

УДК 539.3

ИГРОВОЙ ПОДХОД К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ ФОРМЫ УДАРНИКА И СТРУКТУРЫ СЛОИСТОЙ СРЕДЫ ПРИ ВЫСОКОСКОРОСТНОМ ПРОБИВАНИИ*

© 2016 г.

Баничук Н.В.^{1,2}, Иванова С.Ю.¹

¹*Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН,
Москва, Российская Федерация*

²*Московский физико-технический институт,
Москва, Российская Федерация*

banichuk@ipmnet.ru

Поступила в редакцию 26.10.2016

На основе игрового подхода Нэша изучены вопросы оптимизации формы осесимметричного жесткого ударника и структуры пробиваемых слоистых плит, изготовленных из заданного набора материалов. В качестве критерия многоцелевой задачи оптимизации выбрано значение баллистической предельной скорости при дополнительных ограничениях на массу ударника и массу слоистой преграды. Процесс высокоскоростного внедрения жесткого тела в упругопластическую среду моделировался с использованием двухчленного представления для силы сопротивления движению. Предложен и реализован алгоритм решения игровой конфликтной задачи: оптимальный по форме ударник против оптимальной по структуре слоистой преграды. Рассмотрен случай, когда масса ударника задана и не зависит от его объема, и случай, когда на массу (объем) ударника наложено ограничение. С применением эволюционного численного метода (генетического алгоритма) для всех случаев найдены оптимальные формы внедряющихся тел и соответствующие оптимальные структуры преград и проведен анализ полученных результатов.

Ключевые слова: многоцелевая оптимизация, игровой подход, высокоскоростное пробивание, слоистые структуры, баллистическая предельная скорость.

Введение

Изучение процессов высокоскоростного внедрения жестких ударников в твердые деформируемые среды и пробивания защитных структур является актуальным и представляет значительный теоретический и прикладной интерес. Спектр научных исследований в этой области очень широк и включает большое количество работ в экспериментальном, аналитическом и вычислительном направлениях, среди которых важное место занимает решение задач оптимального проектирования. Задачи определения оптимальной формы осесимметричного жесткого тела, внедряющегося с высокой скоростью в деформируемую среду, рассматривались с при-

* Выполнено при финансовой поддержке РФФИ (грант № 14-08-00016а).

менением классического вариационного анализа и численных методов в монографиях Г. Бен-Дора, А. Дубинского, Т. Эльперина [1] и Н.В. Баничука, С.Ю. Ивановой [2], статьях Н.В. Баничука, С.Ю. Ивановой [3–5], В.Г. Баженова, В.Л. Котова, Е.Ю. Линник [6–8]. Оптимизации форм неосесимметричных тел посвящены публикации Н.А. Остапенко, В.И. Романенко, Г.Е. Якуниной [9, 10], Н.В. Баничука, С.Ю. Ивановой, Е.В. Макеева [11, 12].

Наряду с вопросами оптимизации формы внедряющихся тел в монографиях [1, 2] рассматривались задачи оптимального проектирования защитных преград и многослойных покрытий. Оптимизации слоистых систем и покрытий посвящены публикации М.А. Каниболотского, Ю.С. Уржумцева, В.В. Алехина [13, 14]. Отыскание оптимальной структуры защитных пластин и плит проводилось В.Н. Аптуковым, А.А. Поздеевым, А.Р. Хасановым и др. [15–18].

В настоящей статье исследуется проблема высокоскоростного пробивания плиты с кусочно-постоянным распределением характеристик материалов (слоев) жестким осесимметричным ударником с применением игрового подхода (оптимальная форма ударника против оптимальной защитной структуры).

Определение баллистической предельной скорости ударника

Одним из важнейших критериев качества в задачах пробивания преград ударниками является значение баллистической предельной скорости, то есть скорости входа ударника в преграду, достаточной для полного пробивания этой преграды с остановкой на выходе. Этот параметр характеризует как свойства преграды, так и свойства внедряющегося тела.

