

УДК 539.374

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ДЕФОРМИРОВАНИЯ
КРЕПИ ВЕРТИКАЛЬНОЙ ГОРНОЙ ВЫРАБОТКИ
С УЧЕТОМ НАЧАЛЬНОЙ ПОРИСТОСТИ МАТЕРИАЛА
И УПРУГОВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКИХ СВОЙСТВ
СЖАТОГО СКЕЛЕТА**

© 2016 г. **Гоцев Д.В.^{1,2}, Бунтов А.Е.², Перунов Н.С.¹**

¹*Воронежский государственный университет, Воронеж, Российская Федерация*

²*Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского
и Ю.А. Гагарина, Воронеж, Российская Федерация*

rbgotsev@mail.ru

Поступила в редакцию 26.05.2016

Построена математическая модель, описывающая процесс деформирования монолитной крепи вертикальной горной выработки для материалов с пористой структурой, сжатый скелет которой обладает одновременно упругими, вязкими и пластическими свойствами. Деформирование пористой среды под действием заданных равномерно распределенных сжимающих нагрузок разделяется на два взаимосвязанных этапа: упругое деформирование пористой среды и неупругое деформирование сжатой матрицы. Задача нахождения напряженно-деформированного состояния крепи вертикальной выработки с круговой формой поперечного сечения на каждом этапе деформирования решается в рамках плоского деформированного состояния. При этом не учитываются эффекты, связанные с тем, что выработка имеет конечную глубину. Получены соотношения, определяющие поля напряжений и перемещений на первом этапе деформирования. Определена зависимость сжимающих нагрузок, при которых начальная пористость материала во всей области крепи достигает нулевого значения. Для второго этапа процесса деформирования выведены аналитические выражения для полей напряжений и перемещений в упругой и пластической зонах деформирования сжатого скелета, получено уравнение для определения радиуса упругопластической границы. В качестве условий совместности принимались условия непрерывности компонент напряжений и перемещений на упругопластической границе, а также равенство нулю пластических деформаций на ней. Дана оценка влияния на величину границы раздела сред упругого и пластического деформирования начальной пористости, упрочнения и предела текучести материала. Показано асимптотическое поведение упругопластической границы во времени. Построены графические зависимости компонент напряжений от координаты при различных значениях величины начального раствора пор и от других физико-механических и геометрических параметров материала и конструкции.

Ключевые слова: пористые материалы, неупругая работа сжатого скелета, монолитная крепь, вертикальная выработка, напряженно-деформированное состояние.

Введение

Состояние горных выработок в зависимости от их назначения должно удовлетворять различным требованиям, основным из которых является обеспечение безопасных условий для работающих людей. В связи с этим возникают требования по проведению укрепительных работ горных выработок и подземных сооружений, то есть созданию крепежных конструкций – крепей. Основным экономическим фактором при возведении крепи являются ее конструктивные размеры.

Существует достаточно большое количество исследований, направленных на определение оптимальной толщины монолитной крепи, обеспечивающей устойчивость подземных конструкций, на основе анализа ее напряженно-деформированного состояния (НДС). Некоторые исследователи этого вопроса (Л.В. Ершов, Д.Д. Ивлев, М.М. Протодьяконов и др.) рассматривают крепь выработок, пройденных в устойчивых породах, только лишь как оболочку, защищающую ствол от разрушения. Другие авторы в случае, когда проходка стволов происходит в сложных горногеологических условиях в слабых, неустойчивых породах, моделируют крепь как грузонесущую конструкцию.

Как показывают исследования [1, 2], нагрузка на крепь в первую очередь определяется перемещениями горной породы и образованием зоны неупругого деформирования в приконтурной области массива горных пород. С учетом этого в [3] определена оптимальная толщина цилиндрической крепи, когда материал частично перешел в пластическое состояние, при этом решение определялось в рамках плоского и трехмерного осесимметричного подходов. В [4] расчет крепей проводился совместно с расчетом горного давления, при этом из решения задачи о докритическом состоянии находилось давление на крепь выработки как контактное давление на границе крепи и массива.

Теоретический анализ и практика эксплуатации горных выработок, как отмечено в [3, 5, 6], показывают, что применение модели упругого (как изотропного, так и анизотропного) тела в качестве моделей массива горных пород и материала крепи не отражает реальную картину процессов, проходящих вблизи глубоких выработок. В этих публикациях отмечается, что наиболее достоверные результаты исследования НДС горных выработок и их крепей получаются при привлечении более сложных моделей, наиболее полно отражающих реальное поведение горных пород. Использование моделей сложных сред, в которых учитываются такие свойства, как пластичность, вязкость, упрочнение, присущие реальным материалам, представляет научный и практический интерес.

