

УДК 539.3

**КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ  
БОЛЬШИХ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИХ ДЕФОРМАЦИЙ  
СФЕРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ В СКАФАНДРЕ  
ПОД ДЕЙСТВИЕМ ИМПУЛЬСА ПЕРЕГРУЗКИ\***

© 2016 г. **Баженов В.Г.<sup>1</sup>, Демарева А.В.<sup>1</sup>, Баранова М.С.<sup>1</sup>,  
Кибец А.И.<sup>1</sup>, Рябов А.А.<sup>2</sup>, Романов В.И.<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>*Научно-исследовательский институт механики  
Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского,  
Нижний Новгород, Российская Федерация*

<sup>2</sup>*Российский федеральный ядерный центр –  
Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной  
физики, Саров, Российская Федерация*

bazhenov@mech.unn.ru

*Поступила в редакцию 12.07.2016*

Рассматривается осесимметричная задача о больших деформациях свинцовой сферической оболочки, заключенной в алюминиевый скафандр, под действием импульса перегрузки. Деформирование оболочки описывается с позиций механики упруговязкопластических сред в переменных Лагранжа. Кинематические соотношения определяются в метрике текущего состояния. Уравнения состояния принимаются в форме теории течения с изотропным упрочнением. Контактное взаимодействие оболочки и скафандра моделируется условиями непроникания с учетом трения. Численное решение задачи при заданных граничных и начальных условиях основано на моментной схеме метода конечных элементов и явной схеме интегрирования по времени типа «крест». Для дискретизации по пространственным переменным применяются четырехузловые изопараметрические конечные элементы с билинейными функциями формы. Как показали результаты расчетов, сферическая оболочка в процессе нагружения претерпевает значительные локальные формоизменения, характеризуемые большими смещениями и углами поворота конечных элементов как жесткого целого. Результаты расчетов по остаточной форме хорошо согласуются с экспериментальными данными.

*Ключевые слова:* сферическая оболочка, скафандр, контакт, трение, пластические деформации, выпучивание, взрывное нагружение.

### **Введение**

Тонкостенные сферические оболочки широко распространены в современной технике. Экспериментальные и теоретические методы исследования их устойчивос-

\* Выполнено при финансовой поддержке РФФИ (гранты №16-38-60107-мол\_а\_дк, №15-48-02126-р\_поволжье\_а) и Программой государственной поддержки ведущих научных школ РФ (грант НШ-6944.2016.8).

ти изложены в [1–5]. Результатам анализа компьютерного моделирования процессов деформирования и потери устойчивости сферических оболочек при квазистатическом и ударном нагружении с учетом эффектов геометрической и физической нелинейностей посвящен ряд оригинальных публикаций [6–15].

Цель настоящей работы – численный анализ больших упругопластических деформаций свинцовой сферической оболочки в алюминиевом скафандре при взрывном нагружении. Решение задачи выполнено на основе моментной схемы метода конечных элементов и явной схемы интегрирования по времени типа «крест» [16]. Исследовано влияние на формоизменения оболочки трения в зоне ее контакта со скафандром.

### 1. Определяющая система уравнений и метод решения

Деформирование оболочки рассматривается в осесимметричной постановке и описывается в переменных Лагранжа с позиций механики сплошных сред в цилиндрической системе координат  $X_1, X_2$  ( $X_1$  – ось вращения,  $X_2$  – радиус). Уравнение движения выводится из баланса виртуальных мощностей [17, 18]:

$$\iint_{\Omega} (\sigma_{11}\delta\dot{\epsilon}_{11} + \sigma_{22}\delta\dot{\epsilon}_{22} + \sigma_{33}\delta\dot{\epsilon}_{33} + 2\sigma_{12}\delta\dot{\epsilon}_{12})X_2d\Omega + \iint_{\Omega} (\rho\ddot{U}_1\delta\dot{U}_1 + \rho\ddot{U}_2\delta\dot{U}_2)X_2d\Omega - \int_{G_p} (p_1\delta\dot{U}_1 + p_2\delta\dot{U}_2)X_2dG - \int_{G_q} (q_1\delta\dot{U}_r + q_2\delta\dot{U}_z)X_2dG = 0, \quad (1)$$

где  $\sigma_{ij}, \dot{\epsilon}_{ij}$  ( $i, j = \overline{1, 3}$ ) – компоненты тензоров напряжений Коши и скоростей деформаций (симметричной части градиента скорости перемещений);  $U_i$  – перемещения в системе координат  $X$ ;  $\rho$  – плотность;  $p_\alpha, q_\alpha$  – компоненты поверхностных и контактных нагрузок ( $\alpha = 1, 2$ );  $\Omega$  – область, занимаемая конструкцией;  $G_p$  – область действия внешнего давления;  $G_q$  – часть поверхности, на которой задаются контактные давления, определяемые в процессе решения, точка над символом означает частную производную по времени  $t$ . По повторяющимся индексам ведется суммирование. Скорости деформаций определяются в метрике текущего состояния:

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_{11} &= \dot{U}_{1,1}, \quad \dot{\epsilon}_{22} = \dot{U}_{2,2}, \quad \dot{\epsilon}_{33} = X_2^{-1}\dot{U}_2, \quad \dot{\epsilon}_{12} = \frac{1}{2}(\dot{U}_{1,2} + \dot{U}_{2,1}), \\ \dot{\omega} &= \frac{1}{2}(\dot{U}_{1,2} - \dot{U}_{2,1}), \quad \dot{U}_{i,j} = \partial\dot{U}_i/\partial X_j, \quad X_j = X_j|_{t=0} + \int_0^t \dot{U}_j dt. \end{aligned} \quad (2)$$

Уравнения состояния устанавливаются отдельно для шаровых  $\dot{\epsilon}^v, \sigma^v$  и девиаторных  $\dot{\epsilon}'_{ij}, \sigma'_{ij}$  составляющих скоростей деформаций и напряжений. Зависимость шаровых компонент скоростей деформаций и напряжений имеет вид:

$$\dot{\sigma}^v = -3K\dot{\epsilon}^v, \quad \dot{\epsilon}^v = \dot{\epsilon}_{ii}/3, \quad (3)$$

где  $K$  – коэффициент объемного сжатия. При упругопластическом деформировании девиаторные составляющие скорости деформации  $\dot{\epsilon}'_{ij}$  раскладываются на пластические  $\dot{\epsilon}'_{ij}{}^p$  и упругие  $\dot{\epsilon}'_{ij}{}^e$  компоненты:

$$\dot{\epsilon}'_{ij} = \dot{\epsilon}'_{ij}{}^e + \dot{\epsilon}'_{ij}{}^p, \quad \dot{\epsilon}'_{11}{}^p + \dot{\epsilon}'_{22}{}^p + \dot{\epsilon}'_{33}{}^p = 0. \quad (4)$$

Девиаторные составляющие тензора напряжений вычисляются с помощью соотношений теории течения с изотропным упрочнением [19]:

$$D_J \sigma'_{ij} = 2G \dot{\varepsilon}'_{ij}, \quad \sigma'_{ij} \sigma'_{ij} \leq 2/3 \sigma_T^2 (\kappa, I_{2\varepsilon}), \quad I_{2\varepsilon} = \sqrt{2/3} \sqrt{\dot{\varepsilon}'_{ij} \dot{\varepsilon}'_{ij}}$$

$$\kappa = \int_0^t I_{2\varepsilon} dt, \quad \dot{\varepsilon}'_{ij} = \dot{\lambda} \sigma'_{ij}, \quad (5)$$

Здесь  $D_J$  – производная по Яуманну [20] ( $D_J \sigma'_{ij} = \dot{\sigma}'_{ij} - \dot{\omega}_{ik} \sigma'_{kj} - \dot{\omega}_{jk} \sigma'_{ik}$ );  $G$  – модуль сдвига. В (5)  $\sigma_T$  – предел текучести;  $\kappa$  – параметр Одквиста;  $I_{2\varepsilon}$  – интенсивность скорости деформаций;  $\dot{\lambda}$  – параметр, тождественно равный нулю при упругом деформировании;  $\dot{\lambda} > 0$  определяется из условия посадки на поверхность текучести при упругопластическом деформировании.

Компоненты контактной силы  $q_\alpha$  ( $\alpha = 1, 2$ ) определяются в процессе решения задачи в местном координатном базисе ( $s, \xi$  – направления касательной и нормали к контактной поверхности). Контактное давление по нормали находится из условия непроникания:

$$\begin{cases} \dot{u}'_\xi = \dot{u}''_\xi, & q'_\xi \geq 0, \\ q'_\xi = -q''_\xi, & q'_\xi < 0. \end{cases} \quad (6)$$

Касательное давление определяется на первом этапе из условия жесткой склейки, а в случае превышения силы трения покоя – в соответствии с законом Кулона:

$$\begin{cases} \dot{u}'_s = \dot{u}''_s, & q'_s = \begin{cases} q_s, & |q_s| \leq k_\xi |q_\xi|, \\ k_\xi |q_\xi| \text{sign}(q_\xi), & |q_s| > k_\xi |q_\xi|, \end{cases} \\ q'_s = -q''_s, & \end{cases} \quad (7)$$

где  $k_\xi$  – коэффициент трения.

Решение определяющей системы уравнений (1)–(7) основано на методе конечных элементов и явной конечно-разностной схеме интегрирования по времени типа «крест» [16, 21, 22]. Расчетная область покрывается лагранжевой сеткой из четырех-узловых конечных элементов. В узлах сетки определяются перемещения  $U = [U_1, U_2]^T$ , скорости  $\dot{U} = [\dot{U}_1, \dot{U}_2]^T$  и ускорения  $\ddot{U} = [\ddot{U}_1, \ddot{U}_2]^T$  в общей системе координат  $X = [X_1, X_2]^T$ , используемой для стыковки конечных элементов (КЭ).