Для исследования динамики высокоскоростного (со скоростями порядка 10^3 м/с) проникания жесткого осесимметричного тела в упругопластическую среду вдоль оси Ox применим соотношение, связывающее величину сопротивления среды $D(x)$, обусловленного нормальным давлением со стороны среды на поверхность ударника без учета сил трения, с прочностными $A_0(x)$ и инерционными $A_2(x)$ параметрами среды, формой ударника $y(\eta)$ ($0 \leq \eta \leq L$), его длиной L и скоростью $v(x)$ [19]:

$$D(x) = D_{\text{nose}}(x) + D_{\text{lat}}(x) = B_0(x) + B_2(x)v^2(x),$$

$$B_0(x) = \pi r^2 A_0(x) - 2\pi \int_{x^*}^{x^{**}} A_0(\eta) y y_\eta d\eta, \quad (1)$$

$$B_2(x) = \pi r^2 A_2(x) - 2\pi \int_{x^*}^{x^{**}} \frac{A_2(\eta) y y_\eta^3}{1 + y_\eta^2} d\eta.$$

Здесь $D_{\text{nose}}(x)$ – сила сопротивления, действующая на усеченную носовую часть ударника; $D_{\text{lat}}(x)$ – сила сопротивления, действующая на боковую поверхность; r – радиус возможного усечения носовой части ударника; $y_\eta = dy/d\eta$; x – координата носика ударника при его движении в среде; x^* , x^{**} – величины, характеризующие различные стадии проникания ударника в среду (границы участка контакта со средой). Если скорость входа ударника $v_0 = v_{\text{imp}}$ в преграду толщиной H такова, что $v(x) > 0$ при $0 \leq x < H + L$ и $v = 0$ при $x = H + L$, то такая скорость соударения называется предельной баллистической скоростью BLV (ballistic limit velocity), то есть $v_0 = v_{\text{imp}} = v_{\text{BLV}}$. Пробивание осесимметричным ударником слоистой плиты с

предельной баллистической скоростью под прямым углом к границам плоских слоев схематично показано на рис. 1.

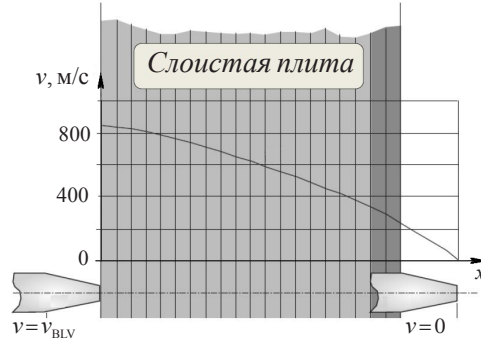


Рис. 1

Вводя для удобства новую независимую переменную

$$\xi = H + L - x, \quad d\xi = -dx,$$

можно записать задачу определения скорости движения ударника в среде в виде задачи Коши:

$$\frac{dv^2}{d\xi} = \beta(\alpha + v^2), \quad (v^2)_{\xi=0} = 0, \quad (2)$$

где $\alpha = B_0/B_2$, $\beta = 2B_2/m$ (m – масса ударника).

Для удобства будем считать, что пробиваемая преграда включает в себя плиту и торцевой воздушный участок длиной L , то есть имеет общую толщину, равную $H + L$, и состоит из n тонких слоев с одинаковой толщиной $h = (H + L)/n$. Каждый слой считается заполненным определенным материалом с заданными фиксированными свойствами. Для такой кусочно-постоянной структуры задача (2) может быть представлена в виде:

$$\begin{aligned} \frac{dv^2}{d\xi} &= \beta_{j+1}(\alpha_{j+1} + v^2), \quad v_0^2 = (v^2)_{\xi=0} = 0, \\ v_j &= v(\xi_j), \quad \xi_{j+1} = \xi_j + h, \quad j = 0, 1, 2, \dots, n-1, \\ \alpha_{j+1} &= \left(\frac{B_0}{B_2} \right)_{j+1}, \quad \beta_{j+1} = \frac{2}{m} (B_2)_{j+1}, \\ v_n^2 &= (v^2)_{\xi=H+L} = v_{BLV}^2. \end{aligned} \quad (3)$$

Послойное интегрирование задачи (3) приводит к алгебраическим соотношениям

$$\begin{aligned} \ln \left(\frac{\alpha_{j+1} + v_{j+1}^2}{\alpha_{j+1} + v_j^2} \right) &= \mu_{j+1}, \quad \xi_j \leq \xi \leq \xi_{j+1}, \\ \mu_{j+1} &= \beta_{j+1} h, \quad j = 0, 1, 2, \dots, n-1, \end{aligned} \quad (4)$$

