

УДК 539.3

КОЛЕБАНИЯ НЕОДНОРОДНОГО ПЬЕЗОКЕРАМИЧЕСКОГО ЦИЛИНДРА ПРИ НАЛИЧИИ ЗАТУХАНИЯ*

© 2016 г. **Ватульян А.О.^{1,2}, Кондратьев В.С.¹**

¹Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Российская Федерация

²Владикавказский научный центр РАН, Владикавказ, Российская Федерация

vatulyan@math.rsu.ru

Поступила в редакцию 26.10.2016

Представлены результаты исследования колебаний пьезокерамического цилиндра с радиальной поляризацией при наличии затухания. Рассмотрены неоднородные законы изменения физических характеристик (упругие модули и электрические характеристики), которые являются функциями радиальной координаты. Учет затухания осуществляется путем введения в определяющие соотношения линейной электроупругости соответствующих комплексных модулей. Полученная каноническая система решена методом пристрелки. Определены амплитудно-частотные характеристики при наличии и отсутствии затухания, проведен их сравнительный анализ. Построены графики амплитудно-частотных характеристик для некоторых законов изменения физических характеристик материала. Проведены численные расчеты для некоторых законов неоднородности. Решена обратная задача по восстановлению некоторых функций, характеризующих переменные комплексные модули. Осуществлена реконструкция законов неоднородности на основе решения простейшей модельной задачи, в которой известны значения безразмерных функций радиального смещения и радиального напряжения в наборе точек внутри области.

Ключевые слова: неоднородный цилиндр, электроупругость, комплексный модуль, амплитудно-частотные характеристики, идентификация.

Введение

В настоящее время широко используются материалы со сложными неоднородными свойствами – это различные конструктивные элементы, которые изготовлены из композиционных материалов, сочетающих пьезокерамики, металлы и полимеры. Подобные конструктивные элементы обладают затуханием. Задача исследования деформирования таких материалов осложнена тем, что их свойства зависят от координат. Важным аспектом моделирования таких конструктивных элементов является определение законов распределения неоднородных реологических свойств по некоторым дополнительным данным о компонентах электрических и механических полей.

* Выполнено при частичной поддержке РФФИ (проект 16-01-00354).

Задачи о колебаниях неоднородных пьезокерамических тел допускают лишь численное решение, которое строится обычно на основе метода конечных элементов (МКЭ). Отметим ряд работ для балочных и цилиндрических структур с переменными свойствами.

В статье [1] рассмотрено деформирование оболочки из пьезополимера, решение найдено с использованием МКЭ. Физические характеристики функционально-градиентного пьезополимера задавались в виде степенных законов, выявлено влияние характеристик неоднородности на результаты исследования. В работе [2] исследованы колебания балки из пьезополимера, свойства которого меняются в зависимости от координаты по простым степенным законам. Установлено, что законы изменения свойств влияют на резонансные частоты, решение найдено с помощью метода конечных элементов.

В связи со сложностью экспериментальных оценок свойств материалов со сложной реологией вопрос исследования и идентификации характеристик неоднородных материалов при наличии затухания весьма актуален. Чаще всего восстановление неизвестных функций неоднородности производится по информации об амплитудно-частотных характеристиках, которая получена в некоторых точках исследуемого объекта. Также могут исследоваться такие модельные постановки задач, где известными считаются смещения или напряжения при определенной частоте, измеренные в некотором наборе точек.

Обратные задачи для неоднородных структур исследованы недостаточно, хотя задачи определения механических и пьезоэлектрических параметров таких структур исследовались неоднократно. В исследовании [3] авторами предложен подход для идентификации пьезополимерных пленок на основе нерезонансных методов. В работах [4, 5] авторами решены обратные задачи по идентификации характеристик функционально-градиентного пьезополимерного стержня. Подобное исследование для пьезостержней при наличии затухания представлено в [6], причем определяющие соотношения электроупругости для функционально-градиентного пьезополимера сформулированы на основе концепции комплексных модулей аналогично моделям вязкоупругости.

