

УДК 621.039.514

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ
НЕСТАЦИОНАРНОГО ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОСА
В КАНАЛЕ С ЖИДКОМЕТАЛЛИЧЕСКИМ ТЕПЛОНОСИТЕЛЕМ
С УЧЕТОМ ПРОЦЕССА КРИСТАЛЛИЗАЦИИ-ПЛАВЛЕНИЯ***

© 2016 г.

**Чистов А.С.¹, Савихин О.Г.²,
Овчинников В.Ф.¹, Николаев М.Я.¹**

¹*Научно-исследовательский институт механики
Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского,
Нижний Новгород, Российская Федерация*

²*Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского,
Нижний Новгород, Российская Федерация*

chistov@mech.unn.ru

Поступила в редакцию 21.09.2016

Рассмотрены математические модели тепломассопереноса в канале с жидкометаллическим теплоносителем при возникновении процесса кристаллизации-плавления. Модели учитывают качественные различия протекания процесса в зависимости от состояния контактных поверхностей. Используется одномерное описание потока теплоносителя. Постулируется термодинамическое равновесие фаз на границе фазового перехода. Показано, что двух-скоростная гетерогенная модель потока, описывающая образование твердого слоя на поверхности теплообмена, сводится к решению двух более простых взаимосвязанных начально-краевых задач: задаче Стефана о фазовом переходе и модели однофазного потока с источником и переменной площадью сечения. Процесс кристаллизации с образованием мелкодисперсной жидкометаллической суспензии описан в рамках гомогенной модели тепломассопереноса.

Результаты исследования могут служить основой для разработки численных алгоритмов и программ расчета теплогидродинамики парогенераторов и контуров циркуляции ядерных энергетических установок с тяжелыми жидкометаллическими теплоносителями.

Ключевые слова: гомогенная модель, квазигомогенная модель, гетерогенная модель, жидкометаллический теплоноситель, задача Стефана, межфазный обмен, парогенератор, смачиваемость поверхности, фазовый переход.

* Выполнено при финансовой поддержке РФФИ (гранты № 16-08-01114 а, 16-08-00503_а, 15-48-02391_р_поволжье), Программой государственной поддержки ведущих научных школ РФ (грант НШ-6944.2016.8).

Введение

Задачи математического моделирования процесса кристаллизации-плавления в нестационарном потоке жидкого металла приобрели актуальность в последнее десятилетие в связи с разработкой проектов атомных электростанций с тяжелыми жидкометаллическими теплоносителями (ТЖМТ) [1–3].

В парогенераторах (ПГ) ядерных энергетических установок (ЯЭУ) с ТЖМТ в некоторых тяжелых авариях может происходить образование твердой фазы в теплоносителе первого контура. При определенных условиях этот процесс может привести к полному перекрытию проходного сечения одного или нескольких ПГ, что инициирует возникновение больших нештатных нагрузок на трубную систему ПГ и возможность массовых разрывов теплообменных труб.

В настоящее время возможности разработчиков в выборе инструментов для исследования данной проблемы весьма ограничены. Экспериментальное моделирование таких аварий требует воспроизведения взаимосвязанных динамических процессов в первом и втором контурах ЯЭУ и затруднительно в лабораторных условиях. Имеющиеся в настоящее время в распоряжении разработчиков отечественные и зарубежные программные коды типа RELAP [4, 5] предназначены преимущественно для моделирования динамики ЯЭУ с водяными теплоносителями.

В связи с этим параллельно с проектированием ЯЭУ с ТЖМТ активно ведутся работы по созданию теплогидравлических расчетных кодов нового поколения, предназначенных для моделирования переходных процессов в контурах реакторных установок с жидкометаллическими теплоносителями. Такой код HYDRA-IBRAE/LM разработан в Институте проблем безопасного развития атомной энергетики РАН [6, 7].

В НИИ механики ННГУ разработка программных средств для расчета нестационарного тепломассопереноса в контурах с ТЖМТ ведется с конца 1990-х годов в связи с исследованиями динамики реакторной установки БРЕСТ-ОД-300. Для варианта тепловой схемы БРЕСТ-ОД-300 со сверхкритическими параметрами теплоносителя во втором контуре был разработан программный комплекс РАСПЛАВ, который позволяет моделировать взаимосвязанную динамику теплогидравлических процессов в первом и втором контурах в одномерном равновесном приближении [8, 9].

В настоящей статье рассматривается задача построения математических моделей нестационарного тепломассопереноса в потоке жидкого металла в канале с теплообменом при возникновении процесса кристаллизации-плавления. Модели должны описывать динамику объемного содержания твердой фазы в теплоносителе и учитывать возможные качественные различия в развитии процесса кристаллизации, обусловленные состоянием контактных поверхностей.