которые определяют решение, то есть распределение скоростей по слоям и, в частности, значение предельной баллистической скорости. Имеем

$$\frac{v_{j+1}^2}{\alpha_{j+1}} = \exp \mu_{j+1} - 1 + \frac{v_j^2}{\alpha_{j+1}} \exp \mu_{j+1},$$

$$v_0 = 0, \quad v_n = v_{BLV}.$$
(5)

Многоцелевая задача оптимизации

Рассмотрим баллистическую предельную скорость в роли критерия качества для многоцелевой оптимизационной задачи в игровой постановке с участием двух игроков. «Игрок 1» решает задачу А: минимизировать BLV за счет определения оптимальной формы ударника для заданной структуры слоистой плиты.

Задача А («игрок 1»):

$$J_1 = v_{BLV}(y(\eta), t(x)) \rightarrow \min_{y \in \Lambda_y},$$
(6)

$$\Lambda_y = \{y : y_{\text{con}}(\eta) \leq y(\eta) \leq R, \quad 0 < \eta \leq L, \quad y(0) = y_{\text{con}}(0) = R\}.$$

Здесь функция $y_{\text{con}}(\eta)$ задает форму конического ударника, радиус основания (мидель) ударника R и его масса m считаются заданными, причем масса не зависит от формы (объема) внедряющегося осесимметричного тела. Функция $t(x)$, $x \in [0, H+L]$, – кусочно-постоянная и характеризует распределение свойств используемых материалов по слоям преграды (плиты). Число материалов r_m считается заданным, $s = 1, 2, \dots, r_m$, где s – номер материала [19].

«Игрок 2» решает задачу В: максимизировать BLV за счет определения оптимальной структуры защитной плиты.

Задача В:

$$\begin{cases} v_{BLV}(y(\eta), t(x)) \rightarrow \max_{t \in \Lambda_t}, \\ M(t(x)) \leq M_0, \end{cases}$$
(7)

$$\Lambda_t = \left\{ \begin{array}{l} t : t = t(x), \quad x \in [0, H+L], \quad t \in \{t_i = s\}, \\ i = 0, 1, 2, \dots, n-1, \quad s = 1, 2, \dots, r_m, \\ A_0(t(x)) = A_0^{i+1}, \quad A_2(t(x)) = A_2^{i+1}, \quad x \in [x_i, x_{i+1}), \\ (A_0^{i+1}, A_2^{i+1}) \in \{(A_0)_s, (A_2)_s\}. \end{array} \right\}.$$

Здесь свойства материала с номером s , который заполняет слой $(x_i \leq x < x_{i+1})$ с номером $i+1$, характеризуются константами $(A_0^{i+1})_s$ и $(A_2^{i+1})_s$.

Масса M слоистой плиты не должна превышать заданной величины $M_0 > 0$. Для учета этого ограничения формируется расширенный функционал Лагранжа J^a :

$$J^a = v_{BLV}(y(\eta), t(x)) - \lambda(M(t(x)) - M_0) \rightarrow \max_{t \in \Lambda_t},$$
(8)

$$\lambda = \begin{cases} 0, & \text{если } M - M_0 \leq 0, \\ \lambda_* > 0, & \text{если } M - M_0 > 0. \end{cases}$$

Таким образом, задача В может быть представлена в виде

$$J_2 = J^a(y(\eta), t(x)) \rightarrow \max_{t \in \Lambda_t}.$$
(9)

Многоцелевая задача оптимизации заключается в определении оптимальной формы ударника для «наихудшего» (с точки зрения «игрока 1») случая, то есть для

оптимальной структуры защитной слоистой плиты (с точки зрения «игрока 2»). В качестве критерия оптимизации было выбрано значение баллистической предельной скорости.

Решение данной многоцелевой задачи осуществлялось итерационно на основе игрового подхода (подход Нэша [20]) с выполнением следующих шагов.

Шаг 1. Задается начальное распределение материалов по слоям плиты, которое будем считать первым приближением, $t = t_1^*(x)$.