Необходимо отметить, что большинство твердых тел обладает внутренней (пористой) структурой. Поры могут быть пустыми или заполненными некоторым флюидом – водой, нефтью, газом и т.п. В случае сухих, не заполненных флюидом пористых и трещиноватых сред их поведение иногда удается описывать методами классической механики сплошной однокомпонентной среды, не рассматривая внутреннюю структуру материала, а используя некоторые усредненные или эффективные характеристики.

В [7] используется подход, в котором определяющие соотношения пористых материалов строятся с помощью реологической схемы, включающей в себя специальный элемент – жесткий контакт. Путем комбинации этого элемента с традиционными элементами – упругой пружиной, вязким демпфером и пластическим шарниром – в монографии [4] получена оригинальная математическая модель процес-

са деформирования пористой среды, учитывающая упруговязкопластические свойства сжатого скелета.

В отличие от работ [8, 9], в которых приведены аналитические выражения для определения НДС сферической оболочки с учетом начальной пористости материала и сложной реологии сжатой матрицы, в настоящей статье исследуется вопрос об определении полей напряжений и перемещений монолитной крепи вертикального шахтного ствола глубокого заложения. При этом материал крепи моделируется пористой средой, сжатый скелет которой обладает одновременно упругими, вязкими и пластическими свойствами.

1. Основные соотношения, моделирующие НДС пористого тела со сложной реологией сжатого скелета

Деформирование пористого материала с начальным раствором пор ε_0 можно разделить на два взаимосвязанных этапа [4, 7]. Первый – упругое деформирование сжимаемой пористой среды, второй – неупругое деформирование сжатого скелета с упрочняющимися упруговязкопластическими свойствами. Связь между напряжениями и деформациями на первом этапе описывается законом Гука для сжимаемого тела

$$\sigma_j^\beta = \lambda_1 \varepsilon_\alpha^e g_j^\beta + 2\mu_1 \varepsilon_j^\beta, \quad -\varepsilon_\alpha^e < \varepsilon_0, \quad (1)$$

где $g_j^\beta, \sigma_j^\beta, \varepsilon_j^\beta$ – смешанные компоненты метрического тензора, тензора напряжений и тензора упругих деформаций соответственно; λ_1, μ_1 – параметры Ламе сжимаемого тела.

На втором этапе упругие деформации сжатого скелета подчиняются закону Гука для несжимаемого тела [4]:

$$S_j^\beta = 2(\mu_0 + \mu_1) \varepsilon_j^\beta - 2\mu_0 \left(\varepsilon_j^\beta \right)_0 + \frac{2}{3} \mu_1 \varepsilon_0 g_j^\beta, \quad -\varepsilon_\alpha^e = \varepsilon_0, \quad (2)$$

где S_j^β – компоненты тензора девиатора напряжений; $\left(\varepsilon_j^\beta \right)_0$ – компоненты тензора упругих деформаций, вычисленные на момент полного сжатия пор, то есть при выполнении условия $\varepsilon_\alpha^e = -\varepsilon_0$; $\mu_0 + \mu_1$ – модуль сдвига несжимаемого тела.

В зоне пластического деформирования сжатого скелета будем использовать модель несжимаемого упрочняющегося упруговязкопластического тела [10] с поверхностью нагружения

$$F = \left(S_j^\beta - c \varepsilon_j^\beta - \eta \dot{\varepsilon}_j^\beta \right) \left(S_\beta^j - c \varepsilon_\beta^j - \eta \dot{\varepsilon}_\beta^j \right) - k^2, \quad (3)$$

где $\varepsilon_j^\beta, \dot{\varepsilon}_j^\beta$ – компоненты тензоров пластических деформаций и скоростей пластических деформаций соответственно, c – коэффициент упрочнения, η – коэффициент вязкости, k – предел текучести материала.

Полная деформация в пластической зоне складывается из упругой и пластической составляющих

$$\varepsilon_j^\beta = \varepsilon_j^e + \varepsilon_j^p, \quad (4)$$

причем пластическая и упругая составляющие объемной деформации соответственно удовлетворяют условиям несжимаемости

$$\varepsilon_{nn}^p = 0, \quad \varepsilon_{nn}^e = -\varepsilon_0. \quad (5)$$

В (1)–(5) и далее индексы e и p вверху величин обозначают их принадлежность соответственно к упругой и пластической зонам деформирования сжатого скелета.

2. Математическая модель НДС крепи вертикальной горной выработки

Рассмотрим задачу определения НДС цилиндрического тела, являющегося крепью вертикальной выработки. Обозначим через b и a соответственно внешний и внутренний радиусы крепи. Действие массива горных пород на крепь заменим сжимающей нагрузкой интенсивностью q_b , равномерно распределенной по внешней поверхности. Сжимающая нагрузка интенсивностью q_a , равномерно распределенная по внутренней поверхности, моделирует собой давление жидкости или газа на крепь.