Согласно экспериментальным данным [10–14], наличие на поверхности теплообмена тонкого оксидного слоя приводит к несмачиваемости ее жидким металлом. При наличии этого свойства вероятен дрейф кристаллических образований с турбулентным ядром потока. В противном случае затвердевание металла происходит на теплообменной поверхности. Поскольку состояние защитного оксидного слоя не может быть достоверно спрогнозировано на длительный период, возникает необходимость учета этой неопределенности и рассмотрения двух возможных вариантов развития процесса.

Задача решается с использованием одномерной идеализации нестационарного тепломассопереноса. Дрейф мелкодисперсных кристаллов, образующих жидко-

металлическую суспензию, может быть описан в приближении равновесной квазигомогенной модели потока теплоносителя. Образование слоя твердой фазы на теплообменной поверхности можно описать с использованием гетерогенной неравновесной модели при нулевой скорости твердой фазы. Модели основаны на предположении о термодинамическом равновесии и энергетическом балансе фаз на границе фазового перехода и не рассматривают возможность кристаллизации в переохлажденном расплаве.

Математическая модель

Математическая модель строится на основе теории многоскоростного континуума, которая достаточно подробно изложена, например, в [15]. Теплообмен в контурах циркуляции ЯЭУ осуществляется в условиях больших тепловых потоков и энтальпий, что позволяет пренебречь в энергетическом балансе вкладом мощностей поверхностных, массовых и инерционных сил. Жидкометаллический теплоноситель является несжимаемой средой с одинаковым давлением фаз и с однопараметрическим уравнением состояния. Теплоноситель движется в канале цилиндрической формы с тонкой оболочкой, через которую осуществляется теплообмен.

С учетом этих особенностей система уравнений сохранения для многоскоростного континуума [15] применительно к потоку двухфазного теплоносителя в одномерном приближении запишется в виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_j}{\partial t} + \frac{\partial \rho_j u_j}{\partial z} &= J_{ij}, \quad \sum_{j=1}^2 J_{ij} = 0, \\ \frac{\partial \rho_j i_j}{\partial t} + \frac{\partial \rho_j u_j i_j}{\partial z} &= q_{Vj} + E_{ij}, \quad \sum_{j=1}^2 E_{ij} = 0, \\ \frac{\partial \rho_j u_j}{\partial t} + \frac{\partial \rho_j u_j^2}{\partial z} + \frac{\partial P}{\partial z} + \rho_j g_z + F_j &= Q_{ij}, \quad \sum_{j=1}^2 Q_{ij} = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где t – время; z – продольная координата; ρ_j , u_j , i_j – значения плотности, скорости, удельной энтальпии j -й фазы ($j = 1$ относится к жидкой, $j = 2$ – к твердой фазе); q_V – тепловой поток в единицу объема теплоносителя; P – давление; g_z – проекция ускорения свободного падения на направление движения; F – гидравлические потери. Члены J_{ij} , E_{ij} , Q_{ij} определяют интенсивность межфазного обмена массой, энергией и импульсом в единицу объема между i -й и j -й фазой (далее индексы i, j в этих членах будем опускать, поскольку $J_{21} = -J_{12} = J$, $E_{21} = -E_{12} = E$, $Q_{21} = -Q_{12} = Q$).

В качестве начальных условий для задач теплообмена типа (1) используются стационарные решения системы. Граничные условия задаются как функции времени параметров на входе и выходе канала, например

$$P(z_1, t) = p_1(t), \quad P(z_2, t) = p_2(t), \quad i_j(z_1, t) = I_j(t). \quad (2)$$

Из (1) можно получить как квазигомогенную модель, описывающую динамику мелкодисперсной жидкометаллической суспензии, так и гетерогенную неравновесную модель, описывающую затвердевание твердой фазы на поверхности теплообмена.