Шаг 2. «Игрок 1» решает задачу А для заданного распределения $t_1^*(x)$ и определяет первое приближение для оптимальной формы ударника

$$y_1^*(\eta) = \arg \min_{y \in \Lambda_y} J_1(y(\eta), t_1^*(x)). \quad (10)$$

Шаг 3. Управление передается «игроку 2», который решает задачу В для заданного распределения $y_1^*(\eta)$ и определяет второе приближение для оптимального распределения материалов

$$t_2^*(x) = \arg \min_{t \in \Lambda_t} J_2(y_1^*(\eta), t(x)). \quad (11)$$

Шаг 4. Итерация выполнена, управление передается «игроку 1» (шаг 2) для определения следующего приближения к оптимальному решению или происходит завершение процедуры оптимизации. Критерием останова может служить достижение заданной величины невязки или выполнение заданного числа итераций.

Для решения оптимизационных задач А и В был развит и применялся эволюционный численный метод нелокального поиска экстремума – генетический алгоритм [2, 19, 21]. При этом исследуемое множество форм $y(\eta)$ или распределений $t(x)$ (популяция) состояло из 30 решений (индивидуумов) для каждой генерации (поколения). Каждый индивидуум популяции состоял из 10 элементов. Процесс поиска оптимального решения стартовал (инициализировался) с начальной популяции, составленной из произвольных допустимых распределений $y(\eta)$ или $t(x)$, продолжался на протяжении последовательного формирования 1000 улучшаемых генераций и завершался выбором наилучшего решения после 10 повторных инициализаций. Шаг разбиения отрезка $[0, L]$ изменения переменной η и отрезка $[0, H + L]$ изменения переменной ξ был выбран равным величине $h = (H + L)/n$. Вероятность выполнения операции скрещивания (crossover) $p_{CO} = 0,5$, вероятность мутации решения (индивидуума) $p_m = 0,05$.

Характеристические свойства материалов, рассматриваемых в качестве допустимых величин для слоев пластинки, взяты из [19]:

$s = 1$ – воздух, $(A_0)_1 = (A_2)_1 = 0$;

$s = 2$ – мягкая сталь, $(A_0)_2 = 1850 \cdot 10^6 \text{ Н/м}^2$, $(A_2)_2 = 7830 \text{ кг/м}^3$;

$s = 3$ – медь, $(A_0)_3 = 910 \cdot 10^6 \text{ Н/м}^2$, $(A_2)_3 = 8920 \text{ кг/м}^3$;

$s = 4$ – дюралюминий, $(A_0)_4 = 1330 \cdot 10^6 \text{ Н/м}^2$, $(A_2)_4 = 2765 \text{ кг/м}^3$.

Расчеты проводились для значений параметров $L = 0,02 \text{ м}$, $R = 0,005 \text{ м}$, $H = 0,1 \text{ м}$, $n = 50$. Масса ударника $m = 0,009 \text{ кг}$ считалась заданной и не зависящей от его формы (объема). Начальное распределение материалов по толщине плиты было выбрано следующим: 10 слоев (0,02 м) – сталь, далее 40 слоев (0,08 м) – воздух. Масса такой исходной плиты, приходящаяся на 1 м^2 , принималась в качестве ограничения: $M_0 = 156,6 \text{ кг/м}^2$. В результате выполнения трех итераций описанного выше игрового процесса минимальное значение BLV, полученное из решения зада-

чи А, совпало с максимальным значением BLV, полученным из решения задачи В, и составило 1183 м/с. Оптимальная структура плиты была при этом определена как 28 слоев дюралюминия и 22 воздушных слоя, толщина дюралюминиевой части составила 0,056 м, масса оптимальной плиты $M = 154,84$ кг/м².

Оптимальная форма ударника показана на рис. 2 полужирной кривой 1, штриховая линия на рис. 2 соответствует конической форме $y = y_{\text{кон}}(\eta)$. Найденная оптимальная форма ударника с небольшим усечением носовой части была сформирована уже на первой итерации игрового процесса при пробивании исходной стальной плиты с минимальной баллистической предельной скоростью 834 м/с. На двух последующих итерациях форма ударника практически не изменялась, несмотря на изменение структуры и геометрии преграды, приведшее к существенному возрастанию BLV до значения 1183 м/с.

