

УДК 539.3

**МОДЕЛЬ ПОВРЕЖДЕННОЙ СРЕДЫ ДЛЯ ОПИСАНИЯ
ДЛИТЕЛЬНОЙ ПРОЧНОСТИ КОНСТРУКЦИОННЫХ
МАТЕРИАЛОВ (МЕТАЛЛОВ И ИХ СПЛАВОВ)***

© 2017 г.

**Волков И.А.^{1,2}, Игумнов Л.А.²,
Казаков Д.А.², Миронов А.А.², Тарасов И.С.¹,
Шишулин Д.Н.³, Сметанин И.В.¹**

¹*Волжский государственный университет водного транспорта,
Нижний Новгород, Российская Федерация*

²*Научно-исследовательский институт механики
Национального исследовательского Нижегородского государственного
университета им. Н.И. Лобачевского, Нижний Новгород, Российская Федерация*

³*Нижегородский государственный технический университет
им. Р.Е. Алексеева, Нижний Новгород, Российская Федерация*

pmptmvgavt@yandex.ru

Поступила в редакцию 26.04.2017

Рассматриваются основные закономерности процессов деформирования и деградации начальных прочностных свойств конструкционных материалов (металлов и их сплавов) по механизму длительной прочности. С позиции механики поврежденной среды развита математическая модель, описывающая процессы неупругого деформирования и накопления повреждений при ползучести. Модель состоит из трех взаимосвязанных частей: соотношений, определяющих неупругое поведение материала с учетом зависимости от процесса разрушения; уравнений, описывающих кинетику накопления повреждений; критерия прочности поврежденного материала.

Приведены результаты экспериментальных исследований кратковременной ползучести жаропрочного сплава ВЖ-159 при постоянных значениях температуры и разных значениях задаваемых в образцах напряжений.

Проведены численные исследования процесса деформирования и накопления повреждений и выполнено сравнение полученных численных результатов с данными натурных экспериментов. Сопоставление расчетных и экспериментальных данных позволяет сделать вывод о достоверности предложенных определяющих соотношений механики поврежденной среды при деградации начальных прочностных свойств конструкционных материалов по механизму длительной прочности.

Ключевые слова: нестационарная ползучесть, длительная прочность, моделирование, определяющие соотношения, механика поврежденной среды, температура, поврежденность, материальные параметры, численный и натуральный эксперименты.

* Выполнено при финансовой поддержке РФФ (проект № 16-19-10237).

Введение

В течение длительного срока службы материал конструктивных элементов оборудования и систем ответственных инженерных объектов (ОИО), срок службы которых составляет несколько десятков лет (атомные энергетические установки, нефтехимическое оборудование, резервуары для хранения газообразных и сжиженных химических продуктов, авиационные газотурбинные двигатели (ГТД) и установки (ГТУ) нового поколения и др.), работающих в условиях нестационарного термомеханического нагружения, накапливает повреждения, приводящие к ухудшению начальных прочностных характеристик, образованию и развитию трещин. Значительное время эти изменения происходят скрыто. Кроме того, наиболее опасные зоны, определяющие ресурс элемента, как правило, недоступны для средств неразрушающего контроля. Для гарантированной безопасной эксплуатации ОИО и обоснованного продления их службы сверх нормативных сроков необходимо контролировать темпы развития поврежденности в наиболее опасных зонах конструктивных элементов (определять выработанный ресурс), а также прогнозировать развитие этих процессов до предельных состояний (определять остаточный ресурс) [1].

Поскольку процессы накопления повреждений тесно связаны с кинетикой напряженно-деформированного состояния (НДС), точность расчетных оценок прочности и ресурса конструктивных элементов будет зависеть от того, насколько определяющие соотношения механики поврежденной среды (МПС) достоверно описывают процессы деформирования опасных зон элементов конструкций в заданных условиях эксплуатации. Такие параметры процесса вязкопластического деформирования, как длина и вид траектории деформирования, вид напряженного состояния, история его изменения и др., существенно влияют на скорости протекания процессов накопления повреждений [2–4].

Ресурс элементов конструкций, работающих в условиях повышенных температур T ($T > 0,5T_{пл}$, $T_{пл}$ – температура плавления) и циклических механических воздействий, определяется в основном физическими процессами деградации начальных прочностных свойств конструкционных материалов, процессами малоциклового усталости и накопления повреждений в результате ползучести, которые приводят к одному из наиболее опасных типов разрушения – хрупкому разрушению конструкций, изготовленных из пластичных материалов.

Существующие нормативные методы оценки ресурса элементов конструкций не учитывают реальных процессов, протекающих в материале. Упругий расчет, используемый при нормативном подходе, не позволяет учесть реальные характеристики вязкопластического деформирования материала, от которых в значительной степени зависит ресурс элементов конструкций. В общем случае прочность конструкций должна учитывать время и историю нагружения, поэтому критерий разрушения тесно связан с определяющими соотношениями, описывающими процесс разрушения.

В связи с этим необходима разработка новых методов оценки ресурса элементов конструкции на базе соответствующих уравнений термовязкопластичности, уравнений накопления повреждений и критериев разрушения со всесторонним их обоснованием посредством проведения натурных и численных экспериментов на лабораторных образцах и численного анализа процессов деформирования и разрушения элементов конструкций в эксплуатационных условиях [1, 5].

Зависимость долговечности материала от длительности (частоты) цикла и от

наличия и длительности выдержек в цикле при повышенных постоянных или меняющихся температурах обусловлена развивающимися деформациями ползучести и вызванными этими деформациями повреждениями, которые в противоположность усталостным повреждениям в теле зерна накапливаются по границам зерен и приводят к межкристаллитному разрушению.

Наиболее распространенным методом исследования длительной прочности является построение экспериментальной зависимости растягивающее напряжение–время до разрушения в экспериментах по одноосному растяжению образцов при постоянной температуре [6]. На кривых ползучести имеются три характерных участка. С точки зрения исследования характеристик процесса накопления повреждений наибольший интерес представляют начало третьего участка, скорость ползучести на установившемся участке, закон изменения скорости ползучести на третьем участке, время до разрушения и деформация ползучести к моменту разрушения. Наличие третьего неустановившегося участка на кривой ползучести вызвано влиянием накопленной поврежденности на деформационные характеристики материала (на скорость ползучести), а закон изменения скорости ползучести определяется скоростью накопления повреждения в материале на этом участке. Начало третьего участка есть граница начала влияния накопленной поврежденности на деформационные характеристики материала.