Конечный элемент, в общем случае искаженный, с помощью билинейного изопараметрического преобразования отображается на квадрат  $-1 \leq \xi_i \leq 1$  ( $i = 1, 2$ ):

$$X_i = \sum_{k=1}^4 N_k(\xi_1, \xi_2) X_i^k, \quad i = 1, 2,$$

$$N_1(\xi_1, \xi_2) = (1 - \xi_1)(1 - \xi_2)/4, \quad N_2(\xi_1, \xi_2) = (1 + \xi_1)(1 - \xi_2)/4, \quad (8)$$

$$N_3(\xi_1, \xi_2) = (1 + \xi_1)(1 + \xi_2)/4, \quad N_4(\xi_1, \xi_2) = (1 - \xi_1)(1 + \xi_2)/4,$$

где  $X_i^k$  – координаты узлов в базисе  $\{X\}$ . Компоненты скорости узлов КЭ аппроксимируются внутри элемента с помощью функций формы  $N_k$  из (8):

$$\dot{U}_i = \sum_{k=1}^4 \dot{U}_i^k N_k(\xi_1, \xi_2). \quad (9)$$

Группируя коэффициенты при одинаковых степенях  $\xi_1 \xi_2$ , получим

$$X_i = a_0^i + a_1^i \xi_1 + a_1^i \xi_2 + a_1^i \xi_1 \xi_2, \quad (10)$$

$$\dot{U}_i = d_0^i + d_1^i \xi_1 + d_1^i \xi_2 + d_1^i \xi_1 \xi_2, \quad (11)$$

где  $a_0^i, a_1^i, d_0^i, d_1^i$  – коэффициенты аппроксимации.

Скорости деформаций  $\dot{\epsilon}$  аппроксимируются линейными функциями в виде суммы безмоментных и моментных составляющих [16]. Пластические и упругие компоненты деформаций определяются из уравнений состояния в выбранных фиксированных точках конечного элемента. В каждом конечном элементе мощность виртуальной работы в (1) выражается через матрицу масс, узловые ускорения, силы и виртуальные скорости перемещения. Для определения узловых сил, статически эквивалентных напряжениям, применяются квадратурные формулы [18]. Контактные узловые силы определяются на основе алгоритма [22]. Заменяя в (1) интегрирование по области  $\Omega$  суммированием по элементам, получим дискретный аналог уравнений движения

$$m_i \ddot{U}_i^j = F_i^j, \quad (12)$$

где  $m_i$  – массы узлов;  $\ddot{U}_i^j, F_i^j$  – компоненты ускорений узлов КЭ-сетки и результирующих узловых сил в общей системе координат  $X$ . Для интегрирования определяющей системы уравнений по времени воспользуемся явной конечно-разностной схемой типа «крест». Величина временных шагов выбирается исходя из условия устойчивости Куранта. Для снижения нефизичных высокочастотных осцилляций численного решения применяется процедура консервативного сглаживания [23]. Изложенная конечно-элементная методика решения двумерных (осесимметричных) задач упругопластического деформирования элементов конструкций реализована в виде отдельных программных модулей в вычислительной системе «Динамика-3» [24].

## 2. Результаты исследования динамического выпучивания свинцовой оболочки в скафандре при взрывном нагружении

Результаты экспериментального исследования этой задачи представлены в [25]. На рис. 1 показана схема испытательной сборки, которая состоит из свинцовой оболочки 1, нижнего монолитного полукорпуса скафандра 2 и крышки 3. Крышка крепится к полукорпусу винтами 4. Отношение толщины  $h$  к радиусу  $R$  сферической оболочки  $h/R = 0,054$ . Масса оболочки равна 2,95 кг, общая масса сборки 21 кг. Материал оболочки – свинец марки С1 ( $E = 1,8 \cdot 10^4$  МПа,  $\nu = 0,45$ ,  $\rho = 11,34$  г/см<sup>3</sup>).

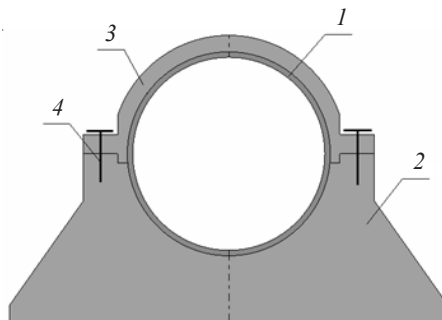


Рис. 1. Конструктивная схема экспериментальной сборки

В соответствии с [26] в расчетах использовалась динамическая диаграмма деформирования свинца (рис. 2), полученная по экспериментальным данным [27]. Материал скафандра – алюминиевый сплав Д16 ( $E = 7,1 \cdot 10^4$  МПа,  $\nu = 0,3$ ,

$\rho = 2,78 \text{ г/см}^3$ ). Коэффициент трения  $k_{\xi}$  между свинцовой оболочкой и скафандром задавался равным 0,2 [28].

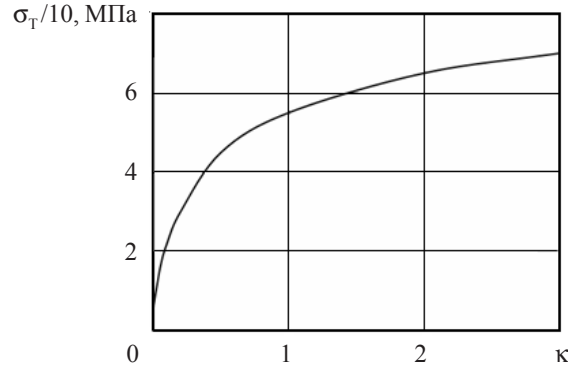


Рис. 2. Зависимость предела текучести от параметра Одквиста

Скафандр снизу нагружается посредством взрывного устройства [29], состоящего из взрывчатого вещества (ВВ), пластины-ударника и демпфера, трансформирующего воздействие взрыва на скафандр в трапециевидный импульс перегрузки  $n$ , представленный на рис. 3 в величинах ускорения свободного падения.

