov i elementov konstruktsiy [Rheological Deformation and Fracture of Materials and Structural Elements]*. Moscow. Mashinostroenie Publ. 2004. 264 p. (In Russian).

7. Radchenko V.P., Saushkin M.N., Goludin E.P. Stochastic model of nonisothermal creep and long-term strength of materials. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. 2012. Vol. 53. No 2. P. 292–298.

8. Radchenko V.P., Shapievskii D.V. Mathematical model of creep for a micro-inhomogeneous nonlinearly elastic material. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. 2008. Vol. 49. No 3. P. 478–483.

9. Kazakov D.A., Kapustin S.A., Korotkikh Yu.G. *Modelirovanie protsessov deformirovaniya i razrusheniya materialov i konstruktsiy [Modeling of Processes of Deformation and Fracture of Materials and Structures]*. Nizhni Novgorod. UNN Publ. 1999. 226 p. (In Russian).

10. Volkov I.A., Korotkikh Yu.G. *Urvneniya sostoyaniya vyazkouprugoplasticheskikh sred s povrezhdeniyami [The Equation of State Viscoplasticity Environments Damage]*. Moscow. Fizmatlit Publ. 2008. 424 p. (In Russian).

11. Kapustin S.A., Churilov Yu.A., Gorokhov V.A. *Modelirovanie nelineynogo deformirovaniya i razrusheniya konstruktsiy v usloviyakh mnogofaktornykh vozdeystviy na osnove MKE [Modeling Nonlinear Deformation and Destruction of Structures in Multivariate Influences on the Basis of FEM]*. Nizhnii Novgorod. UNN Publ. 2015. 347 p. (In Russian).

12. Margolin B.Z., Varovin A.Ya., Minkin A.J. et al. Opredelenie izmeneniya geometrii vygorodki reaktora VVER-1000 v protsesse ekspluatatsii: raschet i izmerenie [Determination of in-service change in the geometry of WWER-1000 core baffle: calculations and measurements]. *Voprosy materialovedeniya [Inorganic Materials: Applied Research]*. 2015. No 3 (83). P. 182–196 (In Russian).

13. Margolin B.Z., Sorokin A.A. A physical-mechanical model of ductile fracture in irradiated austenitic steels. *Strength of Materials*. 2013. Vol. 45. No 2. P. 125–143.

14. Rusinko A.K. Analytic dependence of the rate of stationary creep of metals on the level of plastic prestraining. *Strength of Materials*. 2002. Vol. 34. No 4. P. 381–389.

15. Volkov I.A., Volkov A.I., Kazakov D.A., Korotkikh Yu.G., Tarasov I.S. Eksperimentalno-teoreticheskie issledovaniya protsessov vyazkoplasticheskogo deformirovaniya konstruktsionnykh staley s uchetoм взаимного vliyaniya effektov plastichnosti i polzuchesti [Experimental and theoretical investigations of visco-plastic deformation in structural steels considering mutual influence of plasticity and creep effects]. *Vestnik Permskogo natsionalnogo issledovatel'skogo politekhnicheskogo universiteta. Mekhanika [PNRPU Mechanics Bulletin]*. 2014. No 1. P. 76–107 (In Russian).