Три стадии деформации ползучести являются не чем иным, как проявлением на макроуровне последовательных изменений в материале. После продолжительного начального периода с преобладанием вязкого деформирования характерное для третьей стадии быстрое увеличение скорости деформации является прямым следствием ускоренного роста микродефектов с последующим их слиянием, приводящим к разрушению при ползучести. Применительно к конструкционным материалам очень важен вопрос о взаимосвязи процессов деформирования и разрушения, поскольку наличие такой взаимосвязи дает возможность искать пути оценки поврежденности материала при ползучести по деформационным характеристикам. Экспериментальные исследования показали наличие четко выраженной связи кинетических процессов деформирования и накопления повреждений при ползучести: существует линейная связь между деформацией ползучести на всех стадиях и объемной долей микродефектов, на третьей стадии наблюдается прямо пропорциональная зависимость между приростом объемной доли микропор и увеличением скорости ползучести [7, 8]. Разделить процессы зарождения и роста несплошностей и деформирования на ведущий и ведомый не представляется возможным. Эти процессы взаимосвязаны и влияют друг на друга.

Следовательно, экспериментальное исследование процесса ползучести на третьем участке кривой имеет существенное значение для изучения закономерностей процесса накопления повреждений, хотя в реальных циклических процессах деформирования материала с выдержками различной длительности разрушение (образование макротрещины) вследствие накопления повреждений происходит на малых деформациях ползучести (но на больших ее траекториях). Поскольку для реальных условий эксплуатации конструкционных материалов до начала установившегося участка ползучести проходит несколько десятков часов, а общее время до разрушения составляет от нескольких сотен до тысяч часов, возникает проблема проведения испытаний на достаточно большой временной базе. Для ее решения необходимо установить соответствие между испытаниями на кратковременную

ползучесть при повышенных температурах и характеристиками ползучести и длительной прочности для большой временной базы при более умеренных температурах. Существует несколько различных зависимостей, устанавливающих это соответствие [9–11].

Большинство исследований конструкционных материалов на ползучесть и длительную прочность проведены при испытаниях на растяжение цилиндрических образцов при постоянных напряжениях и температурах. Однако реальные задачи ползучести и длительной прочности элементов конструкций связаны с гораздо более сложными условиями, например переменными напряжениями, с изменением вида напряженного состояния и циклически меняющимися температурами. Поскольку ползучесть металлов и длительная прочность весьма чувствительны к изменению напряженного состояния и температуры, которая влияет на все их параметры, возникает проблема исследования закономерностей неизотермической ползучести и длительной прочности при различных видах напряженных состояний и разработки методов оценки ползучести и длительной прочности материала конструктивных элементов в условиях многоосного напряженного состояния на основании экспериментальных данных, полученных в результате испытаний при одноосном напряженном состоянии.

Результаты многочисленных исследований, в которых различные металлы испытывались на длительную прочность при различных температурах в условиях чистого растяжения, чистого кручения и совместного кручения и растяжения, привели к выводу, что в условиях однородного напряженного состояния из всех возможных эквивалентных напряжений подходящим для определения длительной прочности и сопоставления кривых ползучести при различных видах напряженных состояний является либо максимальное главное напряжение, либо интенсивность напряжений (второй инвариант девиатора напряжений), либо их комбинация.

Существуют работы, в которых экспериментально обосновывается гипотеза эквивалентности интенсивности процесса ползучести (и длительной прочности) на базе предположения наличия единой кривой удельной работы рассеяния энергии. Под интенсивностью процесса ползучести понимается диссипируемая мощность [12]. Для выбора конкретного вида эквивалентного напряжения для данного конструкционного материала необходимо проведение дополнительных экспериментов на ползучесть и длительную прочность при кручении или эксперимента на совместное кручение и растяжение трубчатого образца.

Так как кривые долговечности, как правило, построены для постоянных напряжений (нагрузок), появляется проблема суммирования повреждений для нерегулярных историй нагружения. При оценке времени разрушения в условиях переменных напряжений и температур возникает вопрос о возможности проведения расчетов по результатам испытаний при постоянных напряжениях и температурах. В технических приложениях для этих целей в основном используют правило линейного суммирования повреждений, в котором принимается, что все части использованной долговечности, или накопленного повреждения, независимы друг от друга. Разрушение происходит тогда, когда сумма частей долговечности равна единице. Этот закон широко используется в инженерных расчетах для случаев работы конструкций в условиях переменных температур и переменных нагружений. Попытки проверить точность расчетов отдельно для изменений температур и напряжений малочисленны. Существуют два основных недостатка имеющихся экспериментальных

программ. Первый недостаток заключается в том, что к повреждению при ползучести относятся скорее как к теоретическому понятию, чем как к реальному физическому явлению, поддающемуся измерению. Вторым недостатком связан с тем, что эксперименты планируются с целью проверки какого-либо конкретного закона суммирования повреждений и не ставится задача выявления общих закономерностей этого процесса. В результате для каждой серии испытаний (изменений температур или напряжений) можно определить, является ли закон суммирования пригодным, но нельзя установить причину непригодности. Анализ имеющихся экспериментальных результатов позволяет установить значительное влияние истории изменения напряжения и температуры на длительную прочность и сделать вывод о неприменимости правила линейного суммирования повреждений в условиях изменяющихся напряжений и температур. Была установлена хорошая корреляция между твердостью при комнатной температуре подверженного ползучести образца и длительной прочностью. Сравнение с линейным законом суммирования относительных долговечностей приводит к следующим отклонениям [13]:

- накопление повреждений при ползучести в испытуемом образце в общем случае не является линейной функцией времени предварительного воздействия;

- довольно сложно сравнить состояние повреждений для одинаковых по времени частей долговечности, так как влияние каждого из факторов в отдельности (температуры или напряжения) на процесс зарождения и роста пор не изучено. Однако установлено, что для каждой заданной части долговечности суммарный объем пор возрастает с уменьшением напряжения (при постоянной температуре) и с уменьшением температуры (при постоянном напряжении). Для одного и того же воздействия степень размягчения (объем пор) возрастает с уменьшением напряжения, но почти не чувствительна к температуре;

- не существует какого-либо единого значения повреждения при ползучести, при котором разрушение наступает всегда. Каждая совокупность испытаний или условий эксплуатации дает свое характерное значение повреждения при разрушении.

В настоящей статье с позиции МПС развита математическая модель, описывающая процессы накопления повреждений в конструкционных материалах (металлах и их сплавах) при механизме деградации, обусловленном развивающимися деформациями ползучести. Проведены численные исследования процессов длительной прочности жаропрочного сплава ВЖ-159 и выполнено сравнение полученных численных результатов с данными натурных экспериментов.