В настоящей статье представлены результаты исследования колебаний пьезокерамического цилиндра с радиальной поляризацией при наличии затухания. Рассмотрены неоднородные законы изменения физических характеристик (упругие модули и электрические характеристики), которые являются функциями радиальной координаты. Учет затухания осуществляется путем введения в определяющие соотношения линейной электроупругости соответствующих комплексных модулей. Построены графики амплитудно-частотных характеристик (АЧХ) для некоторых законов изменения физических характеристик материала. Проведен сравнительный анализ АЧХ при наличии и отсутствии затухания. Представлено решение обратной задачи по восстановлению некоторых функций, которые характеризуют переменные комплексные модули.

1. Постановка задачи о колебаниях электроупругого тела

Рассмотрим установившиеся колебания с частотой ω электроупругого тела V , ограниченного поверхностью S . Основные уравнения, описывающие такие колебания, имеют вид [7]:

$$\begin{aligned}
\sigma_{ij,j} + \rho\omega^2 u_i &= 0, \\
D_{k,k} &= 0, \\
\sigma_{ij} &= C_{ijkl}^E u_{k,l} + e_{kij} \Phi_{,k}, \\
D_i &= e_{ikl} u_{k,l} - \varepsilon_{ik} \Phi_{,k}.
\end{aligned} \tag{1}$$

Граничные условия:

$$\begin{aligned}
S = S_u \cup S_\sigma = S_D \cup S_+ \cup S_-; \quad u_i|_{S_u} = 0; \quad \sigma_{ij} n_j|_{S_\sigma} = p_i, \\
D_i n_i|_{S_D} = 0; \quad \Phi|_{S_\pm} = \pm\varphi_0.
\end{aligned} \tag{2}$$

Здесь C_{ijkl}^E – компоненты тензора упругих модулей; D_i – компоненты вектора электрической индукции; ε_{ik} – компоненты тензора диэлектрических постоянных; ρ – плотность; e_{ikl} – компоненты тензора пьезоэлектрических характеристик; Φ – потенциал электрического поля; n_j – компоненты единичного вектора внешней нормали к поверхности S ; p_i – компоненты активной нагрузки, приложенной к телу; S_\pm – электродированные поверхности.

2. Постановка задачи о колебаниях пьезокерамического цилиндра

В рамках основной модели (1), (2) рассмотрим задачу о радиальных колебаниях бесконечного сплошного кругового неоднородного пьезокерамического цилиндра радиуса a с радиальной поляризацией (в направлении r). Электроды на поверхности цилиндра отсутствуют, колебания возбуждаются нормальной механической нагрузкой, приложенной к боковой поверхности цилиндра. Базовые уравнения в осесимметричном случае имеют вид:

$$\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{1}{r}(\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}) + \rho\omega^2 u_r = 0, \tag{3}$$

$$\frac{\partial D_r}{\partial r} + \frac{1}{r} D_r = 0. \tag{4}$$

Граничные условия представимы в форме:

$$D_r(1) = 0, \quad \sigma_r(1) = p. \tag{5}$$

Уравнения состояния имеют вид [7]:

$$\sigma_{rr} = C_{33} \frac{du_r}{dr} + C_{13} \frac{u_r}{r} + e_{33} \frac{d\Phi}{dr}, \tag{6}$$

$$\sigma_{\theta\theta} = C_{13} \frac{du_r}{dr} + C_{11} \frac{u_r}{r} + e_{31} \frac{d\Phi}{dr}, \tag{7}$$

$$D_r = -\varepsilon_{33} \frac{d\Phi}{dr} + e_{31} \frac{u_r}{r} + e_{33} \frac{du_r}{dr}. \tag{8}$$

Здесь ω – частота колебаний; u_r – радиальная составляющая вектора смещения, D_r – радиальная составляющая вектора электрической индукции; σ_{rr} , $\sigma_{\theta\theta}$ – компоненты тензора напряжений; C_{13} , C_{11} , C_{33} – модули упругости, измеренные при постоянном электрическом поле; e_{31} , e_{33} – пьезоэлектрические характеристики; ε_{33} – диэлектрическая проницаемость.