Квазигомогенная модель получается в предположении о локальном термодинамическом равновесии фаз путем суммирования по j каждого по отдельности уравнения системы (1) с последующим осреднением функций:

$$\rho = \rho^{(j)}\varphi_j, \quad \rho i = (\rho i)^{(j)}\varphi_j, \quad \rho u = (\rho u)^{(j)}\varphi_j, \quad \varphi_j = S_j/S, \quad S_1 + S_2 = S. \quad (3)$$

Здесь по (j) и j ведется суммирование; φ_j – объемное содержание j -й фазы; ρ, u, i – средние значения плотности, скорости и удельной энтальпии; $\rho^{(j)}, i^{(j)}, u^{(j)}$ – равновесные значения (при температуре T_{cr} кристаллизации-плавления), относящиеся к j -й фазе; S_j – площадь нормального сечения, занимаемая j -й фазой. Вводя коэффициент проскальзывания фаз $k = u^{(2)}/u^{(1)}$, получим систему уравнений, которая совпадает по форме с односкоростной моделью потока с точностью до членов $E(\rho, k), Q(\rho, k)$ (см. [16]):

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial z} &= 0, & \frac{\partial \rho i}{\partial t} + \frac{\partial \rho u i}{\partial z} &= q_V + E(\rho, k), \\ \frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{\partial \rho u^2}{\partial z} + \frac{\partial P}{\partial z} + \rho g_z + F &= Q(\rho, k). \end{aligned} \quad (4)$$

Согласно [16], при отсутствии проскальзывания ($k = 1$) имеем $E(\rho, 1) = 0, Q(\rho, 1) = 0$ и уравнения (4) полностью совпадают с уравнениями для однофазной жидкости или гомогенной среды. Для жидкометаллических теплоносителей характерно примерное равенство плотностей твердой и жидкой фаз (для свинца, например, $|(\rho^{(2)} - \rho^{(1)})/\rho^{(2)}| \approx 0,04$). Это позволяет полагать $k = 1$. Таким образом, описание процесса кристаллизации в теплоносителе с образованием жидкометаллической суспензии сводится к односкоростной гомогенной модели потока. Объемное содержание твердой фазы φ_2 в этой модели может быть оценено из соотношений (3).

Гетерогенность и неоднородный характер реального процесса учитывается приближенно путем использования эмпирических зависимостей для гидравлических сопротивлений, коэффициентов теплоотдачи и проскальзывания [10–12], которые являются замыкающими соотношениями к уравнениям (4).

Рассмотрим случай, когда процесс кристаллизации в теплоносителе идет с образованием твердого слоя на теплообменной поверхности. Такая ситуация возникает при отсутствии на поверхности оксидного слоя, что обеспечивает ее смачиваемость жидким металлом и его прилипание к поверхности. Условие прилипания $u_2 = 0$ означает, что в уравнениях для твердой фазы системы (1) конвективные члены обращаются в нуль, а уравнение сохранения импульса вырождается:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \frac{\partial \rho_1 u_1}{\partial z} &= J, & \frac{\partial \rho_2}{\partial t} &= -J, \\ \frac{\partial \rho_1 i_1}{\partial t} + \frac{\partial \rho_1 u_1 i_1}{\partial z} &= q_{V1} + E, & \frac{\partial \rho_2 i_2}{\partial t} &= q_{V2} - E, \\ \frac{\partial \rho_1 u_1}{\partial t} + \frac{\partial \rho_1 u_1^2}{\partial z} + \frac{\partial P}{\partial z} + \rho_1 g_z + F_1 &= Q. \end{aligned} \quad (5)$$

Плотности тепловых потоков в единицу объема q_{Vj} , через единицу площади поверхности q_j и на единицу длины q_{Lj} канала связаны соотношениями:

$$q_{V1} = \frac{q_1 \sigma_\Sigma}{V_0}, \quad q_1 = \alpha_1 (T_{cr} - T_1), \quad q_{L1} = \Pi_2 q_1,$$

$$q_{V2} = \frac{q_w \sigma_w}{V_0} + \frac{q_2 \sigma_\Sigma}{V_0}, \quad q_w = \frac{1}{R_w} (T_w - T_2), \quad q_2 = \frac{1}{R_2} (T_2 - T_{cr}), \quad q_{Lw} = \Pi_w q_2. \quad (6)$$

Здесь $q_{1,2}$ – плотности потоков соответственно от жидкой и твердой фаз к межфазной поверхности; σ , Π – площадь поверхности теплообмена на единицу длины участка канала и соответствующий периметр; индексы Σ и w указывают на принадлежность величины к межфазной поверхности или оболочке канала; T_j – средние по сечению канала температуры фаз, определяемые уравнением состояния $T_j = T_j(i_j)$; α_1 – коэффициент теплоотдачи; R_w – контактное термическое сопротивление на границе оболочки и твердого слоя; R_j – термические сопротивления тепловым потокам: $R_1 = 1/\alpha_1$, а R_2 зависит от коэффициента теплопроводности твердой фазы λ_2 , толщины и формы твердого слоя; V_0 – нормировочный множитель. В случае гетерогенной модели (5) в потоке присутствует четко выраженная граница фазового перехода, на которой должны быть определены условия межфазного обмена. Поскольку процесс кристаллизации в теплоносителе определяется главным образом тепловым балансом на границе раздела фаз, общее условие межфазного энергообмена $E_{12} + E_{21} = 0$ сводится к условию баланса тепловой энергии. Согласно [15], оно имеет вид

$$J = \frac{q \sigma_\Sigma}{q_{cr} V_0},$$

где

$$q = \sum_{j=1}^2 \frac{1}{R_j} (T_j - T_{cr})$$

– суммарная плотность теплового потока к элементарному кристаллизующемуся слою; $q_{cr} = i^{(1)} - i^{(2)}$ – удельная теплота кристаллизации.