1. Определяющие соотношения механики поврежденной среды

Основные положения рассматриваемого варианта МПС, идея которого предложена Ю.Г. Коротких и развита в исследованиях его учеников, заключаются в следующем [5]:

- материал среды начально изотропен и повреждения в нем отсутствуют (учитывается только анизотропия, вызванная процессами деформирования; анизотропия упругих свойств, вызванная процессами поврежденности материала, не учитывается);

- компоненты тензоров деформаций e_{ij} и скоростей деформаций \dot{e}_{ij} представляют собой сумму «мгновенной» и «временной» составляющих. «Мгновенная» составляющая состоит из упругих компонент e_{ij}^e, \dot{e}_{ij}^e , не зависящих от истории дефор-

мирования и определяющих конечное состояние процесса, и пластических компонент e_{ij}^p, \dot{e}_{ij}^p , зависящих от истории процесса деформирования. «Временная» составляющая (деформаций ползучести e_{ij}^c, \dot{e}_{ij}^c) описывает временную зависимость процессов деформирования при низких скоростях нагружения;

– эволюция эквипотенциальных поверхностей ползучести описывается изменением радиуса поверхности C_c и перемещением ее центра ρ_{ij}^c ;

– изменение объема элемента тела упруго, то есть $e_{ii}^p = e_{ii}^c = 0$;

– процессы деформирования характеризуются малыми деформациями;

– единственным структурным параметром, характеризующим на макроуровне степень поврежденности материала, является скалярный параметр ω – поврежденность ($\omega_0 \leq \omega \leq \omega_f$);

– влияние уровня накопленной поврежденности на процесс деформирования материала учитывается путем введения эффективных напряжений $\tilde{\sigma}_{ij}$.

Модель поврежденной среды состоит из трех взаимосвязанных частей:

– соотношений, определяющих вязкопластическое поведение материала с учетом зависимости от процесса разрушения;

– уравнений, описывающих кинетику накопления повреждений;

– критерия прочности поврежденного материала.

а) Соотношения термползучести

Связь между тензором напряжений и тензором упругих деформаций на базе уравнений термоупругости имеет вид:

$$\begin{aligned} \sigma &= 3K[e - \alpha T], \quad \dot{\sigma} = 3K[\dot{e} - \dot{\alpha}T - \alpha\dot{T}] + \frac{\dot{K}}{K}\sigma, \\ \sigma'_{ij} &= 2Ge'_{ij}, \quad \dot{\sigma}'_{ij} = 2G\dot{e}'_{ij} + \frac{\dot{G}}{G}\sigma'_{ij}, \quad e'_{ij} = e'_{ij} - e^c_{ij}, \end{aligned} \quad (1)$$

где σ, e – шаровые, σ'_{ij}, e'_{ij} – девиаторные компоненты тензоров напряжений σ_{ij} и деформаций e_{ij} соответственно; $G(T)$ – модуль сдвига, $K(T)$ – объемный модуль упругости, $\alpha(T)$ – коэффициент температурного расширения – функция температуры T .

Для описания процессов ползучести введем в пространстве напряжений семейство эквипотенциальных поверхностей ползучести F_c , имеющих общий центр и различные радиусы C_c , определяемые текущим напряженным состоянием [14, 15]:

$$F_c^{(i)} = S_{ij}^c S_{ij}^c - C_c^2 = 0, \quad S_{ij}^c = \sigma'_{ij} - \rho_{ij}^c, \quad i = 0, 1, 2, \dots \quad (2)$$

Согласно ассоциированному закону,

$$\dot{e}_{ij}^c = \lambda_c \frac{\partial F_c^{(i)}}{\partial S_{ij}^c} = \lambda_c S_{ij}^c, \quad (3)$$

где λ_c соответствует текущей поверхности $F_c^{(i)}$, определяющей текущее напряженное состояние S_{ij}^c .

Среди этих эквипотенциальных поверхностей можно выделить поверхность с радиусом \bar{C}_c , соответствующую нулевой скорости ползучести:

$$F_c^{(0)} = \bar{S}_{ij}^c \bar{S}_{ij}^c - \bar{C}_c^2 = 0, \quad \bar{S}_{ij}^c = \bar{\sigma}'_{ij} - \rho_{ij}^c, \quad (4)$$

где \bar{S}_{ij}^c и $\bar{\sigma}'_{ij}$ – совокупность напряженных состояний, отвечающих (с определенным допуском) нулевой скорости ползучести.

Принимаем, что

$$\begin{aligned}\bar{C}_c &= \bar{C}_c(\chi_c, T), \quad \dot{\chi}_c = \left(\frac{2}{3} \dot{e}_{ij}^c, \dot{e}_{ij}^c \right)^{1/2}, \quad \chi_c = \int_0^t \dot{\chi}_c dt, \\ \lambda_c &= \lambda_c(\psi_c, T), \quad \psi_c = \frac{(S_{ij}^c S_{ij}^c)^{1/2} - \bar{C}_c}{C_c},\end{aligned}\quad (5)$$

$$\lambda_c = 0 \text{ при } \psi_c \leq 0,$$

где \bar{C}_c и λ_c – экспериментально определяемые функции температуры T .

Эволюционное уравнение для изменения координат центра поверхности ползучести имеет вид [9]:

$$\dot{\rho}_{ij}^c = g_1^c \dot{e}_{ij}^c - g_2^c \rho_{ij}^c \dot{\chi}_c, \quad (6)$$

где g_1^c и $g_2^c > 0$ – экспериментально определяемые материальные параметры.

Конкретизируя соотношение (3), закон градиентальности можно представить в виде [15]:

$$\dot{e}_{ij}^c = \lambda_c(\psi_c, T) S_{ij}^c = \lambda_c \psi_c S_{ij}^c = \lambda_c \left(\frac{\sqrt{S_{ij}^c S_{ij}^c} - \bar{C}_c}{C_c} \right) S_{ij}^c, \quad \lambda_c = \text{const}. \quad (7)$$

Выражение для $\dot{\chi}_c$ примет вид [15]:

$$\dot{\chi}_c = \sqrt{\frac{2}{3}} \dot{e}_u^c = \sqrt{\frac{2}{3}} \lambda_c \left(\sqrt{S_{ij}^c S_{ij}^c} - \bar{C}_c \right). \quad (8)$$

Из (8) для трех участков кривой ползучести [6] выражение для λ_c примет вид [15]:

$$\lambda_c = \begin{cases} 0, & \psi_c \leq C_c \vee \chi_c = 0, \\ \lambda_c^I, & 0 \leq \chi_c \leq \chi_c^{(1)}, \\ \lambda_c^{II}, & \chi_c^{(1)} \leq \chi_c \leq \chi_c^{(2)}, \\ \lambda_c^{III}, & \chi_c^{(2)} \leq \chi_c \leq \chi_c^{(3)}, \end{cases} \quad (9)$$

где

$$\lambda_c^I = \lambda_c^{(0)} \left(1 - \frac{e_{11}^c}{e_{11}^{c(1)}} \right) + \lambda_c^{(1)} \frac{e_{11}^c}{e_{11}^{c(1)}}, \quad \lambda_c^{II} = \frac{3}{2} \frac{\dot{e}_{11}^{c(\text{уст})}}{(\sigma'_{11} - (3/2)\rho_{11}^c - \bar{\sigma}_c)}, \quad \lambda_c^{III} = \frac{\lambda_c^{II}}{(1 - \omega)^{r_c}}$$

получают из экспериментов при одноосном напряженном состоянии лабораторно-образца [15].