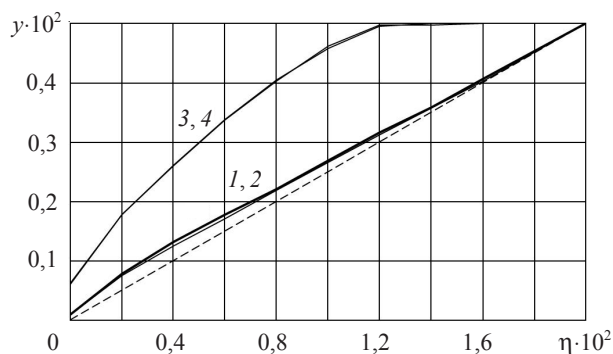


Рис. 2

Расчеты были проведены также для ударника массой $m = 0,05$ кг и исходной плиты, состоящей из 20 слоев стали и 30 слоев воздуха, то есть для значения $M_0 = 313,2$ кг/м². Оптимальная форма ударника показана для этого случая на рис. 2 тонкой сплошной линией 2. Видно, что линии 1 и 2 практически совпадают, хотя параметры задачи существенно отличаются. Оптимальная плита в этом случае состоит из трех слоев стали и 47 слоев дюралюминия, что позволяет увеличить значения BLV с 488 до 663 м/с.

Учет ограничения на массу ударника

Рассмотрим случай, когда масса ударника зависит от его формы (объема) и удовлетворяет дополнительному условию

$$m(y(\eta)) = \pi \rho \int_0^L y^2(\eta) d\eta \leq m_0, \quad (12)$$

где $m_0 > 0$ – заданная величина, ρ – плотность материала ударника. «Игрок 1» в этом случае решает задачу С:

$$J_3 = v_{\text{BLV}}(y(\eta), t(x)) + \mu(m(y(\eta)) - m_0) \rightarrow \min_{y \in \Lambda_y}, \quad (13)$$

$$\mu = \begin{cases} 0, & \text{если } m - m_0 \leq 0, \\ \mu_* > 0, & \text{если } m - m_0 > 0. \end{cases}$$

Расчеты были проведены для $m_0 = 0,009$ кг, $\rho = 7830$ кг/м³ и двух вариантов структуры исходной плиты: 10 слоев – сталь ($M_0 = 156,6$ кг/м²), 40 слоев – воздух

и 15 слоев – сталь ($M_0 = 234,9 \text{ кг/м}^2$), 35 слоев – воздух. Оптимальные структуры были определены на третьей итерации игрового процесса и представляли собой 28 и 42 слоя дюралюминия соответственно. На рис. 2 соответствующие этим двум вариантам оптимальные формы ударников показаны очень близкими (практически совпадающими) линиями 3 и 4. Эти формы имеют большее усечение носовой части, чем формы 1 и 2, определенные без учета ограничения на массу ударника, и более существенным образом отличаются от конуса. Оптимальные плиты из дюралюминиевых слоев позволяют увеличить BLV по сравнению с исходными стальными с 891 до 1183 м/с и с 1144 до 1605 м/с соответственно. Так же как и в случае ударников с заданной фиксированной массой, оптимальные формы сохраняют свой вид начиная с первой итерации игрового процесса, то есть практически не зависят от изменения структуры защитной плиты.

Некоторые замечания и выводы

Изучены вопросы оптимизации формы осесимметричных жестких ударников при пробивании слоистых плит в игровой постановке. В качестве критерия многоцелевой задачи было выбрано значение баллистической предельной скорости, которая является важнейшей характеристикой взаимодействия ударника и преграды. Предложен и реализован итерационный алгоритм решения игровой конфликтной задачи: оптимальный по форме ударник (задачи А, С) против оптимальной по структуре преграды (задача В). Рассмотрены случаи ударников заданной массы (форма не зависит от объема тела) и случаи с ограничением на массу ударника. Для всех рассмотренных случаев на основе численного эволюционного метода (генетического алгоритма) найдены оптимальные формы внедряющихся жестких тел и соответствующие оптимальные защитные преграды.

Анализ полученных численных результатов как для игровой задачи А–В, так и для игровой задачи С–В позволяет сделать вывод, что найденные в рамках применяемой модели взаимодействия жесткого тела с деформируемой средой оптимальные формы ударников имеют универсальный характер для плит различной массы и различного расположения слоев по толщине плиты. Форма оптимального ударника определяется его заданными геометрическими (мидель, длина) и инерционными характеристиками. Таким образом, достаточно только один раз определить оптимальную форму ударника для заданного набора параметров задачи и использовать ее при расчете оптимальных защитных структур.