Учитывая линейный характер уравнения состояния $T_2 = T_2(i_2) = T_0 + (i_2 - i_0)/C_2$, проинтегрируем уравнение энергии для твердой фазы по площади поперечного сечения. В результате получим уравнение для средней температуры твердой фазы:

$$S_2(t) \rho_2 C_2 \frac{\partial T_2}{\partial t} = \frac{\Pi_w}{R_w} (T_w - T_2) - \frac{\Pi_\Sigma}{R_2} (T_2 - T_{cr}), \quad (7)$$

где C_2 – удельная изобарная теплоемкость твердой фазы. Не будет противоречия с моделью (5), если в (7) перейти к распределенному описанию температуры слоя в радиальном направлении $T_2 = T_2(t, z, r)$. Тогда для канала цилиндрической формы вместо (7) формулируется краевая задача:

$$\begin{aligned} \frac{\rho_2 C_2}{\lambda_2} \frac{\partial T_2}{\partial t} &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_2}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T_2}{\partial z^2}, \quad r_w > r > r_1(t, z), \quad r_1(t, z) = r_w - \delta(t, z), \\ q_{cr} \rho_2 \frac{\partial \delta_n}{\partial t} &= \alpha_1 (T_2(r_1) - T_1) - \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial n} \Big|_{r=r_1(t)}, \\ \frac{1}{R_w} (T_w(t) - T_2(r_w)) - \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial r} \Big|_{r=r_w(t)} &= 0, \end{aligned} \quad (8)$$

где r – радиальная координата; r_w – радиус цилиндрической оболочки канала; $\delta = \delta(t, z)$ – толщина твердого слоя; $\partial \delta_n / \partial t$ – нормальная скорость границы фазового перехода. Будем считать, что на границе фазового перехода выполняется условие

первого рода $T_2 = T_2(t, z, r_1(t)) = T_{cr}$. Таким образом, соотношения (8) формулируют задачу Стефана [17] о фазовом переходе в нестационарном потоке жидкого металла.

Запишем систему (5) для канала произвольного сечения S [18], вводя вместо массовой скорости $\rho_1 u_1$ расход $G_1 = S_1 \rho_1 u_1$. Принимая во внимание (6) и (8), получим систему уравнений однофазного потока с источником и переменной площадью проходного сечения потока в виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial S_1 \rho_1}{\partial t} + \frac{\partial G_1}{\partial z} &= J_L, \\ S_1 \rho_1 \frac{\partial i_1}{\partial t} + G_1 \frac{\partial i_1}{\partial z} &= q_{L1}, \\ \rho_1 \left(\frac{\partial u_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial u_1}{\partial z} \right) + \frac{\partial P}{\partial z} + \rho_1 g_z + F_1 &= 0, \end{aligned} \quad (9)$$

$$J_L = \begin{cases} -\rho^{(2)} \Pi_\Sigma(\delta) \frac{\partial \delta}{\partial t} & \delta > 0, \\ 0, & \delta = 0, \end{cases} \quad q_{L1} = \begin{cases} \Pi_\Sigma(\delta) \alpha_1 (T_{cr} - T_1), & \delta > 0, \\ \Pi_w \alpha_w (T_w - T_1), & \delta = 0, \end{cases}$$

где

$$S_1 = S_1(\delta(t, z)); \quad F_1 = \frac{1}{2} \left(\frac{\xi}{2r_w} + \xi_0 \right) \rho_1 u_1^2,$$

ξ – коэффициент гидравлических потерь; $\xi_0 \sim (S/S_1(t, z_2))^2$ – коэффициент местного гидравлического сопротивления [13]; $\Pi_\Sigma(\delta) = \Pi_w(r_w - \delta)/r_w$.

Таким образом, исходная задача (5), (2) сводится к решению двух взаимосвязанных задач: (9), (2) и (8), способы решения которых известны. Метод решения системы уравнений однофазного потока, основанный на скалярной прогонке, приводится в [19, 20]. Для решения уравнения теплопроводности со свободной границей можно воспользоваться методом выделения фронта из [21].