Интегрируя уравнение электростатики (4), находим, что $D_r = A_1/r$. В силу граничного условия (5) следует, что $A_1 = 0$. Путем исключения компоненты электрического потенциала из основных уравнений электроупругости (3)–(8) получена каноническая система обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка относительно радиального смещения и нормального напряжения.

Отметим, что все физические характеристики цилиндра могут быть функциями радиальной координаты, в частности могут быть кусочно-постоянными, что соответствует слоистой структуре, и могут быть непрерывными, что характерно для функционально-градиентного материала.

Введем следующие безразмерные характеристики: $\xi = ar$, $\kappa^2 = \rho\omega^2 a^2 / C_{33}^*(1)$ и безразмерные функции:

$$B_1(\xi) = \frac{C_{13}^*(\xi)}{C_{33}^*(\xi)}, \quad B_2(\xi) = \frac{C_{11}^*(\xi)}{C_{33}^*(1)}, \quad B_3(\xi) = \frac{C_{33}^*(\xi)}{C_{33}^*(1)}, \quad (9)$$

где

$$C_{13}^* = C_{13} + \frac{e_{33}e_{31}}{\varepsilon_{33}}, \quad C_{33}^* = C_{33} + \frac{e_{33}^2}{\varepsilon_{33}}, \quad C_{11}^* = C_{11} + \frac{e_{31}^2}{\varepsilon_{33}}.$$

Тогда каноническая система относительно безразмерных функций $T = \sigma_{rr}/C_{33}^*(1)$, $U = u_r/a$ примет вид:

$$\frac{dU(\xi)}{d\xi} = \frac{B_1(\xi)}{B_3(\xi)}T(\xi) - \frac{1}{\xi}B_1(\xi)U(\xi), \quad (10)$$

$$\frac{dT(\xi)}{d\xi} = -\frac{1}{\xi}(1 - B_1(\xi))T(\xi) + \frac{1}{\xi^2}(B_2(\xi) - B_1(\xi)B_3(\xi) - \kappa^2\xi^2)U(\xi). \quad (11)$$

Соответствующее граничное условие в силу линейности задачи примем в форме:

$$T(1) = 1, \quad (12)$$

что характеризует механическое нагружение на боковой границе.

Обычно при описании колебаний системы с постоянными характеристиками решение краевой задачи строится явно через цилиндрические функции [7], причем условие ограниченности в нуле позволяет строить однозначное решение. Наличие пьезоэффекта приводит к некоторому ужесточению модулей упругости согласно (9). В случае переменных характеристик решение строится численно, и для построения ограниченного решения необходимо сформулировать дополнительное граничное условие в нуле либо при значении $\xi = \xi_0$, достаточно близком к нулю.

3. О моделировании затухания

Вязкоупругие материалы обладают свойствами, которые могут быть описаны с помощью дифференциальных и интегральных моделей [8]. Известно, что используя принцип соответствия, решение задач о колебаниях вязкоупругих тел можно получить, заменив упругие модули на соответствующие комплексные вязкоупругие функции, зависящие от частоты колебаний [8].

Для учета затухания в исследуемой задаче принимается подобная концепция комплексных модулей, согласно которой необходимо заменить $C_{kj}^*(\xi)$ на $C_{kj}^*(\xi, i\kappa)$, что приводит к дробно-рациональным функциям от параметра κ :

$$C_{kj}^*(\xi, i\kappa) = \frac{H_{kj}(\xi) + inE_{kj}(\xi)a_1\kappa}{1 + ina_1\kappa}. \quad (13)$$

Соотношение (13) характеризует модель стандартного вязкоупругого тела с неоднородными свойствами, причем $H_{kj}(\xi)$ – аналог длительного модуля, $E_{kj}(\xi)$ – аналог мгновенного модуля и n – время релаксации.