Для такого рода задач можно предположить [5, 6], что при определении НДС не учитываются эффекты, связанные с тем, что выработка имеет конечную глубину, то есть для сечений, удаленных от устья и забоя ствола, задачу можно приближенно рассматривать как плоскую.

НДС монолитной крепи вертикальной горной выработки в рамках плоского деформированного состояния в цилиндрической системе координат (r, θ, z) будем моделировать соотношениями геометрически линейной теории:

– уравнением равновесия

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0; \quad (6)$$

– соотношениями Коши

$$\varepsilon_r = \frac{du}{dr}, \quad \varepsilon_\theta = \frac{u}{r}, \quad (7)$$

где u – радиальная составляющая вектора перемещений;

– граничными условиями в напряжениях

$$\sigma_r|_{r=b} = -q_b, \quad \sigma_r|_{r=a} = -q_a \quad (q_a > 0, q_b > 0). \quad (8)$$

Связь между напряжениями и деформациями при упругом деформировании пористой среды запишем в виде соотношений (1), которые при принятых допущениях будут иметь вид:

$$\sigma_r = (\lambda_1 + 2\mu_1)\varepsilon_r + \lambda_1\varepsilon_\theta, \quad \sigma_\theta = \lambda_1\varepsilon_r + (\lambda_1 + 2\mu_1)\varepsilon_\theta, \quad \sigma_z = \lambda_1(\varepsilon_r + \varepsilon_\theta). \quad (9)$$

Упругие деформации сжатого скелета связаны с напряжениями соотношениями (2), которые в этом случае примут вид:

$$\begin{aligned}
s_r &= 2(\mu_0 + \mu_1)\varepsilon_r - 2\mu_0\varepsilon_{r0} + \frac{2}{3}\mu_1\varepsilon_0, \\
s_\theta &= 2(\mu_0 + \mu_1)\varepsilon_\theta - 2\mu_0\varepsilon_{\theta 0} + \frac{2}{3}\mu_1\varepsilon_0, \quad s_z = \frac{2}{3}\mu_1\varepsilon_0.
\end{aligned} \tag{10}$$

В (10) и далее нижний индекс 0 у компонент деформаций, напряжений и перемещений обозначает, что они вычислены на момент полного сжатия пор.

Функция нагружения (3), соотношения для полных деформаций в пластической зоне сжатого скелета (4), условия несжимаемости (5) в случае плоского деформированного состояния переписутся соответственно:

$$(s_r - c\varepsilon_r^p - \eta\dot{\varepsilon}_r^p)^2 + (s_\theta - c\varepsilon_\theta^p - \eta\dot{\varepsilon}_\theta^p)^2 + s_z^2 = 2k^2, \tag{11}$$

$$\varepsilon_r = \varepsilon_r^e + \varepsilon_r^p, \quad \varepsilon_\theta = \varepsilon_\theta^e + \varepsilon_\theta^p, \tag{12}$$

$$\varepsilon_r^e + \varepsilon_\theta^e = -\varepsilon_0, \quad \varepsilon_r^p + \varepsilon_\theta^p = 0. \tag{13}$$

На границе γ раздела сред упругого и пластического деформирования сжатого скелета должны выполняться условия непрерывности перемещений и напряжений

$$[u]_{r=\gamma} = 0, \quad [\sigma_r]_{r=\gamma} = 0. \tag{14}$$

В (14) квадратные скобки обозначают разность значений выражений, соответствующих упругой и пластической областям, на границе $r = \gamma$.

Соотношения (6)–(14) представляют собой математические модели, описывающие НДС монолитной крепи вертикального шахтного ствола на этапах упругого деформирования пористой среды и неупругого деформирования сжатого скелета.

НДС монолитной крепи на первом этапе, то есть при наличии несхлопнутых пор, согласно (6)–(9), определяется соотношениями:

$$\begin{aligned}
u &= \frac{q_b - q_a a^2}{2(\lambda_1 + 1)(a^2 - 1)} r + \frac{(q_b - q_a) a^2}{2(a^2 - 1)} \frac{1}{r}, \\
\varepsilon_r &= \frac{q_b - q_a a^2}{2(\lambda_1 + 1)(a^2 - 1)} - \frac{(q_b - q_a) a^2}{2(a^2 - 1)} \frac{1}{r^2}, \quad \varepsilon_\theta = \frac{q_b - q_a a^2}{2(\lambda_1 + 1)(a^2 - 1)} + \frac{(q_b - q_a) a^2}{2(a^2 - 1)} \frac{1}{r^2}, \\
\sigma_r &= q_a \frac{a^2(r^2 - 1)}{r^2(1 - a^2)} + q_b \frac{a^2 - r^2}{r^2(1 - a^2)}, \quad \sigma_\theta = q_a \frac{a^2(r^2 + 1)}{r^2(1 - a^2)} - q_b \frac{r^2 + a^2}{r^2(1 - a^2)}, \\
\sigma_z &= q_a \frac{\lambda_1 a^2}{(\lambda_1 + 1)(1 - a^2)} - q_b \frac{\lambda_1}{(\lambda_1 + 1)(1 - a^2)}.
\end{aligned} \tag{15}$$

В (15) и далее все соотношения записаны в безразмерном виде, при этом все величины, имеющие размерность напряжений, отнесены к величине μ_1 , а имеющие размерность длины – к радиусу b .