В формулах (9) $\lambda_c^{(0)}$ и $\lambda_c^{(1)}$ – значения λ_c в начальной и конечной точках первого участка кривой ползучести материала; $e_{11}^{c(1)}$ – граница первого участка кривой ползучести при одноосном напряженном состоянии, а $\chi_c^{(1)}$, $\chi_c^{(2)}$, $\chi_c^{(3)}$ – границы участков ползучести при многоосном деформировании по лучевым траекториям; $\dot{e}_{11}^{c(\text{нач})}$ – скорость деформации ползучести в начальный момент времени, $\dot{e}_{11}^{c(\text{уст})}$ – скорость деформации ползучести на участке установившейся ползучести (второй участок кривой ползучести); ω – величина поврежденности материала; $\bar{\sigma}_c = \sqrt{2/3} \bar{C}_c$ – предел ползучести при одноосном напряженном состоянии; r_c – параметр материала [14, 15].

Уравнения (1)–(9) описывают неустановившиеся и установившиеся участки кривой ползучести при разных уровнях напряжений и основные эффекты процесса ползучести при знакопеременном напряжении.

На стадии развития рассеянных по объему повреждений наблюдается влияние поврежденности на физико-механические характеристики материала. В первом приближении это влияние может быть учтено на базе концепции деградирующего континуума (введения эффективных напряжений) [5]:

$$\tilde{\sigma}'_{ij} = F_1(\omega)\sigma'_{ij} = \frac{G}{\tilde{G}}\sigma'_{ij}, \quad \tilde{\sigma} = F_2(\omega)\sigma = \frac{K}{\tilde{K}}\sigma, \quad (10)$$

где \tilde{G}, \tilde{K} – эффективные модули упругости, определяемые по формулам Мак-Кензи [5]:

$$\tilde{G} = G(1 - \omega) \left[1 - \frac{6K + 12G}{9K + 8G} \omega \right], \quad (11)$$

$$\tilde{K} = \frac{4GK(1 - \omega)}{4G + 3K\omega}. \quad (12)$$

Аналогично определяется эффективная внутренняя переменная $\tilde{\rho}_{ij}^c$:

$$\tilde{\rho}_{ij}^c = F_1(\omega)\rho_{ij}^c = \frac{G}{\tilde{G}}\rho_{ij}^c. \quad (13)$$

б) Эволюционные уравнения накопления повреждений

Экспериментальный и теоретический анализ процессов поврежденности материала позволяет представить эволюционное уравнение накопления повреждений в элементарном объеме материалов в общем виде [5, 16–19]:

$$\dot{\omega} = f_1(\theta)f_2(\beta)f_3(\omega)f_4(Z)\langle \dot{Z} \rangle, \quad (14)$$

где функция $f_1(\theta)$ описывает влияние кривизны траектории деформирования, $f_2(\beta)$ – вид (объемность) напряженного состояния, $f_3(\omega)$ – уровень накопленной поврежденности, $f_4(Z)$ – накопленную относительную энергию, затраченную на образование дефектов.

Учитывая тот факт, что до сих пор не имеется достаточно надежных систематизированных экспериментальных данных, характеризующих ползучесть материалов вплоть до разрушения в необходимом диапазоне рабочих нагрузок и температур и значительный разброс экспериментальных данных, эволюционное уравнение при ползучести необходимо формулировать в наиболее простой форме [5, 7, 8]:

$$\dot{\omega} = \frac{\alpha_c + 1}{r_c + 1} f_c(\beta) Z_c^{\alpha_c} (1 - \omega)^{-r_c} \langle \dot{Z}_c \rangle, \quad (15)$$

где

$$Z_c = \frac{W_c - W_c^a}{W_c^f}, \quad (16)$$

$$\langle \dot{Z}_c \rangle = \frac{\langle \dot{W}_c \rangle}{W_c^f}, \quad \dot{W}_c = \rho_{ij}^c \dot{\epsilon}_{ij}^c, \quad (17)$$

$$f_c(\beta) = \exp(k_c \beta), \quad (18)$$

ω – значение величины поврежденности при ползучести; W_c^a – значение энергии разрушения в конце стадии зарождения рассеянных повреждений при ползучести;

W_c^f – значение энергии, соответствующее образованию макроскопической трещины; $f_c(\beta)$ – функция параметра объемности напряженного состояния $\beta = \sigma/\sigma_u$; $W_c = \int_0^t \dot{W}_c dt$ – энергия, идущая на образование рассеянных усталостных повреждений при ползучести; k_c, α_c, r_c – материальные параметры, зависящие от температуры T .

в) *Критерий прочности поврежденного материала*

В качестве критерия окончания фазы развития рассеянных микроповреждений (стадии образования макротрещины) принимается условие достижения величиной поврежденности своего критического значения:

$$\omega = \omega_f \leq 1. \quad (19)$$

Интегрируя эволюционное уравнение накопления повреждений (15) совместно с определяющими соотношениями термовязкопластичности (1)–(9) и критерием разрушения (19) по известной истории термомеханического нагружения в данном элементарном объеме материала, можно определить момент образования макроскопической трещины при механизме деградации, сочетающем усталость и ползучесть материала.

г) *Методика определения параметров определяющих соотношений МПС*

Материальные параметры уравнений МПС определяются из базовых экспериментов. Основные типы базовых экспериментов – изотермические при постоянных базовых температурах T_j . Типы образцов: цилиндрический трубчатый и цилиндрический сплошной. Выбранные типы образцов должны обеспечивать однородное распределение полей напряжений деформаций и температур в пределах рабочей части, они исключают возможность потери устойчивости и формоизменения образца при знакопеременном нагружении, максимально исключают влияние концентраторов на напряженно-деформированное состояние при переходе от рабочей части образца к утолщенным местам.