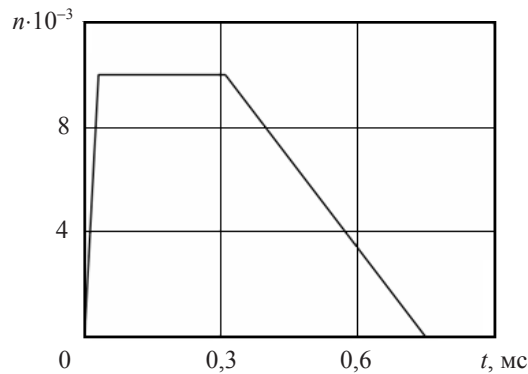


Рис. 3. Зависимость импульсной перегрузки от времени

Для проведения расчетов оболочка разбивалась на 6 конечных элементов по толщине и 200 конечных элементов по образующей. Как показали предварительные расчеты, деформированием скафандра можно пренебречь. В силу этого скафандр моделировался эквивалентным по габаритам и массе упругим макетом, конечно-элементная сетка которого представлена на рис. 4.

Результаты расчета приведены на рис. 4–7. На рис. 4 показано изменение формы оболочки в процессе деформирования. На рис. 5 сравниваются формы оболочки в остаточном положении, полученные из натурального эксперимента [25] и численного решения с применением моментной схемы МКЭ (сплошная линия – эксперимент, пунктирная линия – расчет). На рис. 6, 7 приведены соответственно графики временной зависимости осадки оболочки (изменения ее диаметра в вертикальном направлении) и толщины в ряде точек нижней половины оболочки, расположенных с интервалом  $30^\circ$  от экватора до полюса. На рисунках линиями показаны результаты расчета, квадратами – экспериментальные данные.

Под действием инерционной нагрузки и контакта со скафандром упругоплас-

тическое выпучивание оболочки продолжается в течение 2,5 мс. В последующем скорости перемещения оболочки и скафандра выравниваются. После разгрузки изменение формы оболочки практически завершается.

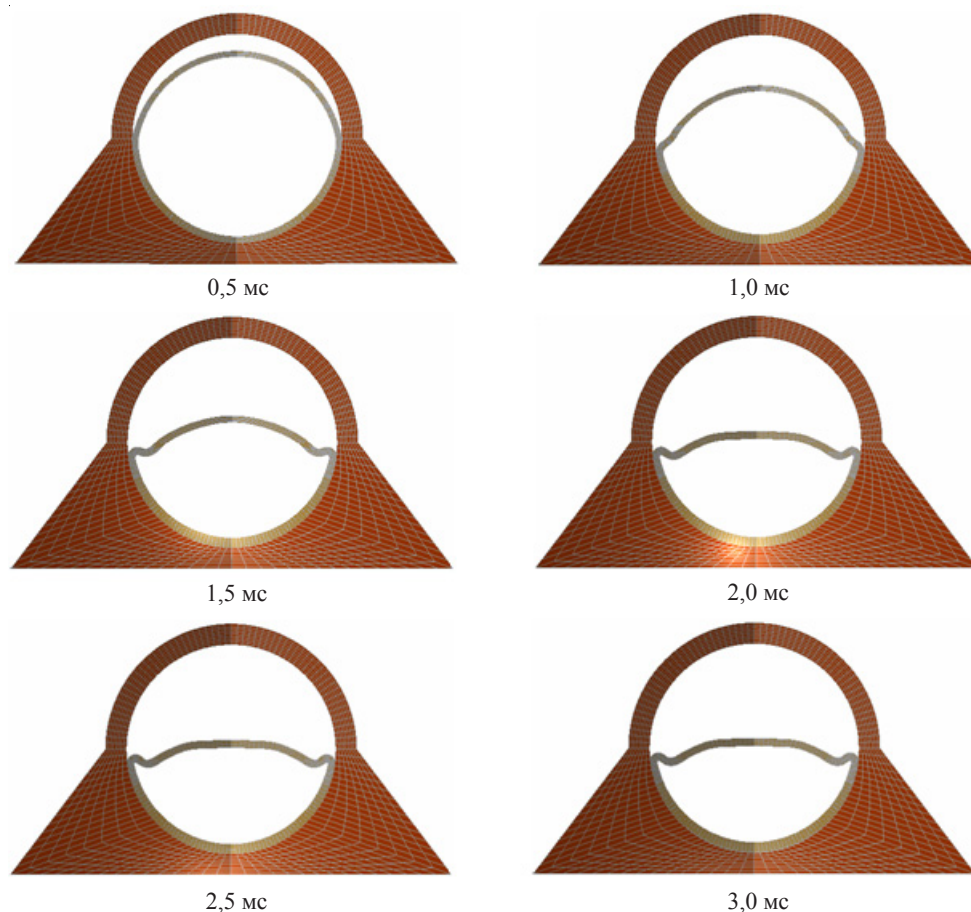


Рис. 4. Деформирование сферической оболочки

В результате интенсивного нагружения меняется не только форма оболочки, но и ее толщина (см. рис. 4). Увеличение толщины оболочки вдоль ее образующей происходит неравномерно. До потери устойчивости максимальные деформации развиваются в нижней полусфере оболочки. На оси вращения толщина оболочки увеличивается на 76%. С удалением от нижнего полюса толщина оболочки уменьшается до 36% на экваторе. Расчетные значения изменения толщин вдоль образующей хорошо согласуются с экспериментальными данными (см. рис. 7). После образования складки при  $t > 1$  мс изменение толщины оболочки прекращается.