16. Breslavs'kiy D.V., Korytko Yu.M., Morachkovs'kiy O.K. Cyclic thermal creep model for the bodies of revolution. *Strength of Materials*. 2011. Vol. 43. No 2. P. 134–143.
17. Yasnii P.V., Galushchak M.P., Fedak S.I. Modeling of material creep damage process with a superimposed high-frequency cyclic component. *Strength of Materials*. 2003. Vol. 35. No 1. P. 31–35.
18. Karpinos B.S., Samuleev V.V., Lyashenko B.A., Lais'ke E.V., Rutkovs'kiy A.V. Thermal cyclic creep and long-term strength of the material of aircraft gas turbine blades after operation. *Strength of Materials*. 2013. Vol. 45. No 5. P. 542–548.
19. Kucher N.K., Prikhod'ko R.P. Prediction of high-temperature long-term strength of materials. *Strength of Materials*. 2013. Vol. 45. No 5. P. 517–522.
20. Veklich N.A. Probability-theoretical simulation of creep in uniaxial tension of specimens. *Strength of Materials*. 2013. Vol. 45. No 2. P. 180–186.
21. Zolocheskaya L.A., Sklepus A.N. Energy version of the theory of creep of materials with different resistance to tension and compression. *Strength of Materials*. 2001. No 2. P. 171–177.
22. Tselodub I.Y. Construction of constitutive equations of creep in orthotropic materials with different properties under tension and compression. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. 2012. Vol. 53. No 6. P. 888–890.
23. Jelwan J. Prediction of creep rupture in 2.25Cr-1Mo Notched Bars. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. 2017. Vol 58. No 1. P. 129–138. DOI: 10.15372/PMTF20170114.
24. Kwon O., Thomas C.W., Knowles D. Multiaxial stress rupture behavior and stress-state sensitivity of creep damage distribution in Durehete 1055 and 2.25Cr1Mo steel. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*. 2004. Vol. 81. No 6. P. 535–542.
25. Kapustin S.A., Kazakov D.A., Churilov Yu.A., Galushchenko A.I., Vakhterov A.M. Eksperimentalno-teoreticheskoe izuchenie povedeniya izdeliy iz zharoprochnogo splava v usloviyakh vysokotemperaturnoy polzuchesti [Experimental-theoretical study of the behavior of structural parts of heat-resistant alloy under high-temperature creep]. *Problemy prochnosti i plastichnosti* [Problems of Strength and Plasticity]. 2008. Iss. 70. P. 98–108 (In Russian).
26. *Vychislitelnyy kompleks UPAKS*. Nauchno-tehnicheskii tsentr po yadernoy i radiatsionnoy bezopasnosti. Attestatsionnyy pasport programmnoy sredstva. Registratsionnyy pasport attestatsii programmnoy sredstva [Computing Complex UPAKS]. Scientific and technical centre for nuclear and radiation safety. Attestation passport software. Registration certification software. No 147 of 31.10.2002 (In Russian).
27. Gorokhov V.A., Kapustin S.A., Churilov Yu.A. Numerical simulation of the failure process for an experimental sample with a concentrator under plane bending conditions. *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*. 2010. Vol 49. No 6. P. 549–553.
28. Naiber G. *Kontsentratsiya napryazheniy* [Stress Concentration]. Moscow. OGIZ Publ. 1947. 204 p. (In Russian).

## FINIT-ELEMENT MODELING OF CRACK PROPAGATION IN A SPECIMEN WITH A STRESS CONCENTRATOR UNDER HIGH-TEMPERATURE CREEP

**Gorokhov V.A., Kapustin S.A., Mironov A.A., Churilov Yu.A.**

*Research Institute of Mechanics University of Nizhni Novgorod,  
Nizhni Novgorod, Russian Federation*

A numerical methodology for analyzing failure processes in structures in the framework of relations of damaged medium mechanics is considered; the methodology makes it possible to analyze the behavior of structures, accounting for characteristic failure processes at both the initial stage of nucleation and the final stage of crack propagation. The results of numerically studying laws of nucleation and propagation of cracks in a cylindrical specimen with a concentrator, loaded in axial tension under high-temperature creep in the assumption of a viscous character of failure of the specimen, are given, as obtained using the present methodology. The results of the analyses are

shown to depend on the parameters of the FE-discretization of the specimen in the region of the crack propagation trajectory. Nucleation time, stable propagation time and crack propagation rate are correlated with the value of the stress concentration coefficient in the notch and the intensity of tensile stresses.

*Keywords:* creep, stress concentrator, damage accumulation, fracture, crack, finite element method.