Для определения материальных параметров соотношений термползучести (1)–(13) устанавливаются базовые температуры T_j , при которых наблюдаются процессы ползучести для данного материала. Для каждой базовой температуры проводятся испытания на знакопеременное нагружение образца по схеме «мягкого» нагружения с промежуточными выдержками, во время которых замеряются параметры кривой ползучести $e_{11}^c(t)$ при $\sigma_{11} = \text{const}$. Затем с использованием соотношений (1)–(13) определяются материальные параметры термползучести [15].

Для определения параметров эволюционного уравнения (15)–(18) при ползучести используется третий участок кривых ползучести $e_{11}^c(\sigma_{11}, T_j)$ при различных постоянных напряжениях и температурах. При этом значительное упрощение достигается, если имеет место подобие кривых ползучести [5]. В этом случае в качестве базовой кривой выбирают относительную кривую при $T = T_j$. Известное отношение скорости ползучести на третьем участке к скорости установившейся ползучести на втором участке позволяет определить параметр $r_c(\omega, T)$ как функцию ω и T .

д) *Интегрирование определяющих соотношений МПС*

Определение основных характеристик процесса вязкопластического деформирования поврежденных материалов (параметров состояния), которые в общем случае описываются тензорами $\sigma_{ij}, e_{ij}, e_{ij}^p, e_{ij}^c$ и скалярами $\chi, C_p, C_c, T, \omega$, осуществляется при соответствующей формулировке определяющих соотношений МПС и линеаризации алгоритма определения λ и сводится к написанию определяющих соот-

ношений МПС в приращениях, которые зависят от выбранного шага Δt . Шаг по времени Δt может корректироваться при прохождении сложных участков траектории деформирования в течение всего расчетного времени при условии устойчивости вычислений. Такой подход [20] наиболее удобен при решении краевых задач механики деформируемого твердого тела и используется в настоящей статье.

В общем случае напряжения, пластические деформации и деформации ползучести определяются интегрированием уравнений термоползучести (1)–(13) четырехточечным методом Рунге – Кутты с коррекцией девиатора напряжений и последующим определением напряжений согласно уравнениям термопластичности (1)–(11) с учетом средней скорости деформации ползучести в момент времени $t^{n+1} = t^n + \Delta t$.

2. Результаты исследований

В [21] приведены результаты экспериментальных исследований процессов кратковременной высокотемпературной ползучести жаропрочного сплава ВЖ-159, которые были получены в лаборатории испытаний физико-механических свойств конструкционных материалов НИИ механики Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского под руководством Д.А. Казакова. Эксперименты выполнены на универсальной испытательной машине ZWICKZ030 (Германия) с нагревательным устройством МАУТЕС-НТ080/1. Измерительная аппаратура включает в себя датчик силы класса 1 по ISO 7500-1 (отклонение от задаваемого усилия в пределах одного опыта не превышает 15 Н) и высокотемпературный датчик продольной деформации (тип РМА 12/V7-1). Для контроля температуры внутри высокотемпературной печи по трем зонам и на образце используются три термодпары (тип К). Поддерживание заданной температуры (отклонение не превышает 2 °С) осуществляется электронным блоком управления НТО-08/1.

Опыты были выполнены на цилиндрических образцах сплошного сечения с длиной рабочей части $l = 50$ мм и диаметром $d = 8$ мм в условиях одноосного растяжения для различных уровней нормальных напряжений σ_{11} и температур T .

Расчет процесса кратковременной ползучести до образования макротрещины по механизму длительной прочности проводился по программе EXPMODEL, предназначенной для численного моделирования неизотермического вязкопластического деформирования и накопления повреждений в конструкционных материалах (металлах и их сплавах) при нерегулярном нестационарном термомеханическом нагружении [22]. Физико-механические характеристики жаропрочного сплава ВЖ-159 и материальные параметры модели МПС приведены в таблице 1 ($\alpha_c = 1$; $r_c = 0,1$; $k_c = 1$, $\omega_f = 0,83$).

Таблица 1

T , °С	K , МПа	G , МПа	\bar{C}_c , МПа	$\lambda_c^{(0)}$, (МПа·ч) ⁻¹	$\lambda_c^{(1)}$, (МПа·ч) ⁻¹	g_c^1 , МПа	g_c^2	W_c^f , МДж/м ³	W_c^a , МДж/м ³	$\chi_c^{(1)}$	$\chi_c^{(2)}$
750	137000	64000	265	0,0005	0,0005	1100	150	57,5	14,3	0	0,025
850	113000	52000	85	0,00068	0,00068	1000	150	14	5	0	0,06

На рис. 1–4 представлены кривые ползучести при:

- температуре $T = 750$ °С и напряжениях $\sigma_{11} = 350$ МПа и 450 МПа (рис. 1);
- температуре $T = 850$ °С и напряжениях $\sigma_{11} = 120$ МПа и 150 МПа (рис. 2);
- температуре $T = 750$ °С и переходе с уровня напряжений $\sigma_{11} = 350$ МПа на уровень $\sigma_{11} = 450$ МПа (рис. 3);

– температуре $T = 850\text{ }^{\circ}\text{C}$ и переходе с уровня напряжений $\sigma_{11} = 120\text{ МПа}$ на уровень $\sigma_{11} = 150\text{ МПа}$ (рис. 4).