Изучим типичную функцию затухания

$$G(i\kappa) = \frac{H + i\tau\kappa E}{1 + i\tau\kappa} = \text{Re } G(i\kappa) + i \text{Im } G(i\kappa),$$

которая будет отражать зависимость от частоты упругих и пьезоэлектрических характеристик, причем

$$G_1(i\kappa) = \text{Re } G(i\kappa) = \frac{H + \tau^2\kappa^2 E}{1 + \tau^2\kappa^2}, \quad G_2(i\kappa) = \text{Im } G(i\kappa) = \tau\kappa \frac{E - H}{1 + \tau^2\kappa^2},$$

и имеет следующие свойства:

$$\lim_{\kappa \rightarrow 0} G_1 = H, \quad \lim_{\kappa \rightarrow \infty} G_1 = E, \quad \lim_{\kappa \rightarrow 0} G_2 = 0, \quad \lim_{\kappa \rightarrow \infty} G_2 = 0, \quad E > H.$$

Следуя предложенному подходу, в рассматриваемом неоднородном пьезокерамическом цилиндре для учета затухания заменим: $B_1(\xi) \rightarrow B_1(\xi, i\kappa)$, $B_2(\xi) \rightarrow B_2(\xi, i\kappa)$, $B_3(\xi) \rightarrow B_3(\xi, i\kappa)$. Обозначим $na_1 = \tau$, τ – безразмерное время релаксации; в вычислительных экспериментах далее принято $\tau = 10^{-1}$. Тогда:

$$\begin{aligned} B_1(\xi, i\kappa) &= \frac{H_{13}(\xi) + E_{13}(\xi)i\tau\kappa}{H_{33}(\xi) + E_{33}(\xi)i\tau\kappa}, & B_2(\xi, i\kappa) &= \frac{H_{11}(\xi) + E_{11}(\xi)i\tau\kappa}{1 + E_{33}(\xi)i\tau\kappa}, \\ B_3(\xi, i\kappa) &= \frac{H_{33}(\xi) + E_{33}(\xi)i\tau\kappa}{1 + E_{33}(\xi)i\tau\kappa}, \end{aligned} \quad (14)$$

где принято $E_{11}(\xi) = \beta_1 H_{11}(\xi)$, $E_{13}(\xi) = \beta_2 H_{13}(\xi)$, $E_{33}(\xi) = \beta_3 H_{33}(\xi)$; в расчетах далее примем $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 1,25$.

4. Результаты численных исследований

Каноническая система обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка относительно безразмерных радиального смещения и радиального напряжения решалась численно на основе метода пристрелки. В силу того, что в краевой задаче (10)–(12) точка $\xi = 0$ является особой, использован прием, описанный выше, и расчеты проведены при дополнительном условии $T(\xi_0) = 0$, $\xi_0 = 10^{-3}$.

Для нахождения решения краевой задачи решаем две независимые задачи Коши, каждая из которых представляет собой систему двух дифференциальных уравнений первого порядка вида (9) при различных начальных условиях. Согласно методу пристрелки, искомое решение может быть представлено в виде $X = \alpha_1 X^{(1)} + \alpha_2 X^{(2)}$, где α_1, α_2 – неизвестные параметры, векторы

$$X^{(1)} = \begin{pmatrix} U^{(1)} \\ T^{(1)} \end{pmatrix}, \quad X^{(2)} = \begin{pmatrix} U^{(2)} \\ T^{(2)} \end{pmatrix}$$

линейно независимы. Таким образом, функции $U(\xi)$ и $T(\xi)$ отыскиваются в виде следующих линейных комбинаций:

$$U(\xi) = \alpha_1 U^{(1)}(\xi) + \alpha_2 U^{(2)}(\xi), \quad T(\xi) = \alpha_1 T^{(1)}(\xi) + \alpha_2 T^{(2)}(\xi). \quad (15)$$

Чтобы удовлетворить граничному условию (12), необходимо решить систему линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned} \alpha_1 U^{(1)}(1) + \alpha_2 U^{(2)}(1) &= 0, \\ \alpha_1 T^{(1)}(1) + \alpha_2 T^{(2)}(1) &= 1. \end{aligned} \quad (16)$$

Приравнявая к нулю определитель системы (16), в случае отсутствия затухания определим резонансные значения. В нерезонансном случае из (16) определяются α_1 и α_2 и далее находится решение задачи.