Из (15) следует, что объемная деформация при упругом сжатии пор определяется в виде

$$\varepsilon_\alpha^\alpha = \varepsilon_r + \varepsilon_\theta = \frac{q_b - q_a a^2}{(\lambda_1 + 1)(a^2 - 1)}. \tag{16}$$

Следовательно, достижение величиной начального раствора пор нулевого значения (иначе – достижение объемной деформацией величины $-\varepsilon_0$) при упругом де-

формировании материала происходит одновременно во всей крепи под действием нагрузок, удовлетворяющих условию

$$q_b = \varepsilon_0(\lambda_1 + 1)(1 - a^2) + q_a f(\varepsilon_0) a^2, \quad (17)$$

где

$$f(\varepsilon_0) = \begin{cases} 1, & \text{если } \varepsilon_0 \neq 0, \\ 0, & \text{если } \varepsilon_0 = 0. \end{cases}$$

С учетом (17) из формул (15) получим, что НДС на момент полного закрытия пор переписывается в виде

$$\begin{aligned} u_0 &= -\frac{\varepsilon_0}{2} r + \frac{q_a f(\varepsilon_0) - \varepsilon_0(\lambda_1 + 1) a^2}{2} \frac{a^2}{r}, \\ \varepsilon_{r0} &= -\frac{\varepsilon_0}{2} - \frac{q_a f(\varepsilon_0) - \varepsilon_0(\lambda_1 + 1) a^2}{2} \frac{a^2}{r^2}, \quad \varepsilon_{\theta 0} = -\frac{\varepsilon_0}{2} + \frac{q_a f(\varepsilon_0) - \varepsilon_0(\lambda_1 + 1) a^2}{2} \frac{a^2}{r^2}, \\ \sigma_{r0} &= -\varepsilon_0(\lambda_1 + 1) - \frac{(q_a f(\varepsilon_0) - \varepsilon_0(\lambda_1 + 1)) a^2}{r^2}, \\ \sigma_{\theta 0} &= -\varepsilon_0(\lambda_1 + 1) + \frac{(q_a f(\varepsilon_0) - \varepsilon_0(\lambda_1 + 1)) a^2}{r^2}, \\ \sigma_{z0} &= -\lambda_1 \varepsilon_0. \end{aligned} \quad (18)$$

Таким образом, если $q_b < \varepsilon_0(\lambda_1 + 1)(1 - a^2) + q_a f(\varepsilon_0) a^2$, то полного закрытия пор не происходит и материал ведет себя как сжимаемая упругая среда с параметрами $\lambda_1, \mu_1 = 1, \varepsilon_0$. Если же $q_b = \varepsilon_0(\lambda_1 + 1)(1 - a^2) + q_a f(\varepsilon_0) a^2$, то во всей крепи происходит полное сжатие пор. А при условии $q_b > \varepsilon_0(\lambda_1 + 1)(1 - a^2) + q_a f(\varepsilon_0) a^2$ возникнет и будет расти около внутренней поверхности крепи пластическая зона, препятствовать развитию которой будут упрочнение c и вязкость η материала, то есть сжатый скелет будет деформироваться как упрочняющаяся несжимаемая упругопластическая среда с параметрами $\mu = 1 + \mu_0, k, c, \eta$.

В этом случае сплошная среда разделяется на две зоны – упругую и пластическую, в каждой из которых значения перемещений, деформаций и напряжений в точках среды раскладываются на компоненты упругого сжатия, определяемые соотношениями (18), и упругопластического сжатия, определяемые решением упругопластической задачи.