Принятые в моделях идеализации позволяют считать, что моделируемый процесс образования твердой фазы в расплаве не будет более интенсивным по сравнению с реальным процессом. Поэтому моделируемые условия являются достаточными для количественных оценок объемного содержания твердой фазы в расплаве в переходных процессах.

Выводы

Рассмотрены два варианта развития процесса кристаллизации в жидкометаллическом теплоносителе: с образованием мелкодисперсной жидкометаллической суспензии и с затвердеванием твердой фазы на поверхности теплообмена. Различия процессов обусловлены наличием или отсутствием оксидного слоя на поверхности теплообмена, который определяет свойство смачиваемости поверхности жидким металлом. Оба случая могут быть описаны в одномерном приближении: первый – в рамках гомогенной, второй – гетерогенной моделей потока теплоносителя.

Показано, что исходная начально-краевая задача для системы уравнений тепло-массопереноса двухфазной гетерогенной модели сводится к решению двух взаимосвязанных начально-краевых задач: задаче Стефана о фазовом переходе и к модели однофазного потока с источником и переменной площадью сечения потока, алгоритмы решения которых известны.

Предложенные математические модели могут быть использованы для разработки численных алгоритмов и программ расчета нестационарной теплогидродинамики ЯЭУ с ТЖМТ, в том числе класса аварий с возникновением процесса кристаллизации-плавления.

Список литературы

1. Драгунов Ю.Г., Лемехов В.В., Смирнов В.С., Чернецов Н.Г. Технические решения и этапы разработки реакторной установки БРЕСТ-ОД-300. *Атомная энергия*. 2012. Т. 113. Вып. 1. С. 58–64.
2. Нестеров Ю.В., Лисянский А.С., Макарова Е.И., Бальва Л.Я., Приходько П.Ю. Тепловая схема и оборудование II контура энергоблока АЭС с реакторной установкой БРЕСТ-ОД-300. *Теплоэнергетика*. 2011. №6. С. 32–36.
3. Alemberti A. The European lead fast reactor ELFR. Design, safety approach and safety characteristics. Technical meeting on «*Impact of Fukushima Event on Current and Future Fast Reactor Designs*». 19–23 March, 2012: HZDR. Dresden, Germany.
4. Миронов Ю.В., Радкевич В.Е., Журавлева Ю.В., Кузин А.В., Мокроусов К.А., Яшников Д.А. Верификация теплогидравлических моделей кодов улучшенной оценки на примере модели двухфазного потока кодов RELAP5 и КОРСАР. *Атомная энергия*. 2004. Т. 97. №6. С. 446–450.
5. Васенин В.А., Кривчиков М.А., Крошилин А.Е., Крошилин В.Е., Рагулин А.Д., Роганов В.А. Распараллеливание расчетного кода улучшенной оценки «БАГИРА» для моделирования трехмерной теплогидродинамики многофазных сред в составе полномасштабной суперкомпьютерной модели «Виртуальная АЭС». *Программная инженерия*. 2012. №6. С. 15–23.
6. Алипченков В.М., Анфимов А.М., Афремов Д.А., Горбунов В.С., Зейгарник Ю.А., Кудрявцев А.В., Осипов С.Л., Мосунова Н.А., Стрижов В.Ф., Усов Э.В. Базовые положения, текущее состояние разработки и перспективы дальнейшего развития теплогидравлического расчетного кода нового поколения HYDRA_IBRAE/LM для моделирования реакторных установок на быстрых нейтронах. *Теплоэнергетика*. 2016. №2. С. 54–64.
7. Анфимов А.М., Горбунов В.С., Кузнецов Д.В., Осипов С.Л. Результаты верификации и тестирования кода HYDRA-IBRAE/LM/V1. *ВАНТ. Сер.: Ядерно-реакторные константы*. 2014. Вып. 1. С. 86–93.
8. Будников В.И., Савихин О.Г., Чистов А.С. Расчетное исследование динамики замораживания свинцового теплоносителя при разрыве паропровода РУ с реактором БРЕСТ-ОД-300. *Научная сессия МИФИ-2002. Научно-техн. конф. «Научно-инновационное сотрудничество»*: Сб. науч. трудов. Ч. 2. М.: МИФИ, 2002. С. 164–165.
9. Будников В.И., Савихин О.Г., Чистов А.С. Расчетный анализ проблем безопасности, возникающих при разгерметизации контуров циркуляции в РУ с реакторами типа ВВЭР и БРЕСТ. *Нижегородский университет им. Н.И. Лобачевского. Важнейшие научные результаты*. Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2004. С. 63–64.
10. Безнососов А.В., Ярмонов М.В., Зудин А.Д., Черныш А.С., Новожилова О.О. Теплогидравлические характеристики потока ТЖМТ при поперечном обтекании труб. *ВАНТ. Сер.: Ядерно-реакторные константы*. 2014. Вып. 1. С. 34–47.
11. Безнососов А.В., Молодцов А.А., Назаров А.В., Савинов С.Ю., Кудрин О.О. Исследование теплоотдачи от свинцового теплоносителя к продольнообтекаемой трубе. *Теплофизика и аэромеханика*. 2007. Т. 14. №3. С. 429–436.
12. Махов К.А. Исследование структуры и триботехнических характеристик пристенного слоя в потоке ТЖМТ применительно к элементам контуров с реакторами на быстрых нейтронах, охлаждаемыми ТЖМТ: *Дис... канд. техн. наук*. Н. Новгород, НГТУ им. Р.Е. Алексеева, 2015. 164 с.
13. Кириллов П.Л., Юрьев Ю.С., Бобков В.П. *Справочник по теплогидравлическим расчетам (ядерные реакторы, теплообменники, парогенераторы)*. М.: Энергоатомиздат, 1990. 359 с.