В настоящей статье представлены результаты вычислительных экспериментов по определению резонансов и АЧХ для некоторых законов неоднородности материала. В расчетах приняты следующие законы неоднородности:

$$1. H_{13}(\xi) = 1 + \frac{\xi^2}{2}, \quad H_{11}(\xi) = 1 - \frac{\xi^2}{5}, \quad H_{33}(\xi) = 1 - \frac{\xi^2}{10}. \quad (17)$$

$$2. H_{13}(\xi) = 1 - \frac{\sin \xi}{2}, \quad H_{11}(\xi) = 1 - \frac{\sin \xi}{5}, \quad H_{33}(\xi) = 1 + \frac{\sin \xi}{8}. \quad (18)$$

На рис. 1 приведено сравнение графиков АЧХ при наличии затухания (линия с точками) и без затухания (сплошная линия) для закона 1. На рис. 2 сплошной линией изображен график АЧХ для закона 1, линией с точками – для закона 2. На рисунке видна значительная разница в амплитудах в окрестности резонансов. В таблице 1 представлены резонансные значения κ для тех же законов изменения физических характеристик.

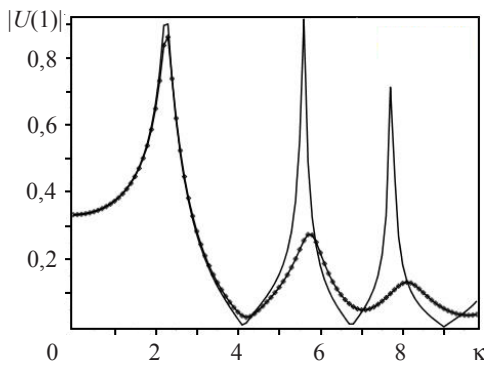


Рис. 1

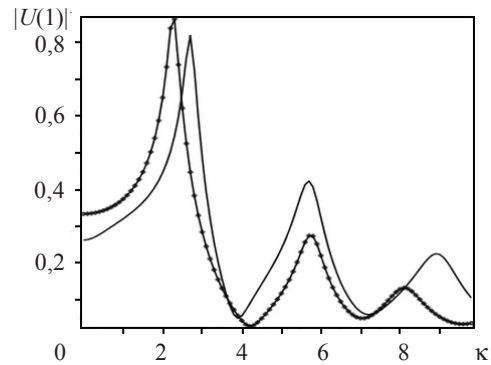


Рис. 2

Вычислительные эксперименты проведены также и для других законов неоднородности – монотонных, немонотонных. Отметим, что законы изменения неоднородности существенно влияют на АЧХ.

Таблица 1

Закон неоднородности	κ_1	κ_2	κ_3
1	2,678	5,684	8,921
2	2,264	5,745	8,111

5. Обратная задача о реконструкции неоднородных законов

Реконструкция законов неоднородности [9] была осуществлена на основе решения простейшей модельной задачи, в которой известны значения безразмерных функций радиального смещения $U(\xi)$ и радиального напряжения $T(\xi)$ в наборе то-

чек внутри области. В предположении, что функция $B_2(\xi, i\kappa)$ известна, решим обратную задачу по восстановлению функций $H_{13}(\xi)$, $H_{33}(\xi)$, которые входят в представление функций $B_1(\xi, i\kappa)$ и $B_3(\xi, i\kappa)$.

В качестве примера для реализации вычислительного эксперимента в обратной задаче для реконструкции взяты следующие функции: $H_{13}(\xi) = 1 + \xi^2/2$, $H_{33}(\xi) = 1 - \xi^2/10$. Известными считались функции $U(\xi)$, $T(\xi)$, $B_2(\xi, i\kappa)$ в наборе точек при некотором значении $\kappa = \kappa_1$, расположенном до первого резонанса. Для получения узловых значений производных $U'(\xi)$ и $T'(\xi)$ при численном решении была использована кубическая сплайн-аппроксимация. Решая линейную систему (10), (11), определяем значения функций $B_1(\xi, i\kappa)$ и $B_3(\xi, i\kappa)$. Восстанавливаемая функция $H_{33}(\xi)$ определяется по формуле, которая получена из представления $B_3(\xi, i\kappa)$:

$$H_{33}(\xi) = \frac{B_3(\xi, i\kappa_1)(1 + i\tau\kappa)}{1 + \beta_3 i\tau\kappa}. \quad (19)$$