НДС сжатого скелета монолитной крепи вертикального шахтного ствола, согласно (6)–(14), (18), определяется в виде:

– в упругой области ($\gamma < r < 1$)

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \frac{\eta \chi}{c + 2\mu} \sqrt{k^2 - \frac{1}{3} \varepsilon_0^2} \left(2\gamma \dot{\gamma} \left(1 - \exp \left(-\frac{c + 2\mu}{\eta} t \right) \right) + \frac{c + 2\mu}{\eta} \gamma^2 \right) \left(1 - \frac{1}{r^2} \right) - q_b, \\ \sigma_\theta &= \frac{\eta \chi}{c + 2\mu} \sqrt{k^2 - \frac{1}{3} \varepsilon_0^2} \left(2\gamma \dot{\gamma} \left(1 - \exp \left(-\frac{c + 2\mu}{\eta} t \right) \right) + \frac{c + 2\mu}{\eta} \gamma^2 \right) \left(1 + \frac{1}{r^2} \right) - q_b, \end{aligned} \quad (19)$$

– в пластической области ($a < r < \gamma$)

$$\varepsilon_r^p = -\varepsilon_\theta^p = \frac{\chi}{c + 2\mu} \sqrt{k^2 - \frac{1}{3} \varepsilon_0^2} \left(\frac{\gamma^2}{r^2} - 1 \right) \left(\exp \left(-\frac{c + 2\mu}{\eta} t \right) - 1 \right),$$

$$\begin{aligned} \sigma_r = & -q_a + \frac{\chi}{c+2\mu} \sqrt{k^2 - \frac{1}{3}\varepsilon_0^2} \left(2 \left(\exp\left(-\frac{c+2\mu}{\eta}t\right) - 1 \right) \left(\mu \left(\frac{r^2}{a^2} - 1 + 2 \ln \frac{a}{r} \right) + \right. \right. \\ & \left. \left. + \eta \dot{\gamma} \left(\frac{1}{r^2} - \frac{1}{a^2} \right) \right) + (c+2\mu) \dot{\gamma}^2 \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{r^2} \right) \right). \\ \sigma_\theta = & -q_a + \frac{\chi}{c+2\mu} \sqrt{k^2 - \frac{1}{3}\varepsilon_0^2} \left(2 \left(\exp\left(-\frac{c+2\mu}{\eta}t\right) - 1 \right) \left(\mu \left(\frac{2\dot{\gamma}^2}{r^2} + \frac{r^2}{a^2} + 2 \ln \frac{a}{r} - 3 \right) + \right. \right. \\ & \left. \left. + \eta \dot{\gamma} \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{r^2} \right) \right) + (c+2\mu) \dot{\gamma}^2 \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{r^2} \right) \right). \end{aligned} \quad (20)$$

В (19), (20) и далее $\chi = \text{sign}(q_a - q_b)$.

Радиус раздела зон упругого и пластического деформирования γ определяется из решения уравнения

$$\begin{aligned} q_b - q_a + \frac{\chi}{c+2\mu} \sqrt{k^2 - \frac{1}{3}\varepsilon_0^2} \left(2 \left(\exp\left(-\frac{c+2\mu}{\eta}t\right) - 1 \right) \left(\mu \left(\frac{\gamma^2}{a^2} - 1 + 2 \ln \frac{a}{\gamma} \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + \eta \dot{\gamma} \eta \left(1 - \frac{1}{a^2} \right) + (c+2\mu) \dot{\gamma}^2 \left(\frac{1}{a^2} - 1 \right) \right) \right) = 0. \end{aligned} \quad (21)$$

3. Результаты численного эксперимента

Результаты вычислительного эксперимента представлены на рис. 1 и рис. 2.