Варьирование коэффициента трения приводит к изменению характера распределения утолщения оболочки по образующей в процессе деформирования. При значении  $k_{\xi} \leq 0,35$  это изменение мало заметно. При дальнейшем увеличении коэффициента трения наибольшее утолщение оболочки перемещается в направлении к экватору, что противоречит экспериментальным данным.

По форме складки и ее расположению данные эксперимента и расчета хорошо

согласуются друг с другом. Отличие остаточного вертикального размера оболочки (осадки) в расчете от экспериментального значения составляет 3%.

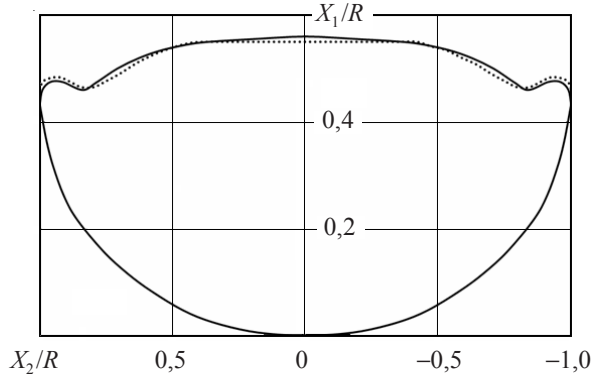


Рис. 5. Остаточная форма образующей сферической оболочки

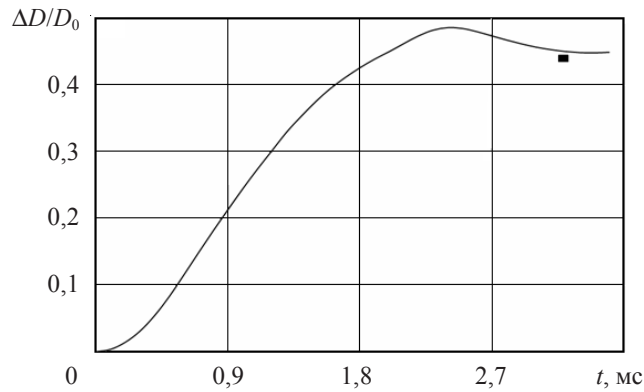


Рис. 6. Изменение высоты оболочки

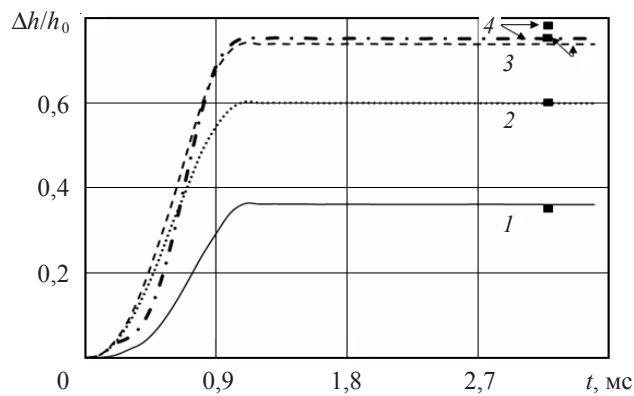


Рис. 7. Изменение толщины оболочки в ее нижней половине:  
1 – 90° от верхнего полюса, 2 – 120°, 3 – 150°, 4 – 180°

По расчетным данным, скорость деформации оболочки изменяется от минимального значения  $60 \text{ с}^{-1}$  в верхнем полюсе оболочки до максимального значения в складке  $1200 \text{ с}^{-1}$ . Применение статической диаграммы деформирования свинца [27] не позволяет получить не только количественно, но и качественно верные результаты при больших скоростях деформаций. Так, например, осадка оболочки в остаточ-

ном положении в этом случае превышает экспериментальное значение более чем в 2 раза.

В зоне кольцевой складки реализуется моментное напряженно-деформированное состояние. Продольные деформации здесь достигают 70%, деформация поперечного сдвига 5%, максимальный поворот конечных элементов как жесткого целого в области кольцевой складки составляет примерно 120°. В этих условиях применение производной Яуманна обеспечивает приемлемую точность численного решения задачи.

### Заключение

Проведен численный анализ упругопластического деформирования, потери устойчивости и закритического поведения сферической оболочки в скафандре при импульсном нагружении. В процессе выпучивания свинцовой оболочки имеют место большие деформации и углы поворота элементов оболочки как жесткого целого и изменение толщины. На формоизменение и остаточную толщину оболочки существенно влияют зависимость вязкостных характеристик свинца от скорости деформирования и величина коэффициента трения. Показано, что использование производной Яуманна при малых шагах интегрирования по времени обеспечивает достаточную точность численного решения осесимметричной задачи при больших деформациях и углах поворота.