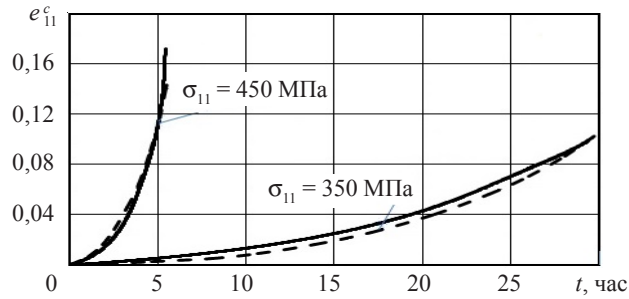


Рис. 1

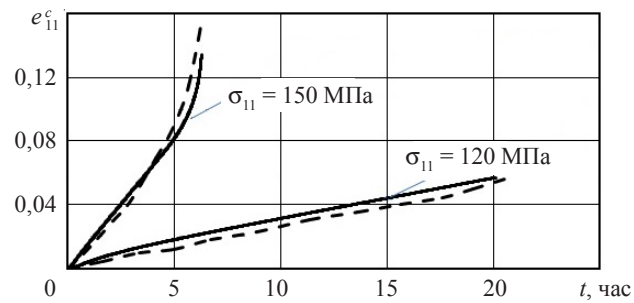


Рис. 2

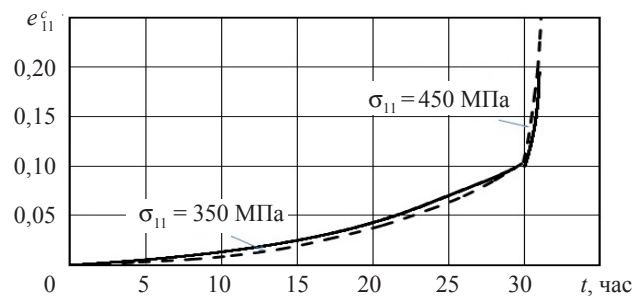


Рис. 3

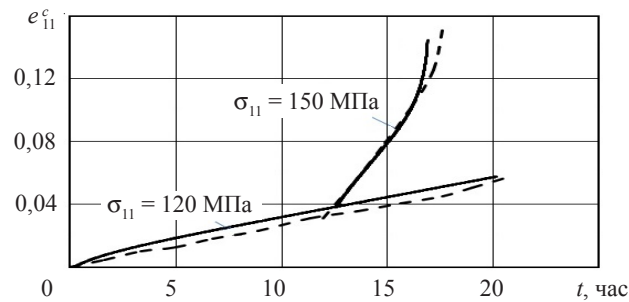


Рис. 4

Здесь сплошными линиями отмечены результаты численного моделирования с использованием определяющих соотношений МПС (1)–(19), а штриховыми – соответствующие экспериментальные результаты. Видно хорошее соответствие расчетных и экспериментальных данных.

На рис. 5–9 для эксперимента, представленного на рис. 4, приведены зависимости:

- эффективных напряжений $\tilde{\sigma}_{11}$ и $\tilde{\rho}_{11}^c$ от времени процесса t (рис. 5 и 6);
- эффективного радиуса поверхности ползучести нулевого уровня \tilde{C}_c от времени процесса t (рис. 7);
- энергии разрушения при ползучести W_c от времени процесса t (рис. 8);
- величины поврежденности ω от времени процесса t (рис. 9).

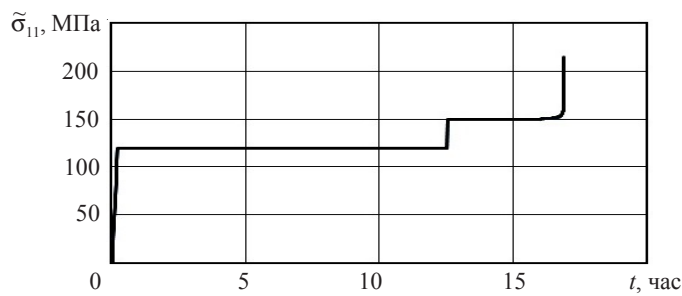


Рис. 5

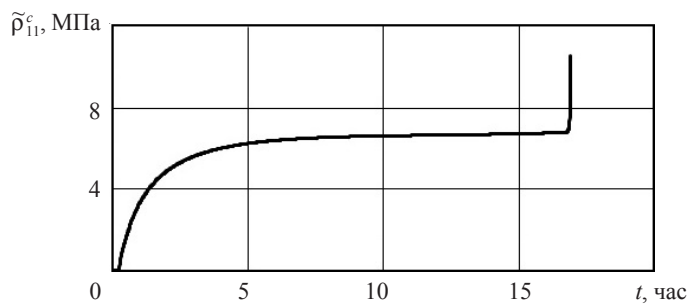


Рис. 6

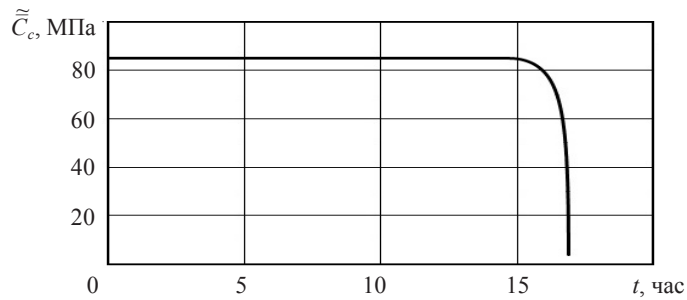


Рис. 7

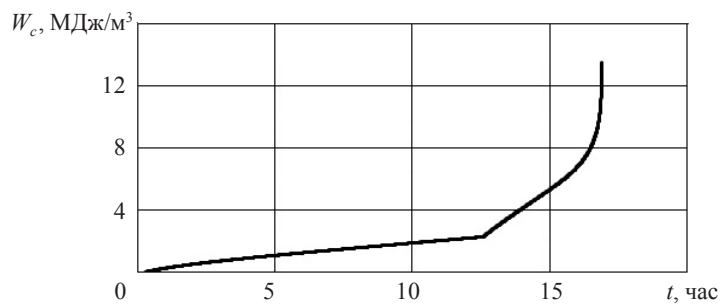


Рис. 8

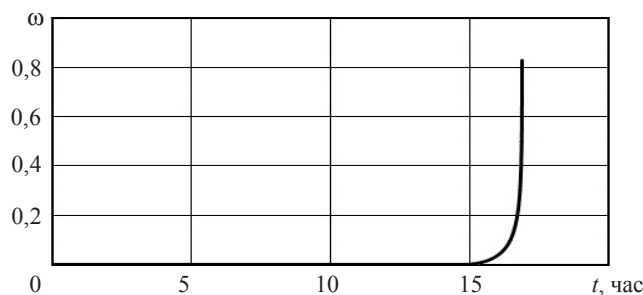


Рис. 9

Анализируя полученные численные результаты, можно отметить, что предложенная модель поврежденной среды качественно и количественно описывает основные эффекты, наблюдаемые при нестационарной ползучести конструкционных материалов (металлах и их сплавах), и деградацию начальных прочностных свойств материалов по механизму длительной прочности.

Заключение

Развита математическая модель механики поврежденной среды, описывающая процессы неупругого деформирования и накопления повреждений в конструкционных материалах (металлах и их сплавах) при деградации начальных прочностных свойств материалов по механизму длительной прочности.

Методом численного моделирования и сравнения полученных результатов с опытными данными проведена оценка достоверности определяющих соотношений МПС при ползучести, которая позволяет сделать вывод о достоверности развитых модельных представлений и точности разработанной методики определения материальных параметров, входящих в указанные соотношения.