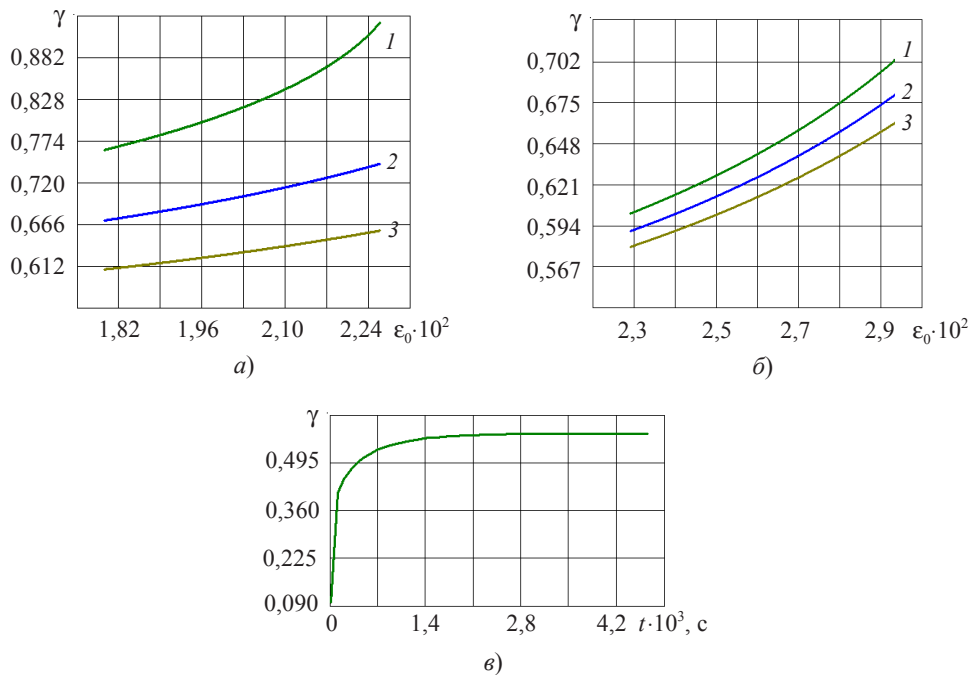


Рис. 1

На рис. 1а, б представлены зависимости величины радиуса упругопластической границы γ от начального раствора пор ε_0 при различных значениях предела текучести k и коэффициента упрочнения c материала сжатой матрицы. При этом на рис. 1а кривая 1 соответствует $k = 0,038$, кривая 2 – $k = 0,039$, кривая 3 – $k = 0,04$; на рис. 1б кривая 1 соответствует $c = 10^{-5}$, кривая 2 – $c = 5 \cdot 10^{-3}$, кривая 3 – $c = 10^{-2}$. На рис. 1в показана зависимость от времени радиуса γ упругопластической границы материала крепи с полностью сжатой матрицей.

На рис. 2 представлены зависимости радиальной σ_r и тангенциальной σ_θ компонент напряжений от текущего радиуса при различных значениях предела текучести k материала сжатой матрицы (рис. 2а, б) и при различных значениях начального раствора пор ε_0 материала крепи (рис. 2в, г). При этом на обоих рис. 2а, б кривые 1 соответствуют $k = 0,038$, кривые 2 – $k = 0,039$, кривые 3 – $k = 0,04$, а на рис. 2в, г кривые 1 соответствуют $\varepsilon_0 = 0,02048$, кривые 2 – $\varepsilon_0 = 0,022$, кривые 3 – $\varepsilon_0 = 0,03$.

Безразмерные величины других физико-механических и геометрических параметров имели следующие значения: $a = 0,1$, $b = 1$, $q_a = 10^{-5}$, $q_b = 0,16384$, $c = 10^{-5}$, $\lambda_1 = 3$, $\mu_1 = 1$, $k = 0,04096$, $\varepsilon_0 = 0,02048$, $\mu = 2$.

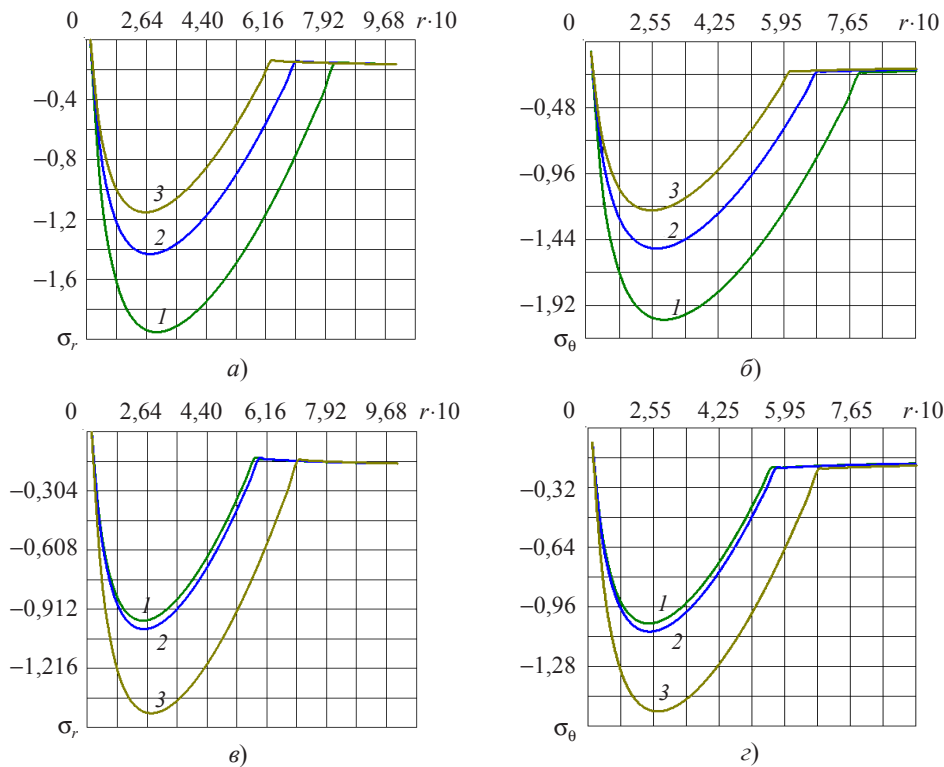


Рис. 2

Отметим, что, согласно [11], приведенные в расчетах безразмерные характеристики материалов соответствуют допустимым диапазонам значений для различных марок бетона и растворов, используемых для подземного шахтного строительства.