### Список литературы

1. Вольмир А.С. *Устойчивость деформируемых систем*. М.: Наука, 1967. 984 с.
2. Коноплев Ю.Г., Саченков А.В. Исследование прочности и устойчивости пологих сферических оболочек под действием локальных нагрузок. *Исследование по теории пластин и оболочек*. Казань: Изд-во Казанского ун-та, 1967. Вып. 5. С. 161–188.
3. Ворovich И.И., Минакова Н.И. Проблема устойчивости и численные методы в теории сферических оболочек. *Итоги науки и техники. Механика твердых деформируемых тел*. М.: ВИНТИ, 1973. Т. 7. С. 5–86.
4. Гудрамович В.С., Дисковский И.А. О локальной устойчивости сферических оболочек. *ДАН СССР*. 1977. Т. 232, №6. С. 1283–1285.
5. Григолюк Э.И., Мамай В.И. *Механика деформирования сферических оболочек*. М.: Изд-во МГУ, 1983. 114 с.
6. Якушев В.Л. Потеря устойчивости полусферических оболочек при пластических деформациях. *Труды XVIII Международ. конф. по теории оболочек и пластин*. Саратов, 1997. Т. 2. С. 136–141.
7. Рябов А.А., Романов В.И., Зефиоров С.В. Численное исследование упругопластического выпучивания сферической оболочки. *Прикладные проблемы прочности и пластичности. Численное моделирование физико-механических процессов*: Межвуз. сб. Нижегородский ун-т, 1999. С. 125–128.
8. Баженов В.Г., Артемьева А.А., Гоник Е.Г., Кибец А.И., Шошин Д.В., Федорова Т.Г. Конечно-элементное моделирование упругопластического выпучивания незамкнутых сферических оболочек при сжатии. *Проблемы прочности и пластичности*. 2012. Вып. 74. С. 84–91.
9. Баженов В.Г., Гоник Е.Г., Кибец А.И., Шошин Д.В. Устойчивость и предельные состояния упругопластических сферических оболочек при статических и динамических нагружениях. *ПМТФ*. 2014. Т. 55, №1. С. 13–18.
10. Kinkead A.N., Jennings A., Newell J. et al. Spherical shells in inelastic collision with a rigid wall tentative analysis and recent quasi-static testing. *J. of Strain Analysis*. 1994. V. 29. P. 7–41.
11. Gupta N.K., Venkatesh K.S. Experimental and numerical studies of dynamic axial compression of thin walled spherical shells. *Intern. J. of Impact Engng*. 2004. V. 30. P. 1225–1240.



12. Hudramovych V.S. Contact mechanics of shell structures under local loading. *International Applied Mechanics*. July 2009. Vol. 45, No 7. P. 708–729.
13. Liang C.C. et al. A large deformation elastic plastic dynamic analysis of square plate and spherical shell subjected to shock loading. *Computer and Structure*. 1991. Vol. 39, No 6. P. 653–661.
14. Dadras A. Energy absorption of semi-spherical shells under axial loading. *Australian J. of Basic and Applied Sciences*. 2011. Vol. 5, No 11. P. 2052–2058.
15. Joniak S. Energetic method of solving the stability problem of a semi-spherical shell loaded with torque. *J. of Theoretical and Applied Mechanics*. 2004. Vol. 42, No 2. P. 349–356.
16. Артемьева А.А., Баранова М.С., Кибец А.И., Романов В.И., Рябов А.А., Шошин Д.В. Конечно-элементный анализ устойчивости упругопластической сферической оболочки при всестороннем сжатии. *Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. Механика*. 2011. №3 (1). С. 158–162.
17. Поздеев А.А., Трусов П.В., Няшин Ю.И. *Большие упругопластические деформации: теория, алгоритмы, приложения*. М.: Наука, 1986. 232 с.
18. Belytschko T., Liu W.K., Moran B. *Nonlinear finite elements for continua and structures*. New York: John Wiley & Sons, 2000. 600 p.
19. Казаков Д.А., Капустин С.А., Коротких Ю.Г. *Моделирование процессов деформирования и разрушения материалов и конструкций*. Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 1999. 226 с.
20. Аннин Б.Д., Коробейников С.Н. Допустимые формы упругих законов деформирования в определяющих соотношениях упругопластичности. *Сиб. журн. индустр. математики*. 1998. Т. 1, №1. С. 21–34.
21. Голованов А.И., Тюленева О.Н., Шигабутдинов А.Ф. *Метод конечных элементов в статике и динамике тонкостенных конструкций*. М.: Физматлит, 2006. 391 с.
22. Баженов В.Г., Кибец А.И., Цветкова И.Н. Численное моделирование нестационарных процессов ударного взаимодействия деформируемых элементов конструкций. *Проблемы машиностроения и надежности машин*. 1995. №2. С. 20–26.
23. Баженов В.Г., Зефирова С.В. О консервативном сглаживании разрывных волн напряжений в МКЭ. *Вестник ННГУ. Серия Механика*. 2001. Вып. 1. С. 166–173.
24. Вычислительный комплекс «Динамика-3». Научно-технический центр по ядерной и радиационной безопасности. Аттестационный паспорт программного средства. Регистрационный паспорт аттестации ПС № 325 от 18.04.2013.
25. Иванов И.Г., Новиков С.А. Деформирование сферических свинцовых оболочек при действии интенсивных механических перегрузок. *Прочность материалов при динамическом нагружении*: Сб. науч. тр. Под ред. С.А. Новикова. Саров, 2003.
26. *Динамика удара*: Пер. с англ. Под ред. С.С. Григоряна. М.: Мир, 1985. 296 с.
27. Баженов В.Г., Баранова М.С., Жегалов Д.В., Лавриненко В.Ю., Павленкова Е.В. Построение динамических диаграмм деформирования свинцовых заготовок методом прямого удара на газодинамической копровой установке. *Вестник машиностроения*. 2013. №2. С. 11–14.
28. Крагельский И.В., Виноградова И.Э. *Коэффициенты трения*: Справочное пособие. М.: Изд-во машиностроительной литературы, 1955. 220 с.
29. Новиков С.А., Сеницын В.А., Погорелов А.П. Расчет взрывного нагружающего устройства для создания импульса давления заданных параметров. *ФГВ*. 1980. №6. С. 111–113.