14. Боришанский В.М., Кутателадзе С.С., Новиков И.И., Федынский О.С. *Жидкометаллические теплоносители*. М.: Атомиздат, 1976. 328 с.
15. Нигматулин Р.И. *Динамика многофазных сред*. Ч. 1. М.: Наука, 1987. 459 с.
16. Сабаев Е.Ф. *Системы сравнения для нелинейных дифференциальных уравнений и их приложения в динамике реакторов*. М.: Атомиздат, 1980. 192 с.
17. Мейрманов А.М. *Задача Стефана*. Новосибирск: Наука, 1986. 239 с.
18. Кузнецов Ю.Н. *Теплообмен в проблеме безопасности ядерных реакторов*. М.: Энергоатомиздат, 1989. 296 с.
19. Будников В.И., Савихин О.Г., Чистов А.С. Численное моделирование нестационарных теплогидравлических процессов в контурах циркуляции водяного теплоносителя перспективной АЭС. *Вестник ННГУ*. 2013. №1 (1). С. 158–163.
20. Чистов А.С., Савихин О.Г., Овчинников В.Ф., Николаев М.Я. Исследование устойчивости расхода теплоносителя в двухконтурной АЭС с реактором ВВЭР СКД. *Проблемы прочности и пластичности*. 2015. Т. 77. №3. С. 309–318.
21. Самарский А.А., Вабищевич П.Н. *Вычислительная теплопередача*. М.: Едиториал УРСС, 2003. 784 с.