Используя информацию о найденных значениях функции $H_{33}(\xi)$, определим функцию $H_{13}(\xi)$ по формуле:

$$H_{13}(\xi) = \frac{B_1(\xi, i\kappa_1)(H_{33}(\xi) + i\tau\kappa\beta_3 H_{33}(\xi))}{1 + \beta_2 i\tau\kappa}. \quad (20)$$

Сравнительные результаты реконструкции функций $H_{33}(\xi)$ и $H_{13}(\xi)$ представлены на рис. 3 и рис. 4, на которых сплошной линией представлен исходный закон изменения, точками – результаты реконструкции. Исследования показали достаточную степень точности реконструкции всюду, кроме областей, близких к началу координат, что обусловлено наличием нерегулярной точки в правой части системы (10), (11) в нуле.

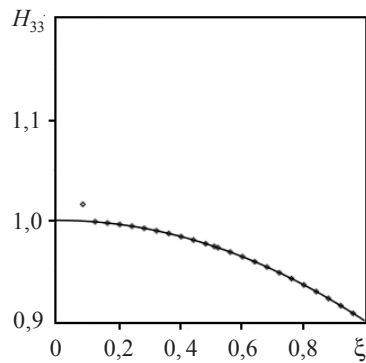


Рис. 3

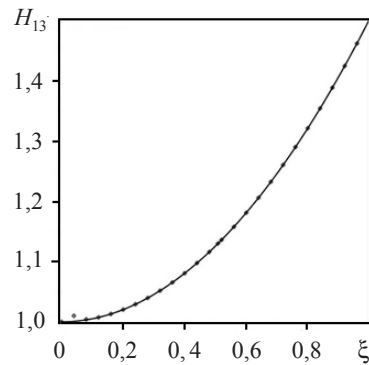


Рис. 4

Заключение

Представлен метод исследования колебаний неоднородного пьезокерамического бесконечного цилиндра с учетом затухания. Реализован способ определения переменных физических характеристик на основе данных о смещениях и напряжениях внутри области. Приведены результаты вычислительных экспериментов.

Список литературы

1. Vishesh R.K., Subrata K.P. Thermoelastic analysis of functionally graded doubly curved shell panels using nonlinear finite element method. *Composite Structures*. 2015. Vol. 129. P. 202–212.

2. Aminia Y., Fatehib P., Heshmatic M., Parandvar H. Time domain and frequency domain analysis of functionally graded piezoelectric harvesters subjected to random vibration: Finite element modeling. *Composite Structures*. 2016. Vol. 136. P. 384–393.
3. Gonzalez M.G., Sorichetti P.A., Ciocci Brazzano L., Santiago G.D. Electromechanical characterization of piezoelectric polymer thin films in a broad frequency range. *Polymer Testing*. 2014. Vol. 37. P. 163–169.
4. Ватульян А.О., Дударев В.В. О реконструкции неоднородных свойств пьезоэлектрических тел. *Вычислительная механика сплошных сред*. 2012. Т. 5. №4. С. 259–264.
5. Ватульян А.О., Половодова А.А. Определение неоднородной поляризации пьезокерамического стержня по данным акустического зондирования. *Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Естеств. науки*. 2013. №4. С. 21–25.
6. Богачев И.В., Ватульян А.О., Дударев В.В. Идентификация характеристик функционально-градиентного пьезополимерного стержня. *Механика композиционных материалов и конструкций*. 2016. Т. 22. №2. С. 201–212.
7. Партон В.З., Кудрявцев Б.А. *Электромагнитоупругость пьезоэлектрических и электропроводных тел*. М.: Наука, 1988. 472 с.
8. Кристенсен Р. *Введение в теорию вязкоупругости*. М.: Мир, 1974. 228 с.
9. Ватульян А.О., Соловьев А.Н. *Прямые и обратные задачи для однородных и неоднородных упругих и электроупругих тел*. Ростов-на-Дону: Изд-во Южного федерального университета, 2009. 176 с.