#### References

1. Vol'mir A.S. *Ustoychivost' deformiruemyykh sistem*. М.: Nauka, 1967. 984 s.
2. Konoplev Yu.G., Sachenkov A.V. Issledovanie prochnosti i ustoychivosti pologikh sfericheskikh obolochek pod deystviem lokal'nykh nagruzok. *Issledovanie po teorii plastin i obolochek*. Kazan': Izd-vo Kazanskogo un-ta, 1967. Vyp. 5. S. 161–188.
3. Vorovich I.I., Minakova N.I. Problema ustoychivosti i chislennyye metody v teorii sfericheskikh obolochek. *Itogi nauki i tekhniki. Mekhanika tverdykh deformiruemyykh tel*. М.: VINITI, 1973. Т. 7. S. 5–86.

4. Gudramovich V.S., Diskovskiy I.A. O lokal'noy ustoychivosti sfericheskikh obolochek. *DAN SSSR*. 1977. T. 232, №6. S. 1283–1285.
5. Grigolyuk E.I., Mamay V.I. *Mekhanika deformirovaniya sfericheskikh obolochek*. M.: Izd-vo MGU, 1983. 114 s.
6. Yakushev V.L. Poterya ustoychivosti polusfericheskikh obolochek pri plasticheskikh deformatsiyakh. *Trudy XVIII Mezhdunarod. konf. po teorii obolochek i plastin*. Saratov, 1997. T. 2. S. 136–141.
7. Ryabov A.A., Romanov V.I., Zefirov S.V. Chislennoe issledovanie uprugoplasticheskogo vypuchivaniya sfericheskoy obolochki. *Prikladnye problemy prochnosti i plastichnosti. Chislennoe modelirovanie fiziko-mekhanicheskikh protsessov*: Mezhvuz. sb. Nizhegorodskiy un-t, 1999. S. 125–128.
8. Bazhenov V.G., Artemyeva A.A., Gonik E.G., Kibets A.I., Shoshin D.V., Fedorova T.G. Konechno-elementnoe modelirovanie uprugoplasticheskogo vypuchivaniya nezamknutykh sfericheskikh obolochek pri szhatii. *Problemy prochnosti i plastichnosti*. 2012. Vyp. 74. S. 84–91.
9. Bazhenov V.G., Gonik E.G., Kibets A.I., Shoshin D.V. Ustoychivost' i predel'nye sostoyaniya uprugoplasticheskikh sfericheskikh obolochek pri staticheskikh i dinamicheskikh nagruzheniyakh. *PMTF*. 2014. T. 55, №1. S. 13–18.
10. Kinkead A.N., Jennings A., Newell J. et al. Spherical shells in inelastic collision with a rigid wall tentative analysis and recent quasi-static testing. *J. of Strain Analysis*. 1994. V. 29. P. 7–41.
11. Gupta N.K., Venkatesh K.S. Experimental and numerical studies of dynamic axial compression of thin walled spherical shells. *Intern. J. of Impact Engng.* 2004. V. 30. P. 1225–1240.
12. Hudramovych V.S. Contact mechanics of shell structures under local loading. *International Applied Mechanics*. July 2009. Vol. 45, No 7. P. 708–729.
13. Liang C.C. et al. A large deformation elastic plastic dynamic analysis of square plate and spherical shell subjected to shock loading. *Computer and Structure*. 1991. Vol. 39, No 6. P. 653–661.
14. Dadras A. Energy absorption of semi-spherical shells under axial loading. *Australian J. of Basic and Applied Sciences*. 2011. Vol. 5, No 11. P. 2052–2058.
15. Joniak S. Energetic method of solving the stability problem of a semi-spherical shell loaded with torque. *J. of Theoretical and Applied Mechanics*. 2004. Vol. 42, No 2. P. 349–356.
16. Artemyeva A.A., Baranova M.S., Kibets A.I., Romanov V.I., Ryabov A.A., Shoshin D.V. Konechno-elementnyy analiz ustoychivosti uprugoplasticheskoy sfericheskoy obolochki pri vsstoronnem szhatii. *Vestnik Nizhegorodskogo universiteta im. N.I. Lobachevskogo. Mekhanika*. 2011. №3 (1). S. 158–162.
17. Pozdeev A.A., Trusov P.V., Nyashin Yu.I. *Bol'shie uprugoplasticheskie deformatsii: teoriya, algoritmy, prilozheniya*. M.: Nauka, 1986. 232 s.
18. Belytschko T., Liu W.K., Moran B. *Nonlinear finite elements for continua and structures*. New York: John Wiley & Sons, 2000. 600 p.
19. Kazakov D.A., Kapustin S.A., Korotkikh Yu.G. *Modelirovanie protsessov deformirovaniya i razrusheniya materialov i konstruksiy*. N. Novgorod: Izd-vo NNGU, 1999. 226 s.
20. Annin B.D., Korobeynikov S.N. Dopustimye formy uprugikh zakonov deformirovaniya v opredelyayushchikh sootnosheniyakh uprugoplastichnosti. *Sib. zhurn. industr. matematiki*. 1998. T. 1, №1. S. 21–34.
21. Golovanov A.I., Tyuleneva O.N., Shigabutdinov A.F. *Metod konechnykh elementov v statike i dinamike tonkostennykh konstruksiy*. M.: Fizmatlit, 2006. 391 s.
22. Bazhenov V.G., Kibets A.I., Tsvetkova I.N. Chislennoe modelirovanie nestatsionarnykh protsessov udarnogo vzaimodeystviya deformiruemykh elementov konstruksiy. *Problemy mashinostroeniya i nadezhnosti mashin*. 1995. №2. S. 20–26.
23. Bazhenov V.G., Zefirov S.V. O konservativnom sglazhivanii razryvnykh voln napryazheniy v MKE. *Vestnik NNGU. Seriya Mekhanika*. 2001. Vyp. 1. S. 166–173.
24. Vychislitel'nyy kompleks "Dinamika-3". Nauchno-tekhnicheskii tsentr po yadernoy i radiatsionnoy bezopasnosti. Attestatsionnyy pasport programmnoy sredstva. Registratsionnyy pasport attestatsii PS № 325 ot 18.04.2013.
25. Ivanov I.G., Novikov S.A. Deformirovanie sfericheskikh svintsovykh obolochek pri deystvii