Список литературы

1. Митенков Ф.М., Кайдалов В.Б., Коротких Ю.Г. и др. *Методы обоснования ресурса ядерных энергетических установок*. М.: Машиностроение, 2007. 448 с.
2. Охаси И., Каваи М., Каито Т. Неупругое поведение стали 316 при многоосных непропорциональных циклических нагружениях при повышенной температуре. *Труды Америк. об-ва инж.-мех. Теоретические основы инженерных расчетов*. 1985. Т. 107. №2. С. 6–15.
3. Лэмба Г.С., Сайдботтом О.М. Пластичность при циклическом деформировании по непропорциональным траекториям. Ч. I. Эксперименты с циклическим упрочнением, приспособляемостью и последующим деформационным упрочнением. *Труды Америк. об-ва инж.-мех. Теоретические основы инженерных расчетов*. 1978. Т. 100. №1. С. 108–117.
4. Макдауэлл Д.Л. Экспериментальное изучение структуры определяющих уравнений для непропорциональной циклической пластичности. *Труды Америк. об-ва инж.-мех. Теоретические основы инженерных расчетов*. 1985. Т. 107. №4. С. 98–111.
5. Волков И.А., Коротких Ю.Г. *Уравнения состояния вязкоупругопластических сред с повреждениями*. М.: Физматлит, 2008. 424 с.
6. Локощенко А.М. *Ползучесть и длительная прочность металлов*. М.: Физматлит, 2016. 504 с.
7. Lemaitre J. Damage modelling for prediction of plastic or creep fatigue failure in structures. *Trans. 5th Int. Conf. SMRIT*. North Holland. 1979. Paper No L5/1b.
8. Murakami S., Imaizumi T. Mechanical description of creep damage and its experimental verification. *J. Mec. Theor. Appl.* 1982. No 1. P. 743–761.

9. Мэнсон С.С., Энсайн К.Р. Успехи за последнюю четверть века в развитии методов корреляции и экстраполяции результатов испытаний на длительную прочность. *Труды Амер. об-ва инж.-мех. Теоретические основы инженерных расчетов*. 1979. Т. 101. №4. С. 9–18.
10. Ле Мэй Д. Развитие параметрических методов обработки результатов испытаний на ползучесть и длительную прочность. *Труды Амер. об-ва инж.-мех. Теоретические основы инженерных расчетов*. 1979. Т. 101. №4. С. 19–24.
11. Larson P.R., Miller J.A. A Time-temperature relationship for rupture and creep stress. *Journal of Trans. ASME*. 1952. Vol. 74. P. 539–605.
12. Никитенко А.Ф. Экспериментальное обоснование гипотезы существования поверхности ползучести в условиях сложного нагружения: Сообщение 1, 2. *Проблемы прочности*. 1984. №8. С. 3–11.
13. Вудфорд Д.А. Повреждение при ползучести и концепция остаточной долговечности. *Труды Амер. об-ва инж.-мех. Теоретические основы инженерных расчетов*. 1979. Т. 101. №4. С. 1–8.
14. Волков И.А., Игумнов Л.А., Коротких Ю.Г. *Прикладная теория вязкопластичности*. Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2015. 318 с.
15. Волков И.А., Игумнов Л.А., Казаков Д.А., Шишулин Д.Н., Сметанин И.В. Определяющие соотношения нестационарной ползучести при сложном напряженном состоянии. *Проблемы прочности и пластичности*. 2016. Т. 78. № 4. С. 436–451.
16. Боднер С.Р., Линдхолм У.С. Критерий приращения повреждения для зависящего от времени разрушения материалов. *Труды Амер. об-ва инж.-мех. Теоретические основы инженерных расчетов*. 1976. Т. 98. №2. С. 51–58.
17. Леметр Ж. Континуальная модель повреждения, используемая для расчета разрушения пластичных материалов. *Труды Амер. об-ва инж.-мех. Теоретические основы инженерных расчетов*. 1985. Т. 107. №1. С. 90–98.
18. Benallal A., Marquis D. Constitutive equations for nonproportional cyclic elasto-viscoplasticity. *Journal of Engineering Materials and Technology*. 1987. Vol. 109. No 4. P. 326–337.
19. Chaboche J.L. Constitutive equation for cyclic plasticity and cyclic viscoplasticity. *Inter. J. of Plasticity*. 1989. Vol. 5. No 3. P. 247–302.
20. Бантхья В., Мукерджи С. Об усовершенствованной схеме интегрирования по времени для системы определяющих соотношений неупругой деформации с нелинейностью жесткого типа. *Труды Амер. об-ва инж.-мех. Теоретические основы инженерных расчетов*. 1985. Т. 107. №4. С. 54–60.
21. Капустин С.А., Казаков Д.А., Чурилов Ю.А., Галущенко А.И. и др. Экспериментально-теоретическое изучение поведения изделий из жаропрочного сплава в условиях высокотемпературной ползучести. *Проблемы прочности и пластичности*. 2008. Вып. 70. С. 100–111.
22. Волков И.А., Игумнов Л.А., Коротких Ю.Г., Казаков Д.А., Емельянов А.А., Тарасов И.С., Гусева М.А. Программная реализация процессов вязкопластического деформирования и накопления повреждений в конструкционных сплавах при термомеханическом нагружении. *Проблемы прочности и пластичности*. 2016. Т. 78. №2. С. 188–207.

References

1. Mitnikov F.M., Kaydalov V.B., Korotkikh Yu.G., Panov V.A., Pichkov S.N. *Metody obosnovaniya resursa yadernykh energeticheskikh ustanovok [Methods of Substantiation of the Resource of Nuclear Power Plants]*. Moscow. Mashinostroenie Publ. 2007. 448 p. (In Russian).
2. Ohashi Y., Kawai M., Kaito T. Inelastic behavior of type 316 stainless steel under multiaxial nonproportional cyclic stressings at elevated temperatur. *J. Eng. Mater. Technol.* 1985. Vol. 107. No 2. P. 101–109. doi:10.1115/1.3225781.
3. Lamba H.S., Sidebottom O.M. Cyclic plasticity for nonproportional paths: Part 1. Cyclic hardening, erasure of memory, and subsequent strain hardening experiments. *J. Eng. Mater. Technol.* 1978. Vol. 100. No 1. P. 96–103. DOI:10.1115/1.3443456.
4. McDowell D.L. An experimental study of the structure of constitutive equations for

nonproportional cyclic plasticity. *J. Eng. Mater. Technol.* 1985. Vol. 107. No 4. P. 307–315. DOI:10.1115/1.3225824.