References

1. Dragunov Y.G., Lemekhov V.V., Smirnov V.S., Chernetsov N.G. Technical solutions and development stages for the BREST-OD-300 reactor unit. *Atomic Energy*. 2012. Vol. 113. Iss. 1. P. 70–77. DOI: 10.1007/s10512-012-9597-3.
2. Nesterov Y.V., Lisyanskiy A.S., Makarova E.I., Bal'va L.Ya., Prikhod'ko P.Yu. The thermal process diagram and equipment of the secondary coolant circuit of a nuclear power station unit based on the BREST-OD-300 reactor installation for subcritical steam conditions. *Thermal Engineering*. 2011. Vol. 58. Iss. 6. P. 478–482. DOI: 10.1134/S0040601511060103.
3. Alemberti A. The European lead fast reactor ELFR. Design, safety approach and safety characteristics. Technical meeting on “Impact of Fukushima Event on Current and Future Fast Reactor Designs”. 19–23 March, 2012: HZDR. Dresden, Germany.
4. Mironov Yu.V., Radkevich V.E., Zhuravleva Yu.V., Kuzin A.V., Mokrousov K.A., Yashnikov D.A. Verification of the thermohydraulic models used in improved-assessment codes for the RELAP5 and KORSAR two-phase flow models. *Atomic Energy*. 2004. Vol. 97. Iss. 6. P. 446–450.
5. Vasenin V.A., Kryvchikov M.A., Kroshilin A.E., Kroshilin V.E., Ragulin A.D., Roganov V.A. Rasparallelivanie raschetnogo koda uluchshennoy otsenki “BAGIRA” dlya modelirovaniya trekhmernoy teplogidrodinamiki mnogofaznykh sred v sostave polnomasshtabnoy superkomp'yuternoy modeli “Virtual'naya AES” [Parallelization of three-dimensional thermal-hydraulic best-estimate code “BAGIRA” for simulation of multiphase flow as part of full-scale supercomputer simulator “Virtual nuclear power plant”]. *Programmnyaya inzheneriya [Software Engineering]*. 2012. No 6. P. 15–23 (In Russian).
6. Alipchenkov V.M., Anfimov A.M., Afremov D.A., Gorbunov V.S., Zeygarnik Yu.A., Kudryavtsev A.V., Osipov S.L., Mosunova N.A., Strizhov V.F., Usov E.V. Bazovye polozheniya, tekushchee sostoyanie razrabotki i perspektivy dal'neyshego razvitiya teplogidravlicheskogo raschetnogo koda novogo pokoleniya HYDRA_IBRAE/LM dlya modelirovaniya reaktornykh ustanovok na bystrykh neytronakh [The basic statements, the current state of development and perspective for further development of the new generation of thermohydraulic code HYDRA_IBRAE/LM for the simulation of reactor power plants on fast neutrons]. *Teploenergetika [Thermal Engineering]*. 2016. No 2. P. 54–64 (In Russian). DOI: 10.1134/S0040363616020016.
7. Anfimov A.M., Gorbunov V.S., Kuznetsov D.V., Osipov S.L. Rezul'taty verifikatsii i testirovaniya koda HYDRA-IBRAE/LM/V1 [The results of verification and testing of the HYDRA-IBRAE/LM/V1 code]. *VANT. Ser.: Yaderno-reaktornye konstanty [Problems of Atomic Science and Technology. Series: Nuclear-reactors constants]*. 2014. Iss. 1. P. 86–93 (In Russian).
8. Budnikov V.I., Savikhin O.G., Chistov A.S. Raschetnoe issledovanie dinamiki zamorazhivaniya svintsovogo teplonositelya pri razryve paroprovoda RU s reaktorom BREST-OD-300 [Numerical study of the lead coolant freezing dynamics at break of steam line of NPP with BREST-OD-300 reactor]. *Nauchno-tehnicheskaya konferentsiya “Nauchno-innovatsionnoe sotrudni-*

chestvo” [Scientific and Technical Conference “Scientific-innovative Cooperation”]. Sbornik nauchnykh trudov. Pt. 2. Moscow. MIFI Publ. 2002. P. 164–165 (In Russian).

9. Budnikov V.I., Savikhin O.G., Chistov A.S. Raschetnyy analiz problem bezopasnosti, voznikayushchikh pri razgermetizatsii konturov tsirkulyatsii v RU s reaktorami tipa VVER i BREST [Computational analysis of security problems that occur when depressurization of nuclear power plant circuits with VVER and BREST type reactors]. *Nizhegorodskiy universitet im. N.I. Lobachevskogo. Vazhneyshie nauchnye rezul'taty* [Lobachevsky State University of Nizhni Novgorod. The Most Important Scientific Results]. Nizhni Novgorod. NNGU Publ. 2004. P. 63–64 (In Russian).

10. Beznosov A.V., Yarmonov M.V., Zudin A.D., Chernysh A.S., Novozhilova O.O. Teplogidravlicheskie kharakteristiki potoka TZhMT pri poperechnom obtekanii trub [Thermohydraulic characteristics of heavy liquid metal coolant flow at a cross streamlining of pipes]. *VANT. Ser.: Yaderno-reaktornye konstanty* [Problems of Atomic Science and Technology. Series: Nuclear-reactors Constants]. 2014. Iss. 1. P. 34–47 (In Russian).

11. Beznosov A.V., Molodtsov A.A., Nazarov A.V., Savinov S.Yu., Kudrin O.O. Issledovanie teplotdachi ot svintsovogo teplonositelya k prodol'noobtekaemoy trube [The study of heat transfer from a lead coolant to longitudinally streamlined pipe]. *Teplofizika i aeromekhanika* [Thermophysics and Aeromechanics]. 2007. Vol. 14. No 3. P. 429–436 (In Russian).

12. Makhov K.A. Issledovanie struktury i tribotekhnicheskikh kharakteristik pristennoogo sloya v potoke TZhMT primenitel'no k elementam konturov s reaktorami na bystrykh neytronakh, okhlazhdaemyimi TZhMT [The study of the structure and tribotechnical characteristics of boundary-layer flow HLHC in relation to the elements of the circuits with fast neutron reactors cooled HLHC]. *Dis... kand. tekhn. nauk* [Cand. Sci. (Engineering), Dissertation]. Nizhni Novgorod. NGTU im. R.E. Alekseeva Publ. 2015. 164 p. (In Russian).