References

1. Vishesh R.K., Subrata K.P. Thermoelastic analysis of functionally graded doubly curved shell panels using nonlinear finite element method. *Composite Structures*. 2015. Vol. 129. P. 202–212.
2. Aminia Y., Fatehib P., Heshmatic M., Parandvar H. Time domain and frequency domain analysis of functionally graded piezoelectric harvesters subjected to random vibration: Finite element modeling. *Composite Structures*. 2016. Vol. 136. P. 384–393.
3. Gonzalez M.G., Sorichetti P.A., Ciocci Brazzano L., Santiago G.D. Electromechanical characterization of piezoelectric polymer thin films in a broad frequency range. *Polymer Testing*. 2014. Vol. 37. P. 163–169.
4. Vatulyan A.O., Dudarev V.V. O rekonstruktsii neodnorodnykh svoystv p'yezoelektricheskikh tel [On reconstruction of inhomogeneous properties of piezoelectric solids]. *Вычислительная механика сплошных сред [Computational Continuum Mechanics]*. 2012. Vol. 5. No 4. P. 259–264 (In Russian).
5. Vatulyan A.O., Polovodova A.A. Opredelenie neodnorodnoy polyarizatsii p'yezokeramicheskogo sterzhnya po dannym akusticheskogo zondirovaniya [Definition of non-uniform polarization of the piezoceramic rod according to acoustic sensing]. *Izvestiya vuzov. Severo-Kavkazskiy region. Estestvennyye nauki [Scientific-education and Applied Journal. University news. North-Caucasian region. Natural sciences series]*. 2013. No 4. P. 21–25 (In Russian).
6. Bogachev I.V., Vatulyan A.O., Dudarev V.V. Identifikatsiya kharakteristik funktsional'no-gradientnogo p'yezopolimernogo sterzhnya [Identification of inhomogeneous characteristics of functionally graded piezo-polymeric rod]. *Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruktivnykh [Journal on Composite Mechanics and Design]*. 2016. Vol. 22. No 2. P. 201–212 (In Russian).
7. Parton V.Z., Kudryavtsev B.A. *Elektromagnitoupругost' p'yezoelektricheskikh i elektroprovodnykh tel [Electromagnetoelasticity of Piezoelectric and Conductive Bodies]*. Moscow. Nauka Publ. 1988. 472 p. (In Russian).
8. Christensen R.M. *Theory of Viscoelasticity: An Introduction*. Academic Press Inc. 1971. 245 p.
9. Vatulyan A.O., Soloviev A.N. *Pryamye i obratnye zadachi dlya odnorodnykh i neodnorodnykh uprugikh i elektropругikh tel [Direct and Inverse Problems for Homogeneous and Heterogeneous Elastic and Electroelastic Bodies]*. Rostov-on-Don. Yuzhnyy federal'nyy universitet Publ. 2009. 176 p. (In Russian).

THE VIBRATIONS OF INHOMOGENEOUS PIEZOCERAMIC CYLINDER WITH THE DAMPING

Vatulyan A.O.^{1,2}, Kondratev V.S.¹

¹*Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russian Federation*

²*Vladikavkaz Scientific Centre of the Russian Academy of Sciences,
Vladikavkaz, Russian Federation*

The paper presents the results of studying oscillations of a piezo-ceramic cylinder with radial polarization in the presence of attenuation. Inhomogeneous laws of change of physical characteristics (elastic moduli and electric characteristics), which are functions of the radial coordinate, are considered. Attenuation is taken into account by introducing corresponding complex moduli into defining relations of linear electric elasticity. The canonical system obtained is solved, using the shooting method. The amplitude-frequency characteristics in the presence and absence of attenuation are determined. Diagrams of amplitude-frequency characteristics for some of the laws of change of physical material characteristics are constructed. A comparative analysis of the amplitude-frequency characteristics with and without attenuation is done. Numerical computations for some of the laws of inhomogeneity are conducted. An inverse problem of reconstructing some of the functions characterizing variable complex moduli is solved. The laws of inhomogeneity are reconstructed on the basis of the analysis of a simple benchmark problem with the known values of dimensionless functions of radial displacement and radial stress in a set of points within a region.

Keywords: inhomogeneous cylinder, electroelasticity, complex module, amplitude-frequency characteristic, inverse problem.