Список литературы

1. Ben-Dor G., Dubinsky A., Elperin T. *Applied high-speed plate penetration dynamics*. Dordrecht, Netherland: Springer, 2006. 357 p.
2. Баничук Н.В., Иванова С.Ю. *Оптимизация: контактные задачи и высокоскоростное проникание*. М.: Физматлит, 2016. 176 с.
3. Баничук Н.В., Иванова С.Ю. Оптимизация формы жесткого тела, внедряющегося в сплошную среду. *Проблемы прочности и пластичности*. 2007. Вып. 69. С. 47–58.
4. Баничук Н.В., Иванова С.Ю. Оптимизация формы затупленных осесимметричных тел, движущихся поступательно с вращением в упругопластической среде. *Проблемы прочности и пластичности*. 2015. Т. 77. №4. С. 367–378.
5. Banichuk N.V., Ivanova S.Yu. On the penetration of a rotating impactor into an elastic-plastic medium. *Mechanics Based Design of Structures and Machines*. 2016. Vol. 44. No 4. P. 440–450.

6. Баженов В.Г., Котов В.Л., Линник Е.Ю. О моделях расчета форм осесимметричных тел минимального сопротивления при движении в грунтовых средах. *Докл. РАН*. 2013. Т. 449. №2. С. 156–159.
7. Котов В.Л., Линник Е.Ю. Численный расчет формы тела вращения минимального сопротивления движению в грунтовой среде в рамках модели локального взаимодействия. *Проблемы прочности и пластичности*. 2013. Вып. 75. Ч. 4. С. 296–302.
8. Котов В.Л., Линник Е.Ю. Численный расчет оптимальной формы тела вращения при движении с постоянной скоростью в грунтовой среде. *Вычислительная механика сплошных сред*. 2014. Т. 7. №2. С. 142–150.
9. Остапенко Н.А., Романенко В.И., Якунина Г.Е. Оптимальные формы трехмерных тел, проникающих в плотные среды. *Прикладная механика и техническая физика*. 1994. Т. 4. С. 515–521.
10. Остапенко Н.А., Якунина Г.Е. Форма тонких трехмерных тел, проникающих на максимальную глубину в плотные среды. *Прикладная математика и механика*. 1999. Т. 63. С. 953–967.
11. Banichuk N.V., Ivanova S.Yu. Shape optimization of rigid 3D high speed impactor penetrating into concrete shields. *Mechanics Based Design of Structures and Machines*. 2008. Vol. 36. No 3. P. 249–259.
12. Баничук Н.В., Иванова С.Ю., Макеев Е.В. О проникании неосесимметричных тел в твердую деформируемую среду и оптимизация их формы. *Изв. РАН. Механика твердого тела*. 2008. №4. С. 176–183.
13. Каниболотский М.А., Уржумцев Ю.С. *Оптимальное проектирование слоистых конструкций*. Новосибирск: Наука, 1989. 176 с.
14. Алехин В.В., Уржумцев Ю.С. *Оптимизация слоистых систем*. Якутск: Якутский филиал изд-ва СО РАН, 2002. 177 с.
15. Аптуков В.Н., Поздеев А.А. Некоторые минимаксные задачи технологии и прочности конструкций. *Изв. АН СССР. Техническая кибернетика*. 1982. №1. С. 47–55.
16. Аптуков В.Н. Оптимальная структура неоднородной пластины с непрерывным распределением свойств по толщине. *Изв. АН СССР. Механика твердого тела*. 1985. №3. С. 149–152.
17. Аптуков В.Н., Мурзакаев А.В., Фонарев А.В. *Прикладная теория внедрения*. М.: Наука, 1992. 105 с.
18. Аптуков В.Н., Хасанов А.Р. Оптимизация параметров слоистых плит при динамическом проникании жесткого индентора с учетом трения и ослабляющего действия свободных поверхностей. *Вестник ПНИПУ. Механика*. 2014. №2. С. 48–75.
19. Баничук Н.В., Иванова С.Ю., Макеев Е.В. Проникание жестких ударников в слоистые пластины и некоторые задачи глобальной многоцелевой структурной оптимизации. *Проблемы прочности и пластичности*. 2012. Вып. 74. С. 124–133.
20. Stadler W. Multicriteria optimization in mechanics (A survey). *Applied Mechanics Review*. 1984. Vol. 37. No 3. P. 227–296.
21. Goldberg D.E. *Genetic Algorithm in Search, Optimization and Machine Learning*. M.A.: Westley Publ. Comp. inc., 1989. 154 p.