Заключение

Построена математическая модель для описания НДС сплошной среды, учитывающая пористую структуру материала и упруговязкопластические свойства сжатого скелета. В рамках предложенного подхода на основе соотношений геометрически линейной теории малых деформаций решена задача об определении полей напряжений и перемещений монолитной крепи вертикальной горной выработки. Получены аналитические соотношения, описывающие НДС на этапах упругого сжатия пор и неупругого деформирования полностью сжатого скелета. Выведена зависимость между внешней и внутренней нагрузками, необходимыми для полного сжатия пор во всей крепи. При этом из анализа решений следует, что как при увеличении предела текучести, так и с ростом коэффициента упрочнения сжатой матрицы величина радиуса раздела зон упругого и пластического деформирования сжатого скелета уменьшается. Рост величины начального раствора пор приводит к расширению области неупругих деформаций сжатой матрицы. При увеличении времени до определенного значения пластическая зона расширяется, при этом дальнейший рост времени практически не приводит к изменению радиуса упругопластической границы, который соответствует упрочняющейся упругопластической модели [12].

Отметим, что для полученных решений справедлив предельный переход. Если в соотношениях (19)–(21) положить $\epsilon_0 = 0$, то получим результаты работы [13], если кроме этого в формулах (18)–(20) не учитывать упрочнение (положить $c = 0$) и (или) вязкость (принять $\eta = 0$) материала сжатой матрицы, то придем к результатам [5]. Если же в (19)–(21) принять $\epsilon_0 = 0$ и $\eta = 0$, а при решении учесть температурные эффекты, то получим результаты работы [14].

Список литературы

1. Борисов А.А., Нифонтов Б.И., Шабалин А.М. *Моделирование взаимодействия массивов пород с крепью вертикальных выработок*. Л.: Наука, 1972. 92 с.
2. Кацауров И.Н. *Механика горных пород*. М.: Недра, 1981. 161 с.
3. Алимжанов М.Т. Проблемы устойчивости равновесия в задачах геомеханики. *Успехи механики*. 1990. Т. 13, №3. С. 21–57.
4. Гоцев Д.В., Спорыхин А.Н. *Метод возмущений в задачах устойчивости подкрепленных горных выработок*. Воронеж: ВГУ, 2010. 299 с.
5. Булычев Н.С. *Механика подземных сооружений*. М.: Недра, 1982. 270 с.
6. Гузь А.Н. *Основы теории устойчивости горных выработок*. Киев: Наукова думка, 1977. 204 с.
7. Садовская О.В., Садовский В.М. *Математическое моделирование в задачах механики сыпучих сред*. М.: Физматлит, 2008. 368 с.
8. Гоцев Д.В., Бунтов А.Е., Яковлев А.Ю. Напряженно-деформированное состояние пористой сферической оболочки с учетом сложной реологии материала. *Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики: Сб. тр. Международ. конф.* М., 2015. С. 93–97.
9. Гоцев Д.В., Бунтов А.Е. Устойчивость монолитной крепи подземного нефтехранилища сферической формы с учетом начальной пористости материала. *Вестник ЧГПУ им. И.Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния*. 2014. №4 (22). С. 114–123.
10. Спорыхин А.Н. Об устойчивости деформирования упруговязкопластических тел. *Прикладная механика и техническая физика*. 1967. №4. С. 52–58.
11. Докунин О.С., Косков И.Г., Друцко В.П., Бернштейн С.А. *Бетоны и растворы для подземного шахтного строительства: Справочное пособие*. М.: Недра, 1989. 216 с.

12. Ивлев Д.Д., Быковцев Г.И. *Теория упрочняющегося пластического тела*. М.: Наука, 1971. 232 с.

13. Спорыхин А.Н., Шашкин А.И. *Устойчивость равновесия пространственных тел и задачи механики горных пород*. М.: Физматлит, 2004. 232 с.

14. Ковалев А.В., Горностаев К.К. Об упругопластическом состоянии толстостенной трубы с учетом температуры для сложной модели среды. *Вестник ВГУ. Серия: Физика. Математика*. 2015. №1. С. 135–140.

References

1. Borisov A.A., Nifontov B.I., Shabalin A.M. *Modelirovanie vzaimodeystviya massivov porod s krep'yu vertikal'nykh vyrabotok*. L.: Nauka, 1972. 92 s.

2. Katsaurov I.N. *Mekhanika gornyykh porod*. M.: Nedra, 1981. 161 s.

3. Alimzhanov M.T. Problemy ustoychivosti ravnovesiya v zadachakh geomekhaniki. *Uspekhi mekhaniki*. 1990. T. 13, №3. S. 21–57.