5. Volkov I.A., Korotkikh Yu.G. *Uravneniya sostoyaniya vyazkouprugoplasticheskikh sred s povrezhdeniyami* [Equations of State Viscoelasticoplastic Environments with Injuries]. Moscow. Fizmatlit Publ. 2008. 424 p. (In Russian).

6. Lokoschenko A.M. *Polzuchest i dlitel'naya pruchnost metallov* [Creep and Long-term Strength of Metals]. Moscow. Fizmatlit Publ. 2016. 504 p. (In Russian).

7. Lemaitre J. Damage modelling for prediction of plastic or creep fatigue failure in structures. *Trans. 5th Int. Conf. SMRIT*. North Holland., 1979. Paper No. L5/1b.

8. Murakami S., Imaizumi T. Mechanical description of creep damage and its experimental verification. *J. Mec. Theor. Appl.* 1982. No 1. P. 743–761.

9. Manson S.S., Ensign C.R. A quarter-century of progress in the development of correlation and extrapolation methods for creep rupture data. *J. Eng. Mater. Technol.* 1979. Vol. 101. No 4. P. 317–325. DOI:10.1115/1.3443696.

10. Le May I. Developments in parametric methods for handling creep and creep-rupture data. *J. Eng. Mater. Technol.* 1979. Vol. 101. No 4. P. 326–330. DOI:10.1115/1.3443697.

11. Larson P.R., Miller J.A. A Time-temperature relationship for rupture and creep stress. *Journal of Trans. ASME*. 1952. Vol. 74. P. 539–605.

12. Nikitenko A.F. Experimental verification of the hypothesis of the existence of surface creep under complex loading conditions. Report No 1, 2. *Strength of Materials*. 1984. Vol. 16. Iss. 8. P. 1063–1071.

13. Woodford D.A. Creep damage and the remaining life concept. *J. Eng. Mater. Technol.* 1979. Vol. 101. No 4. P. 311–316. DOI:10.1115/1.3443695.

14. Volkov I.A., Igumnov L.A., Korotkikh Yu.G. *Prikladnaya teoriya vyazkoplastichnosti* [Applied Theory of Viscoplasticity]. Nizhni Novgorod. UNN Publ. 2015. 318 p. (In Russian).

15. Volkov I.A., Igumnov L.A., Kazakov D.A., Shishulin D.N., Smetanin I.V. Oprede-lyayushchie sootnosheniya nestatsionarnoy polzuchesti pri slozhnom napryazhennom sostoyanii [Defining relation of transient creep under complex stress state]. *Problemy prochnosti i plastichnosti* [Problems of Strength and Plasticity]. 2016. Vol. 78. No 4. P. 436–451 (In Russian).

16. Bodner S.R., Lindholm U.S. An incremental criterion for time-dependent failure of materials. *J. Eng. Mater. Technol.* 1976. Vol. 98. No 2. P. 140–145. DOI:10.1115/1.3443356.

17. Lemaitre G. A Continuous damage mechanics model for ductile fracture. *J. Eng. Mater. Technol.* 1985. Vol. 107. No 1. P. 83–89. DOI:10.1115/1.3225775.

18. Benallal A., Marquis D. Constitutive equations for nonproportional cyclic elasto-viscoplasticity. *Journal of Engineering Materials and Technology*. 1987. Vol. 109. No 4. P. 326–337.

19. Chaboche J.L. Constitutive equation for cyclic plasticity and cyclic viscoplasticity. *Inter. J. of Plasticity*. 1989. Vol. 5. No 3. P. 247–302.

20. Banthia V., Mukherjee S. On an improved time integration scheme for stiff constitutive models of inelastic deformation. *J. Eng. Mater. Technol.* 1985. Vol. 107. No 4. P. 282–285. DOI:10.1115/1.3225820.

21. Kapustin S.A., Kazakov D.A., Churilov Yu.A., Galushchenko A.I. et al. Eksperimentalno-teoreticheskoe izuchenie povedeniya izdeliy iz zharoprochnogo splava v usloviyakh vysokotemperaturnoy polzuchesti [Experimental- theoretical study of the behavior of structural parts of heat-resistant under high-temperature creep]. *Problemy prochnosti i plastichnosti* [Problems of Strength and Plasticity]. 2008. Iss. 70. P. 100–111 (In Russian).

22. Volkov I.A., Igumnov L.A., Korotkikh Yu.G., Kazakov D.A., Yemelyanov A.A., Tarasov I.S., Guseva M.A. Programmnaya realizatsiya protsessov vyazkoplasticheskogo deformirovaniya i nakopleniya povrezhdeniy v konstruktsionnykh splavakh pri termomekhanicheskom nagruzhenii [Software implementation of viscoplastic deformation and damage accumulation processes in structural alloys under thermal-mechanical loading]. *Problemy prochnosti i plastichnosti* [Problems of Strength and Plasticity]. 2016. Vol. 78. No 2. P. 188–207 (In Russian).

**A DAMAGED MEDIUM MODEL FOR DESCRIBING THE PROCESS
OF LONG-TERM STRENGTH OF STRUCTURAL MATERIALS
(METALS AND THEIR ALLOYS)**

**Volkov I.A.^{1,2}, Igumnov L.A.², Kazakov D.A.², Mironov A.A.²,
Tarasov I.S.¹, Shishulin D.N.³, Smetanin I.V.¹**

¹*Volga State University of Water Transport, Nizhni Novgorod, Russian Federation*

²*Research Institute of Mechanics University of Nizhni Novgorod,
Nizhni Novgorod, Russian Federation*

³*Nizhni Novgorod State Technical University n.a. R.E. Alekseev,
Nizhni Novgorod, Russian Federation*

The main laws of processes of deformation and degradation of the initial strength properties of structural materials (metals and their alloys) according to the long-term strength mechanism are considered. In the framework of damaged medium mechanics, a mathematical model describing processes of inelastic deformation and damage accumulation in the presence of creep is developed. The model consists of three interconnected parts: relations defining inelastic behavior of the material, accounting for the effect of the failure process; equations describing kinetics of damage accumulation; a strength criterion of the damaged material.

Results of experimentally studying short-term creep of VZh-159 heat-resistant alloy under constant temperatures and different values of stress applied to the specimens are given.

The deformation and damage accumulation process is numerically analyzed; the obtained numerical results are compared with the data of full-scale experiments. The comparison of the numerical and experimental data makes it possible to conclude that the present defining relations of damaged medium mechanics in the presence of degradation of the initial strength properties of structural materials according to the long-term strength mechanism are adequate.

Keywords: transient creep, long-term strength, modeling, defining relations, damaged medium mechanics, temperature, damage degree, material parameters, numerical and full-scale experiments.