References

1. Ben-Dor G., Dubinsky A., Elperin T. *Applied High-speed Plate Penetration Dynamics*. Dordrecht, Netherland: Springer. 2006. 357 p.
2. Banichuk N.V., Ivanova S.Yu. *Optimizatsiya: kontaktnye zadachi i vysokoskorostnoe pronikanie [Optimization: Contact Problems and a High-speed Penetration]*. Moscow. Fizmatlit Publ. 2016. 176 p. (In Russian).
3. Banichuk N.V., Ivanova S.Yu. Optimizatsiya formy zhestkogo tela, vnedryayushchegosya v sploshnyuyu sredu [Shape optimization of rigid body, penetration into continuous medium]. *Problemy prochnosti i plastichnosti [Problems of Strength and Plasticity]*. 2007. Iss. 69. P. 47–58 (In Russian).
4. Banichuk N.V., Ivanova S.Yu. Optimizatsiya formy zatuplennykh osesimmetrichnykh tel, dvizhushchikhsya postupatel'no s vrashcheniem v uprugoplasticheskoy srede [Shape optimization

of truncated aximmetric bodies moving translationally with rotation in elastic-plastic media]. *Problemy prochnosti i plastichnosti [Problems of Strength and Plasticity]*. 2015. Vol. 77. No 4. P. 367–378 (In Russian).

5. Banichuk N.V., Ivanova S.Yu. On the penetration of a rotating impactor into an elastic-plastic medium. *Mechanics Based Design of Structures and Machines*. 2016. Vol. 44. No 4. P. 440–450.

6. Bazhenov V.G., Kotov V.L., Linnik E.Yu. O modelyakh rascheta form osesimmetrichnykh tel minimal'nogo soprotivleniya pri dvizhenii v gruntovykh sredakh [Models of calculation of axisymmetrical solids with the lowest drag during motion in soils]. *Doklady Rossiyskoy Akademii nauk [Doklady Physics]*. 2013. Vol. 449. No 2. P. 156–159 (In Russian).

7. Kotov V.L., Linnik E.Yu. Chislennyi raschet formy tela vrashcheniya minimal'nogo soprotivleniya dvizheniyu v gruntovoy srede v ramkakh modeli lokal'nogo vzaimodeystviya [Numerical computation of the form of a body of revolution with the minimal resistance to motion in a soil medium in the frame of the local interaction model]. *Problemy prochnosti i plastichnosti [Problems of Strength and Plasticity]*. 2013. Iss. 75. Pt. 4. P. 296–302 (In Russian).

8. Kotov V.L., Linnik E.Yu. Chislennyi raschet optimal'noy formy tela vrashcheniya pri dvizhenii s postoyannoy skorost'yu v gruntovoy srede [Numerical calculation of the optimum shape of a body of revolution moving at steady speed in the soil environment]. *Vychislitel'naya mekhanika sploshnykh sred [Computational Continuum Mechanics]*. 2014. Vol. 7. No 2. P. 142–150 (In Russian).

9. Ostapenko N.A., Romanchenko V.I., Yakunina G.E. Optimal'nye formy trekhmernykh tel, pronikayushchikh v plotnye sredy [Optimum forms of three-dimensional bodies penetrating into the dense media]. *Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika [Journal of Applied Mechanics and Technical Physics]*. 1994. Vol. 35. No 4. P. 515–521 (In Russian).

10. Ostapenko N.A., Yakunina G.E. Forma tonkikh trekhmernykh tel, pronikayushchikh na maksimal'nuyu glubinu v plotnye sredy [The shape of thin three-dimensional bodies penetrating into dense media on maximum depth]. *Prikladnaya matematika i mekhanika [Journal of Applied Mathematics and Mechanics]*. 1999. Vol. 63. C. 953–967 (In Russian).

11. Banichuk N.V., Ivanova S.Yu. Shape optimization of rigid 3D high speed impactor penetrating into concrete shields. *Mechanics Based Design of Structures and Machines*. 2008. Vol. 36. No 3. P. 249–259.