4. Gotsev D.V., Sporykhin A.N. *Metod vozmushcheniy v zadachakh ustoychivosti podkreplennykh gornyykh vyrabotok*. Voronezh: VGU, 2010. 299 s.

5. Bulychev N.S. *Mekhanika podzemnykh sooruzheniy*. M.: Nedra, 1982. 270 s.

6. Guz' A.N. *Osnovy teorii ustoychivosti gornyykh vyrabotok*. Kiev: Naukova dumka, 1977. 204 s.

7. Sadovskaya O.V., Sadovskiy V.M. *Matematicheskoe modelirovanie v zadachakh mekhaniki sypuchikh sred*. M.: Fizmatlit, 2008. 368 s.

8. Gotsev D.V., Buntov A.E., Yakovlev A.Yu. Napryazhenno-deformirovannoe sostoyanie poristy sfericheskoy obolochki s ucheto slozhnoy reologii materiala. *Aktual'nye problemy prikladnoy matematiki, informatiki i mekhaniki: Sb. tr. Mezhdunarod. konf.* M., 2015. S. 93–97.

9. Gotsev D.V., Buntov A.E. Ustoychivost' monolitnoy krep'i podzemnogo neftehranilishcha sfericheskoy formy s ucheto nachal'noy poristosti materiala. *Vestnik ChGPU im. I.Ya. Yakovleva. Seriya: Mekhanika predel'nogo sostoyaniya*. 2014. №4 (22). S. 114–123.

10. Sporykhin A.N. Ob ustoychivosti deformirovaniya uprugovyazkoplasticheskikh tel. *Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika*. 1967. №4. S. 52–58.

11. Dokunin O.S., Koskov I.G., Drutsko V.P., Bernshteyn S.A. *Betony i rastvory dlya podzemnogo shakhtnogo stroitel'stva: Spravochnoe posobie*. M.: Nedra, 1989. 216 s.

12. Ivlev D.D., Bykovtsev G.I. *Teoriya uprochnyayushchegosya plasticheskogo tela*. M.: Nauka, 1971. 232 s.

13. Sporykhin A.N., Shashkin A.I. *Ustoychivost' ravnovesiya prostranstvennykh tel i zadachi mekhaniki gornyykh porod*. M.: Fizmatlit, 2004. 232 s.

14. Kovalev A.V., Gornostaev K.K. Ob uprugoplasticheskom sostoyanii tolstostennoy truby s ucheto temperatury dlya slozhnoy modeli sredy. *Vestnik VGU. Seriya: Fizika. Matematika*. 2015. №1. S. 135–140.

MATHEMATICAL MODEL OF PROCESS OF DEFORMATION FIX THE VERTICAL EXCAVATION TAKING INTO ACCOUNT INITIAL POROSITY OF MATERIAL AND ELASTIC AND VISCO-PLASTIC OF PROPERTIES OF THE SQUEEZED SKELETON

Gotsev D.V.^{1,2}, Buntov A.E.², Perunov N.S.¹

¹Voronezh State University, Voronezh, Russian Federation

²N.E. Zhukovsky and Yu.A. Gagarin Air Force Academy, Voronezh, Russian Federation

The mathematical model describing process of deformation monolithic is constructed fix a vertical excavation for materials with porous structure which squeezed skeleton possesses at the same time elastic, viscous and plastic properties. Deformation of the porous environment under the influence of the set evenly distributed squeezing loadings is divided into two interconnected stages: elastic

deformation of the porous environment and inelastic deformation of the squeezed matrix. A problem of finding of the intense deformed state fix vertical development with a circular form of cross section at each stage of deformation decides within the flat deformed state. Thus the effects connected by that development has final depth aren't considered. The ratios defining fields of tension and movements at the first stage of deformation are received. Dependence of the squeezing loadings at which initial porosity of material in all area fix is defined reaches zero value. At the second stage of process of deformation analytical expressions for finding of fields of tension and movements in elastic and plastic zones of deformation of the squeezed skeleton are removed, and the equation for determination of radius of elasto-plastic border is also received. As conditions of compatibility continuity conditions a component of tension and movements on elasto-plastic border, and also equality to zero plastic deformations on it got out. The assessment of influence on the size of limit of the section of environments of elastic and plastic deformation of initial porosity, hardening and a limit of fluidity of material is given. The asymptotic behavior of elasto-plastic border is shown over time. Graphic dependences a component of tension from coordinate are constructed at various values of size of initial solution of a time and other physico-mechanical and geometrical parameters of material and a design.

Keywords: porous materials, during the inelastic work of the squeezed skeleton, monolithic strengthening design, vertical development, the intense deformed state.