intensivnykh mekhanicheskikh peregruzok. *Prochnost' materialov pri dinamicheskom nagruzhении*: Sb. nauch. tr. Pod red. S.A. Novikova. Sarov, 2003.

26. *Dinamika udara*: Per. s angl. Pod red. S.S. Grigoryana. M.: Mir, 1985. 296 s.

27. Bazhenov V.G., Baranova M.S., Zhegalov D.V., Lavrinenko V.Yu., Pavlenkova E.V. Postroyeniye dinamicheskikh diagramm deformirovaniya svintsovykh zagotovok metodom pryamogo udara na gazodinamicheskoy koprovoy ustanovke. *Vestnik mashinostroeniya*. 2013. №2. S. 11–14.

28. Kragel'skiy I.V., Vinogradov I.E. *Koeffitsienty treniya*: Spravochnoe posobie. M.: Izd-vo mashinostroitel'noy literatury, 1955. 220 c.

29. Novikov S.A., Sinitsyn V.A., Pogorelov A.P. Raschet vzryvnogo nagruzhayushchego ustroystva dlya sozdaniya impul'sa davleniya zadannykh parametrov. *FGV*. 1980. №6. S. 111–113.

## FINITE-ELEMENT MODELING OF LARGE ELASTOPLASTIC DEFORMATIONS OF A SPHERICAL SHELL IN A SCAPHANDER UNDER AN OVERLOAD PULSE

**Bazhenov V.G.<sup>1</sup>, Demareva A.V.<sup>1</sup>, Baranova M.S.<sup>1</sup>, Kibets A.I.<sup>1</sup>,  
Ryabov A.A.<sup>2</sup>, Romanov V.I.<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>*Research Institute of Mechanics of State University of Nizhni Novgorod,  
Nizhni Novgorod, Russian Federation*

<sup>2</sup>*Russian Federal Nuclear Center – All-Russian Research Institute of Experimental Physics,  
Sarov, Russian Federation*

An axisymmetric problem of large deformations of a led spherical shell, placed in an aluminum scaphander, under an overload pulse is considered. The deformation of the shell is described in terms of mechanics of elasto-viscoplastic media in Lagrange variables. Kinematic relations are determined in the metrics of the current state. Equations of state are taken in the form of the flow theory with isotropic hardening. Contact interactions of the shell and the scaphanser are modeled by non-penetration conditions, accounting for friction. The numerical analysis of the problem for given boundary and initial conditions is based on the moment FEM scheme and the cross-type explicit time integration scheme. Spacial variable discretization is done using 4-node isoparametric finite elements with bilinear form functions. The modeling results schow that in the process of loading the spherical shell undergoes considerable local changes of form characterized by large displacements and rotation angles of the elements as a rigid whole body. The computational results on the residual form show good agreement with the experimental data.

*Keywords*: spherical shell, scaphander, contact, friction, plastic deformations, buckling, explosion loading.