13. Kirillov P.L., Yur'yev Yu.S., Bobkov V.P. *Spravochnik po teplogidravlicheskim raschetam (yadernye reaktory, teploobmenniki, parogeneratory)* [A Handbook on Thermohydraulic Calculations (Nuclear Reactors, Heat Exchangers, Steam Generators)]. Moscow. Energoatomizdat Publ. 1990. 359 p. (In Russian).

14. Borishanskiy V.M., Kutateladze S.S., Novikov I.I., Fedynskiy O.S. *Zhidkometallicheskie Teplonositeli* [Liquid-metal Coolants]. Moscow. Atomizdat Publ. 1976. 328 p. (In Russian).

15. Nigmatulin R.I. *Dinamika mnogofaznykh sred* [Multiphase Media Dynamics]. Pt. 1. Moscow. Nauka Publ. 1987. 459 p. (In Russian).

16. Sabaev E.F. *Sistemy sravneniya dlya nelineynykh differentsial'nykh uravneniy i ikh prilozheniya v dinamike reaktorov* [Comparison System for Nonlinear Differential Equations and their Applications in Dynamics of Reactors]. Moscow. Atomizdat Publ. 1980. 192 p. (In Russian).

17. Meyrmanov A. M. *Zadacha Stefana* [The Stefan Problem]. Novosibirsk. Nauka Publ. 1986. 239 p. (In Russian).

18. Kuznetsov Yu.N. *Teploobmen v probleme bezopasnosti yadernykh reaktorov* [Heat Transfer in the Nuclear Reactors Safety Problem]. Moscow. Energoatomizdat Publ. 1989. 296 p. (In Russian).

19. Budnikov V.I., Savikhin O.G., Chistov A.S. Chislennoe modelirovanie nestatsionarnykh teplogidravlicheskh protsessov v konturakh tsirkulyatsii vodyanogo teplonositelya perspektivnoy AES [Numerical simulation of transient thermohydraulic processes in the water coolant circuit of the prospective NPP]. *Vestnik NNGU* [Bulletin of St. University of Nizhni Novgorod]. 2013. No 1(1). P. 158–163 (In Russian).

20. Chistov A.S., Savikhin O.G., Ovchinnikov V.F., Nikolaev M.Ya. Issledovanie ustoychivosti rashoda teplonositelya v dvukhkoturnoy AES s reaktorom VVER SKD [The study of coolant flow stability in a two-circuit NPP with SCP WVER reactor]. *Problemy prochnosti i plastichnosti* [Problems of Strength and Plasticity]. 2015. Vol. 77. No 3. P. 309–318 (In Russian).

21. Samarskiy A.A., Vabishchevich P. N. *Iychislitel'naya teploperedacha* [Computational Heat Transfer]. Moscow. Editorial URSS Publ. 2003. 784 p. (In Russian).

**MATHEMATICAL MODEL OF NON-STATIONARY HEAT AND MASS TRANSFER
IN A CHANNEL WITH LIQUID METAL COOLANT TAKING
INTO ACCOUNT A CRYSTALLIZATION-MELTING PROCESS**

Chistov A.S.¹, Savikhin O.G.², Ovchinnikov V.F.¹, Nikolaev M.Ya.¹

*¹Research Institute of Mechanics University of Nizhni Novgorod,
Nizhni Novgorod, Russian Federation*

*²Lobachevsky State University of Nizhni Novgorod,
Nizhni Novgorod, Russian Federation*

The mathematical model has been developed describing heat and mass transfer in a channel with liquid metal coolant when there is a crystallization-melting process. The model is based on a one-dimensional description of heat and mass transfer, taking into account the qualitative differences of the process depending on the condition of the contact surfaces. The thermodynamic equilibrium of the phases at the boundary of phase transfer is postulated. It is shown that a two-speed heterogeneous flow model describing the formation of solid layer on the surface of heat exchange is reduced to the solution of two more simple interrelated initial-boundary value problems: the Stefan problem of phase transfer and the single-phase flow model with a source and a variable cross-sectional area. The process of crystallization with the formation of micro fine liquid-metal suspension can be described in terms of the homogeneous model of heat and mass transfer.

Represented mathematical model can be used for developing numerical algorithms and programs for calculating of heat-hydro-dynamics in steam generators and circuits of nuclear power plants with heavy liquid metal coolants.

Keywords: homogeneous model, quasi-homogeneous model, heterogeneous model, the liquid-metal coolant, Stefan problem, interfacial exchange, steam generator, wet ability of surface, phase transfer.