12. Banichuk N.V., Ivanova S.Yu., Makeev E.V. On the penetration of nonaxisymmetric bodies into a deformable solid medium and their shape optimization. *Mechanics of Solids*. 2008. Vol. 43. No 4. P. 671–677.

13. Kanibolotskiy M.A., Urzhumtsev Yu.S. *Optimal'noe proektirovanie sloistykh konstruksiy [Optimal Design of Layered Structures]*. Novosibirsk. Nauka Publ. 1989. 176 p. (In Russian).

14. Alekhin B.B., Urzhumtsev Yu.S. *Optimizatsiya sloistykh sistem [Optimization of Layered systems]*. Yakutsk. Yakutskiy filial SO RAN Publ. 2002. 177 p. (In Russian).

15. Aptukov V.N., Pozdeev A.A. Nekotorye minimaksnye zadachi tekhnologii i prochnosti konstruksiy [Some Minimax problems of technology challenges and strength of structures]. *Izv. AN SSSR. Tekhnicheskaya kibernetika [Engineering Cybernetics]*. 1982. Iss. 1. P. 47–55 (In Russian).

16. Aptukov V.N. Optimal'naya struktura neodnorodnoy plastiny s nepreryvnyim raspredeleniem svoystv po tolshchine [Optimum structure of heterogeneous distribution plate with continuous distribution of characteristic along properties]. *Izv. Akad. nauk. Mekhanika tverdogo tela [Mechanics of Solids]*. 1985. No 3. P. 149–152 (In Russian).

17. Aptukov V.N., Murzakaev A.V., Fonarev A.V. *Prikladnaya teoriya vnedreniya [Applied Theory of Penetration]*. Moscow. Nauka Publ. 1992. 105 p. (In Russian).

18. Aptukov V.N., Khasanov A.R. Optimizatsiya parametrov sloistykh plit pri dinamicheskom pronikanii zhestkogo indentora s uchetom treniya i oslablyayushchego deystviya svobodnykh poverkhnostey [Optimization of parameters of layered plates during dynamic hard indenter penetration with friction and weakening effect of free surfaces]. *Vestnik PNIPU. Mekhanika [PNRPU Mechanics Bulletin]*. 2014. No 2. P. 48–75 (In Russian).

19. Banichuk N.V., Ivanova S.Yu., Makeev E.V. Pronikanie zhestkikh udarnikov v sloistye plastiny i nekotorye zadachi global'noy mnogotselevoy strukturnoy optimizatsii [Penetration of rigid strikers in layered plates and some problems of global multipurpose structural optimization].

Problemy prochnosti i plastichnosti [Problems of Strength and Plasticity]. 2012. Iss. 74. P. 124–133 (In Russian).

20. Stadler W. Multicriteria optimization in mechanics (A survey). *Applied Mechanics Review*. 1984. Vol. 37. No 3. P. 227–296.

21. Goldberg D.E. *Genetic Algorithm in Search, Optimization and Machine Learning*. M.A.: Westley Publ. Comp. inc. 1989. P. 154.

THE GAME APPROACH TO SOLUTION OF AN IMPACTOR SHAPE AND LAYERED STRUCTURE MEDIUM OPTIMIZATION PROBLEM FOR HIGH SPEED PERFORATION

Banichuk N.V.^{1,2}, Ivanova S.Yu.¹

¹*A. Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics of the Russian Academy of Sciences,
Moscow, Russian Federation*

²*Moscow Institute of Physics and Technology, Moscow, Russian Federation*

The questions of the shape optimization of an axisymmetric rigid impactor and structure optimization of layered perforated plates are studied on the base of the Nash game approach for layered plates made on the given set of materials. As a criterion of the multipurpose optimization problem it is chosen the ballistic limit velocity under additional constraints on the impactor mass and the layered shield mass. The process of penetration of the rigid body into an elastic-plastic medium is modelled by the application of the two parts representation for the resistance force. It is proposed and realized the solution algorithm of the conflict game problem: the optimal shape impactor against the optimal structure layered shield. It is considered the case when the impactor mass is given and does not depend on its volume and also the case with the constraint on the impactor mass (volume). With the application of an evolution numerical method (genetic algorithm) the optimal shapes of penetrating bodied and corresponding optimal shield structures are found and analyzed for all cases.

Keywords: multipurpose optimization, game approach, high speed penetration, layered structures, ballistic limit velocity.